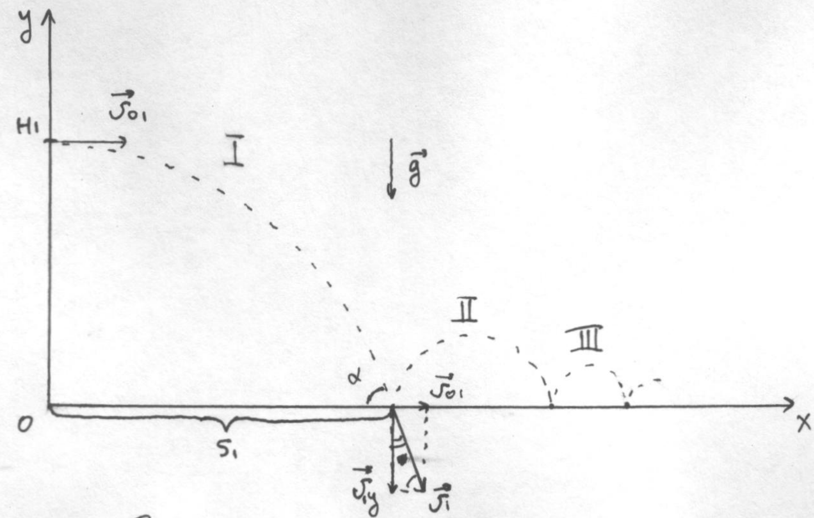
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Изобразим ситуацию на графике:



Тело бросают параллельно горизонту с высоты H_1

Ускорение свободного падения направлено вертикально вниз

В проекции на: Ox: движение равномерное, $v_{1x} = v_{01x}$, $S_1 = v_{01x} \cdot t_1$

Oy: движение равноускоренное, $v_{1y} = v_{0y} - g_y t = -g_y t_1$

$S_y = y_0 + v_{0y} \cdot t_1 - \frac{g_y t_1^2}{2} = H_1 - \frac{g_y t^2}{2}$, так как $y_0 = H_1$

Разделим график на части, где началом каждой следующей будет точка касания тела с полом в предыдущей, и обозначим их римскими цифрами.

① Рассмотрим часть I:

В точке падения $S_y = 0 \Rightarrow H_1 - \frac{g_y t_1^2}{2} = 0$

$H_1 = \frac{g_y t_1^2}{2}$

Выразим время падения тела с высоты H_1:

$g_y t_1^2 = 2H_1$

$t_1^2 = \frac{2H_1}{g_y}$

$t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g_y}}$

Модуль начальной скорости равен v_{01}

Модуль скорости в точке падения равен v_1

По теореме Пифагора из геометрической суммы векторов следует, что $v_1 = \sqrt{v_{01}^2 + v_{1y}^2}$

Так как $|v_{1y}| = g_y t_1$, то $t_1 = \frac{|v_{1y}|}{g_y}$. Тогда $\frac{|v_{1y}|}{g_y} = \sqrt{\frac{2H_1}{g_y}}$

Выразим проекцию конечной скорости на Oy:

$|v_{1y}| = g_y \cdot \sqrt{\frac{2H_1}{g_y}}$

Подставит полученные данные в формулу:

$$v_1 = \sqrt{v_{01}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{v_{01}^2 + g_y^2 \cdot \left(\frac{2H_1}{g_y}\right)} = \sqrt{v_{01}^2 + 2 g_y H_1}$$

Зная v_{01} и v_1 мы можем найти:

$$\cos\alpha = \frac{v_{01}}{v} ; \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

По закону сохранение энергии $E = E_п + E_к = const$

$E_п = max = mgH_1$ в начальной точке

$E_к = max = \frac{mv_1^2}{2}$ в точке падения

$mgH = \frac{mv_1^2}{2}$

По условию часть энергии переходит в тепло при ударе тела о землю, где максимальна кинетическая энергия, а $E_п = 0$, тогда справедливо равенство

$$E_{к2} = E_{к1} - Q$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} - Q$$

$$m(v_2^2 - v_1^2) = -2Q$$

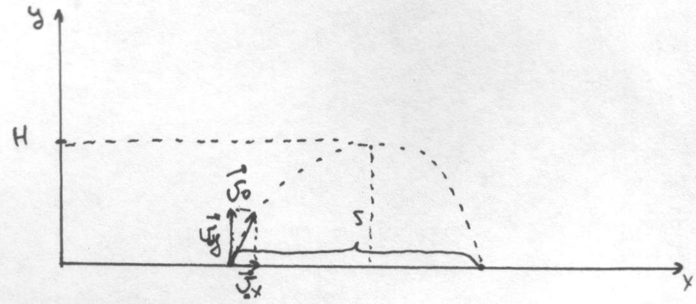
$$v_2^2 = v_1^2 - \frac{2Q}{m}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2Q}{m}}$$

Но $v_2 = v_0$ для следующей части графика, также $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ переходят в следующую часть по условию.

2 Рассмотрим часть II и следующие за ней:

Тело начинает движение под углом α к горизонту



$v_{0x} = v_0\cos\alpha$; $S_x = v_0\cos\alpha \cdot t$

$v_{0y} = v_0\sin\alpha$; $S_y = H$

$$S_y = \frac{-v_{0y}^2 + v_y^2}{-2g_y} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g_y} = H$$

Зная H можем вычислить время полета. Оно будет равно $2t_{падения}$

$$t = 2\cdot\sqrt{\frac{2H}{g_y}}$$

Найдем пройденное расстояние: $S_x = 2v_0\cos\alpha\sqrt{\frac{2H}{g_y}}$

По полученной ранее формуле найдем v: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$v_x = v_0\cos\alpha$$

$$v_y = g_y\sqrt{\frac{2H}{g_y}}$$

$$v = \sqrt{v_0^2\cos^2\alpha + 2g_yH}$$

Найдем синус и косинус угла падения:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha' &= \frac{v_0 \cdot \cos\alpha}{v} \\ \sin\alpha' &= \sqrt{1-\cos^2\alpha'} \end{aligned}\right| \text{, где } \alpha \text{ - начальный угол броска}$$

Проделанные действия в пункте 2 будут повторяться друг за другом для следующих частей графика, пока истинно условие, что полная энергия тела $\geqslant Q$.

Изобразим структуру программы в виде алгоритма:

Пусть t и S - полное время полета и все пройденное расстояние соответственно, тогда алгоритм будет состоять из последовательного вычисления указанных величин:

1) $t := 0 \quad S := 0$ // подготовка к началу работы

2) $t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g_y}}$, $t := t + t_1$

3) $S_1 = v_{01} \cdot t_1$, $S := S + S_1$

4) $v_1 = \sqrt{v_{01}^2 + 2 g_y H_1}$

5) $\cos\alpha_1 = v_{01} : v_1$

6) $\sin\alpha_1 = \sqrt{1 - \cos^2\alpha_1}$

// вычисление величин для I части графика

7) ПРОВЕРКА УСЛОВИЯ: $\frac{m \cdot v_{тек}^2}{2} \geq Q$?

ДА — НЕТ ⟶ ЗАВЕРШЕНИЕ ЦИКЛА ↓ ВЫВОД S, t.

8) v_0 след. шага $= \sqrt{v_{текущ.}^2 - (2Q/m)}$

9) $H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2 \cdot g}$

10) $t' = 2 \cdot \sqrt{\frac{2H'}{g}}$; $t := t + t'$

11) $S' = 2 \cdot v_0 \cos\alpha \cdot \sqrt{\frac{2H'}{g}}$; $S := S + S'$

12) $v = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + 2gH}$

13) $\cos\alpha' = \frac{v_0 \cos\alpha}{v}$

14) $\sin\alpha' = \sqrt{1 - \cos^2\alpha'}$

// вычисление величин для II и последующих шагов.

цикл

По данному алгоритму составлена программа.

При следующих данных:

$m = 0{,}5$ кг

$v_{01} = 10$ м/с

$H1 = 2$ м

$Q = 2$ Дж

$g = 9{,}8$ м/с^2

Математическое решение алгоритма дает результаты:

$S = \underline{111{,}253}$ м, $t = \underline{14{,}851}$ с.

```
const
 m=0.5;
 v01=10;
 H1=2;
 Q=2;
 g=9.8;
var
 v,v0,s,t,sina,cosa,H:extended;
begin
 s:=0;
 t:=0;

 t:=t+sqrt((2*H1)/g);
 s:=s+(v01*sqrt((2*H1)/g));
 v:=sqrt(sqr(v01)+2*g*H1);
 cosa:=v01/v;
 sina:=sqrt(1-sqr(cosa));

 while true do begin
  if (m*sqr(v))/2>=Q then begin
   v0:=sqrt(sqr(v)-((2*Q)/m));
   H:=(sqr(v0)*sqr(sina))/(2*g);
   t:=t+(2*sqrt((2*H)/g));
   s:=s+(2*v0*cosa*sqrt((2*H)/g));
   v:=sqrt(sqr(v0)*sqr(cosa)+2*g*H);
   cosa:=v0*cosa/v;
   sina:=sqrt(1-sqr(cosa));
  end
  else break;
 end;

 writeln('S=',s:0:3,' t=',t:0:3);
 readln;
end.
```

1) Закон сохр. энергии (до 1-го удара)

$mgH = \frac{mv_1^2}{2} \longrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2mgH}{m}} = \sqrt{2gH}$

$v_1 = gt_1 \longrightarrow t_1 = \frac{v_1}{g} = \cancel{\sqrt{gg}} \frac{\sqrt{2gH}}{g}$

2) $Q_H = mgH = 0{,}5 \cdot 2 \cdot g = g$

$T_H = t_1$

3) $\cancel{\frac{mv_n^2}{2} - 2 = mgh_n \frac{mv_{n+1}^2}{2} \longrightarrow v_{n+1} = \sqrt{v_n^2 - \frac{4}{m}}}$

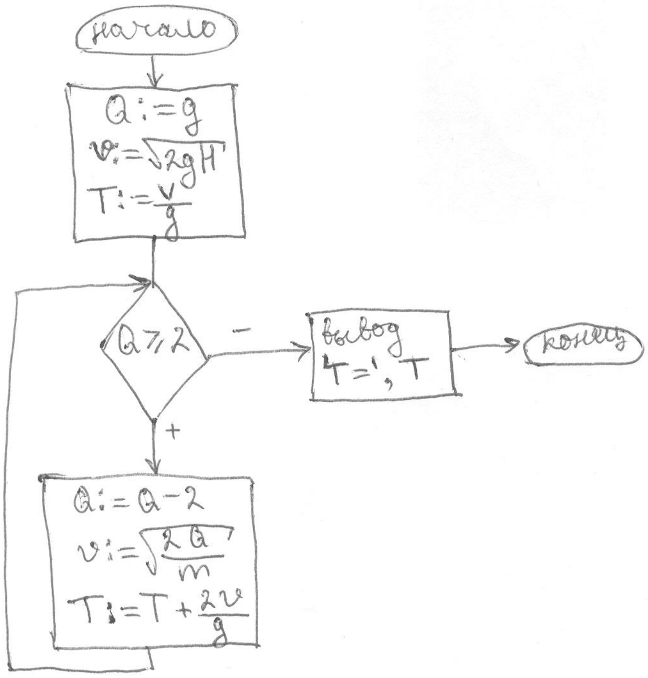
$Q - 2 = \frac{mv^2}{2} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2(Q-2)}{m}}$

(пока $Q \geq 2$)

$\begin{cases} 0 = v - gt_1 \text{ — подъём} & \rightarrow t_1 = \frac{v}{g} \\ v = gt_2 \text{ — падение} & \rightarrow t_2 = \frac{v}{g} \end{cases} \Rightarrow T = T_H + t_1 + t_2 = T + \frac{2v}{g}$

перед каждым новым подъёмом и падением, до след. удара

4)



Ответ: $T = 4{,}1050670058056\,2 \approx 4{,}1$ с.

```
program a;
var T, v, Q: real;
const g=9.8; m=0.5; h=2;
begin
   Q:=g;
   v:=sqrt(2*g*h);
   T:=v/g;
   while Q>=2 do
      begin
      Q:=Q-2;
      v:=sqrt(2*Q/m);
      T:=T+2*v/g;
      end;
   writeln ('T=', T);
end.
```