Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Ангарск М-10 27	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7101	шифр

ФАМИЛИЯ Агеев

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Николаевич

Дата рождения 24.07.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① Внут. Друг.

100 - монолайн - 43 (коп) 129 (коп) $43 > x$

200 - громофон - x $3x$

10 000 (руб) = 1 000 000 (коп)

$100 \cdot (43 \cdot 99 + 129 \cdot 200) = 3005700$ (коп) Ежед. доход Монолайн

$200 \cdot (x \cdot 199 + 3x \cdot 100) = 3005700 + 1000000 = 4005700$ (коп) Ежед. доход Громофон.

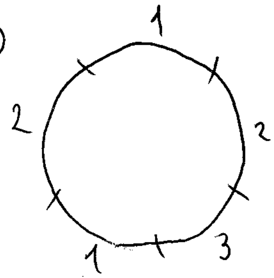
$99800x - 4005700$ коп

$x = 41$ (коп) внутр. звонки с Громофона

$41 \cdot 3 = 123$ (коп) звон. на друг. сети с Громофона.

Ответ: 41 коп; 123 коп.

②



1, 2, 3 - различные цвета ⇒

⇒ 1 2 1 2 3
1 2 1 3 2
1 2 3 1 3
1 2 3 2 3
⇒
1 и 2 = 5
1 и 3 = 5
1 и 1 = 5
2 и 3 = 5
3 и 1 = 5
3 и 2 = 5
= 30 вариантов

Ответ: миним. кол-во цвет. = 3.
Всего = 30 способов.

③ Ответ: может, но только в одном случае, если число подстанций в ряду будет равно нулю, тогда одна колонка не будет совпадать.

④ $x = \frac{yz+1}{z} \Rightarrow z = \frac{yz+1}{c} \Rightarrow zc = yz + 1$

$zc - yz = 1$

$z(c - y) = 1$

$z = \frac{1}{c-y}$

смот. на 2-м листе

2) $b = x + \frac{1}{y} \Rightarrow b \cdot \frac{xy+1}{y} \Rightarrow by = xy+1$

$by - xy = 1$

$y = \frac{1}{b-x}$

3) $xyz + \frac{1}{xyz} = \frac{x^2y^2z^2+1}{xyz} = a$

$axyz = x^2y^2z^2+1$

$axyz - x^2y^2z^2 = 1$

$ax \frac{1}{(b-\cancel{x})(c-y)} - \frac{x^2}{(c-y)(b-x)} = 1$

$\frac{ax - x^2}{(b-x)(c-y)} = 1$

$\frac{ax-x^2}{(b-x)(c-\frac{1}{b-x})} = 1$

$\frac{ax-x^2}{(b-x)\left(\frac{cbx-1}{b-x}\right)} = 1$

$\frac{ax-x^2}{\cancel{(b-x)}\left(\frac{cbx-1}{\cancel{(b-x)}}\right)} = 1$

$\frac{ax-x^2}{cbx-1} = 1$

$ax - x^2 = cbx-1$

$ax - x^2 - cbx = -1$

$x(a-x-cb) = -1$

$x = \frac{-1}{a-x-cb}$

4) $z = \frac{1}{c-y} \Rightarrow (c-y)z = 1 \Rightarrow c-y = \frac{1}{z} \Rightarrow y = c - \frac{1}{z}$

$y = \frac{1}{b-x} \Rightarrow \frac{1}{b-x}$

$\frac{cz-1}{z} = \frac{1}{bx}$

$z = (cz-1)\cdot bx \quad ; \quad x = \frac{z}{(cz-1)\cdot b}$

$z + \frac{1}{x} = z + \frac{(cz-1)\cdot b}{z}$

(5) Числа делятся на 7:

7, 14, 21, 28, 35

Числа делятся на 11:

11, 22, 33, 44, 55, 66, 88

Числа делятся на 7 и на 11:

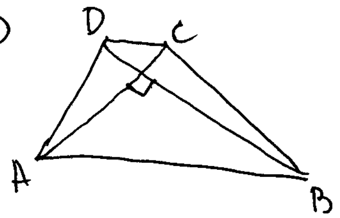
77, 154, 231

Всего чисел 15

231 > 220

Что и требовалось доказать

(7)



AC + AD V AB + CD

$BC^2 = a^2 + b^2$

$AD^2 = c^2 + d^2$

$AB^2 = a^2 + d^2$

$CD^2 = c^2 + b^2$

$d > a > b > c$

$BC + AD = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2}$

$AB + CD = \sqrt{a^2+d^2} + \sqrt{c^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} \vee \sqrt{c^2+d^2}$ $\quad$ $\sqrt{b^2+c^2} \vee \sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$ $\quad$ $\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}$ т.к. $a > c$

т.к. $d > b \Rightarrow \sqrt{d^2+a^2} - \sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} - \sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{d^2+a^2} + \sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} + \sqrt{d^2+c^2}$

Ответ: $AB + CD > BC + AD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	17ЖМ11 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Аксенов

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО Владиславович

Дата рождения 15.12.1996 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

0411 067649

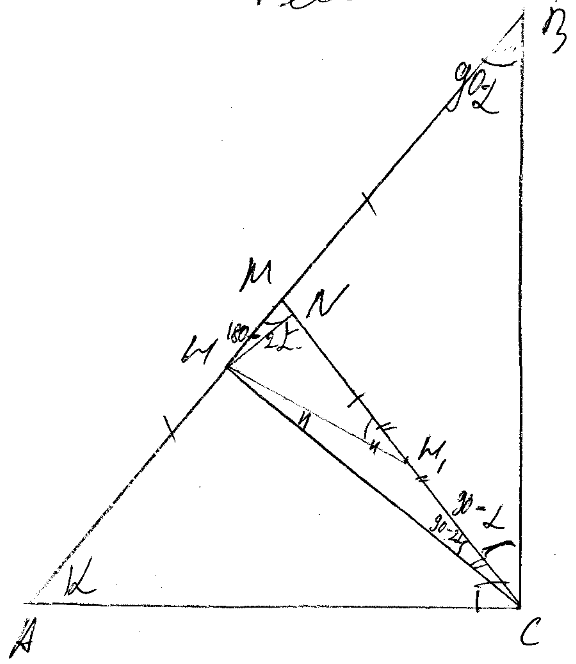
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 17ЖМ11

Дано
шир = 640 м
$\alpha = \frac{11\pi}{24}$
шп 5-20 = ?
S 5-20 = ?

№6. Решение



Рассмотрим в $\triangle$ ABC.
Начертим $\triangle$ прямоуг. Пусть угол $BAC = \alpha \Rightarrow \angle ABC = 90 - \alpha$ (по св-ву в прям $\triangle$)

Т.К. CM медиана $\Rightarrow AM = MB = MC$ (по св-ву медианы в прям $\triangle$) $\Rightarrow \triangle BMC$ - равноб (по определ). $\Rightarrow \angle MBC = \angle MCB = 90 - \alpha$ (по св-ву равнобд.)

$\angle HMC = 2\alpha$ (по св-ву внешнего угла три $\triangle$

Рассмотрим $\triangle$ CHM
гипотенуза MC уменьш в 2 раза по сравнению с CAB.
А в $\triangle$ NMH, гипотенуза ~~уже~~ еще уменьшилась в 2 раза по отношению к предыдущему $\Rightarrow$ в 4 раза по отношению к первому.

на основе метода математической индукции заключаем, что каждая новая гип. нового Δ уменьш. в 2 раза. Рассмотрим. Пусть сначала было 16х

1) треуг. (сад) $16x$

2) треуг. $8x$

3) Δ $4x$

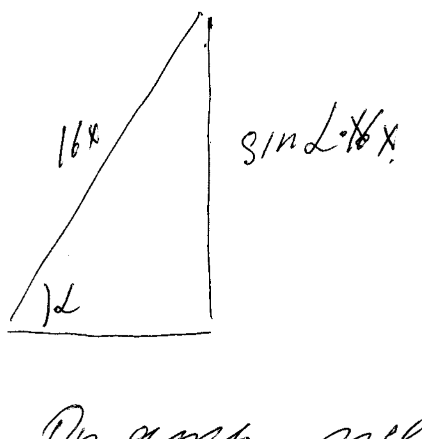
4) Δ $2x$

5) Δ x ⇒ у 5-го Δ гипотенуза равна x, т.е. $16x = 640$ $x = 40$ → 1-й ответ.

Теперь рассмотрим углы.

Заметим, что и углы ~~уменьшаются~~ увеличиваются в 2 раза. В данном случае нам важен угла HMN и его последующие новых Δ.

Он необходим, чтобы найти S.



Как видим противолеж. катет определ. через синус. ⇒ угол для определения 5-го Δ равен $180 - 16\angle$.

Опять же воспользовались методом матем. индукции.

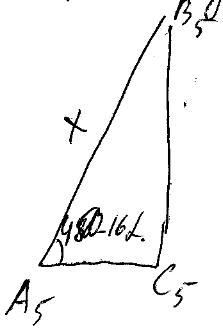
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 17 ЖМ 11

1) $-\alpha$ 2) -2α 3) 4α 4) 8α 5) 16α и для 5 $\angle D A_5 C_5 = 450 - 16\alpha$

Нарисуем его в $\triangle A_5 B_5 C_5$.



$x = 40$ - определили ранее

$B_5C_5 = \sin(480^\circ - 16\alpha)\cdot x$

~~$B_5C_5 = \sin(480^\circ - 16\alpha) = -\sin 180\ 16\alpha = \sin\left(\frac{11\pi}{24}\cdot 16\right) = -\left(-\sin\frac{22\pi}{3}\right) = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$~~

$\sin(450 - 16\alpha) = \sin(90 - 16\alpha) = -\cos 16\alpha = -\cos\frac{16\cdot 11\cdot\pi}{24} =$

$= -\cos\frac{22\pi}{3} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}.$

$B_5C_5 = 20$

по т Пифагора

$A_5C_5 = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200}$

$S = \frac{20\cdot\sqrt{1200}}{2} = 10\cdot 10\cdot 2\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$

Ответ ~~[illegible]~~ 40 м; $200\sqrt{3}$ м^2

№ 5.

Очевидно, что при плохом раскладе наибольш. вклад. сумма попадает в банк, который обанкротится => => ~~наибольшая~~ там, где удвоится попадет следующая за наибольшей сумма => надо разделить поровну, чтобы везде было одинаково. В нашем случае это годится. т.е.

1 (·3)	2 (·2)	3 облигации
200 000	200000	2000 00
600 000	400000	0

Σ начисления = 1.000.000 руб.

Это максимальная сумма.

Другие варианты дают меньш. сумму

Ответ 1.000.000 руб

№ 2.

$tg\,x$ $tg\,2x$ $tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Понятно, что целые числа будут получаться, если $\sin x : \cos x$ (делится нацело).

У нас $\sin$ и $\cos$ они обратные, то есть если $\sin\uparrow$, то $\cos\downarrow$ и наоборот.

Возьмём $tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$. Понятно, что $\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}n$

В нашем случае это периодические ф-ии => значения повторяются через отрезок.

Найдём первое значения.

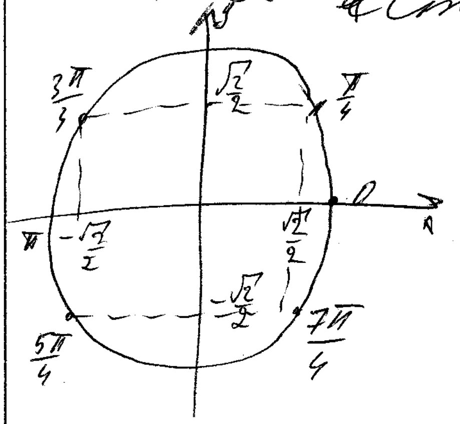
Понятно, что если мы возьмем $\frac{\pi}{6}$ или $\frac{\pi}{3}$, то появл. иррац. выраж. $\sqrt{3}$, которое ничем не уничтоже => их не берем.

И вообще если просмотреть знач. $\sin x \cos x$

$\sin x$ 0: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 0 → для первой четверти.

$\cos x$ 1 ... $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 0 ... $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ... -1

Видим, что знач. обратные умень. возр. Для удобства отметим все на окружности. Заметим, что находим такие знач., что $\sin x : \cos x$ есть целое ~~это~~ число



Воспримем их $\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ не используем, т.к. $\cos\frac{\pi}{2} = 0$, а деление на 0 запрещ.

x	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$
0	0	1	0
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
π			
$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
2π	0	1	0

~~Как видим, где 2015 значениях повторяются для $\operatorname{tg} x$~~ ~~$\underbrace{1; 2015; 2015^{-1}; 2015; 2015^{-1}}_{\text{повторяемость}}$; 1, и т.д.~~

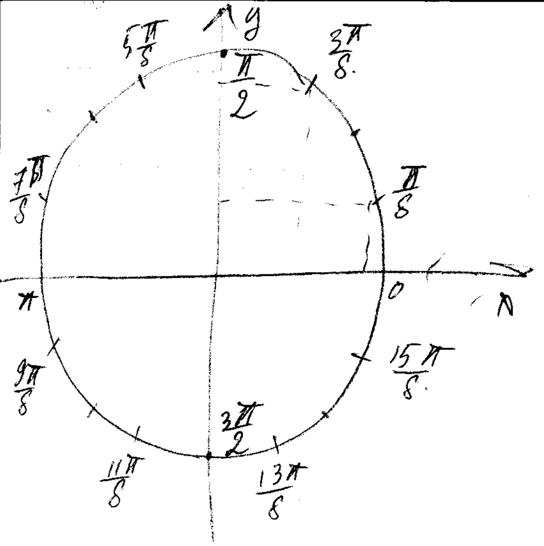
Т.е. $x = \cancel{2\pi}\,\pi n$, $x = \frac{\pi}{4} + \cancel{2}\pi n$, $x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$, $n \in Z$

Рассмотрим $\operatorname{tg} 2x$

$\operatorname{tg} 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \Rightarrow$ ~~кол~~ кол-во знач. увелич.

$\sin x\ [-2; \ldots 2]$

$\cos x\ [2 \ldots -2]$



Теперь надо исключить $\frac{n\pi}{4}$, т.к. при умножение на 2 будет $\frac{n\pi}{2}$, $\Rightarrow \cos x = 0$.

Мы взяли $\frac{n\pi}{8}$ за тем, что, когда буде умнож на 2, то будет $\frac{n\pi}{4}$, что говорит о том, что $\sin 2x : \cos 2x$

Там будет типа $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ только разные знаки

$x = \pi n$; $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{8} + \pi n$; $x = \frac{3\pi}{8} + \pi n$; $x = \frac{5\pi}{8} + \pi n$; $x = \frac{7\pi}{8} + \pi n$

$n \in Z$

При совмещении этих данных, т.к. $tg\,x$ и $tg\,2x$ выполняются вместе получаем только $(x = \pi n,\ n \in Z)$

~~Ответ~~

$tg\,x = 1$ или 0

$tg\,2x = 1$ или 0. $\Rightarrow 2015^{tg\,x} = 1$ и 0. Эти значения повторяются $\underline{1\ 0}$ $1010\ldots$

повтор. эл-т.

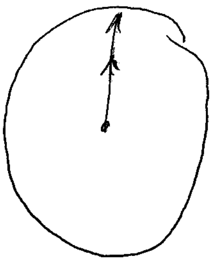
Ответ 1) $\pi n, n \in Z$ 2) $\underline{1; 0}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7/12

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 17ЖМ11

№4



Найдем скорости стрелок.

Часовая стрелка 1 оборот = $= 360^\circ$ при этом $t = 12ч \cdot 60 мин$ =>

$=> v = \frac{360}{12 \cdot 60}$ градусов в минуту $= \frac{1}{2} \frac{гр}{мин}$

Скорость минутной стрелки

1 оборот $= 360^\circ$ за 60 мин.

$\frac{360^\circ}{60} = 6$ градусов в минуту

Пусть прошло время $= t$.

Первая стрелка прошла часовая $\frac{1}{2}t$ градусов

Минутная $6t$ градусов

Их разница $6t - \frac{1}{2}t = 2$ $\quad \frac{11t}{2} = 2$ $\quad t = \frac{4}{11}$ мин

*прошло время с полудня.

Часовая показывает $\frac{2^\circ}{11}$ минут $= \frac{12}{11}$ минут

Минутная $\frac{24^\circ}{11}$ градуса $= \frac{24 \cdot 6}{11}$ минут

$\frac{60 мин}{360^\circ} => 1^\circ мин = 6 мин$ $\quad \frac{360^\circ}{60 мин} = 1^\circ$ за 6.

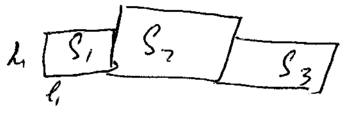
Ответ

Сейчас время $\frac{12}{660}$ часов $\frac{144}{11}$ минут

№7

Дано
$S_1=15$
$S_2=60$
$S_3=180$
$l_{вся}=30$

$l_1 h_1$ - это у 1-го
У остальных мы не знаем
может быть так, что
у 2 высота не самая
большая или ~~меньшая~~ мин



Арифм. прогр
l_1 - длина первого
l_2 - длина следующего (2 или 3)
l_3 - дл следующ (3 или 2)
$l_2 = l_1+d$ $l_3 = l_1+2d$

Известно, что $l_1+l_1+d+l_1+2d=30 \Rightarrow 3l_1+3d=30 \Rightarrow$
$\Rightarrow l_1+d=10 \Rightarrow d=10-l_1$ подставим в l_2
$l_2 = l_1+10-l_1 = 10 \Rightarrow l_2=10$ для 2
$S_2 = l_2 \cdot h_2 \Rightarrow 60 = 10\cdot h_2 \Rightarrow h_2 = 6$ или $\boxed{l_2=10 \text{ (для 3) } h_2=\frac{180}{10}=18}$
$l_3 = 20 - l_1$

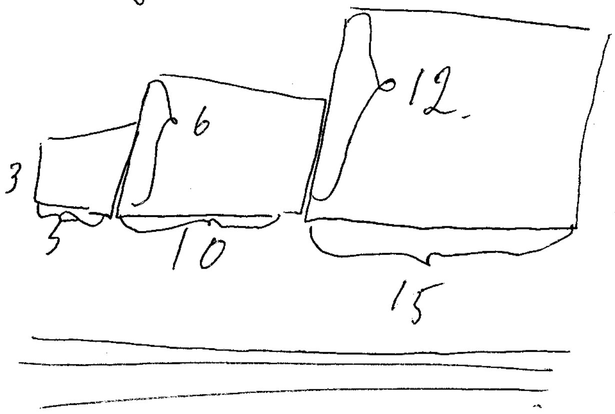
Дано, что l_2 ∈ целым ⇒ l_1 тоже целое, да еще к тому что $15=5\cdot 3$ (множители) ⇒ длина 1-го или 5 или 3 ⇒
⇒ разница d или 5 или 7 Рассмотр.
если $d=7$, то 3 10 17 → не подходит, т.к. 60:17 180:17 ⇒ $d=5$
$d=5$, то 5 10 15 ⇒
⇒ $h_1=3$ $h_2=6$ $h_3=12$ → это и есть целое
утверждение заключ в том, что
$h_2=6$ мы нашли из предыд. док-ва
и к нему соотв. только так, иначе
у нас не получается прогрессии
$d=5$ $q=2$

Пьедестал

15 | 3 5

60 | 2, 30 | 2, 15 | 3, 5 | 5, 1

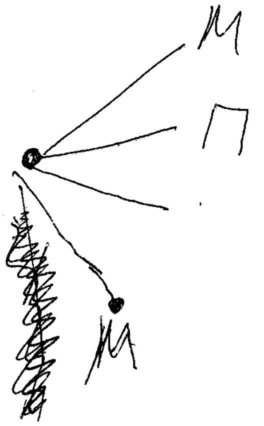
180 | 2, 90 | 2, 45 | 3, 15 | 3, 5 | 5, 1



Дополнительно использовали вот это, чтобы смотреть какие будут размеры.

Ответ 3×5; 6×10; 12×15

№1



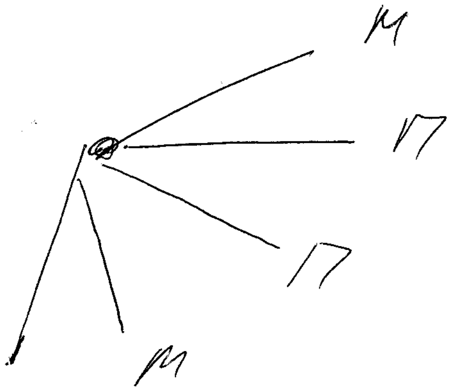
Меньше пяти быть не может

Если их три => на одной есть М (соединяет с М), но => => нет соед П что противоречит => не меньше 4 => (тк соединяет несколько предпр.)
=> найдется еще обязательно 1 линия, связывающая с другими предпр.
При этом 1 линия будет свободна.
Меньше быть может – 4
При этом все условия удовлетво-

решн: 1) несколько предпр
2) М обяз 1 из 3
2) П обяз 1 из 4

Если их пять, то
М ставим на люб. минимо, но у нас
есть еще 2 мини для М + можно
использовать 1 минимо и предыдущ
М, то есть уже есть 2 М.

~~Та~~ У нас 5 городов => 2П.
возможно 4 из 4 на одной
и 1 из 4 на другой



остается 1 свободная

Ответ 1) может наруше 4.

2) может

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Зелен И- 34

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ АЛЕКСЕЕВ

ИМЯ ВЛАДИМИР

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 27.02.1999

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

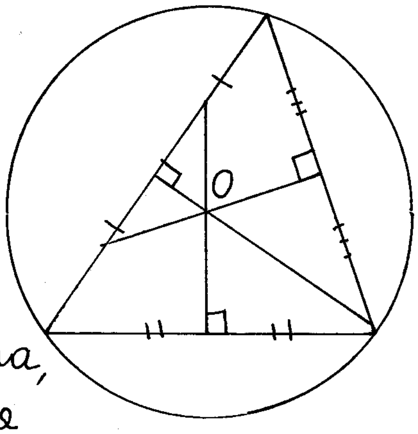
Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 12 423097

Паспорт выдан: отделением УФМС России по Красноярскому краю в г. Зеленогорске. 25.03.2013.

② Ось вращения должна проходить через точку пересечения серединных перпендикуляров, или другими словами, через центр описанной окружности. Эта точка будет равноудалена от вершин треугольника, поэтому при вращении они все будут двигаться по одной окружности, образовывать тем самым окружность, ограничивающую круг наименьшей площади.



Ответ: ось вращения должна проходить через точку, служащую центром описанной окружности около данного треугольника.

④ Когда проходит одна минута, минутная стрелка сдвигается на 6°, часовая стрелка на $0,5^\circ$. Начинаем рассматривать варианты. 12:01 – 1) 6° (положение мин. стрелки), 2) $0,5^\circ$ (положение часовой стрелки). 13:05 – 1) 30°, 2) $32,5^\circ$. 13:06 – 1) 36°, 2) 33°. 14:11 – 1) 66°, 2) $65,5^\circ$. 15:15 – 1) $97,5^\circ$, 2) 90°. 15:16 – 1) 96°, 2) 98°. $98^\circ - 96^\circ = 2^\circ$.

Ответ: часы показывают время 15 часов 16 минут (15:16).

③ $x^2 + px + q = 0$. $D = p^2 - 4q = 0$, т.к. 1 корень.

$$-\begin{array}{l} p^2 - 4q = 0 \\ x^2 + px + q = 0 \\ \hline p^2 - x^2 - 5q - px = 0. \end{array}$$

$(p - x)(p + x) - 5q - px = 0.$

$(p - 2\sqrt{q})(p + 2\sqrt{q}) = 0.$

$p = 2\sqrt{q}$ или $p = -2\sqrt{q}$.

$p^2 = (\pm 2\sqrt{q})^2$. $4q - 4q = 0$.

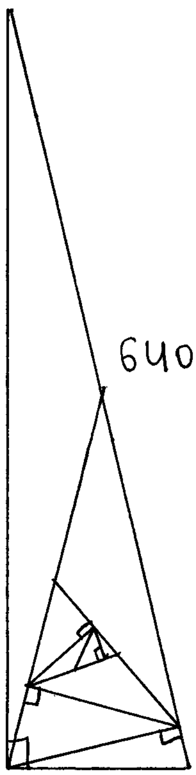
$x=-1,\ p=2,\ q=1.\ x^2+px+q=0.\ 1-2+1=0.\ 0=0.\ p^2-4q=0.\ 4-4=0.\ 0=0.$

Ответ: $-1;\ 0;\ 1.$

(5) Ивану Ивановичу лучше всего сделать так: Во все банки положить по 200000 рублей. Самый плохой исход: разоряется банк с утроенным вкладом, в итоге Иван Иванович забирает через год 600000 рублей. Также он может сделать по-другому: положить в банки одинаковую сумму и дома оставить оставшиеся деньги. Банк с двойным вкладом перекроет вложенные в разорившийся банк с утроенным вкладом и Иван Иванович сможет забрать ту же сумму, которую разложил.

Ответ: ему надо положить в каждый банк одинаковую сумму денег, при необходимости оставить некоторую часть дома.

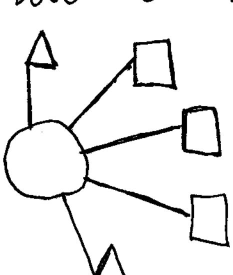
(6) $180^\circ = \pi.\ 90^\circ = \frac{12}{24}\pi.\ \frac{11}{24}\pi = 82{,}5^\circ.$



Длина аллеи-гипотенузы $= 640/2/2/2/2 = 40$м, ибо она каждый раз уменьшается в 2 раза. Один из катетов равен 25 м => по теореме Пифагора другой $= \sqrt{1600-625} \approx 31$м. $S_{5\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 31м \cdot 25м = 387{,}5\ м^2.$

Ответ: $a = 40$м (аллея-гипотенуза), $S_{5\Delta} = 387{,}5\ м^2.$

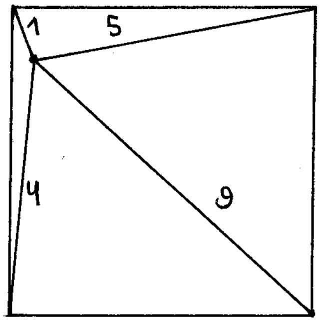
(7) Число линий меньше пяти не может быть. Линии, которые не ведут ни в М, ни в П, не найдутся.



$\boxed{\begin{array}{l}\Delta - П. \\ \square - М.\end{array}}$

Среди любых 3 найдутся $\square$ и среди любых 4 найдется Δ.

7 Мюллер не должен верить такому сообщению, потому что диагональ квадрата должна быть в $\sqrt{2}$ раза больше его стороны. $\sqrt{2} = 1,4$. А 9 км – не на диагонали, поэтому она еще меньше. Сторона будет равна примерно 6 км. $6 * 1,4 = 8,4$ км. $8,4 < 9$.



Ответ: не должен верить.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	М10-9	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр

ФАМИЛИЯ Алешина

ИМЯ Вероника

ОТЧЕСТВО Вячеславовна

Дата рождения 27.03.98 **Класс:** 10

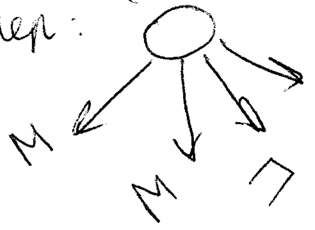
Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.98 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N1. Пусть число всех линий n, тогда число линий, ведущих в М равно $(n-2)$, т.к. среди 3 обязательно есть одна, ведущая в М, аналогично для числа линий, ведущих в П, их количество – $(n-3)$. Число всех линий может быть меньше 5. Пример:



. Число линий не может быть больше 5. Док-во:

~~Пусть $n > 5$.~~

~~$n-2 > 3$ $n-3 > 2$~~

Т.к. одна линия не может идти одновременно и в П, и в М, то

$(n-2)+(n-3) \leq n$

$2n-5 \leq n$

$n \leq 5$.

При $n=5$.

Число линий, ведущих в М равно 3,

Число линий, ведущих в П равно 2. Сумма равна 5.

$\Rightarrow$ Свободных линий, не ведущих ни в М, ни в П, нет.

N 3 $x^2+px+q=0$ $D=0$ $p^2-4q=0$ (1) $p=2\sqrt{q}$

$T(T(T(x)))=0$ Пусть $T(T(x))=a$

$T(a)=a^2+pa+q=0$

$D=p^2-4q=0$ (1)

$a^2+2\sqrt{q}\,a+q=0$

$(a+\sqrt{q})^2=0$

$a=-\sqrt{q}$

$T(T(x))=-\sqrt{q}$

Пусть $T(x)=b$

$T(b)=b^2+pb+q+\sqrt{q}=0$

$(b+\sqrt{q})^2+\sqrt{q}=0$

$\begin{cases} b+\sqrt{q}=0 \\ \sqrt{q}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ q=0 \end{cases}$

$T(x)=b$

$T(x)=0$

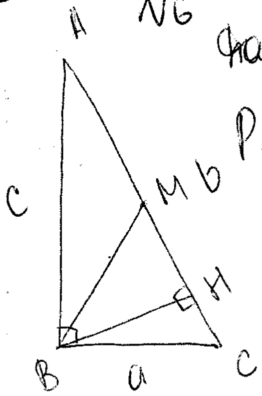
$x^2+px+q=0$

$x=0$ $x=-p$

Тогда корни будут

$x=-\sqrt{q}$; $x=0$; $x=-p$

см. на обр. стороне



№6

Дано: $\triangle ABC$ ($\angle B = 90°$); $\angle\alpha = \angle A = \frac{11}{24}\pi$; $AC = 640$; BH - высота
BM - медиана

Решение:

В $\triangle ABC$ $AM = MC = BM = R$ описан. окр. $BM = \frac{1}{2}AC$

В каждом новом прямоуг. треугольнике алмаз-гипотенузой будет алмаз-медиана предыдущего, которая будет равна половине алмаз-гипотенузы предыдущего

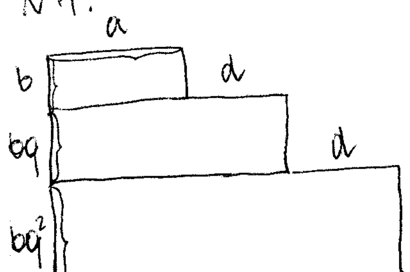
Соответственно:

номер треугольника	длина гипотенузы
1	640 м
2	320 м
3	160 м
4	80 м
5	40 м

$c = \frac{b}{\cos\alpha}$ $\quad BH = c\sin\alpha = b\,tg\alpha$ $\quad a = \cancel{b}\, c\sin\alpha$

Ответ: длина алмаз-гипотенузы 40 м

№7.



$a + (a+d) + (a+2d) = 30$

$$\begin{cases} a + d = 10 \\ ab = 15 \\ 10bq = 60 \\ (10+d)bq^2 = 180 \end{cases} \qquad \begin{cases} d = 10 - a \\ b = \frac{15}{a} \\ q = \frac{3}{2 - 0{,}1a} \end{cases} \qquad b = \frac{60}{10q}$$

$ab = 15$

$\frac{6a}{q} = 15$

$\frac{6a(2 - 0{,}1a)}{3} = 15$

$6a(2 - 0{,}1a) = 45$

$0{,}6a^2 - 12a + 45 = 0$

$a^2 - 20a + 75 = 0$ продолжение на листе 2

$D = 10^2 - 75 = 25$

$a = 10 + 5 = 15$ не уд. усл.

$a = 10 - 5 = 5$

$a = 6$

$b = 3$

$q = \cancel{\ } 2$

$d = 5$

Ответ: пьедестал состоит из прямоуг, размеры которых: 5×3; 10×6; 15×12

N2.

$tg 2x = \dfrac{tgx+1}{1-tgx}$ $tgx \in Z$ $tg2x \in Z$

~~единственное~~ Уравнение решается в целых числах, если $tgx = -1$, т.к.

$tgx+1 = 2(1-tgx)$ или $1-tgx = 2(tg+1)$ или $tgx+1=0$

$3tgx = 1$ $3tgx = -1$ $tgx=-1$

$tgx \notin Z$ $tgx \notin Z$

$tgx = -1$

$\cancel{x = -\frac{\pi}{4} + \pi n}$ $x = \frac{3}{4}\pi + \pi n$.

Ответ: $x = \frac{3}{4}\pi + \pi n$

N5.

Из-за неизвестности не целесообразно размещать на счетах разные суммы денег. Пример:
~~...~~ Пусть банк a - удвоит, b - утроит, c - разорится и d - тоже.

$a - 2\cdot10^5$ | через год ⇒ | $a - 4\cdot10^5$
$b - 2\cdot10^5$ | | $b - 6\cdot10^5$
$c - 2\cdot10^5$ | | $c - 0$
$d - 0$ | | $d - 0$

10^6, доход $4\cdot10^5$ рублей.

Максимальный доход будет в том случае, если через год один из вкладов станет или равен, или больше первоначальной суммы, тогда другой вклад будет чистым ~~...~~ доходом. Тогда:

$$\boxed{\begin{matrix} 2a \geq \cancel{*}6\cdot10^5 \text{ или } 3b \geq 6\cdot10^5 \\ a \geq 3\cdot10^5 \text{ или } b \geq 2\cdot10^5 \end{matrix}} \quad (1)$$

Т.к. на всех вкладах изначально одинаковое кол-во денег, то на каждом из них будет $n \leq 2\cdot10^5$ (2)

Учитывая условие (1) и (2) единственная подходящая сумма $2\cdot10^5$. На каждом вкладе будет по $2\cdot10^5$ рублей. Тогда через год, Иван Иванович получит 10^6 рублей. Данная ситуация разобрана в примере.

N4.

Каждый час часовая стрелка проходит дугу в $\frac{360}{12} = 30°$, тогда каждую минуту часовая стрелка проходит дугу в $\frac{30}{60} = 0{,}5°$

Минутная стрелка каждую минуту дугу $\frac{360}{60} = 6°$

см. на обратной стороне.

~~Пусть в этот момент времени минутная стрелка будет впереди тогда n - кол-во прошедших минут.~~

~~$6n - 0{,}5(n+\cancel{?}) = 2$~~

На первом кругу такого момента времени не будет, т.к. от местоположения 12:00 с каждой минутой стрелки отклоняются на $0{,}5n$ и $6n$ градусов.

тогда $6n - 0{,}5n = 2$ ~~$360 + 6n - 0{,}5 = 2$~~

$n \notin \mathbb{Z}$

Через час часовая стрелка отклонится на $0{,}5 \cdot 60 = 30°$, минутная на $0°$ (от 12).

Через каждые 2 минуты	Пройденная дуга часовая	минутная	Разность
13:02	31	12	19
13:04	32	24	2
13:06	34	36	2

Ответ: Стрелки покажут 13:06.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	**Вариант №** 7091	М 9Абан 8 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Апошенко

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Павлович

Дата рождения 07.04.1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 13.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) $100 \cdot 43 = 4300$ $43 \cdot 3 = 129$ $4257 + 25800 = 30057$

$43 \cdot 99 = 4257$ $129 \cdot 200 = 25800$ $30057 + 10000 =$
$= 40057$

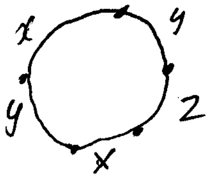
$40057 : 200 = 200{,}28$ $200{,}28 \cdot 100 = 20028$

$20028 : 1100$ $3x \cdot 100 + x \cdot 199 = 20028$

$499x = 20028$ $x \approx 41{,}3$ $41{,}3 \approx 42$

$x = 20028 : 499$

Ответ: 42 копейки

2) 

3 цвета

$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ способа

3) Для того что бы кол-во шашек по горизонтали и вертикали сразу не совпало нам нужно чтобы хоть половина была свободна, а так как кол-во шашек $= 8+7+6+5+4+3+2+1 = 36$, а половина $64 : 2 = 32$, то это невозможно, а если цвет чить доску, то ничего не изменится, шашки всегда будут занимать больше половины доски.

4) $x + \frac{1}{z} = 5$ $x = 5 - \frac{1}{z}$ $x = 5 - \frac{1}{\frac{1}{x(29 - \frac{1}{x})}}$ $x = 6 - 29x$ $30x = 6$ $x = \frac{1}{5}$

$\frac{1}{z} = 5 - 0{,}2$ $\frac{1}{z} = 4{,}8$ $z = \frac{1}{4{,}8}$ $y = 29 - \frac{1}{0{,}2} = 24$

$z + \frac{1}{y} = \frac{1}{4{,}8} + \frac{1}{24} = \frac{24 + 4{,}8}{115{,}2} = \frac{288}{1152} = \frac{72}{288} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

5) Т.к чисел 15, а на 7 делится 8 чисел, а на 11 делятся 10 чисел, а на 7 и на 11 делятся 11-15= делить то $8 + 10 = 18$, а чисел $15 \Rightarrow$ и на 7 и на 11 делятся 3 числа, если брать наименьшие, то это 77, 154; 231, а $231 > 220$

6) $n = 1$ $x = 2$ $x^1 - 1 = \frac{x}{2}$ $2^1 - 1 = \frac{2}{2} = 1$

7) ~~Т.к.~~ диагонали AC и BD перпендикулярны, на пересечении поставим точку O, т.к. AC и BD перпендикулярны, то

$\cancel{\frac{AO}{OC}} = \frac{BO}{OA}$ $\frac{AO}{OB} = \frac{OC}{DO} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AO}{OB} = \frac{OC}{DO} \Rightarrow BC \cdot AD = AB \cdot CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7091	шифр: N-6

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ АРСАЛАНОВ

ИМЯ АРТЁМ

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 27.08.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 100 монолайк } 300 - общее кол-во сотрудников ком-
200 громофон } пании.

1 сотрудник (монолайк) $\xrightarrow{\text{звонит}}$ 299 с. $\xrightarrow{43\cdot 3к}$ 200 с. (громофон)

$\xrightarrow{43к}$ 99 с. (монолайк)

$\dfrac{(43\cdot 3\cdot 200 + 99\cdot 43)\cdot \cancel{100}}{\cancel{100}}$ = 30057 рублей - Ежедневный доход Монолайк.

$\begin{array}{r} \times\,129 \\ 200 \\ \hline 25800 \end{array}$ $\begin{array}{r} \times\,99 \\ 43 \\ \hline +\,297 \\ 396 \\ \hline 4257 \end{array}$ $\begin{array}{r} +\,25800 \\ 4257 \\ \hline 30057 \end{array}$ ⟹ Ежедневный доход Громофон >

30057+10000 = > 40057 рублей

1 сотрудник (громофон) $\xrightarrow{\text{звонит}}$ 299 с $\xrightarrow{3x}$ 100 с (монолайк)

$\xrightarrow{x}$ 199 с (громофон)

Пусть x будет ценой внутрисетевого звонка Громофон, то цена звонка в другую сеть равна x·3x.

$\dfrac{(3x\cdot 100 + 199x)\cdot \cancel{200}}{\cancel{100}} = 499x\cdot 2 = 998x$

$998x > 40057$ руб.

$x > 40{,}1$

$x = 41$ копейка.

$\begin{array}{r|l} -40057 & 998 \\ 3992 & 40{,}1 \\ \hline -1370 & \\ 998 & \\ \hline 372 & \end{array}$

Ответ: 41 копейка.

№4

$xyz=1$ $x+\frac{1}{z}=5$ $y+\frac{1}{x}=29$ $z+\frac{1}{y}=?$

$x+\frac{1}{z}=5$ $\frac{1}{z}=5-x$ $z=\frac{1}{5-x}$

$xyz=1$ $y=\frac{1}{xz}=\frac{1}{x\cdot\frac{1}{5-x}}=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{5-x}}=\frac{5-x}{x}$

$y+\frac{1}{x}=29$ $\frac{5-x}{x}+\frac{1}{x}=29$ $\frac{6-x}{x}=29$ $6-x=29x$ $30x=6$ $x=\frac{1}{5}$

$z=\frac{1}{5-x}=\frac{1}{5-\frac{1}{5}}=\frac{1}{\frac{25-1}{5}}=\frac{1}{\frac{24}{5}}=\frac{5}{24}$

$y+\frac{1}{x}=29$ $y+\frac{1}{\frac{1}{5}}=29$ $y+5=29$ $y=24$

$z+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}+\frac{1}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}=0{,}25$ Ответ: 0,25

(N5) Пусть у нас есть 15 ~~в~~ натуральный чисел, 8 из которых делятся на 7, 10 из которых делятся на 11.

a b c d e f g h i j k l m n o — 15 чисел.

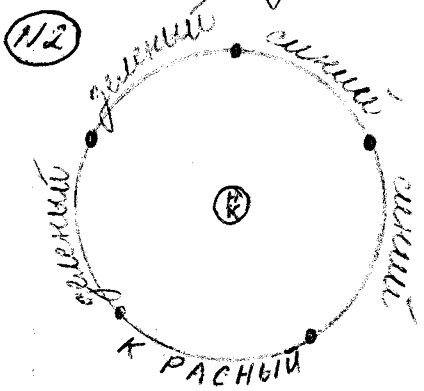
числа делящиеся и на 7 и на 11.

77, 154, 231 — первые три числа делящиеся и на 7 и на 11.

231 > **220** ⇒ есть число больше 220 чтд.

(N3) Это невозможно.
Кол-во горизонтальных ~~строк~~ рядов равно 8.
Минимальное кол-во шашек на одном ряду равно 1, а максимальное равно 8
Минимальное кол-во шашек на одной вертикали равно 1, а максимальное 8 ⇒ Вне зависимости от расстановки кол-во шашек н хоть на одной горизонтали ~~совпадет~~ и одной вертикали совпадет.

(N2)



Для раскраски деревянных частей забора, чтобы каждая дуга была одного цвета, а любые две соседние дуги имели разные цвета, нужно как минимум 3 цвета. Есть лишь 1 способ раскраски, если не менять цвета местами.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

10я 238 м 12

№ группы **Вариант №** 7101 шифр

ФАМИЛИЯ Атласов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 8 апреля 1999г **Класс:** 10«В»

Предмет Математика **Этап:** II

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

5) 15 чисел 8 чисел делится на 7
10 чисел делится на 7

Сначала взял 8 чисел которые делится на 7 это: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56.
потом ~~10~~ 10 чисел которые делится на 11: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110

потом те которые делится на 7 и 11 это 77, 154, 231, 308, 385

Сначала поставил те числа которые делится на 7

7, 14, 21, 42, 49

потом те числа которые делится на 11

88, 33, 44, 55, 66, 99, 110

потом ~~те~~ которые делится на 7 и 11

154, 231, 77

получилось ровно 15 чисел: 7, 88, 154, 14, 231, 21, 33, 44, 55, 42, 66, 49, 77, 99, 110

~~Числа~~ 8 чисел: 7, 154, 231, 14, 21, 42, 49, 77 делится на 7

10 чисел: 88, 154, 231, 33, 44, 55, 66, 77, 99, 110 делится на 11

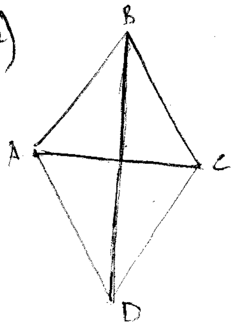
~~Ответ числа которые делится на 7 и 11 чис- числа 77, потом 154 и 231, так что если не взять~~

Ответ: число 231 больше 220, и если не взять это число то не получится 15 чисел.

6) $[\cos^2 x(x+2)] \geq \frac{x}{\pi}$ $\quad [-3\sin^2 x 3] \geq \frac{\pi}{\pi}$

$-6\sin^2 \geq \frac{x}{\pi} \Rightarrow -6\sin^2\pi \geq x$

Ответ $-6\sin^2\pi \geq x$

7) 

$AC \perp BD$

Если ~~А~~ диагонали AC и BD перпендикулярна, то это ромб, это значит что все стороны равны, и получается

~~AB~~ $BC+AD = AB+CD$

Ответ $BC+AD = AB+CD$.

4) $xyz + \frac{1}{xyz} = a$, $x + \frac{1}{y} = b$, $y + \frac{1}{z} = c$ $\quad z + \frac{1}{x}$

$xyz + \frac{1}{xyz} = \left(x+\frac{1}{y}\right)\cdot\left(y+\frac{1}{z}\right)\cdot\left(z+\frac{1}{x}\right)$

$\frac{xyz + \frac{1}{xyz}}{\left(\frac{x}{1}+\frac{1}{y}\right)\cdot\left(y+\frac{1}{z}\right)} = z+\frac{1}{x} \Rightarrow \cancel{xyz} + \frac{1}{x\cancel{yz}} \cdot \frac{1}{\cancel{xy}} + \frac{yz}{1} =$

$= z + \frac{1}{x}$

1) Дано: 100 сотрудников с Мохолайтом и ~~с~~ 200 Гринфоном один ~~звонок~~ внутрисетевой звонок Мохолайта берет 0,43 рб, а ~~друг~~ звонок в другую сеть берет в 3 раза больше

~~Решение~~
~~За один звонок~~

Решение

За один внутрисетевой звонок Мохолайт берет 0,43 рб, значит

~~в день один М~~ ⟹

в день один сотрудник Мохолайта тратит: 258 + 42,57 = 300,57 рб

$M \rightarrow 99M = 99 \cdot 0{,}43 = 42{,}57$ рб

~~М -> 200~~

А звонок в другую сеть берет в 3 раза больше:

$M \rightarrow 200\Gamma = 200 \cdot (0{,}43 \cdot 3) = 258$ рб

Все сотрудники с Мохолайтом тратят в день $300{,}57 \cdot 100 = 30057$ рб,

а это значит что все сотрудники Гринфона тратят в день 40000 рб

$x \cdot 200 = 40000$ рб

$x = \frac{40000}{200} = 200 \quad x = 200$ рб

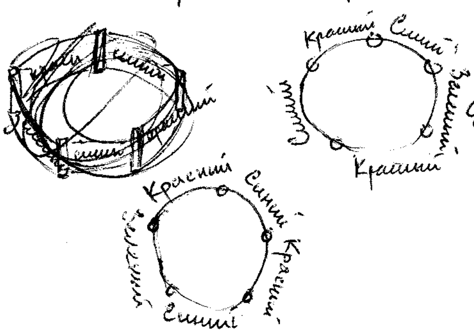
Один звонок Гринфона берет 40 коп

$\Gamma \rightarrow 199\Gamma = 199 \cdot 0{,}4 = 80$ рб $120 + 80 = 200$ рб

$\Gamma \rightarrow 100M = 100 \cdot 1{,}2 = 120$ рб

200 рб $\cdot 200$ сотр $= 40000$ рб в день   Ответ: внутрисетевой 0,4 рб, в другую сеть 1,2 рб

2)

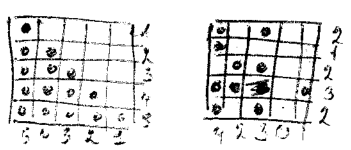


Если круг разделен на 5 дуг, то закрасить дугами цветами, так чтобы две соседние были разными невозможно, минимум 3 цвета,

Ответ: минимум 3 цвета, и 1 способом

3) Ответ: не может, ~~потому что~~ например я взял квадрат 5×5 и не получается

● – подстанции



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	N-5	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7091	шифр

ФАМИЛИЯ БАЛДАЕВ

ИМЯ АНДРЕЙ

ОТЧЕСТВО СТАНИСЛАВОВИЧ

Дата рождения 16.03.00 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Балдаев Андрей Станиславович. 9 класс

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ N5

№ 1

	внутр.	друг. сеть	
100 сотр. — Монолайн	43 коп	43 · 3	x = ?
200 сотр — Грамофон	< 43 коп	x · 3	если Г.—М. ≥ 10000 руб.

1) для сотрудников с сетью Монолайн:

$((99\cdot 43)+(200\cdot 43\cdot 3))\cdot 100 = 30.057$ руб.

$99 \cdot 43$: 297, 396, 4257; $43 \cdot 600 = 25800$; $25800 + 4257 = 30057$

$30.057 \cdot 100 = 3005700$ коп $= \underbrace{30.057}$ руб. — доход с пользователей Монолайна

2) для сотрудников с сетью Грамофон:

$((199\cdot x)+(100\cdot x\cdot 3))\cdot 200 = 998x$ руб.

$199x + 300x = 499x$

$499x \cdot 200 = 99800x$ коп $= \underbrace{998x}$ руб.

3) сравниваем доходы:

$998x - 30.057 \geq 10.000$

$998x \geq 40.057$

$x \geq \frac{40.057}{998}$

40057 : 998 = 40,103 ...; −3992; 1370; −998; 3720

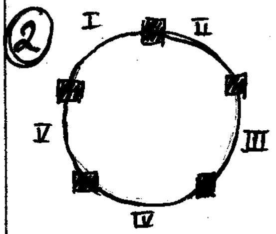
$x \geq 40{,}1$ коп

т.к. $x \in Z \Rightarrow x = 41$ коп / 42 коп.

~~для др. сетей 41 · 3 = 123 коп~~

4) Ответ: звонки с Грамофона стоят 41 коп. по внутр. сетям ~~и 1 руб 23 коп для друг. сетей~~.

② Условие:



1 - кажд. дуга одного цвета

2 - две соседн. дуги имеют разные цвета

1) закрасим I дугу в черный, а II дугу в белый цвет и повторим эту последовательность ещё раз получится: Ч–Б, Ч, Б, V — мы видим, что используя этих два цвета мы не сможем закрасить V дугу, т.к. это противоречит условию № 2. ⇒

⇒ 2) нам придётся ввести ещё один цвет например зелёный(3) ⇒ тогда всего будет использовано 3 цвета и это минимум.

3) существуют способы:

Ч–Б, Ч, Б, З Б–Ч, Б, Ч, З , их 2.

4) Ответ: min кол-во цветов — 3 и существует 2 способа

№ 4

$xyz=1$; $x+\frac{1}{z}=5$; $y+\frac{1}{x}=29$. ~~$y+\frac{1}{x}=$~~ $z+\frac{1}{y}=?$

1) выражаем z из 1 го уравн-я:

$z=\frac{1}{xy}$, подставляем во 2-е: $x+\frac{1}{\frac{1}{xy}}=5=x+xy$, отсюда

выражаем y: $y=\frac{5-x}{x}$ и подставляем в 3-е уравн-е:

$\frac{5-x}{x}+\frac{1}{x}=29$; $\frac{6-x}{x}=29$; $29x=6-x$; $30x=6 \Rightarrow x=\underline{\underline{\frac{1}{5}}}=0{,}2$

2) находим y и z:

$y=29-\frac{1}{\frac{1}{5}}=\underline{\underline{24}}$; $z=\frac{1}{24\cdot 0{,}2}=\frac{1}{\frac{24}{5}}=\underline{\underline{\frac{5}{24}}}$

3) находим значение $z+\frac{1}{y}=?$:

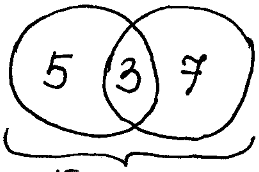
$\frac{5}{24}+\frac{1}{24}=\frac{6}{24}=\underline{\underline{\frac{1}{4}}}=0{,}25$

4) Ответ: $z+\frac{1}{y}=0{,}25$

№ 5

15 чисел $\in N$ из них:
8 чисел $\vdots 7$ и 10 чисел $\vdots 11$

Док-ть: если среди этих чисел, число >220



15 чисел

$\Rightarrow$ 3 числа $\vdots 7$ и $\vdots 11$

~~1)~~ У нас 3 числа из 15 кратны ~~7~~ 7 и 11. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ найдем их кратные: (первые 3 кратных числа, кот. $\in N$)

$7\cdot 11=\underline{77}$

$77+77=\underline{154}$

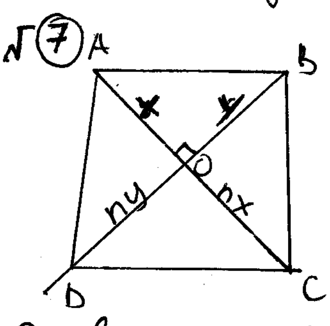
$154+77=\underline{231}$

– а так все эти 3 числа обязательно входят в состав 15-чисел, и $231>220 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ среди них есть число >220

Ответ: да, среди них есть число, кот. больше 220.

№ 7



Сравнить:

$AD\cdot BC \vee AB\cdot DC$

n – коэффициент подобия не может $=1$, $n\geq 1$

$n\neq 1$

1) возьмем сторону OB за y, AO за x

2) $\triangle AOB$ подобен $\triangle DOC$ по 3-ём углам

пусть коэффициент подобия – n, тогда $OC=nx$, $OD=ny$,

по теореме пифагора $AB=\sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow DC=n\sqrt{x^2+y^2}$, аналогично найдем стороны $AD=\sqrt{n^2y^2+x^2}$, $BC=\sqrt{n^2x^2+y^2}$

3) умножаем и сравниваем:

$\sqrt{(n^2x^2+y^2)(n^2y^2+x^2)} \vee n\sqrt{(x^2+y^2)^2}$ – возводим в квадрат:

$(n^2x^2+y^2)(n^2y^2+x^2) \vee n^2(x^4+2x^2y^2+y^4)$ – раскрываем скобки:

$n^4x^2y^2+\cancel{n^2x^4}+\cancel{n^2y^4}+x^2y^2 \vee \cancel{n^2x^4}+2n^2x^2y^2+\cancel{n^2y^4}$ – сокращаем подобные:

$n^4x^2y^2+x^2y^2 \vee 2n^2x^2y^2$

$\cancel{x^2y^2}(n^4+1) \vee \cancel{x^2y^2}\cdot 2n^2$

$n^4+1 \vee 2n^2$ – подставим любое n например ~~2~~ 2:

$n=2$: $17>8 \Rightarrow AD\cdot BC > AB\cdot DC$

Ответ: $AD\cdot BC > AB\cdot DC$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

2XTM11

шифр

№ группы

Вариант № 7111

ФАМИЛИЯ Белоусов

ИМЯ Илья

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 24.12.1996 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1)

	N сотрудн.	внут. сети	друг. сеть
Монолайн	100	43 коп.	$3 \cdot 43 = 129$ к
Громофон	200	X коп. (X-цел., X<43)	3x коп.

а) каждый сотрудник, значит, Монолайна делает 99 звонков внутри сети и 200 звонков в другую сеть за 1 день.

$\Rightarrow 99 \cdot 43 = 4257$ коп. (один сотруд. Монолайна звонит внутри сети за 1 день)

$200 \cdot 129 = 25800$ коп. (один сотруд. Монолайна звонит ~~внутри~~ другую сеть за 1 день)

$4257 + 25800 = 30057$ коп. (тратит 1 сотрудник. Монолайна за 1 день)

$30057 \cdot 100 = 3005700$ коп (тратят все сотрудники Монолайна за 1 день)

б) Значит, каждый сотрудник Громофона делает 199 звонков внутри сети и 100 звонков в другую сеть.

$\Rightarrow \quad 199 \cdot X = 199x$ (коп.) (сотрудник Громофона тратит на разговоры вн. сети)

$100 \cdot 3x = 300x$ (коп.) (сотрудник Громофона тратит на разговоры с другой сетью)

$199x + 300x = 499x$ (коп.) (сотрудник Громофона тратит всего на разговоры в день)

$499x \cdot 200 = 99800x$ (коп.) (тратят сотрудники Громофона за день)

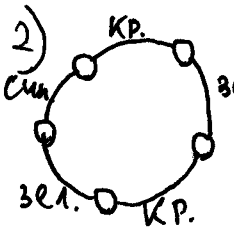
в) $10\,000$ руб $= (10\,000 \cdot 100)$ коп $= 1\,000\,000$ коп.

г) $99800x = 3005700 + 1000000 = 4005700$

$x \approx 40{,}137$ (коп) если X – целое, то по условию задачи нам подойдут $X = 41$ (к) или $X = 42$ (коп.)

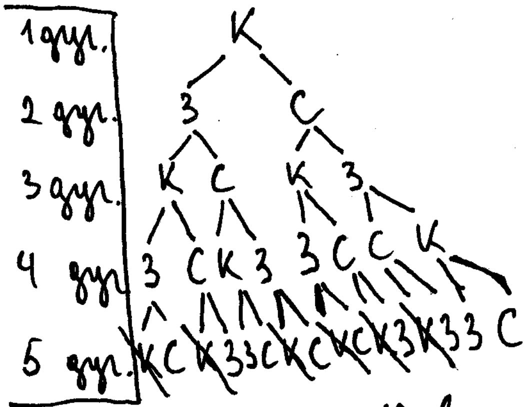
$X = 40$ уже по условию не подойдет

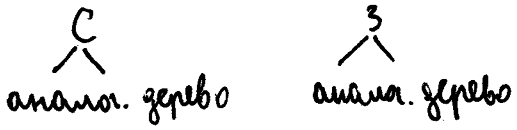
Ответ: звонки с Громофона могут стоить внут. сети 41к или 42к.

2) 

Два цвета за минимальное возможное взять недостаточно, поскольку условие, что две соседние дуги будут иметь разные цвета, выполняться не будет.

Минимальное достаточное количество цветов = 3 (см. рис)
Чтобы посчитать число способов, которыми можно раскрасить забор, используя минимальное число цветов, воспользуюсь следующим методом:



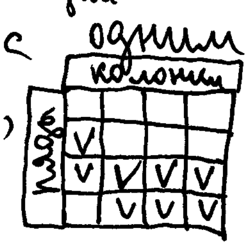


Однако, если первая дуга была красной, то последняя красной быть не может.

1 дерево дает 10 вариантов (способов)
3 дерева дадут 30 вариантов (способов)

Ответ: достаточно 3 минимальных цвета
число способов = 30

3) Число подстанций в каждой колонке может не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду. Например,



(условие, что во всех рядах число подстанций различно, соблюдено)

То есть, если $n=4$, то в каждый ряд могут по одному разу быть вписаны числа подстанций: 0, 1, 2, 3, 4
1 ряд = 0 под, 2 ряд = 1 под, 3 ряд = 4 под, 4 ряд = 3 под (см. пример выше)
А во всех колонках число подстанций = 2 (что допустимо по условию). 0 1 2 3 4

Заметим, что число подстанций в колонках должно быть равно среднему числу в ряде, как например в моём примере (см. выше): 0; 1; 2; 3; 4

То есть, от среднего числа с разных сторон должно быть одинаковое число цифр. => n может равняться 6, 8, 10 и т.д. (но n=2 — не может, т.к. условие соблюдаться не будет)

Проверка, если n = 8 : 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8;

V							
						V	V
					V	V	V
V	V	V	V	V			
V	V	V	V	V	V		
	V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	V	V	V	V	V

V — подстанция

(В каждой колонке — 4 подстанции, а во всех рядах разное число подстанций)

Таким образом, n=4,6,8,10 .... и т.д (при этом записав числа от 0 до n, возьмём среднее из них, мы найдем сколько ~~числа~~ подстанций должно быть во всех колонках)

5) Самый неблагоприятный вариант, когда первые 11 чисел из 25 будут делиться на 15, затем следующие 10 чисел из 25 будут делиться на 14. Тогда остается 4 свободных позиции (самое меньшее из возможных — именно поэтому вариант неблагоприятный)

Эти 4 позиции остаются для чисел делящихся на 13. Но этих чисел — 9 штук.

Поэтому 5 чисел должны быть такими, которые делятся на 13 и 14 или 13 и 15. Найду из них минимальные

:13 | 13 26 39 52 65 78 91 104 117 130 143 156
169 182 $\boxed{195}$ 208 221 234 247 260 273
286 299 312 325 338 351 364 377 и т.д.

:14 | 14 28 42 56 70 84 98 112 126 140
154 168 182 196 210 224 238 252 266
280 294 308 322 336 350 364 378 и т.д.

:15 | 15 30 45 60 75 90 105 120 135 150 165
180 $\boxed{195}$ 210 225 240 255 270 285
300 315 330 345 360 375 390 и т.д.

Эти 5 чисел могут быть, которые запишу в порядке возрастания 182, 195, 364, 420 и т.д. То есть уже 3, 4 и 5 число будут превышать 345, что мне и требовалось док-ть.

При благоприятных вариантах, когда первые 9 будут делиться на 13, следующие 10 чисел делятся на 14, то свободных (вакантных) мест останется 7. То есть надо будет подобрать 4 числа, которые будут делиться на 13 и 15 или 14 и 15. Эти числа будут еще больше, чем даже при неблагоприятном варианте.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	М10-06 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Босяк

ИМЯ Григорий

ОТЧЕСТВО Николаевич

Предмет Математика **Этап:** Второй (Заключительный)

Работа выполнена на 2х **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Извесно, что среди любых трех линий найдется хоть одна, ведущая в Город "М". Из этого следует, что не может существовать более двух линий, не ведущих в М, иначе найдется такая тройка, в которой ни одна линия не ведет в „М". Имеем ограничение: Все линии, кроме двух ведут в "М".

Также мы знаем, что среди любых четырех линий найдется хоть одна, ведущая в поселок "П". Из этого следует, что не может существовать более ~~д~~ трех линий, не ведущих в поселок "П", иначе найдется такая четверка, в которой ни одна линия ~~в~~ не ведет в "П". Имеем ограничение: Все линии, кроме трех ведут в "П".

В итоге, если линий не менее пяти, исходя из условий, минимум 3 ведут в „М" и минимум 2 ведут в "П". $3+2=5$, т.е. при ~~нали~~ наличии пяти линий, они все ведут либо в „М", либо в "П".

- При ~~уменьшении~~ замене линий, ведущих в „П" или „М" на линии, ведущие в некий другой населенный пункт, нарушается минимум, обозначенный в третьем абзаце.
- При добавлении новых линий, не ведущих ни в „П" и в „М", нарушаются ограничения первого ~~или~~ и второго абзаца.

I Вывод: Если линий не меньше пяти, вообще не может существовать линий, не ведущих ни в „П" ни в „М"

II Вывод: исходя из ограничений, если линий всего четыре, достаточно одной линии в „П" и двух в „М". Третья может вести как в „П" или в „М", так и ~~на~~ в какой-либо другой населенный пункт.

№ 4.

Возьмем за „Шаг", когда часовая стрелка проходит 2°. За 1 час она проходит 30°, значит за $\frac{1}{15}$ часа, или 4 минуты она пройдет 2°. Минутная же стрелка за это время преодолеет расстояние в 12 раз большее из-за разности в скорости в 12 раз, т. е. 24°. Нам необходимо впервые зафиксировать момент, когда разница положения минутной и часовой стрелки будет точно 2°. Составим уравнение.

Пусть x - количество необходимых шагов ~~от~~ минутной стрелки от ближайшего положения "0°", а m - количество пройденных часов. Мы можем ввести переменную m, т. к. за час минутная и секундная стрелка возвращаются в исходное положение.

$$24x \pm 2 = 30m + 2x$$

$$12x - x = \cancel{30m \pm 2}\ 15m\ \cancel{\pm}\ \pm 1$$

$$x(12-1) = 15m \pm 1$$

$$x = \frac{15m \pm 1}{11}$$

При $m = 3$ $x = \frac{15 \cdot 3 \mp 1}{11} = 4$, $x \in Z$. (достаточно перебрать 12 вариантов)

Итого: 3 часа и 4 шага или 3 часа и 4·4 минут или 15^{16}.

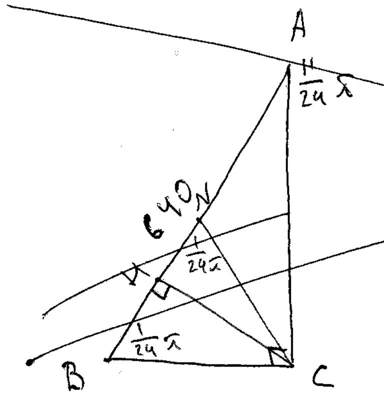
№ 2.

Ответ: πn.

№ 5

При самом худшем раскладе, в одном банке вся сумма сгорает, во втором удваивается, а в третьем остается. Было бы рационально распределить деньги поровну между банками, в таком случае сумма сохранится. Иначе, перевес может быть в сторону разорившегося банка

№ 6



Дано:

$\triangle ABC$, $AB = 640$, $\angle C = 90°$.

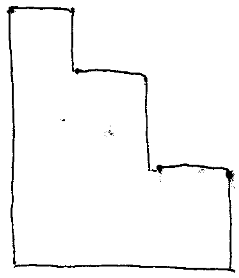
CH - высота, CN - медиана.

Найти:

$\frac{S\,ABC}{S\,CHN}$ - ? $\frac{AB}{NC}$ - ?

~~Решение:~~

№ 7.



$15 = a \cdot b$

$60 = (a+d)kb$

$180 = (a+2d)k^2 \cdot b$

$a = \frac{15}{b}$

$60 = \left(\frac{15}{b} + d\right) k b$

$60 = 15k + dkb$

$b = \frac{60 - 15k}{dk}$

$a = \frac{15dk}{60 - 15k}$

$180 = \left(\frac{15dk}{60-15k} + 2d\right) \cdot k^2 \frac{60-15k}{dk}$

$180 = \left(\frac{15dk}{60-15k} + 2d\right) \cdot \frac{60k - 15k^2}{d}$

$180 = 15k^2 + 120k - 30k^2$

$k^2 - 8k + 12 = 0$

$D = 64 - 48 = 16$

$k_1 = \frac{8-4}{2} = 2$

$k_2 = \frac{8+4}{2} = 6$, посторонний корень

$k = 2$

$a + (a+k) + (a+2k) = 30$

$a + k = 10$

$a = 10 - 2 = 8$

$b = \frac{15}{8}$

$60 = (8+d) 2 \cdot \frac{15}{8}$

$60 = (8+d)\frac{15}{4}$

$60 = 30 + \frac{15}{4}d$

$\frac{15}{4}d = 30$

$d = 8$

$b_1 = \frac{15}{8}$ Дм, $b_2 = \frac{15}{4}$ Дм, $b_3 = \frac{15}{2}$ Дм

$a_1 = 8$ Дм, $a_2 = 16$ Дм, $a_3 = 24$ Дм

№ 3.

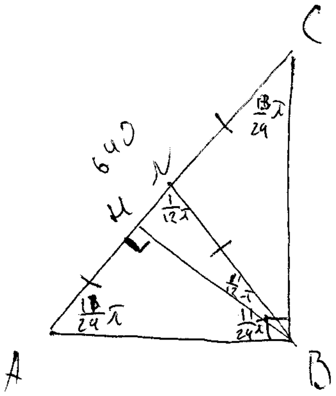
$x^2 + px + q = 0$ имеет 1 корень, поэтому: $x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$

Пояснения: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{p}{2}$, $x^2 + px + q = \left(x - \left(-\frac{p}{2}\right)\right)^2 = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$

$P(P(P(x))) = 0$ имеет три корня

$$\left(\left(\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 = P(P(P(x)))$$

№ 6.



Дано:

ABC - прямоугольный треугольник

BH - высота

BN - медиана

AC = 640

Решение:

По теореме о медиане в прямоугольном треугольнике:

AN = NC = NB

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

2ЖМ9

шифр

№ группы

Вариант № 7092

ФАМИЛИЯ БОЧКАРЕВ

ИМЯ ЕВГЕНИЙ

ОТЧЕСТВО РУСЛАНОВИЧ

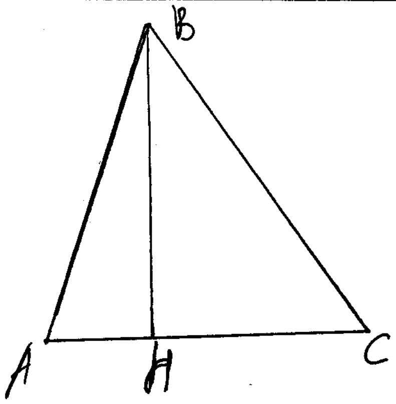
Дата рождения 19.06.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

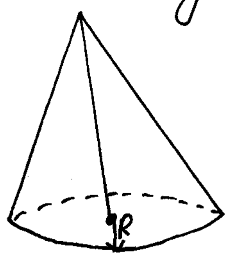
Подпись участника олимпиады: ____________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.



№2

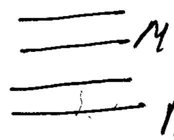
Когда △ вращается вокруг своей оси, то получается конус, а может и не правильный конус.



Точка должна лежать на высоте △, так как, если она будет лежать где-то в другом месте, то конус получится под наклоном, а значит у него будет большая площадь.

№1

Пд.ст



Число всех линий может быть меньше пяти, так как я нарисовал рисунок, где 4 линии и они соответствуют условиям:

среди этих четырех линий есть которая идет в П, и среди любых трех есть линия идущая к М. ч.т.д.

№3

$T(x)=x^2+px+q$

$x^2+px+q=0$ ~~2~~ корня

$T(T(T(x)))=0$ 3 корня

$T(T(x))=T(x^2+px+q)=(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q$

$T(T(T(x)))=T((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)$

$x^2+px+q=0$

$D=0$

$D=b^2-4ac$

$D=p^2-4q=0$

$T(T(T(x)))=((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2+p((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)+q$

$(x^2+px+q)^2=x^4+p^2x^2+q^2+2px^3+2x^2q+2pxq$

$x^2+px+q=0$

$x^2+px+q=(x-x_1)^2$

$x_1=\frac{-p}{2}=-0{,}5p$

$x^2+px+q=(x+0{,}5p)^2$

$(x^2+px+q)^2=((x+0{,}5p)^2)^2=(x+0{,}5p)^4$

$((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)^2=((x+0{,}5p)^4+p(x+0{,}5p)^2+q)^2=$

$=(x+0{,}5p)^8+p^2(x+0{,}5p)^4+q^2+2p(x+0{,}5p)^6+2q(x+0{,}5p)^4+2pq(x+0{,}5p)^2$

$p((x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+q)=p((x+0{,}5p)^4+p(x+0{,}5p)^2+q)=$

$=p(x+0{,}5p)^4+p^2(x+0{,}5p)^2+pq$

$T(T(T(x)))=(x+0{,}5p)^8+p^2(x+0{,}5p)^4+q^2+2p(x+0{,}5p)^6+2q(x+0{,}5p)^4+2pq(x+0{,}5p)^2+$

$+p(x+0{,}5p)^4+p^2(x+0{,}5p)^2+pq=0$ имеет 3 корня.

№4

Через 1 минуту мин. стрелка прошла $\frac{1}{60}$ части окр = $= \frac{360}{60}^\circ = 6^\circ$, а часовая в 12 раз медленнее (так как за полный оборот мин. стр. проходит за час, а часовая за 12 часов), то есть 0,5°

Через час час. стрелка прошла 30°

Через час, 5 мин час. стрелка прошла $30\frac{30}{12} = 30\frac{5}{2} = 32{,}5^\circ$

мин. стрелка – 30° разница (2,5°)

Через t = 1ч 6 мин мин. стр – 36°

ч. стр – 33° (разн 3°)

Через t = 2ч мин. стр = 0°

ч. стр = 60°

Через t = 2ч 11 мин мин стр = 66°

ч. стр = 65,5°

t	3ч	3ч 16мин	
мин	0°	96°	
час	90°	98°	
разница	90°	2°	

Значит через 3ч 16 мин разница будет 2°

Ответ: 15ч:16м

№5

Пусть A – банк-в 3 раза
B – банк-в 2 раза
C – банк-банкрот

A B C При худшем случае выигрывает
200 200 200 миллион.

Если мы будем не равномерно раскладывать деньги, то при худшем случае наиб. сумма пропадет.

C B A Он получит 750 000
300 150 150

X y 600-x-y x – наиб. сумма
y – средняя. сумма.

0 2y 1800-3x-3y = 1800-3x-y

(Если он не оставлял у себя деньги).

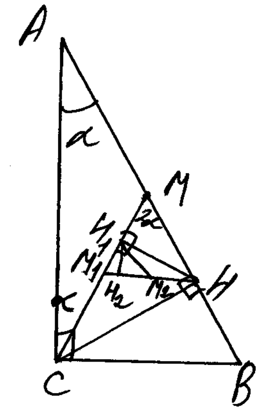
Если оставил у себя некоторую сумму z, то

C B A c – наиб из ABC
z x y 600-x-y-z y – средняя из ABC
z 0 2y 1800-3x-3y-3z

$z+2y+\underline{1800}-3x-3y-3z = 1800-3x-2z-y$

Ответ: Ему надо разложить 200 200 200
А получит на руки он 1000000.

№6



$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

CM = MB / по свой-ству медианы в прям. (△)

В I △ $CM = \frac{640}{2} = 320$ м

В II △ $HM_1 = \frac{320}{2} = 160$ м

В III △ $H_1M_2 = \frac{160}{2} = 80$ м

В IV △ $H_2M_3 = \frac{80}{2} = 40$ м

В V △ $H_3M_4 = \frac{40}{2} = 20$ м

гипотенуза = 20 м

Т.к △AMC – р/б (AM = CM)

$\angle A = \angle MCA = \alpha$

$\angle AMC = 180 - 2\alpha$

$\angle CMH = 180 - 180 + 2\alpha = 2\alpha$

~~В I △ угол = 90 − 2α~~ В I △ угол = 2α

~~В II △ угол = 90 − 2(90 − 2α) = 90 − 180 + 4α = 4α − 90°~~

~~180 − 2(90 − 2α) = 180 − 180 + 4α = 4α~~

~~В III △ угол = 90 − 2(4α − 90) = 90 − 8α~~

В II △ угол = 4α

В III △ угол = 8α

В IV △ угол = 16α

В V △ угол = 32α.

Если $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, то

~~α = 11~~ В V △ угол $= \frac{32 \cdot 11}{24}\pi = \frac{44}{3}\pi$

другой острый угол равен $90 - \frac{44}{3}\pi$

$S_5 = \frac{H_3M_4 \cdot катет \cdot \sin\alpha}{2} = \frac{20 \cdot H_3M_4 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha}{2} = 200 \cos$

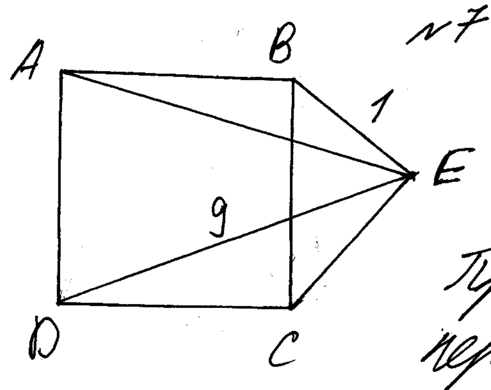
$катет = H_3M_4 \cdot \cos\alpha$

$200 \cdot \cos(90 - \frac{44}{3}\pi) \cdot \sin(90 - \frac{44}{3}\pi) = 200 \cdot \cos(\frac{44}{3}\pi) \cdot \sin(\frac{44}{3})\pi$

Ответ: гип = 20 м

$S = 200 \cdot \cos(\frac{44}{3}\pi) \cdot \sin(\frac{44}{3}\pi)$

№7



Пусть x - сторона квадрата.

Проверим в каждом △ неравенство △

△ABE (AB<BE+AE)
△DCE (DC<DE+CE) } всегда выполняются
△BEC (BC< BE+EC)

Осталось проверить только △BEC

x<BE+EC Пусть E ближе к пункту B, то

BE<CE

И BE - наим. сторона, а DE - наиб. сторона

BE=1 А теперь подставляем другие цифры и считаем Если CE=4, а AE=5, то

Если CE=4, то такого быть не может. ⟵ $\begin{cases} x<13;\ 9<x+4 \to x\in(5;13) \\ x<6;\ 6<x+1 \to x\in(5;6) \\ x\in\mathbb{N} \end{cases}$

BC < 1+4

BC < 5

Если CE=5, а AE=5, то $x<14$ $9<x+5$
$x<5$ $5<x+4$
$x\in(4;14)$
$x\in(0;5)$
$x\in\mathbb{N}$
Значит не может такого быть

Ответ: нет.

Может ли быть, что расстояние равно стороне □?

Если CE = DC, то оно может быть только 4, так как

Если CE = DC = 5, то AB = 4 и △ABE не существует

Если CE = DC = 9, то каким бы не была сторона AB, △ABE - не существ.

Но если CE = DC = 4, то AE = 5 и △ABE - не сущ.

Значит CE ≠ DC

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101.	М10 КАН w 25 — шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Бурмага

ИМЯ Василий

ОТЧЕСТВО Петрович

Дата рождения 09.03.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

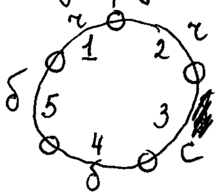
Подпись участника олимпиады: Вбит

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

№2.

Подберу минимальное возможное количество цветов:

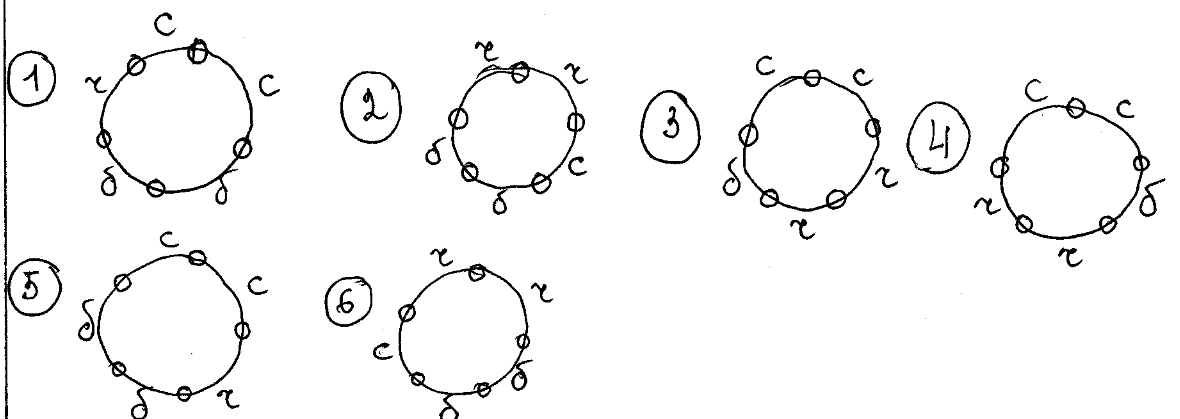


Пронумерую дуги на рисунке: 1, 2, 3, 4, 5.

① Пусть дуга 1 будет черного (ч) цвета, тогда дуги 2 и 5 должны быть окрашены в разные цвета: пусть дуга 2 - черная, а дуга 5 - белая (б).

② Дуги 1 и 4 должны быть окрашены в разные цвета (т.к они соседние для дуги 5): пусть дуга 4 - белая (т.к. дуга 1 - черная).

③ Дуги 2 и 4 должны быть окрашены в разные цвета (т.к они соседние для дуги 3): но дуга 3 не может быть белой (отличной от дуги 2 - черной), тогда дуга 3 будет одного цвета с дугой 5. Но дуга 3 не может быть и черной (отличной от дуги 5 - белой) тогда дуга 3 будет одного цвета с дугой 1. Тогда нужно окрасить дугу 3 в цвет, отличный от черного и белого. Пусть дуга 3 - синяя (с). Значит минимальное достаточное число цветов - 3 цвета. Подберу разные способы окраски забора:

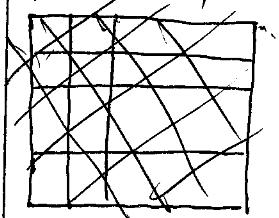


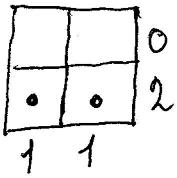
Ответ: 3 цвета; 6 способов.

№3.

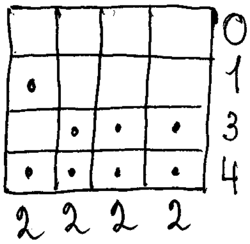
Приведу примеры карт таких городов, подстанцию буду обозначать точкой:

1). $n = 2$;

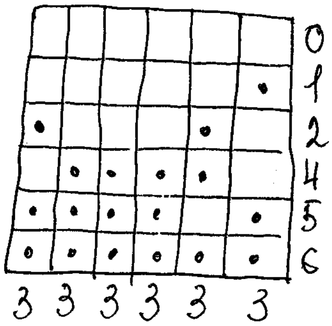




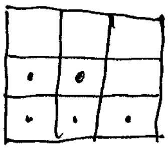
2). $n = 4$

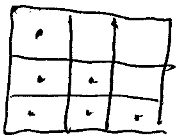


3). $n = 6$



4). $n = 3$.





– при $n = 3$ (нечетное число) условие не выполняется.

Итак, на конкретных примерах я доказал, что данное условие выполняется только при n - четных; когда число подстанций в каждой колонке равно $\frac{n}{2}$; а число подстанций в колонках равны соответственно: n; $n-1$ ($n-1 \neq \frac{n}{2}$); ... кроме $\frac{n}{2}$.

Ответ: может, если n - чётное, а число подстанций в колонке равно $\frac{n}{2}$, и в каком-либо ряду подстанции отсутствуют.

№5.

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 – 8 наименьших натуральных чисел, которые делятся на 7; 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110 – десять наименьших натуральных чисел, которые делятся на 11. Теперь нужно найти то количество цифр которые из данных 15-и могут делиться и на 7, и на 11 одновременно.

$(8+10) - 15 = 3$ (числа) – могут делиться на 7 и 11 одновременно. Теперь подберу возможные произведения чисел из разных рядов, так, чтобы эти произведения были наименьшими.

Смотри на обороте!!!

...ими. (1) $7 \cdot 11 = 77$; (2) $22 \cdot 7 = 14 \cdot 11 = 154$ (3) $11 \cdot 21 = 33 \cdot 7 = 231$.
А $231 > 220$. Итак на примере доказано, что среди них есть
число, большее 220. (231). ЧТД

Ответ: доказано.

№1.

Моносайн:

$0{,}43 \cdot 99 + 1{,}29 \cdot 200 = 258 + 42{,}57 = 300{,}57$ (руб.) - ежедневная стоимость звонков одного клиента компании Моносайн.

$300{,}57 \cdot 100 = 30057$ (руб) - ежедневный доход компании Моносайн.

Значит доходы Трамофона больше 40057.

2. $40057 : 200 \approx 200{,}5$ (руб) - ежедневная стоимость звонков одного клиента компании Трамофон.

Пусть x - стоимость звонка в компании Трамофон; тогда

$199x + 3x \cdot 100 = 499x$ - ежедневная стоимость звонков одного клиента компании Трифон. Тогда стоимость звонка - $\frac{200{,}5}{499} \approx 0{,}4$ рубля (опираясь на условие - 40 коп).

Ответ: 40 копеек

№6.

1). $\cos x \in [-1; 1] \Rightarrow \cos^2 x \in [0; 1]$. Тогда сделаю вывод: $[\cos^2(x+2)]$ - может быть равен либо 0, либо 1.

Значит $\frac{x}{\pi} = \frac{x}{3{,}14\ldots} \leq [\cos^2(x+2)]$ - верно при $x \in (-\infty; 0]$.

2). $\cos^2(x+2) = 1$, при $x = -2 + 2\pi n$ $(n \in Z)$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0]$; $x = -2 + 2\pi n$ $(n \in Z)$.

№7.

Опираясь на свойство трапеции, у которой диагонали взаимоперпендикулярны: в такую трапецию можно вписать окружность. А если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы противоположных сторон равны то есть сумма оснований трапеции равна сумме ее боковых сторон, т. е. $BC + AD = AB + CD$.

Ответ: $BC + AD = AB + CD$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	ЕН м 11 – 6 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ БУРЦЕВА

ИМЯ ЕЛЕНА

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 02.02.1998 **Класс:** 11 Б

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** 2

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015
(число, месяц, год)

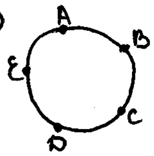
Подпись участника олимпиады: Бу

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

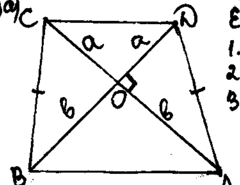
Вариант: 7111   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕН М 11-6

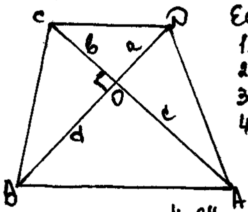
① 1) Всего сотрудников в Монолайне 100, а звонков от одного человека 99, значит 99·100 - всего звонков внутри Монолайна. Их стоимость:
$99\cdot100\cdot43=425700$ копеек
2) Всего звонков от сотрудников Монолайна сотрудникам Тромофона: 100·200 звонков. Их стоимость:
$100\cdot200\cdot129=2580000$ копеек
3) Ежедневная выручка Монолайна такова:
$425700+2580000=3005700$ копеек
4) Стоимость звонков с Тромофона внутри сети:
$199\cdot200\cdot x=39800x$ копеек
5) Стоимость звонков сотрудников Тромофона сотрудникам Монолайна:
$200\cdot100\cdot3x=60000x$ копеек
6) Общая выручка Тромофона составляет:
$39800x+60000x=99800x$ копеек
7) Доход Тромофона на 1000000 копеек больше, отсюда составляем уравнение:
$99800x=3005700+1000000$
$99800x=4005700$
$x\approx40$ копеек.
Ответ: 40.

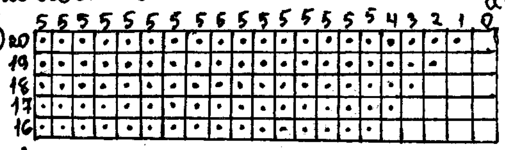
②

Дуги EA и AB имеют разные цвета (по условию), AB и BC так же имеют разные цвета, всего 3 цвета (т.к это минимальное число цветов, которые можно использовать). Если взять одну за красный, 2 другие дуги за синий, и оставшиеся 2 за зеленый => можно составить только 10 комбинаций: зскзс; зсзкс; зсзск; зкcзс; сзкcз; сзскз; сзсзк; скзсз; кcзсз; кзсзс.
Ответ: 3 цвета; 10 способов.

⑤ ⑬ 65; 91; 104; 117; 130; 195; 182; 351; 364 (9 чисел)
⑭ 70; 84; 98; 112; 140; 154; 182; 210; 364; 420 (10 чисел)
⑮ 45; 60; 75; 90; 105; 120; 135; 150; 195; 210; 420 (11 чисел)
} всего 30 чисел, а по условию должно быть 25 => 5 чисел должны делиться на какие-то два числа из 13, 14, 15. Это числа: 182, 195, 210, 364, 420 => среди них есть число большее 345, например, 364.

⑥ $[\cos^2(2+3^x)]\geq\frac{3^x}{2}$ $[\cos^2(2+3^x)]$ может $=0$ или 1 $0\leq\cos^2(2+3^x)\leq1$
а) Пусть $\cos^2(2+3^x)=0$
$2+3^x=\frac{\pi}{2}$
$3^x=\frac{\pi}{2}-2$; $\frac{\pi}{2}-2<0$ => решений нет, т.к. $3^x>0$.
б) Пусть $\cos^2(2+3^x)=1$ $2+3^x=\pi$
$3^x=\pi-2$
$x=\log_3(\pi-2)$
$1\geq\frac{3^{\log_3(\pi-2)}}{2}=\frac{\pi-2}{2}$
$x\in(0;\log_3(\pi-2)]$
Ответ: $0<x\leq\log_3(\pi-2)$.

⑦ а)

Если BC=DA, CO=OD, BO=OA, тогда:
1. $CD=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt2$
2. $AD=\sqrt{a^2+b^2}=CB$
3. $AB=\sqrt{b^2+b^2}=b\sqrt2$
4. $BC+AD > AB+CD$
$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a^2+b^2} > a\sqrt2+b\sqrt2$
$2\sqrt{a^2+b^2} > a\sqrt2+b\sqrt2$
$(2\sqrt{a^2+b^2})^2 > (a\sqrt2+b\sqrt2)^2$
$4(a^2+b^2) > 2a^2+4ab+2b^2$
$2(a^2+b^2) > (a^2+b^2)+2ab$
$(a^2+b^2)+(a^2+b^2)-(a^2+b^2) > (a^2+b^2)+2ab-(a^2+b^2)$
$a^2+b^2 > 2ab$
примечание: $(a-b)^2\geq0$
$a^2-2ab+b^2\geq0$
$a^2+b^2\geq+2ab$
$a^2+b^2=2ab$, если $a=b$ => фигура квадрат, что противоречит условию задачи => $a\neq b$; $a^2+b^2>2ab$.

б)

Если трапеция неравнобокая, а CO = b; OD = a; OB = d; OA = c, тогда
1. $CD=\sqrt{a^2+b^2}$
2. $AD=\sqrt{a^2+c^2}$
3. $AB=\sqrt{c^2+d^2}$
4. $CB=\sqrt{b^2+d^2}$
5. $BC+AD \;\underline{\underline{\;\;}}\; AB+CD$
$\sqrt{b^2+d^2}+\sqrt{a^2+c^2} = \sqrt{c^2+d^2}+\sqrt{a^2+b^2}$
$(\sqrt{b^2+d^2}+\sqrt{a^2+c^2})^2 = c^2+d^2+a^2+b^2+2\sqrt{(c^2+d^2)(a^2+b^2)}$
$b^2+d^2+2\sqrt{(b^2+d^2)(a^2+c^2)}+a^2+c^2 = c^2+d^2+a^2+b^2+2\sqrt{(c^2+d^2)(a^2+b^2)}$
$a^2b^2+b^2c^2+d^2a^2+d^2c^2 = c^2a^2+c^2b^2+d^2a^2+d^2b^2$
$a^2b^2+d^2c^2 = c^2a^2+d^2b^2$
$2ab^2+2d^2c^2 = 2c^2a^2+2d^2b^2$
$a^4+b^4+c^4+d^4 = c^4+a^4+d^4+b^4$.
примечание: $a^4+b^4+c^4+d^4>2ab^2+2c^2d^2$

③


Число подстанций в каждом ряду может не совпадать с числом подстанций в каждой колонке при условии, что число колонок больше числа рядов, хотя бы на какое-во рядов, а число подстанций в колонках могут совпадать.
Ответ: да, может.

(см. на обороте)

④ Пусть $a=32$, $b=16$, $c=4$, тогда $\begin{cases} 2^{x+y+z}+\frac{1}{2^{x+y+z}}=32 \\ 2^x+\frac{1}{2^y}=16 \\ 2^y+\frac{1}{2^z}=4 \end{cases}$

1) $2^x=16-\frac{1}{2^y}$

3) $2^y=4-\frac{1}{2^z}=\frac{4\cdot 2^z-1}{2^z}$

2) $2^x=16-\frac{2^z}{4\cdot 2^z-1}=\frac{64\cdot 2^z-16-2^z}{4\cdot 2^z-1}=\frac{63\cdot 2^z-16}{4\cdot 2^z-1}$

5) $2^x=63\cdot\frac{16}{21}-16=\frac{32\cdot 21}{64-21}=\frac{672}{43}$

4) $\frac{63\cdot 2^z-16}{\cancel{4\cdot 2^z-1}}\cdot\frac{\cancel{4\cdot 2^z-1}}{\cancel{2^z}}\cdot\cancel{2^z}=32$

$63\cdot 2^z-16=32$

$63\cdot 2^z=48$

$2^z=\frac{48}{63}=\frac{16}{21}$

6) $\frac{16}{21}^{\backslash 32}+\frac{43}{672}=\frac{512+43}{672}=\frac{555}{672}=\frac{185}{224}$

Ответ: $2^z+(0{,}5)^x=\frac{185}{224}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант № 7091	
шифр	Ангарск 404 М (9) 11

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Бухарова

ИМЯ Елена

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 20.08.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бух

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Бухарова

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 404 М(9) 11

№1

$n\cdot(n-1)=300\cdot 299=89700$ звонков всего совершается

М - Монолайн, Г - Грамофон, x ~~руб~~ коп - стоит внутрисетевой звонок Г, по условию $x<43$ коп и x - целое

1 сотрудник М звонит 99 сотрудникам М и 200 сотрудникам Г.
1 сотрудник Г звонит 100 сотрудникам М и 199 сотрудникам Г

$\Rightarrow 100\cdot 99\cdot 0{,}43+200\cdot 200\cdot 0{,}43\cdot 3=43\cdot(99+600)=43\cdot 699=30057$ руб - доход М $\Rightarrow$ доход Г на 10000 руб больше, чем у М по условию $\Rightarrow 30057+10000=40057$ рублей $\Rightarrow$ доход Г больше, чем 40057 рублей

$200\cdot 100\cdot 3x+200\cdot 199\cdot x=x\cdot(60000+39800)=x\cdot 99800 \Rightarrow$

$x\cdot 99800>40057 \quad |:99800$

$x>0{,}40$ руб $\Rightarrow$

$x>40$ коп $\Rightarrow$

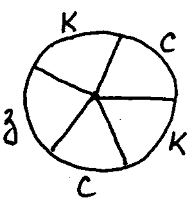
$x_1=41$ коп

$x_2=42$ коп

$$\begin{array}{r|l} 40057 & 99800 \\ \hline 0 & 0{,}401\ldots \\ 400570 & \\ 399200 & \\ \hline 137000 & \\ 99800 & \\ \hline 37200 & \\ \ldots & \end{array}$$

Ответ: внутрисетевой звонок Грамофона стоит 41 копейку, тогда межсетевой - 123 копейки; 42 копейки - 126 копеек

№2



к - красный, с - синий, з - зеленый.

Пусть 2 цвета - минимальное кол-во $\Rightarrow$ 1 дугу закрасим к $\Rightarrow$ 2 соседние синим $\Rightarrow$ Останется 2 дуги, каждая из которых касается синего, закрасим 1 дугу красным $\Rightarrow$ осталась 1 дуга, рядом с которой есть и синяя, и красная дуга $\Rightarrow$ ее нельзя закрасить ни тем, ни тем цветом $\Rightarrow$ нужен 3 цвет, например, зеленый, $\Rightarrow$ Минимальное кол-во цветов - 3. $\Rightarrow$

Кол-во способов:

2к-2с-1з, 2к-2з-1с, 2з-2с-1к $\Rightarrow$ всего 3 способа.

Ответ: 3 цвета, 3 способа.

Бухарова

№3

1) Пусть 0 - число шашек в каждой колонке => ни в 1 из горизонталей нет 0 шашек => противоречие => это не 0.

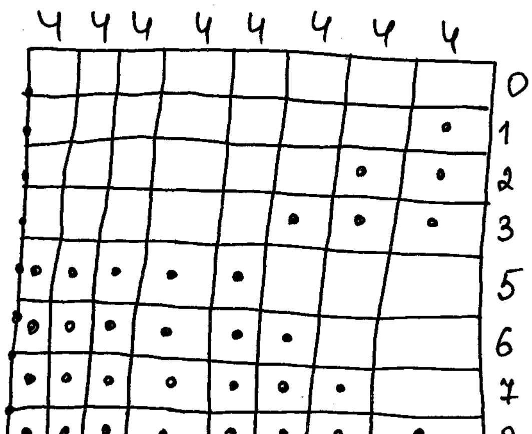
2) Пусть 1 - число шашек в каждой колонке => в горизонталях может быть 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 шашек => хотя бы в 1 колонке будет 2 шашки (7 и 8).

3) Пусть 2 - число шашек в каждой колонке => в ряду может быть 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 => 7+8=15, 15:8=1 (ост. 7) => в 7 колонках будет по 2 шашки => 7+6=13, 13:8=1 (ост. 5) => в 5 колонках будет по 3 шашки

4) Пусть 3 - число шашек в каждой колонке => в рядах может быть 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7 и 8 шашек => см. 3) => 5+5=10, 10:8=1 (ост. 2) => в 2 колонках будет по 4 шашки.

5) Пусть 4 - число шашек в каждой колонке => в рядах может быть 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7 и 8 => см. 4) => 0+1+2+3+5+6+7+8 = 9·3+5=32, 32:8=4 (ост. 0) => можно

Пояснение к решению: т.к. в каждом ряду кол-во шашек различно, то всего возможно 9 вариантов: от 0 до 8 => 8 из них задействовано => на кол-во в столбике остается 1 число => в каждом столбике кол-во шашек одно.



В случае со 100-клеточной доской, аналогично находим сумму чисел шашек в каждой строке такую, чтобы : 10, т.е.: 0+1+2+3+4+6+7+8+9+10 = = 11·4+6 = 44+6=50, 50 : 10

Ответ: да; возможно; число - 4; во втором случае - 5.

Бухарова

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Алтарек 404 М(9) 11

№4

$$\begin{cases} xyz=1 & (1) \\ x+\frac{1}{z}=5 & (2) \\ y+\frac{1}{x}=29 & (3) \end{cases}$$

$z+\frac{1}{y}=?$

(2) $x+\frac{1}{z}=5 \Rightarrow z=\frac{1}{5-x}$, $x\neq5$, т.к. иначе $\frac{1}{z}=0$, чего быть не может $\Rightarrow$ ОДЗ: $x\neq5$.

(3) $y=29-\frac{1}{x}$, ОДЗ: $x\neq0$ по условию.

Подставим в (1) выраженные через x y и z:

$x\cdot\left(29-\frac{1}{x}\right)\cdot\left(\frac{1}{5-x}\right)=1$

$(29x-1)\cdot\left(\frac{1}{5-x}\right)=1$

$\frac{29x-1}{5-x}=1 \Rightarrow 29x-1=5-x \Rightarrow$

$30x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{30}=\frac{1}{5} \Rightarrow$

$y=29-\frac{1}{\frac{1}{5}}=29-5=24$

$z=\frac{1}{5-\frac{1}{5}}=\frac{1}{4,5}=\frac{10}{45}=\frac{2}{9} \Rightarrow$

$z+\frac{1}{y}=\frac{2}{9}+\frac{1}{24}=\frac{16+3}{72}=\frac{19}{72}$

Ответ: $\frac{19}{72}$.

№5

Всего 15 чисел, 8 из них $\vdots 7$ и 10 $\vdots 11 \Rightarrow$

$8+10=18 \Rightarrow 18-15=3 \Rightarrow 3$ числа $\vdots 7$ и $\vdots 11$

$7\cdot11=77$ - наименьшее возможное число из этих 3

$7\cdot11\cdot2=154$ - наименьшее возможное после 77.

~~$7\cdot11\cdot2\cdot2=308$~~

$7\cdot11\cdot3=231$ - наименьшее возможное после 77 и 154

Наименьшие возможные числа в ряду, которые $\vdots 7$ и $\vdots 11$, это 77, 154 и 231. $\Rightarrow$ Все остальные возможные варианты будут больше $\Rightarrow 231>220$, что и требовалось доказать.

Бухарова

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 404 М(9) 11

№6

$$[x^n-1]=\frac{x}{2} \quad (1)$$

$[x^n-1]=m \Rightarrow m \le x^n-1 < m+1 \Rightarrow$ подставим (1) в неравенство:

$$\frac{x}{2} \le x^n-1 < \frac{x}{2}+1 \Rightarrow$$

$$\frac{x}{2}+1 \le x^n < \frac{x}{2}+2$$

$$\begin{cases} x^n \ge \frac{x}{2}+1 & (1a) \\ x^n < \frac{x}{2}+2 & (2a) \end{cases}$$

(1a) $x^n - \frac{x}{2} \ge 1$

$$\frac{2x^n-x}{2} \ge 1$$

$$2x^n-x \ge 2$$

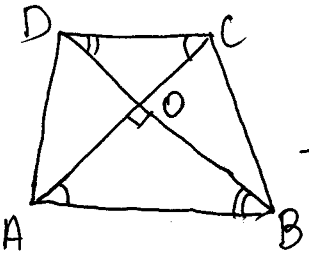
$$x(2x^{n-1}-1) \ge 2$$

(2a) $x^n < \frac{x}{2}+2$

$$x^n-\frac{x}{2}<2$$

$$\frac{2x^n-x}{2}<2 \Rightarrow 2x^n-x<4 \Rightarrow x(2x^{n-1}-1)<4$$

№7



$AC \perp BD$

$BC\cdot AD \vee AB\cdot CD$

$OA^2+OD^2=AD^2$

$OC^2+OB^2=BC^2$

Решение:

1. $AO^2+BO^2=AB^2$ по теореме
$OC^2+OD^2=DC^2$ Пифагора

2. $\triangle AOB \sim \triangle COD$ по 2 углам ($AB \parallel CD \Rightarrow$ накрест лежащие углы $\angle CAB=\angle ACD, \angle DBA=\angle CDB$) $\Rightarrow \frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}=k$

3. $\frac{AB^2}{CD^2}=\frac{AO^2+BO^2}{CO^2+DO^2}=\frac{BO^2}{DO^2} \Rightarrow \frac{AO}{CO}=\frac{BO}{DO} \Rightarrow AO\cdot DO=CO\cdot BO$

4. $BC\cdot AD=\sqrt{BO^2+CO^2}\cdot\sqrt{AO^2+DO^2}=\sqrt{(BO^2+CO^2)(AO^2+DO^2)}=\sqrt{BO^2AO^2+CO^2AO^2+BO^2\cdot DO^2+CO^2DO^2}$

$AB\cdot CD=\sqrt{AO^2+BO^2}\cdot\sqrt{DO^2+CO^2}=\sqrt{(AO^2+BO^2)(DO^2+CO^2)}=$

$=\sqrt{AO^2DO^2+BO^2DO^2+BO^2CO^2+AO^2CO^2}$

Бухарова

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 404 М(9) 11

№7

$$\frac{BC \cdot AD}{AB \cdot CD} = \frac{\sqrt{BO^2AO^2 + CO^2DO^2}}{\sqrt{AO^2DO^2 + BO^2CO^2}} = \frac{\sqrt{BO^2AO^2 + CO^2DO^2}}{\sqrt{\frac{CO^2 \cdot BO^2}{DO^2} \cdot DO^2 +}}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/11	шифр: М11 Нин 6	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВАКАР

ИМЯ АНДРЕЙ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 02. 12. 1997. Класс: 11 „А"

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: Заключительный.

Работа выполнена на ___ листах Дата выполнения работы: 15. 03. 15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вакар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М 11 Кил 6

① Когда звонят сотрудники Мопалайна, то он получает денег $43 \cdot 3 \cdot 100 \cdot 200 = 25800$ р. если звонят на Грамофон.
А когда звонят друг другу $43 \cdot 100 \cdot 99 = 4257$ р.

Пусть цена звонка Грамофона 42 коп.

Тогда $42 \cdot 3 \cdot 100 \cdot 200 + 42 \cdot 200 \cdot 199 = 41916$ — доход

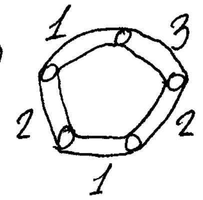
$41916 - 25800 - 4257 = 11859 > 10000$

Пусть цена 41 коп, тогда доход 40918
$40918 - 25800 - 4257 = 10861 > 10000$

Пусть цена 40 коп.
$39920 - 25800 - 4257 = 9863 < 10000$

Противоречит условию.

Ответ: 41 коп.

②


3 краски

вариантов $5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

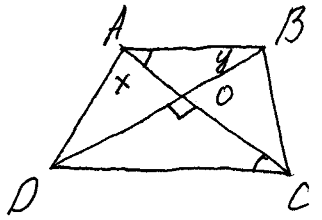
Ответ: 3 цвета 30 вариантов.

⑤ $9 + 10 + 11 = 30$

$30 - 25 = 5 \Rightarrow$ 5 или более чисел должны делиться на 2 числа из 13, 14, 15. Рассмотрим эти 5 чисел, возьмем 3 минимальным $13 \cdot 14$ $13 \cdot 15$ $14 \cdot 15$ из них минимальное $13 \cdot 14 \cdot 2 = 364 > 345$

Лист 1 из 1

(7)



$\triangle AOB \sim \triangle DOC$

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$CD^2 = OD^2 + OC^2$

$AB + CD = \sqrt{AO^2 + OB^2} + \sqrt{OD^2 + OC^2}$

$OD = K \cdot OB$ $\qquad$ $OC = K \cdot OA$

$AB + CD = \sqrt{AO^2 + OB^2} + K\sqrt{AO^2 + OB^2}$

$BC^2 = OB^2 + OC^2 = OB^2 + K^2 OA^2$

$AD = AO^2 + OD^2 = AO^2 + K^2 OB^2$

$BC + AD = \sqrt{OB^2 + K^2 OA^2} + \sqrt{OA^2 + K^2 OB^2}$

Если сравнить эти выражения, получим

Ответ: $BC + AD > AB + CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М2 – 11(13) ← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ ВАЛЕЕВА

ИМЯ МАРИНА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 20.07.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вал-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2 - 11(13)

2 1. $tg\alpha$ принимает целые значения только в точках $\frac{\pi n}{4}, n\in Z$ и в точках $2\pi k, k\in Z$; и $tg\alpha$ не существует в точках $\frac{\pi}{2}+\pi m, m\in Z$.

2. Не будем пока рассматривать точки, где n и k не равны 1. а) Рассмотрим точки $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}$. Решения ~~уравнения~~ tgx будут целые числа, но решения $tg2x$ будут отсутствовать, т.к. $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$ и т.д. превращаются в $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$ и т.д. Значит, все эти точки-решения не подходят.

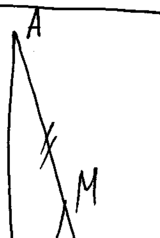
б) Рассмотрим точки $2\pi k, k\in Z$. И при аргументе x, и при аргументе 2x нужно будет искать тангенсы точек $0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$ и т.д. Тангенс в них равен 0, т.к. $\sin\alpha=0, \cos\alpha=\pm1$.

Итак, нам подходят только точки $2\pi k, k\in Z$.

3. Т.к. $tg(2\pi k)=0$, то любое число, в частности 2015, будет равно 1.

Ответ: $2\pi k, k\in Z$; $2015^{tgx}=1$.

6



$AC=640=a$

$\angle BCA=\angle\alpha=\frac{11\pi}{24}$

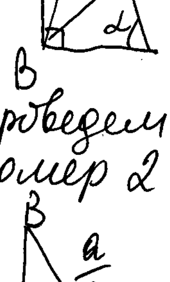
так выглядит первый треугольник — $\triangle ABC$.

Медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы: $BM=\frac{a}{2}=MC$.

Значит, $\triangle BMC$ — равнобедренный, $\angle MBC=\alpha$.

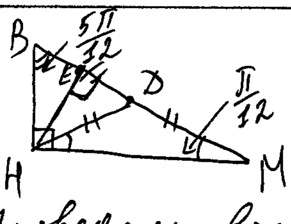
Значит, $\angle BMC=180°-2\alpha=\pi-\frac{22\pi}{24}=\frac{\pi}{12}$

Проведем высоту BH. Будем рассматривать треугольник номер 2 — $\triangle BHM$:



Рассуждая так же, как и в случае №1, получаем: $HD=BD=DM=\frac{a}{4}$; $\triangle HDM$ — равнобедренный, $\angle DHM=\angle\alpha_1=\frac{\pi}{12}$ => $\angle HDM=\pi-\frac{2\pi}{12}=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$

Этот угол — тупой, треугольник выглядит немного иначе:



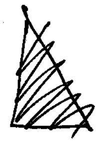
т.к. $\angle HDM = \frac{5\pi}{6}$, то $\angle HDB = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

~~т.к. ΔBDH — равнобедренный, то $\angle DBH = \angle DHB =$~~

Проведем высоту HE. Рассмотрим ΔHED:

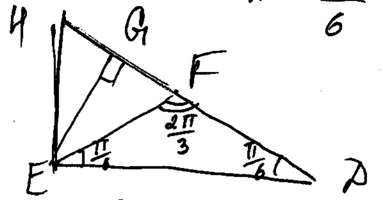
$\angle HDE = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \angle EHD = \frac{\pi}{3}$. При этом $HD = \frac{a}{4}$.

Снова проведем медиану (EF).



$EF = FD = \frac{a}{8}$. ΔEFD — равнобедренный

$\angle EFD = \pi - \frac{2\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$, тупой, $\angle EFH = \frac{\pi}{3}$.



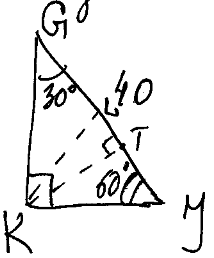
$\angle FED = \angle FDE = \frac{\pi}{6}$.

Проведем $EG \perp HD$.

$\angle GFE = \frac{\pi}{3}$, $\angle GEF = \frac{\pi}{6}$, $EF = \frac{a}{8}$

Медиана $GJ = \frac{a}{16} = JF$. $\angle JGF = \angle JFG = \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ и $\angle GJF = \frac{\pi}{3}$. Треугольник правильный.

Проведем высоту GK.



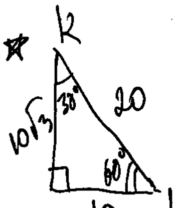
$\angle J = 60°$

$\angle G = 30°$

$GJ = \frac{a}{16} = 40$

$S_5 = \frac{1}{2} \cdot GK \cdot KL = \frac{1}{2} \cdot GK \cdot \frac{GJ}{2} = \frac{1}{2} GK \cdot 20 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 20 \cdot 20 = 200\sqrt{3}$

★

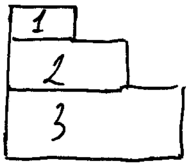


$S_6 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$

Примечание: если первым считать треугольник с гипотенузой = 640, то треугольник GKJ с гипотенузой $= \frac{a}{16} = 40$ — пятый, площадь которого и нужно найти. Если же первым считать треугольник с гипотенузой 320, то пятым будет треугольник с гип. = 20. Я считаю первым треугольник с гипотенузой 640.

Ответ: гипотенуза = 40, $S_5 = 200\sqrt{3}$ | Или 20 и $50\sqrt{3}$.

7



$S_1 = 15$ дм²

$S_2 = 60$ дм²

$S_3 = 180$ дм²

$L = l_1 + l_2 + l_3 = 30$ дм

l_1, l_2, l_3 – арифметическая прогр.

$l_2 = l_1 + d$, $l_3 = l_1 + 2d$

h_1, h_2, h_3 – геометрическая прогр.

$h_2 = h_1 \cdot q$, $h_3 = h_1 \cdot q^2$

1 (1) $S_1 = l_1 h_1 = 15$

(2) $S_2 = l_2 h_2 = (l_1 + d) h_1 q = 60$

(3) $S_3 = l_3 h_3 = (l_1 + 2d) h_1 q^2 = 180$

(4) $L = l_1 + l_2 + l_3 = l_1 + l_1 + d + l_1 + 2d = 3(l_1 + d) = 30$

из (4) ⇒ $l_1 + d = 10 = l_2$, $l_1 = 10 - d$

из (2) ⇒ $h_1 \cdot q = 6 = h_2$, $h_1 = \frac{6}{q}$) подставим это в (1) и в (3):

$(10 - d)\frac{6}{q} = 15$

$10 - d = \frac{15q}{6}$; $d = 10 - 2{,}5q$ – из (1)

$(10 - d + 2d)6q = 180$

$q(10 + d) = 30$ – из (3)

подставим $d = 10 - 2{,}5q$ в $q(10 + d) = 30$:

$q(10 + 10 - 2{,}5q) = 30$

$-q^2 + 8q = 12$

$q^2 - 8q + 12 = 0$

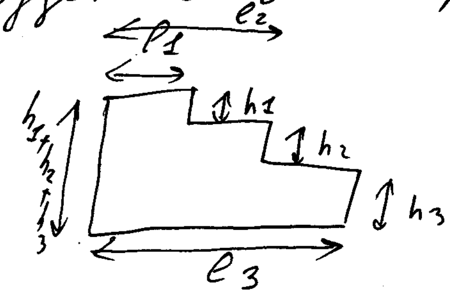
по теореме Виета $q_1 = 2$, $q_2 = 6$. Но т.к. $d = 10 - 2{,}5q$, то 6 не подходит, т.к. d будет < 0. Значит, $q = 2$ дм

Тогда $d = 5$ дм

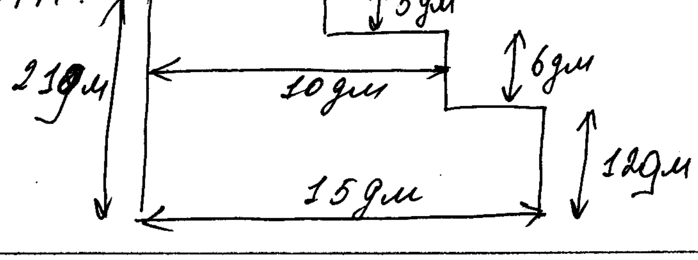
$h_1 = 30$ см $\quad l_1 = 50$ см

$h_2 = 60$ см $\quad l_2 = 100$ см

$h_3 = 120$ см $\quad l_3 = 150$ см.



Ответ:



5) Т. к. вкладчик не может знать, какой именно банк увеличит его вклад, а какой – уменьшит, то самым разумным было бы разделить деньги на 3 равных части, вложить равное кол-во денег в 3 банка, дома ничего не оставлять. То есть в каждый банк он вложит по 200 тысяч. Тогда первый банк вернет ему 400 тысяч, второй – 600 тысяч, третий – ничего. Таким образом, на руках у него окажется $\boxed{1 \text{ млн рублей}}$.

Для подтверждения рассмотрим некоторые другие варианты:

Если вкладывать по 100 тыс., а 300 оставить у себя, то он получит в итоге $200 + 300 + 300 = 800$ тыс.

Если по 150, то $300 + 450 + 150 = 900$ тыс.

Мы рассм. случай, когда вкладчик отдает в банки равные суммы, т. к. он не может знать, какой банк что сделает с деньгами на след. год.

Ответ: 1 000 000 рублей.

4) Т. к. сказано, что прошло целое число минут, то ~~то~~ проверим вариант, когда прошла всего 1 минута, т. е. время – 12:01. За одну минуту минутная стрелка проходит отклонение в 6°, а часовая – в 0,5°. Т.е. $\angle\alpha = 5{,}5°$. Не подходит. Далее минутная будет опережать часовую, потом вернется в 12:00. Часовая в это время будет на 1 (13 часов). Угол = 30°.

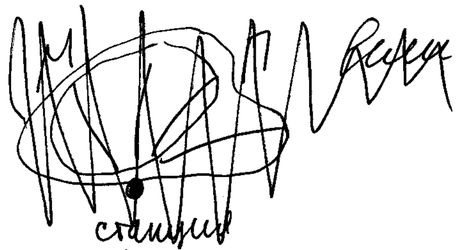
t	минутная	часовая
1с	0,1°	1/120°
1мин	6°	0,5°
10 мин	60°	5°

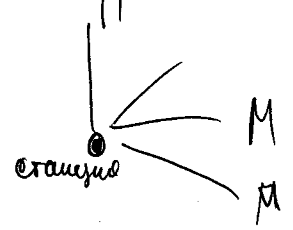
За 5 минут минутная будет ~~точно~~ на 1, но часовая на 2,5° отклонится $\Rightarrow \alpha = 2{,}5°$. Еще через минуту $\alpha = |2{,}5° - 6° + 0{,}5°| = 3°$. Смотрим следующий час. Часовая на 2, минутная на 12.

За 10 минут минутная ~~пройдет~~ окажется на 2, а часовая отклонится на 5°. $\alpha = 5°$

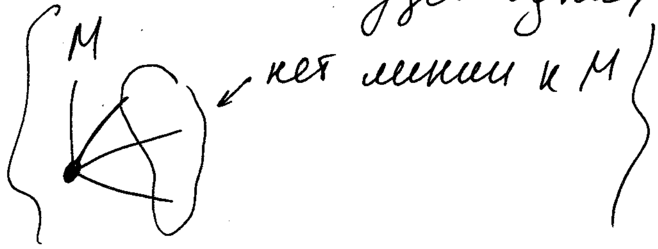
За следующую минуту минутная отклонится на 6°, часовая — на 0,5°. $\alpha=|5°-6°+0,5°|=0,5°$.
Рассм. след. минуту. Минутная отклон. на 6°, часовая на 0,5°. $\alpha=|0,5°-6+0,5°|=5°$. Дальше минутная будет опережать.
Рассм. следующее. Часовая на 3. Минутная на 12. За 15 мин минутная будет на 3. Часовая отклонится на 7,5°. $\alpha=7,5°$.
За следующую минуту минутная отклон. на 6°, часовая на 0,5°. $\alpha=|7,5-6+0,5°|=2°$.
Время найдено. 15 часов, 16 минут.
Ответ: 15:16. (15 часов 16 минут). 15^{16}

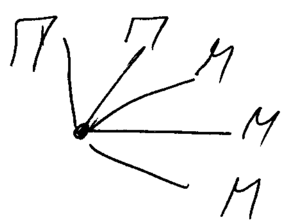
1



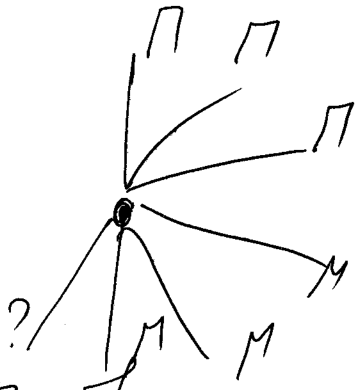


Число линий может быть равно 4. Тогда нужно, чтобы две линии из них вели к предприятию города М. Если такая линия будет одна, то условие не выполнится





Число линий также может быть равно пяти. Тогда все линии ведут или к П, или к М. Но оно не может быть даже равно 6. Ведь тогда придется постоянно добавлять линию, чтобы соблюсти условие. Но этим действием мы его и нарушим.



Возьмем наименьшее число, большее пяти. Т.е. 6. Чтобы выполнялось условие для П, нужно, чтобы три линии ~~вели~~ не к П. Остается три линии, ведущие к П. Но из этих трех линий нет той, что ведет к М. Условие нарушено.

Ответ: линий может быть только 4 или 5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	ШМ11- 11 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ВАСИЛЬЕВА

ИМЯ АЛЕНА

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВНА

Дата рождения 30.05.1997 **Класс:** 11 В

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 4.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ШМ-11-11

1. „Моколайн" – 100 сотруд-в.

„Грамофон" – 200 сотр-в

Пусть n руб ~~...~~ „берет „Г" за внутр. звонок

$n<0{,}43$, n – целое число.

внутренний звонок:

„М" – 0,43 руб

„Г" – n руб.

внешний звонок:

„М" – $0{,}43\cdot 3 = 1{,}29$ руб.

„Г" – $3n$ руб.

1) Ежедневный доход „М":

$\underset{\text{(звонков внутри сети)}}{99}\cdot\underset{\text{(стоим-ть звонка вн. сети)}}{0{,}43}+\underset{\text{(звонк. вне сети)}}{200}\cdot\underset{\text{(стоим-ть звонков вне сети)}}{1{,}29} = 300{,}57$ – доход „М" от 1го сотрудника.

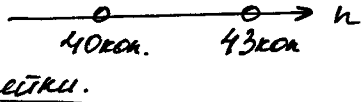
$300{,}57\cdot\underset{\text{(кол-во сотр-в „Моколайн")}}{100} = 30075$ (руб.) – полный еж.-й доход „М"

2) Ежедневный доход „Г":

$\underset{\text{(звонков внутри сети)}}{199}\cdot\underset{\text{(стоим. звонков внутри сети)}}{n}+\underset{\text{(звонков вне сети)}}{100}\cdot\underset{\text{(стоим. зв. вне сети)}}{3n} = 499n$ – доход „Г" от 1го сотр.

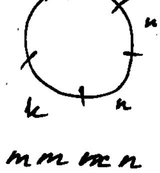
$499n\cdot\underset{\text{(кол-во сотруд. „Грамоф.")}}{200} = 99800n$ (руб) – общий ежеднев. доход „Г"

3) $\begin{cases}99800n - 30075 > 10000\\ n<0{,}43\end{cases}$ $\begin{cases}99800n > 40075\\ n<0{,}43\end{cases}$ $\begin{cases}n>0{,}404..\\ n<0{,}43\end{cases}$



Ответ: 41 или 42 копейки.

2. m, n, k – различные цвета



если расположить цвета таким образом, что у любой из частей забора два соседних цвета будут отличаться друг от друга.

Достаточно 3 цвета.

mmmnk
nnmmk
mmknn
nnkmm
knnmm
kmmnn

mnnkm
nmmkn
mknnm
nkmmn

~~...~~ пары цветов нельзя разделять, т.к. тогда получиться, что два соседних цвета будут одинаковы.

Тогда цвета можно расп-ть 10 способами.

Ответ: 3 цвета, 10 способов

5. 9 чисел, кратных 13 (наименьших):

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117

10 чисел, кратных 14 (наим):

14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140, 154

11 чисел, кратных 15 (наим):

15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165

всего 30 чисел, несовпадающих друг с другом, значит должно быть 5 чисел, кратных как минимум 2 числам сразу, т.к. у чисел 13, 14, 15 нет общих множителей.

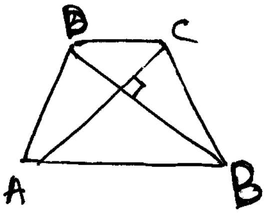
Будем приводить наименьшие возможные числа:

1) $13\cdot14=182$
2) $13\cdot15=195$
3) $14\cdot15=210$
4) $13\cdot14\cdot2=\underline{364}$
5) $13\cdot15\cdot2=390$

$364>345$

ч.т.д.

7.



1) свойство трапеции: если диагонали в тр-ии перпендикулярны, то в нее можно вписать окружность.

2) св-во трапеции: ~~если диагонали в трапеции~~ если в тр-ию можно вписать окружность, то сумма длин ее оснований равна сумме длин ее ребер., т.е.

$$AD+CB=DC+AB$$

Ответ: величины равны.

4. $a=2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}$ выразить $2^z+(0,5)^x$

$b=2^x+(0,5)^y$

$c=2^y+(0,5)^z$

1) $bc=(2^x+(0,5)^y)(2^y+(0,5)^z)=2^{x+y}+2^x(0,5)^z+2^y(0,5)^y+(0,5)^{y+z}=$
$=2^{x+y}+2^x(0,5)^z+1+(0,5)^{y+z}$.

2) $bc(2^z+(0,5)^x)=(2^{x+y}+2^x(0,5)^z+1+(0,5)^{y+z})(2^z+(0,5)^x)=$
$=2^{x+y+z}+2^x+2^z+(0,5)^y+2^y+2^x(0,5)^{z+x}+(0,5)^x+(0,5)^{x+y+z}=$
$=2^{x+y+z}+2^x+2^z+(0,5)^y+2^y+(0,5)^z+(0,5)^x+(0,5)^{x+y+z}$

3) $bc(2^z+(0,5)^x)-b-c=2^{x+y+z}\cancel{+2^x}+2^z\cancel{+(0,5)^y}\cancel{+2^y}\cancel{+(0,5)^z}+$
$+(0,5)^x+(0,5)^{x+y+z}\cancel{-2^x}\cancel{-(0,5)^y}-2^y\cancel{-(0,5)^z}=2^{x+y+z}+2^z+(0,5)^x+$
$+(0,5)^{x+y+z}$

4) $bc(2^z+(0,5)^x)-b-c-a=\cancel{2^{x+y+z}}+2^z+(0,5)^x+\cancel{(0,5)^{x+y+z}}\cancel{-2^{x+y+z}}-$
$\cancel{-(0,5)^{x+y+z}}=2^z+(0,5)^x$

$bc(2^x+(0,5)^x)-(2^x+(0,5)^x)=a+b+c$

$(2^x+(0,5)^x)(bc-1)=a+b+c$

$2^x+(0,5)^x=\dfrac{a+b+c}{bc-1}.$

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{bc-1}.$

6. $0\le\cos^2(2+3^x)\le 1.$ ~~[illegible]~~ т.к. $3^x>0.$

$0<\dfrac{3^x}{2}\le 1 \quad |\cdot 2.$

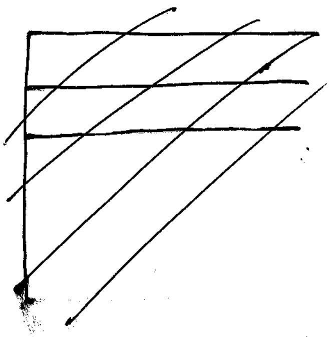
$0<3^x\le 2$

$\begin{cases}3^x>0, & x\text{ - все числа}\\ 3^x\le 2, & x\le\log_3 2\end{cases}$

$x\in(-\infty;\log_3 2]$

Ответ: $x\in(-\infty;\log_3 2]$

3. ~~[illegible]~~

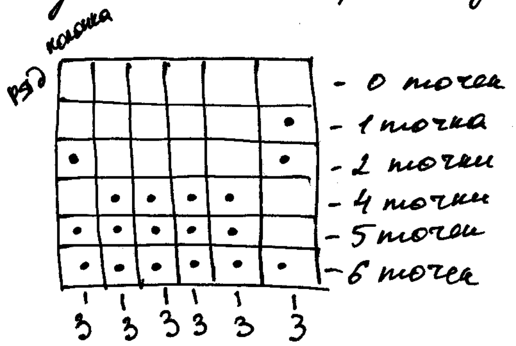


1) в каждом ряду число точек должно быть различное
2) число точек в каждой колонке не должно совпадать с числом точек ни в одном ряду.

Мой способ расположения точек (подстановкой):
1) сначала нижний ряд заполняется полностью.
2) 1 ряд должен быть пустым.
3) находим число $m=\frac{n}{2}$ (для этого n должно быть четным)
числа точек m не будет ни в одном ряду,
m точек будет в каждой колонке.
4) теперь располагаем точки так, чтобы в каждой колонке число точек стало m,
а в рядах число точек располагаем по порядку, т.е. 1 ряд - 0 точек.
2 ряд - 1 точка, НО пропускаем m точек
3 ряд - 2 точки
таким образом число точек в ряду не будет совпадать с числом точек в колонке, т.к. в каждой колонке будет m точек и ни в одном ряду не будет m точек

Рассмотрим на примере:

пусть $n = 6$, тогда $m = 3$.



Ответ: может, если n - четное число.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	**Вариант №** 7091	09Я235М01 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Винокурова

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Егоровна

Дата рождения 4 августа 1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.15
(число, месяц, год)

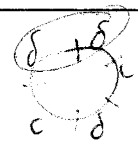
Подпись участника олимпиады:

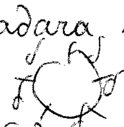
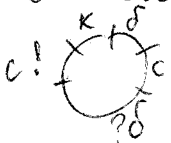
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

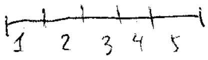
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 99235М01

Задача №2. Решение:  У нас никак не может

 ← невозможно. быть 2-х цветов, ибо тогда, не будет соответствовать условию задачи. Пусть у нас 3 цвета.  Если дугу под знаком ? покрасить ~~на~~ в белый цвет, то пока соответствует условию.

Покрасим дугу под знаком ! в синий. Тогда все получается. Рассмотрим все возможные варианты раскрашивания дуг.  При этом, 1 и 5 не должны совпадать цветами, т.к. у нас окружность.

б с к б с — с к б с б — к с б с б

б с б к с — с б к с б — к б с б с

б к с б с — с б с к б

б с б с к — с б с б к

Всего 10 вариантов.

Ответ: мин. число красок - ~~10~~ 3.

вариантов раскраски - 10.

Задача №4. ① $xyz=1$. ② $x+\frac{1}{z}=5$ ③ $y+\frac{1}{x}=29$ ④ $z+\frac{1}{y}=?$

$x+\frac{1}{z}=5 = \frac{xz+xyz}{z}=5 = x+xy=5xyz =$

$= x(1+y)=5xyz = 1+y=5yz$. $yz=\frac{1+y}{5}$ ← подставляем в 3 уравнение.

$y+\frac{1}{x}=29 = \frac{xy+xyz}{x}=29 = y+yz=29 = y+\frac{1+y}{5}=29$.

$\frac{5y+1+y}{5}=29$

$6y+1=145$.

$6y=145-1=144$

$y=\frac{144}{6}=24$.

$y+yz=29$

$24+24\cdot z=29$.

$24(1+z)=29$.

$1+z=\frac{29}{24}$

$z=\frac{29}{24}-1=\frac{29-24}{24}=\frac{5}{24}$.

$x+xy=5$.

$x(1+24)=5$.

$25x=5$

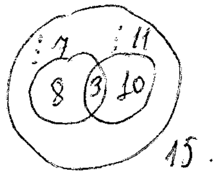
$x=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$.

$z+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}+\frac{1}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$.

Ответ: $z+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$.

Вар - 7091. Шифр: 98235М01.

Задача №5. Решение: Допустим, что чисел делимых 220 нет. Для решения данной задачи будем использовать круги Эйлера.



$10+8-15=3$. Из этих 15 различных N чисел 3 числа делятся и на 7 и на 11. Минимальные 3 числа: на 7 и 11 это $7\cdot11$; $7\cdot11\cdot2$; $7\cdot11\cdot3$. (Потому что 7 и 11 простые числа). $7\cdot11=77$.

$7\cdot11\cdot2=77\cdot2=154$.

$7\cdot11\cdot3=77\cdot3=231$

Получили противоречие $231>220$. При том, что число один из трех минимальных чисел, делящихся на 7 и 11 единственно. ч.т.д.

Задача №1. Решение: расход Монолайта на связь:

$(43\cdot99+43\cdot3\cdot200)100=43(99+600)100=3005700$.

Расход Громофона:

$(199x+3x\cdot100)200=(199x+300x)200=(499x)\cdot200=99800x$.

Доход Громофона больше дохода Монолайта более на 10000 $\Rightarrow$

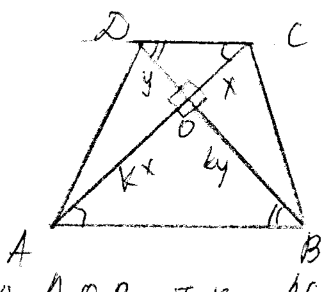
$99800x+10000=3005700$

$99800x=3005700-10000=2995700$

$x=\frac{2995700}{99800}=30,\dots$ По условию, Громофон за звонок берет целое число копеек, значит оно равно 30 коп.

Ответ: 30 коп.

Задача №7.



~~Обозначим~~

$\triangle DOC \sim \triangle AOB$, т.к AC будет секущей, $\angle DCA=\angle CAB$, как накрест лежащие, аналогично и с секущей DB и углами $\angle CDB$ и $\angle DBA$. Пусть $CO=x$, $DO=y \Rightarrow$ $OB=ky$, $OA=kx$. $k\geqslant1$.

$DC^2=y^2+x^2$ $\quad AB^2=k^2x^2+k^2y^2$ $\quad DC^2\cdot AB^2=(y^2+x^2)(k^2x^2+k^2y^2)=$

$=k^2x^2y^2+k^2y^4+k^2x^4+k^2y^2x^2=2k^2y^2x^2+k^2y^4+x^4\cdot k^2$.

лист 01 из 02.

$DA^2 = y^2 + k^2x^2$ $CB^2 = x^2 + k^2y^2$.

$DA^2 \cdot CB^2 = (y^2 + k^2x^2)(x^2 + k^2y^2) = y^2x^2 + k^2y^4 + k^2x^4 + k^4x^2y^2$.

$DA^2 \cdot CB^2 \wedge DC^2 \cdot AB^2$.

$k^4x^2y^2 + x^2y^2 + \cancel{k^2y^4} + \cancel{k^2x^4} \wedge 2k^2y^2x^2 + \cancel{k^2y^4} + \cancel{x^4k^2}$.

$\cancel{x^2y^2}(k^4+1) \wedge \cancel{x^2y^2}\,2k^2$.

$k^4 + 1 \wedge 2k^2$.

$k^4 + 1 > 2k^2$

$k^4 - 2k^2 + 1 > 0$.

$k^2(k^2-2)+1 > 0$. $\Rightarrow \sqrt{DA^2 \cdot CB^2} > \sqrt{DC^2 \cdot AB^2} \Rightarrow$

$DA \cdot CB > DC \cdot AB$.

Задача №3. На горизонталях можно поставить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8; 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8; 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 шашки, при этом все они различны. Допустим, что число шашек на вертикалях не равно ни одному числу шашек из горизонталей. На вертикалях может быть максимальное число 8. Т.к. на одну клетку ставим одну шашку. В каждом из вариантов распределения шашек меньше или равно 8 свободных шашек 1 шт. Например в распределении по горизонталям 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 свободно 8. А всего вертикалей у нас 8. $1 < 8$. $\Rightarrow$ обязательно найдется повторение в вертикалях и горизонталях, что противоречит условию.

В-7091. Шифр: 9Д 235М01.

Ответ: невозможно.

Если заменить 64-клеточную доску на 100-клеточную, собственно, ничего не изменится, кроме вариантов распределения шашек. Так же как и в доске 8×8 останется 1 свободная шашка для вертикали.

Задача №6.

Решение: $[x^n - 1] = \frac{x}{2}$.

$[x^n-1]$ - целое число $\Rightarrow$ $\frac{x}{2}$ - целое число. $\Rightarrow$ x - целое число. Значит, запись $[x^n-1]=\frac{x}{2}$ равносильна записи $x^n - 1 = \frac{x}{2}$.

$$x^n - \frac{x}{2} = 1.$$

$$\frac{2x^n - x}{2} = 1.$$

$$2x^n - x = 2.$$

$$x(2x^{n-1} - 1) = 2. \qquad n = 1.$$

$$\frac{2x - x}{2} = 1 \qquad \frac{x(2-1)}{2} = 1.$$

$$x = 2.$$

$n = 2$.

$2x^2 - x = 2.$

$\cancel{x(2x-1)} \neq 2.$

$2x^2 - x - 2 = 0.$

$D = 1 + 16 = 17.$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow \not\in \mathbb{Z}$

$n = 3$

$2x^3 - x = 2.$

$x(2x^2 - 1) = 2.$

$x \neq 1. \quad x \neq 2.$

$x(2x^{n-1} - 1) = 2. \quad 2 = 1 \cdot 2.$

Не рассматриваем нецелые множители, ибо $x - \mathbb{Z}$, $2x^{n-1} - \mathbb{Z}$, $2x^{n-1} - 1 - \mathbb{Z}$.

Пусть $x = 2$.

$2(2^{n-1} - 1) = 2.$

$2^{n-1} - 1 = 1.$

$2^{n-1} = 2 \Rightarrow n - 1 = 1.$

Пусть $x = 1$.

$2x^{n-1} - 1 = 2.$

$2x^{n-1} = 3. \quad n \notin N.$

Ответ: $n = 1 \quad x = 2.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № ______	Лес М 10 -14 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Вторых

ИМЯ Евгений

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 12.06.1998г **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2015г
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вторых

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЛесМ10-14

~~x~~ №1

	М	Г
сотрудники	100	200
цена внутри	43 к	X к. (< М) целое число
цена вне	43·3 к	X·3
входящие	беспл	беспл.

1) $(99\cdot 43)+(200\cdot 43\cdot 3)=4257+25800=30057$ (к.) - заплатит 1 сотрудник, пользующийся сетью Мэнолайн.

2) $30057\cdot 100=3005700$ (к) - заплатят 100 сотрудников, пользующиеся сетью Манолайн

3) $3005700:100=30057$ (руб) - заплатят 100 сотрудников, пользующиеся сетью Монолайн.

4) $30057+10000=40057$ (руб) - доход за 1 день компании Громофон

5) $40057\cdot 100=4005700$ (к) - доход за 1 день компании Громофон.

6) $4005700:200=20028{,}5$ (к) - заплатит 1 сотрудник, пользующийся сетью Громофон.

7) $(199\cdot X)+(100\cdot X\cdot 3)=20028{,}5$

$199X+300X=20028{,}5$

$499X=20028{,}5\ |:499$

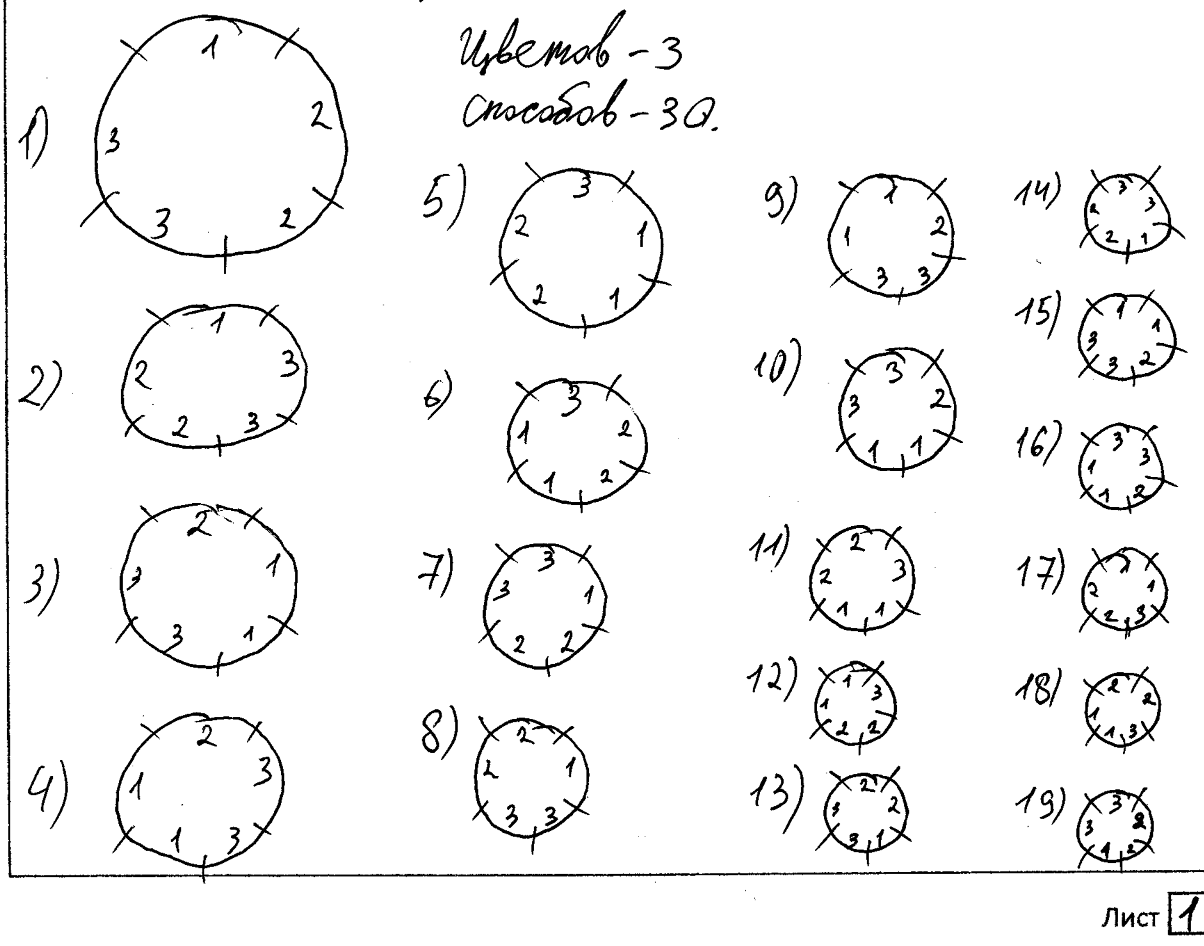
$X\approx 40$ (по правилу математики)

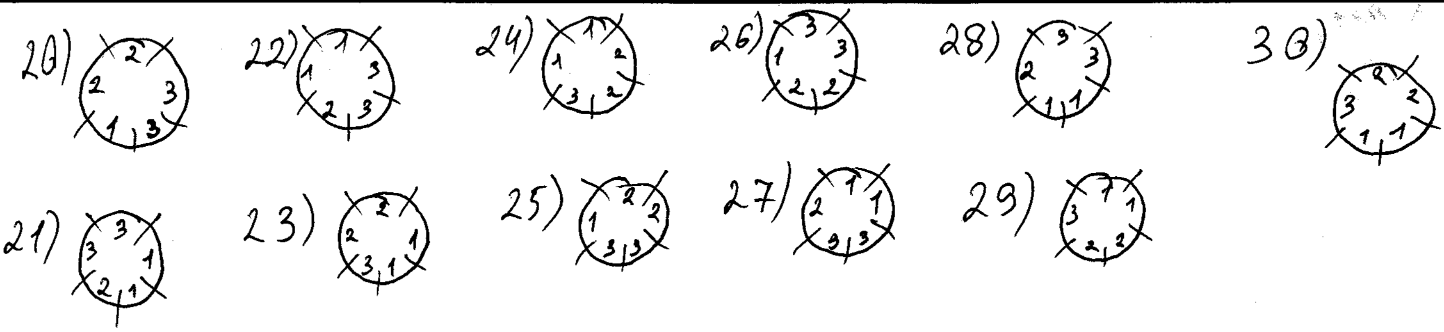
$X\approx 41$ (~~если думать, что фирма работала~~ (если думать, что фирма не будет работать себе в убыток)

№2

Цветов - 3

Способов - 30.





№4

$$xyz+\frac{1}{xyz}+x+\frac{1}{y}+y+\frac{1}{z}=0$$

$$(xyz+x)+y+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$$

$$x(yz+1)+y+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0 \quad |:x$$

$$yz+1+y+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$$

$$(yz+y)+1+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$$

$$y(z+1)+1+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0 \quad |:y$$

$$z+2+\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$$

$$\left(\frac{1}{xyz}+\frac{1}{y}\right)+z+2+\frac{1}{z}=0$$

$$\frac{1}{y}\left(\frac{1}{xz}+1\right)+z+2+\frac{1}{z}=0 \quad |:\frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{xz}+\overset{3}{\cancel{1}}+z+\frac{1}{z}=0$$

$$\left(\frac{1}{xz}+\frac{1}{z}\right)+3+z=0$$

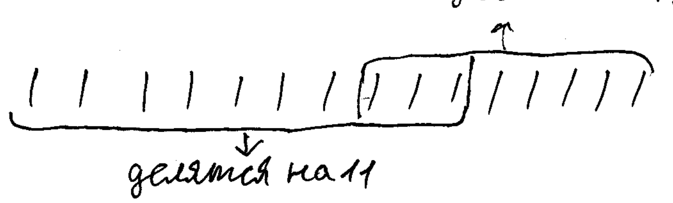
$$\frac{1}{z}\left(\frac{1}{x}+1\right)+3+z=0 \quad |:\frac{1}{z}$$

$$\frac{1}{x}+4+z=0$$

$$z+\frac{1}{x}=-4$$

№5

Допустим, что 10 чисел взяты с начала, а 8 чисел с конца.



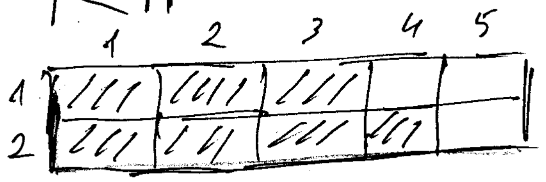
Мы видим, что 3 числа делятся и на 11, и на 7.
Напишем несколько чисел делящихся на 11.
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 120, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209, 220, 231.
Найдём из них те, которые делятся на 7.
Таким образом одно число оказалось больше 220.

№3

Может если число рядов будет меньше числа колонок, а число подстанций будет больше чем число ~~колонок~~ рядов.

Р < К < ~~П~~

Р < П



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Зам М – 32

№ группы

Вариант № 7/12

шифр

ФАМИЛИЯ ГОРБУНОВ

ИМЯ ГРИГОРИЙ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 10.02.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

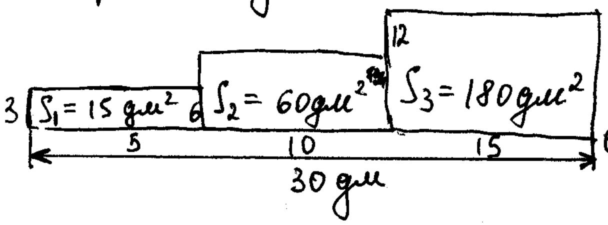
04 11 074472 Выдан: ОУФМС России по Кр. Красноярскому краю в г. Зеленогорске

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен М-32

№7 Мы имеем пьедестал и знаем S прямоугольника, в вертикальном разрезе, каждой ступени, а так ж длину всех трёх ступеней вместе.



При этом длины ступеней образуют арифметическую прогрессию, а высоты - геометрическую

Так же ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту.

Довольно таки легко методом подбора мы находим, что длины будут 5, 10, 15 дм; а высоты 3, 6, 12 дм.

Сделаем проверку

$5+10+15=30$ дм - верно.

$15:5=3$; $60:10=6$; $180:15=12$ дм - верно.

Наименьшая длина имеет наименьшую высоту; верно; мы видим, что найденные числа подходят под все условия задачи ⇒ это и будет ответом.

№2 Найти все значения x, при которых величины $tg\,x$ и $tg\,2x$ являются целыми числами

Допустим, что a и b целые числа, тогда

$tg\,x=a$; $tg\,2x=b$

Распишем $tg\,2x$ и произведем замену

$tg\,2x = \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x}$; $\frac{2a}{1-a^2}=b$ - распишем и получим

$\frac{2a}{(1-a)(1+a)}=b$ ⇒ Введем переменную c; и предположим,

что $a = 2c$; тогда $\frac{2\cdot 2c}{(1-2c)(1+2c)}$ видим, что это не
чётное
может быть целое число, т.к.

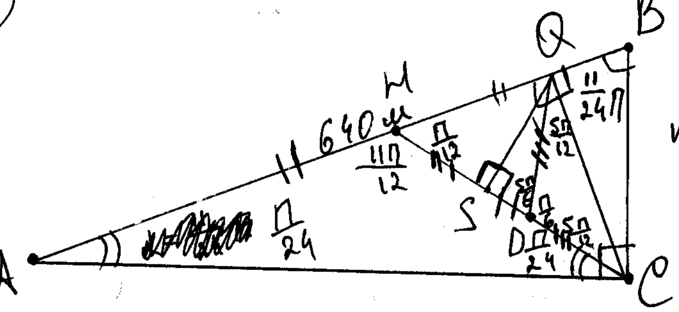
знаменатель нечетный

Если из нашего предположения вытекает, что $q=2c+1$ - - нечетн; т.к. $m=2c$ - мы опровергли, то

$$\frac{2(2c+1)}{2c\cdot 2(c+1)}=\frac{2c+1}{2c(c+1)}$$ - не целое, т.к. в числите получается нечетное число, а в знаменат. четное $\Rightarrow$ и этот случай мы опровергли; $\Rightarrow$ единственно возможное решение при целых числах может быть при $a=0$ и $b=0$ $\Rightarrow$ получаем $x=0 \Rightarrow 2015^{tg\,x} \Rightarrow 2015^0=1$

Ответ: 1

N(6)



Мы знаем, что медиана прямоугольного $\Delta = \frac{1}{2}$ гипотенузе, то. найдем длину гипотенузы 5-го Δ

$\text{I}=640$

$\text{II}=640:2=320$

$\text{III}=320:2=160$

$\text{IV}=160:2=80$

$\text{V}=80:2=40 \Rightarrow$ длина самой гипотенузы 5-го треугольника $=40$ м

Т.к. $\Pi=180°$ и сумма всех углов $\Delta=180°$, то $\angle C=90°=\frac{\Pi}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \Pi-\frac{11\Pi}{24}-\frac{\Pi}{2}=\frac{\Pi}{24} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A=\frac{\Pi}{24}$

~~т.к~~ Видим, что $HC=\frac{1}{2}AB=320 \Rightarrow AH=HC=HB \Rightarrow \Delta AHC$ р/б; тогда $\angle ACH=\frac{\Pi}{24}$

Найдем $\angle AHC$: $\Pi-\frac{2\Pi}{24}=\frac{22\Pi}{24}=\frac{11\Pi}{12} \Rightarrow$ Найдем ~~$\angle AQC$~~ $\angle BHC$

$\Pi-\frac{11\Pi}{12}=\frac{\Pi}{12}$; Рассмотрим 2-ой ΔHQC и проведем там высоту и медиану

$HC=320$; $\angle H=\frac{\Pi}{12}$; Найдем $\angle C=\Pi-\frac{\Pi}{12}-\frac{\Pi}{2}=\frac{5\Pi}{12}$; Т.к. ΔQDC р/б, то

$\angle C=\angle Q=\frac{5\Pi}{12}$; $\angle QDC=\Pi-\frac{10\Pi}{12}=\frac{\Pi}{6} \Rightarrow$ ~~$\angle HDQ=\Pi-\frac{\Pi}{6}=\frac{5\Pi}{6}$~~

$\Rightarrow$ видим закономерность; уменьшение в 2 раза $\Rightarrow$

у 3 Δ будет остр $\angle=\frac{\Pi}{3}$

~~Продолжение см на листе № 4~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7/12

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен 11-32

№5 В городе N три банка

Дано

город N
- 1 Банк – вклад удвоится через год, т.е x2
- 2 Банк – вклад утроится через год, т.е x3
- 3 Банк – банк разорится и вкладчик потеряет деньги

У Ивана Ивановича 600.000 рублей

Он хочет рискнуть и разместить свои деньги в банках на год.

Найти

мы должны узнать: как ему разложить деньги по банкам, что бы при самом плохом ходе событий получить максимально возможный доход

Какую сумму он получит через год

Решение.

Я думаю рациональнее всего, было бы разложить 3 суммы по трём банкам => у нас есть 600.000 рублей ~~600.000|3 / 120~~ 600.000 : 3 = 200.000 рублей

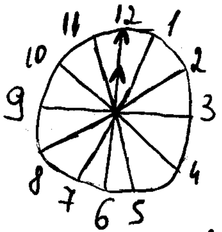
Иван Иванович положив по 200.000 рублей в каждый банк. получает доход в 400.000 рублей ~~в~~ при любом развитии событий, что показывает наша схема

город N
- I Банк – вклад 200.000 – x2 = 400.000 рублей
- II Банк – вклад 200.000 – x3 = 600.000 рублей
- III Банк – вклад 200.000 – банк разорился = 0 рублей

Итого: Иван Иванович получает 1.000.000 рублей =>

Ответ: разложив по 200.000 рублей по 3 банкам, Иван Иванович получит 1.000.000 рублей через год

№ 4 Начальное время 12:00 дня, т.е.



Мы знаем, что после полудня прошло целое число минут, и при этом угол между часовой и минутной стрелками составляет ровно 2°. Наша задача найти время, которое показывают часы в этот момент.

Часы - это окружность, составляющая 360°
мы можем найти сколько градусов в минуту проходит часовая стрелка и минутная. Мы знаем, что когда минутная или часовая стрелка проходят рас-е от 12:00 до 15:00 - это рас-е 90°, т.к. это $\frac{1}{4}$ часть всей окружности $\Rightarrow 360°:4 = 90° \Rightarrow$ рас-е пройденное от 12:00 до 13:00 = 30°; т.к. это рас-е $\frac{1}{3}$ рас-я от 12:00 до 15:00 $\Rightarrow 90°:3 = 30° \Rightarrow$ часовая стрелка проходит 30° за 60 мин
$\Rightarrow$ можем найти сколько градусов проходит часовая стрелка за 1 минуту $30°:60 = 0,5° \Rightarrow$ 0,5° проходит за 1 минуту часовая стрелка. Теперь найдем сколько градусов в минуту проходит минутная стрелка. Так же точкой отсчета возьмем длину в 30° $\Rightarrow$ за 5 минут, минутная стрелка проходит 30 градусов $\Rightarrow 30°:5 = 6° \Rightarrow$ 6° в минуту проходит минутная стрелка; Далее методом подбора начинаем искать, когда между 2 стрелками будет 2°. Мы видим, что впервые после полудня такое встречается в 3 часа 16 минут или 15:16; Докажем это: часовая стрелка проходит 3 часа 16 минут, т.е. 180 +16 минут; ~~нать~~ зная её скорость, найдём сколько градусов она прошла;

$$180 \cdot 0,5 = 90 \qquad 16 \cdot 0,5 = 8 \qquad 90 + 8 = 98°$$

Минутная стрелка за 16 мин успевает пройти $16 \cdot 6 = 96° \Rightarrow$

$\Rightarrow 98° - 96° = 2°$, ч.т.д.

Ответ: 3 часа 16 минут

N3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

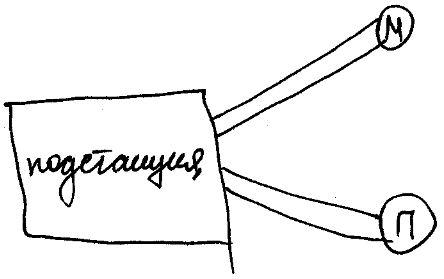
$\sin y = \arcsin x$ $\qquad$ $\sin x = -\arcsin y$

$-1 \leq \sin y \leq 1$ $\qquad$ $-1 \leq \sin x \leq 1$

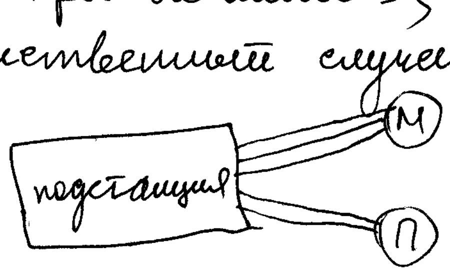
$-1 \leq \arcsin x \leq 1$ $\qquad$ $-1 \leq \arcsin y \leq 1$

$-\sin 1 \leq x \leq \sin 1$ $\qquad$ $-\sin 1 \leq y \leq \sin 1$

N1 а) может < 5, рис.



б) при не менее 5; не найдутся, т.к. возможен единственный случай выполнения условия



т.е. если линий 5, то возможна только ситуация на рисунке, а если их больше 5, то изначальное условие не будет выполняться

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Ангарск 401
м (11) 4

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7/11

шифр

ФАМИЛИЯ ГОРБУНОВА

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 12.11.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 3.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Даш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 401 м (11) 4

1.

1 сотрудник из Монолайна платит за 99 внут. сетевых и 200 вне сетевых ⇒ 100 сотрудников заплатят

$99 \times 43 = 4257$ (к) – внут. звонки

$129 \times 200 = 25800$ (к) – вне

$4257 + 25800 = 30057$ (к) – заплатит 1

$30057 \times 100 = 3005700$ (к) $= 30057$ (р) – доход Монолайна

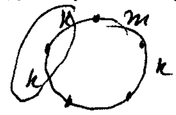
1 сотрудник из Грамофона заплатит за 199 внут. и 100 вне сетевых звонков ⇒ 200 сотрудников заплатят:

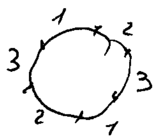
1) ∃ x – (коп), стоимость звонков внутри сети у Громофона ⇒ $199x$ – 1 сотруд. за внут.; $3x \cdot 200 = 300x$ – 1 сотруд. за внешние ⇒ $499x \cdot 200 = 99800x$ (коп) $= 998x$ р. – доход Громофона, т.к. доход Монолайна < дохода Громофона на > 10000 р ⇒ $998x \geq 40058$, x – целое

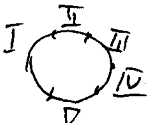
$40058 : 998 = 40,\ldots$ ⇒ $x > 40$, и $x < 43$ ⇒ $x = 41$ либо 42.

Ответ: 41 или 42

2.

Т.к. ~~мышиных~~ дуг всего 5, то использовать 2 цвета мы не сможем, т.к. тогда, чередуя эти цвета последовательно, первая и 2я дуга будут 1-го цвета: 

Значит, возьмем 3 цвета, и этого будет достаточно: 

Пронумеруем дуги: , I дугу мы можем покрасить 3мя способами (1, 2, 3 – ~~цв~~ цвета) ⇒ II – двумя, рассмотр. ост. дуги: ∃ I – 1 ~~цв~~ цвет, II – 2 цвет:

I	II	III	IV	V
1	2	3	1	2
1	2	3	1	3
1	2	1	2	3
1	2	1	3	2
1	2	3	2	3

– 5 вар раскраски ⇒ всего: $5 \cdot 6 = 30$

Ответ: 3 цвета, 30 способов

4.

$a = 2^{x+y+z} + 2^{-x-y-z}$, $b = 2^x + 2^{-y}$, $c = 2^y + 2^{-z}$, $d = 2^z + 2^{-x}$

$b\cdot c\cdot d = (2^x+2^{-y})(2^y+2^{-z})(2^z+2^{-x}) = (2^{x+y}+1+2^{x-z}+2^{-y-z})(2^z+2^{-x})$

$= \underbrace{2^{x+y+z}+2^{-y-z-x}}_{a} + 2^z + \underbrace{2^x+2^{-y}}_{b} + 2^{-x} + \underbrace{2^{-z}+2^y}_{c} = a+b+c+d$

$a+b+c = d(bc-1)$

$d = \frac{a+b+c}{bc-1}$

5.

9 чисел ⋮ 13, 10 чисел ⋮ 14, 11 чисел ⋮ 15. Док-ть, что есть число > 345

Т.к. всего 25 чисел ⇒ (9+10+11)−25 = 5 чисел, которые ~~⋮ 13 и~~ делятся на минимум 2 числа (13, 14 или 15), т.к. 13, 14 и 15 – попарно взаимно просты. Если есть число ⋮ 13, 15 и 14, то очевидно, что оно > 345. Если такого числа нет, то рассмотрим наименьшие числа, которые могут быть, чтобы условие выполнялось: 13·14, 13·15, 14·15, но нам нужны еще 2 числа и т.к. все числа разные и натуральные, то чтобы получить еще одно наим. число, мы должны умножить одно из уже имеющихся на 2: Заметим, что при умножении самого маленького из 3х мы получим число 13·14·2 = 364 > 345 ⇒ среди всех чисел обязательно будет число > 345.

6.

$[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$, т.к. $-1 \le \cos\alpha \le +1$, а $0 \le \cos^2\alpha \le 1$, и $\frac{3^x}{2} > 0$ при $\forall x$, то

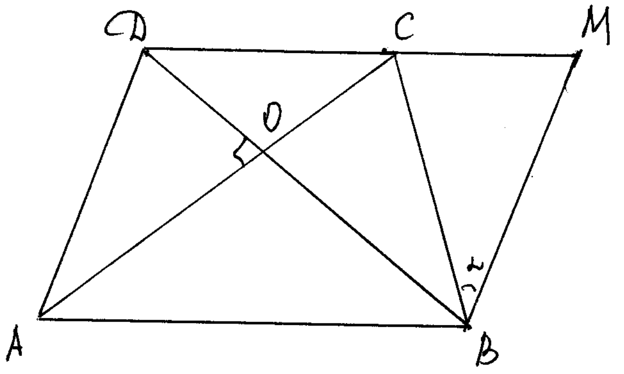
$[\cos^2(2+3^x)] = 1 \Rightarrow 1 \geq \frac{3^x}{2}$

$2 \ge 3^x$

$x \le \log_3 2$

Ответ: $x \le \log_3 2$

7.



Дано: $ABCD$ – трапеция
$AC \perp BD$
Сравнить: $(BC+AD)$ и $(AB+CD)$

Решение: 1) $\exists\ AC \cap BD = O$, тогда по т. Пифагора в $\triangle ADO$, $\triangle DOC$, $\triangle COB$ и $\triangle AOB$:

$$\left.\begin{aligned} AD^2 &= DO^2+OA^2 \\ BC^2 &= CO^2+BO^2 \\ DC^2 &= DO^2+CO^2 \\ AB^2 &= AO^2+OB^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underline{AD^2+BC^2} = DO^2+CO^2+OA^2+BO^2 = \underline{DC^2+AB^2} \quad (*)$$

2) проведем $MB \parallel AD$, $\exists\ \angle CBM = \alpha$ $\Rightarrow ADMB$-парал. $\Rightarrow$
$\Rightarrow MB = AD$, $DM = AB$

3) По т. косинусов в $\triangle CMB$:

$$CM^2 = CB^2+MB^2-2\cos\alpha\cdot CB\cdot MB = CB^2+AD^2-2\cos\alpha\cdot CB\cdot AD \ (1)$$

$$CM = DM-DC = AB-DC \Rightarrow$$

$$CM^2 = AB^2-2AB\cdot DC+DC^2 \ (2)$$

Из (1) и (2) $\Rightarrow$ $AB^2+DC^2-2AB\cdot DC = BC^2+AD^2-2\cos\alpha\cdot BC\cdot AD$

Из $(*)$: $AB^2+DC^2 = DC^2+AB^2$

$$AB\cdot DC = BC\cdot AD\cdot\cos\alpha, \text{ но т.к. } -1 \leq \cos\alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow \underline{AB\cdot DC \geq BC\cdot AD} \ (**)$$

4) $(BC+AD) \vee (AB+CD)$, т.к. длин положительные, то

$$(BC+AD)^2 \vee (AB+CD)^2$$

$$BC^2+AD^2+2BC\cdot AD \vee AB^2+CD^2+2AB\cdot CD$$

Из $(*)$ и $(**)$

$$BC\cdot AD \leq AB\cdot DC \Rightarrow \underline{(BC+AD) \leq (AB+CD)}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Ангарск М - 11 25	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7111	шифр

ФАМИЛИЯ Грязнова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 03.03.1997   **Класс:** 11

Предмет математика   **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**   **Дата выполнения работы:** 03.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Грязр

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

№1 –

100 сотрудников – Монолабы (43 копейки)
200 сотрудников – Громофон (43·3 = 129 копейки)

т.к. в 3 раза возрастает

Тогда М = 10000 + Г
↓
переводим в копейки.
$10.000 \cdot 100 = 1000000$

Пусть x (коп) – стоят звонки с Громофона,
тогда $199x$ – по условию, что звонит каждому по одному разу. (так же и 99) и $3x \cdot 100$;

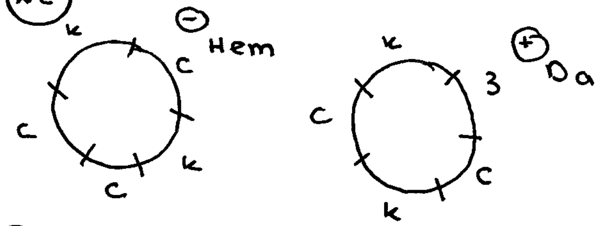
Составим уравнение.

$$(43 \cdot 99 + 129 \cdot 200) \cdot 100 + 1000000 = (199x + 300x) \cdot 200$$
$$(4257 + 25800) \cdot 100 + 1000000 = 499x \cdot 200$$
$$3005700 + 1000000 = 99800x$$
$$4005700 = 99800x$$
$$x \approx 41 \text{ коп.}$$

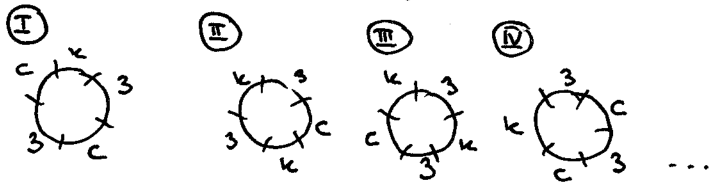
(мы берем 41, потому что только тогда получим исходное число).

Ответ: 41 копейка.

№2



Минимальное число 3.



$5 \cdot 6 = 30$ способов

Или системой:

с = 0
к = 1 ⇒
з = 2

0 и 1 = 5
0 и 2 = 5
1 и 0 = 5
1 и 2 = 5
2 и 0 = 5
2 и 1 = 5

} ⇒ 30 способов

Ответ: 30 способов.

№5 -

25 различных натур. чисел

9 чисел делятся на 13

10 чисел делятся на 14

11 чисел делятся на 15

Тогда:

(13) 13; 26; 39; 52; 65; 78; 91; 104; 117

(14) 14; 28; 38; 56; 70; 84; 98; 112; 126; 140

(15) 15; 30; 45; 60; 75; 90; 105; 120; 135; 150; 165

Но:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
13	13	13	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15														

20	21	22	23	24	25
15	15	15	15	15	15

: Получаем

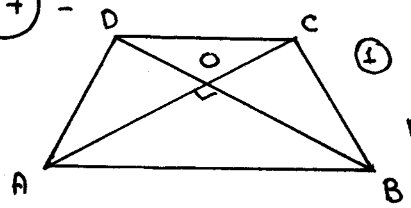
1 число − 195

2 число − 390 + ч.т.д.

390 > 345

ч.т.д.

№7 -



① $d > a > b > c$.

Тогда $AB^2 = a^2 + d^2$; $BC^2 = a^2 + b^2$
$CD^2 = c^2 + b^2$; $AD^2 = c^2 + d^2$;

② $BC + AD = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2}$; $AB + CD = \sqrt{a^2+d^2} + \sqrt{c^2+b^2}$;

③ Сравним:

$\sqrt{a^2+d^2}$ и $\sqrt{c^2+d^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$

(т.к. $a > c$)

④ Сравним:

$\sqrt{b^2+c^2}$ и $\sqrt{a^2+b^2}$

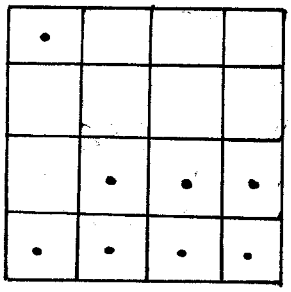
$\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}$

(т.к. $a > b$)

$\Rightarrow$ $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} + \sqrt{d^2+c^2}$;

Ответ: $BC + AD > AB + CD$!

(№3) –



$n \geq 4$
↓
должно быть кратно 2.

Ответ: Возможно.

(№6) –

$\cos^2(2+3^x) \geq \frac{3^x}{2}$

$m \leq x$

$[\cos^2 a] = 0$, при $[\cos^2 x] \in [0;1)$

$[\cos^2 a] = 1$, при $\cos^2 x = 1$.

при $[\cos^2(3^x+2)] = 0$

* $[\cos^2(3^x+2)] \neq 0 \Rightarrow \cos^2(3^x+2) \notin [0;1) \Rightarrow$

$\cos^2(3^x+2) = 1$

$\cos(3^x+2) = \pm 1$

$3^x = \pi n - 2$

$x = \log_3(\pi n - 2)$

* $1 \geq \frac{3^x}{2}$

$2 > 3^x$

$x < \log_3 2$. (т.к. $\log_3 2 > \log_3 3^x$)

$\log_3 2 > x \cdot \log_3 3$

$x < \log_3 2$

* $\begin{cases} x < \log_3 2 \\ x = \log_3(\pi n - 2) \end{cases}$;

(№4) –

$2^{x+y+z} + (0{,}5)^{x+y+z} = a$; $2^x + (0{,}5)^y = b$, $2^y + (0{,}5)^z = c$

$2^z + (0{,}5)^x$ – ?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

М11Мин12

шифр

№ группы

Вариант № 7111

ФАМИЛИЯ ГУЛЕВАТОВА

ИМЯ АНАСТАСИЯ

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВНА

Дата рождения 14.04.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 15.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11Нин12

S1)

Компания	Число сотрудников	Внутрисетевой звонок	Звонок в др. сеть	Входящие звонки	Ежедневный доход
Монолайн	100	0,43р	$(3\cdot 0{,}43)_р$	$0_р$	y
Граммофон	200	$X_р$ $X<0{,}43$	$3\cdot X_р$	$0_р$	(10 тыс + y) 10.000 + y

1) Монолайн получает ежедневный доход с внутрисетевых звонков и звонков на Граммофон:

$100\cdot 99\cdot 0{,}43 + 100\cdot 200\cdot 0{,}43\cdot 3 = 4257 + 25800 = 30057$ рублей.

2) Пусть цена звонка Граммофона 42 копейки (0,42р), то его ежедневный доход будет:

$200\cdot 199\cdot 0{,}42 + 200\cdot 100\cdot 3\cdot 0{,}42 = 16716 + 25200 = 41916$ рублей.

3) Проверим.

$41916 - 30057 = 11859 > 10.000 \Rightarrow$ 42 копейки подходит

4) Если цена звонка Граммофона 41 копейка (0,41р), то его ежедневный доход будет:

$200\cdot 199\cdot 0{,}41 + 200\cdot 100\cdot 3\cdot 0{,}41 = 16318 + 24600 = 40918$ рублей

5) Проверим

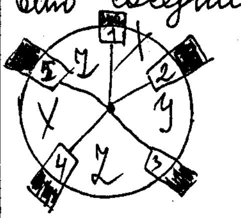
~~41916 − 40918 =~~ $40918 - 30057 = 10.861$ или 10,861 тс. руб, что соответствует условию.

Ответ: 41 копейка

S2)

1) Пусть столбы забора будут под номерами 1,2,3,4,5.

2) Пусть ~~столб~~ забор 1-2 окрашен в X цвет, тогда забор ~~столб~~ 2-3 окрашен в Y цвет (по условию соседние столбы забора должны быть разных цветов), $\Rightarrow$ забор ~~столб~~ 1-5 окрашен в Z цвет.

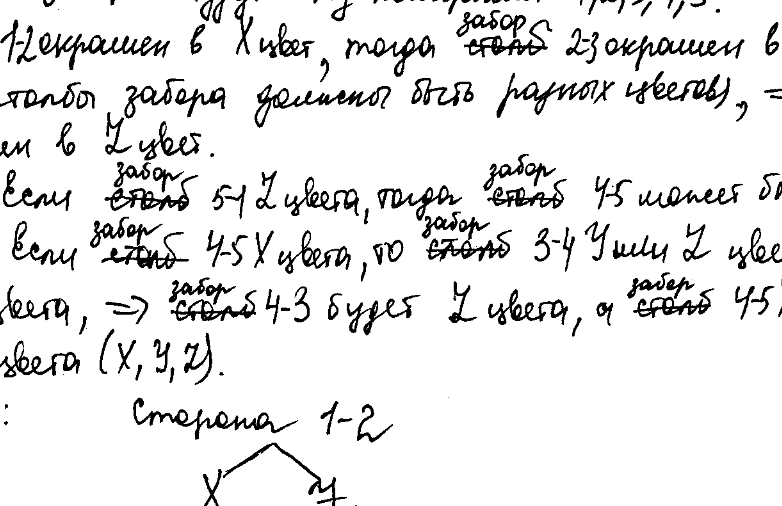


3) Если забор ~~столб~~ 5-1 Z цвета, тогда забор ~~столб~~ 4-5 может быть X или Y цвета.

4) Если забор ~~столб~~ 4-5 X цвета, то забор ~~столб~~ 3-4 Y или Z цвета, но забор ~~столб~~ 2-3 Y цвета, $\Rightarrow$ забор ~~столб~~ 4-3 будет Z цвета, а забор ~~столб~~ 4-5 X цвета.

5) Получим 3 цвета (X, Y, Z).

6) Возможности:



$\Rightarrow$ 5 возможных вариантов

7) Число перестановок = 6, $\Rightarrow$ $6\cdot 5 = 30$ вариантов, как можно раскрасить деревянные части забора 3 цветами.

Ответ: 3 цвета, 30 способов

S5)

1) Из 25 различных чисел $\in N$ 9 чисел $\vdots 13$; 10 чисел $\vdots 14$; 11 чисел $\vdots 15$, $\Rightarrow 9+10+11=30$

2) $30-25=5$ чисел (по меньшей мере 4 числа) делится на 2 числа из 3 чисел (13, 14, 15)

3) Из этих чисел хотя бы 2 числа делятся на одну и ту же пару чисел (т.к. $(13\cdot14)$: на 13 и 14; $(14\cdot15)$: 14 и 15; $(13\cdot15)$: 13 и 15)

4) А значит наибольшее из этих 2 чисел не будет меньше, чем число $2\cdot13\cdot14=364>345$.

S4)

Дано:

$a=2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}$

$b=2^x+(0,5)^y$

$c=2^y+(0,5)^z$

Выразить $2^z+(0,5)^x$

Решение:

1) Пусть $2^z+(0,5)^x=A$

2) Тогда

$b\cdot c\cdot A=a+b+c+A$, $\Rightarrow Abc-A=a+b+c$

$\left(2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}+2^x+2^y+2^z+(0,5)^y+(0,5)^y+(0,5)^z\right)$

$A(bc-1)=a+b+c$

$$A=\frac{a+b+c}{bc-1}$$

3) $bc-1\neq0$, т.к. число не может делиться на 0.

$bc=1$

$(2^x+(0,5)^y)(2^y+(0,5)^z)=1$

$2^{x+y}+2^x\cdot(0,5)^z+(0,5)^y\cdot2^y+(0,5)^y\cdot(0,5)^z=1$

$2^{x+y}+2^x\cdot2^{-z}+2^{-y}\cdot2^y+(0,5)^{y+z}=1$

$2^{x+y}+2^{x-z}+\cancel{1}+2^{-y-z}=\cancel{1}$

$2^{x+y}+2^{x-z}+2^{-(y+z)}=0$, но т.к. $\left.\begin{matrix}2^{x+y}>0\\2^{x-z}>0\\2^{-(y+z)}>0\end{matrix}\right]\Rightarrow$ знаменатель не обратится в 0.

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{bc-1}$

S3) Дано:

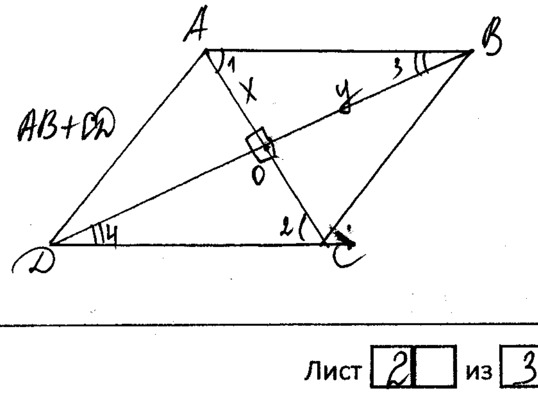
трапеция ABCD

AB, CD – основания

$AC\perp BD$

AC, BD – диагонали

Сравнить BC+AD и AB+CD



Решение:

1) Пусть $AC \cap BD = O$, $AO = x$, $OB = y$

2) Рассмотрим $\triangle OAB$ и $\triangle OCD$

1) $\angle 1 = \angle 2$, т.к $AB \parallel CD$ при сек. AC

2) $\angle 3 = \angle 4$, т.к $AB \parallel CD$ при сек. BD $\Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle OCD, \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = k$

3) $AB \parallel CD$ по св-ву трапеции

3) Тогда $OC = xk$, а $OD = yk$

4) По теореме Пифагора:

1. $AB + CD = \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{y^2k^2 + x^2y^2} = \sqrt{x^2+y^2} + k\sqrt{x^2+y^2}$

2. $BC + AD = \sqrt{y^2 + x^2k^2} + \sqrt{x^2+y^2k^2}$

5) Сравним:

$AB + CD$ и $BC + AD$

$\sqrt{x^2+y^2} + k\sqrt{x^2+y^2} \_ \sqrt{y^2+x^2k^2} + \sqrt{x^2+y^2k^2}$

$\left(\sqrt{x^2+y^2}(1+k)\right)^2 \_ \left(\sqrt{y^2+x^2k^2} + \sqrt{x^2+y^2k^2}\right)^2$

$(x^2+y^2)(1+2k+k^2) \_ y^2 + x^2k^2 + 2\sqrt{y^2+x^2k^2}\sqrt{x^2+y^2k^2} + x^2 + y^2k^2$

$(x^2+y^2)(1+2k+k^2) \_ y^2 + x^2 + k^2(x^2+y^2) + 2\sqrt{y^2+x^2k^2}\sqrt{x^2+y^2k^2}$

$k(x^2+y^2) \_ \sqrt{x^2k^2+y^2}\cancel{\sqrt{y^2+x^2k^2}}\sqrt{x^2+y^2k^2}$

$k^2(x^4+2x^2y^2+y^4) \_ (y^2+x^2k^2)(x^2+y^2k^2)$

$\cancel{x^4k^2} + 2x^2y^2k^2 + \cancel{y^4k^2} \_ x^2y^2 + \cancel{y^4k^2} + \cancel{x^4k^2} + x^2y^2k^4$

$2\cancel{x^2}\cancel{y^2}k^2 \_ \cancel{x^2}\cancel{y^2}(1+k^4)$

$2k^2 \_ 1+k^4$

$2k^2 \_ (1+k^2)^2$

$\cancel{2k^2} \_ 1 + \cancel{2k^2} + k^4$

$0 \leq 1+k^4$, $\Rightarrow AB + CD \leq BC + AD$

Ответ: $AB + CD \leq BC + AD$

S6)

1) По определению функции $[x]$ - целое число, $\Rightarrow$ число $(\cos^2(2+3^x))$ - целое число, $\Rightarrow$ число $\frac{3y}{2}$ - это число целое, которое меньше или равно $(\cos^2(2+3^x))$

2) $\cos^2(2+3^x) \geq \frac{3^x}{2}$

$\alpha \in [-1;1]$, но $(2+3^x) > 1$ при любых x, $\Rightarrow$ решений нет

Ответ: решений нет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	шифр: Ангарск М-11 19	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Гуляев

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Вячеславович

Дата рождения 28.08.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Агу

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. 100 – Монолайн – 43к (вн) – 129к (в др.)

200 – Грамофон – x к (вн) – 3x (в др) ; $x<43$

Монолайн: $(43\cdot 99 + 129\cdot 200)\cdot 100$

Грамофон: $(x\cdot 199 + 3x\cdot 100)\cdot 200$

Грамофон > Монолайн + 1000000

10000р = 1000000к

Составим уравнение:

$200(199x + 300x) > 100(4257 + 25800) + 1000000$

$39800x + 60000x > 3005700 + 1000000$

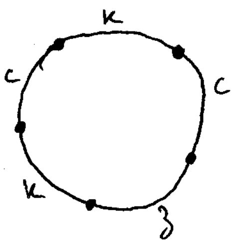
$99800x > 4005700$

$x > \frac{4005700}{99800} \approx 41$; $41\cdot 3 = 123$к

Ответ: 41к – стоят внутренние звонки

123к – стоят звонки в другие сети.

№2.



3 цвета – милиции

к с к с з
к с к з с
к с з к з
к с з с з

при первых двух к и с – 4 варианта

к с – 4
к з – 4
с к – 4
с з – 4
з с – 4
з к – 4

24 варианта

Ответ: 24 варианта

№3.

*			
	*	*	*
*	*	*	*

возможно!

условия: $n \geq 4$

n должно быть кратно 2

число в колонке $= \frac{n}{2}$

№4.

$2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$; $2^{x}+(0,5)^{y}=b$; $2^{y}+(0,5)^{z}=c$

$2^{z}+(0,5)^{x}=?$

$a=2^{x}\cdot 2^{y}\cdot 2^{z}+2^{\frac{1}{x}}+2^{y}+2^{z}$

$a=\frac{(2^{x}\cdot 2^{y}\cdot 2^{z})^{2}+1}{2^{x}\cdot 2^{y}\cdot 2^{z}}$

$b=2^{x}+\frac{1}{2^{y}}$

$b=\frac{2^{x+y}+1}{2^{z}}$

$c=2^{y}+\frac{1}{2^{z}}$

$c=\frac{2^{y+z}+1}{2^{z}}$

$$\frac{(2^{2x+y+z}+2^{x+y}+2^{x+z}+1)(2^{x+z}+1)}{2^{x}\cdot 2^{y}\cdot 2^{z}}$$

$$\frac{2^{2x+2y+2z}+2^{x+2y+z}+2^{x+y+2z}+2^{y+z}+2^{2x+y+z}+2^{x+z}}{2^{x}\cdot 2^{y}\cdot 2^{z}}$$

$2^{x+y+z}+2^{y}+2^{z}+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}z+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}x$

$b\cdot c\cdot x=b+a+c+x$

$b\cdot c\cdot x-x=b+a+c$

$x=\frac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $\frac{a+b+c}{bc-1}$

№5.

25
15

25 чисел всего:

9 чисел : 13	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
10 чисел : 14	13 13 13 13 13 13 13 13 13 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 15 15
11 чисел : 15	15 15 15 15 15 15 15

⇓

как минимум будет 2 числа делящиеся и

13 и на 14
14 и на 15
на 13 и на 15 => 1 число = 195

2 число = 390

390 > 345, ч.т.д.

Любое 2 число дол деления на оба числа будет > 345!

№6.

$m \le x$

$[\cos^2 \alpha] = 0$; при $[\cos^2\alpha] \in [0;1]$

$[\cos^2 \alpha] = 1$; при $\cos^2 \alpha = 1$

$[\cos^2 (3^x+2)] = 0$

$0 \geqslant \frac{3^x}{2}$; $\frac{3^x}{2} > 0$ т.к. $3^x > 0 \Rightarrow [\cos^2(3^x+2)] \ne 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos^2(3^x+2) \notin [0;1] \Rightarrow \cos^2(3^x+2) = 1$

$3^x + 2 = \pi n$

$1 \geqslant \frac{3^x}{2}$

$3^x = \pi n - 2$

$2 > 3^x$

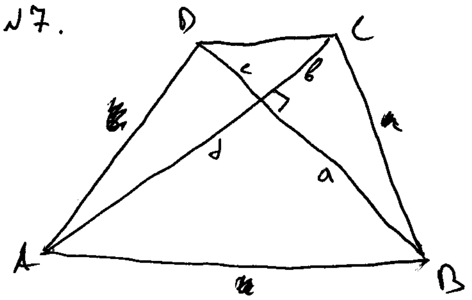
$\log_3 2 > \log_3 3^x$

$\log_3 2 > x \cdot \log_3 3$

$x < \log_3 2$ $\quad \begin{cases} x < \log_3 2 \\ x = \log_3 (\pi n - 2) \end{cases}$

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$

№7.



$BC+AD$ и $AB+CD$

$d > a > b > c$

$BC^2 = a^2+b^2$

$AD^2 = c^2+d^2$

$CD^2 = c^2+b^2$

$BC+AD = \sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$

$AB+CD = \sqrt{a^2+d^2}+\sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$ т.к. $a > c$

$\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}$ т.к. $a > c$

т.к. $d > b \Rightarrow \sqrt{d^2+a^2}-\sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2}-\sqrt{b^2+c^2}$

$\Downarrow$

$\underbrace{\sqrt{d^2+a^2}+\sqrt{b^2+c^2}}_{AB+CD} > \underbrace{\sqrt{b^2+a^2}+\sqrt{d^2+c^2}}_{BC+AD}$

Ответ: $BC+AD < AB+CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	11 я 238 м 18 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Гурьева

ИМЯ Мичилия

ОТЧЕСТВО Иннокентьевна

Дата рождения 27. 05. 1999 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 15. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мит

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Всего $100 + 200 = 300$ сотрудников. 1 сотрудник в день звонит 299 сотрудникам, из которых могут быть 199 Громофона и 100 Монолайна или 99 Монолайна и 200 Громофона. Обозначим стоимость внутри Громофона как x. Тогда звонки сотруднику Монолайна обойдутся в $99 \cdot 43 + 200 \cdot 3x$, т. к. стоимость для другой сети возрастает в 3 раза. Звонки сотруднику Громофона обойдутся в $199 \cdot x + 100 \cdot 3 \cdot 43 = 199x + 12900$.

Входящие звонки внутри любой сети бесплатные, поэтому мы можем их не учитывать.

На основании полученных и известных ранее данных составим схему и уравнение:

М	100	43	y
Г	200	$x < 43$	$y + 10000$ рб.

$199 \cdot 200x + 20000 \cdot 3x - 99 \cdot 100 \cdot 43 - 20000 \cdot 129 =$
$= 10000$

$199 \cdot 2x + 200 \cdot 3x - 99 \cdot 43 - 200 \cdot 129 = 100$

$398x + 600x - 4257 - 25800 = 100$

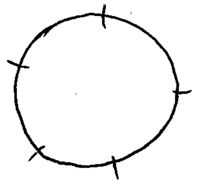
$998x = 100 + 4257 + 25800$

$998x = 30157$

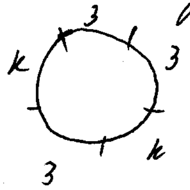
$x = 31.$

Ответ: звонки Громофона стоят 31 копейку.

2. Нарисуем наземный клапан:

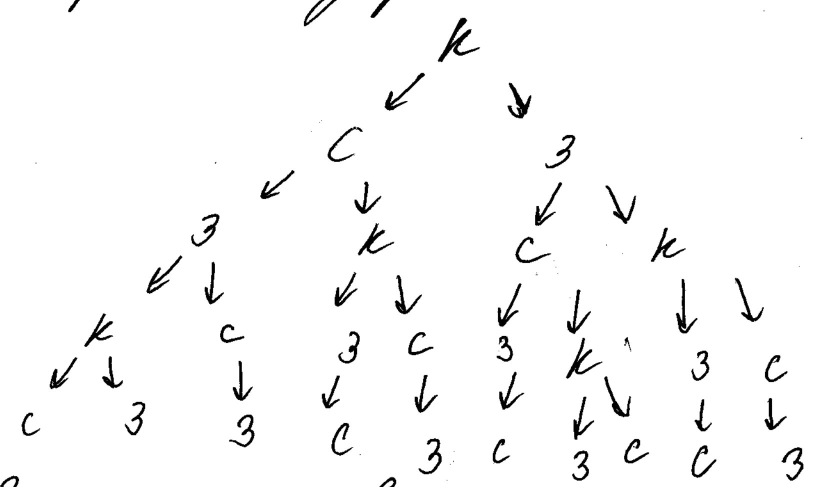


Если мы возьмём 2 цвета, то две соседние дуги не смогут быть разных цветов.



Поэтому минимальное возможное количество цветов = 3.

Найдём разные способы, для этого построим дерево:



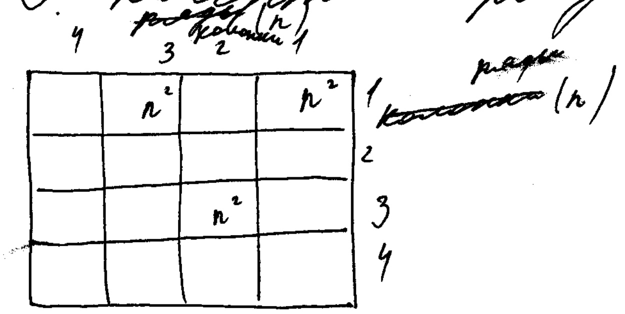
Запишем варианты, если к стоит первой: КС3КС, КС3К3, КС3С3, КСК3С, КСКС3, К3С3С, К3СК3, К3СКС, К3КС3, К3К3С.

Варианты типа КС3СК невозможны, потому что в таком случае две дуги будут одного цвета.

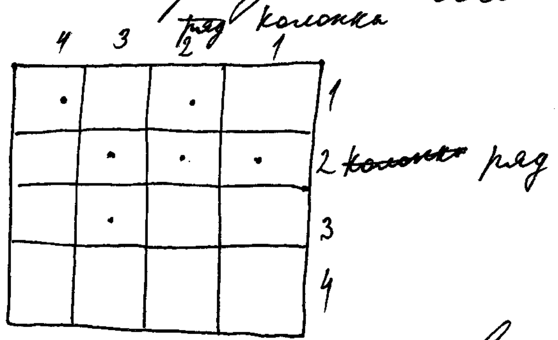
Для каждой буквы, которая стоит впереди, существует 10 вариантов, значит всего вариантов $3 \cdot 10 = 30$.

Ответ: минимальное число цветов = 3, количество способов = 30.

3. Начертим рисунок:



Расположим подстанции в произвольном порядке, учитывая, что во всех рядах число подстанций различно.



Из рисунка видно, что при разном количестве подстанций в ряду количество подстанций в колонке может быть одинаковым, а число подстанций в колонке может совпадать с числом подстанций в ряду. Например в 1 ряду 2 подстанции, такое же количество подстанций в колонках 2 и 3.

Ответ: нет.

4. $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$

$2^x+(0,5)^y=b$

$2^y+(0,5)^z=c$

$2^z+(0,5)^x - ?$

$x\cdot yz+\dfrac{1}{xyz}=a$

$x+\dfrac{1}{y}=b \quad x=b-\dfrac{1}{y} \quad \dfrac{1}{x}=\dfrac{b-\frac{1}{y}}{x}=\left(b-\dfrac{1}{y}\right):x=b-\dfrac{1}{yx}$

$y+\frac{1}{z}=c \qquad y=c-\frac{1}{z} \quad \frac{1}{z}=c-y \quad z=\frac{1}{c-y}$

$y=c-\frac{1}{z}=\frac{cz-1}{z}$

$x+\frac{z}{cz-1}=b$

$\frac{cz-1}{x(cz-1)+z}=\frac{1}{b}$

$xyz+\frac{1}{xyz}=a$

$a=\frac{c-y}{by+1}+\frac{by+1}{c-y}=\frac{c^2-2yc+y^2+b^2y^2+2by+1}{(by+1)(c-y)}\ \frac{by+1}{y}\cdot y\ \frac{1}{c-y}+$

$+(by+1\cdot\frac{1}{c-y})$

$z+\frac{1}{x}=\frac{1}{c-y}+\frac{y}{by+1}=\frac{zx+1}{x}=\frac{z(b\cdot\frac{1}{y})+1}{b-\frac{1}{y}}=$

$=\frac{z\left(\frac{by-1}{y}\right)+1}{\frac{by-1}{y}}=\frac{z(by-1)+y}{by-1}=\frac{z(by-z)y}{by-1}=$

$=\frac{by-z}{by-1}=\frac{b(c-\frac{1}{z})-z}{b(c-\frac{1}{z})-1}=\frac{b(c-\frac{1}{z})-\frac{1}{c-y}}{b(c-\frac{1}{z})-1}=$

$=\frac{b(c-\frac{1}{z})-\frac{1}{c-y}}{b(c-\frac{1}{z})-1}=\frac{b(c-\frac{1}{z})-\frac{1}{c-\frac{cz-1}{z}}}{b(c-\frac{1}{z})-1}=\frac{1}{b+c}.$

Ответ: $\frac{1}{b+c}$.

5. Суммируем числа: $9+10+11=30$ чисел. Так как в условии сказано, что различных чисел 25, то есть 5 таких чисел, которые делятся на 2 или 3 различных числа.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11Я238М18

Если на доске записаны числа
13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117 - дел. 13
14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140 - дел. 14
15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165 - дел. 15,
то ни одно число не совпадает, следовательно, в данном случае написано не 25, а 30 различных чисел, поэтому делители больше 117, 140 и 165 соответственно.
Если мы возьмём числа $13 \cdot 14 = 182$ и $14 \cdot 15 = 210$, то у нас будет 26 различных чисел, а если 3 числа, которые делятся на любые два - то у нас будет 24 различных числа. Следовательно, чтобы было 25 различных чисел, нужно, чтобы 1 число встречалось трижды, т.е. было произведением всех трёх чисел, и одно число встречалось дважды, то есть было произведением двух любых чисел:
13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, ~~182~~, ~~2730~~
14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, ~~182~~, ~~2730~~
15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, ~~2730~~.
$13 \cdot 14 \cdot 15 = 2730.$
$2730 > 345.$
ч.т.д.

6. $[x]$ $\quad m \le x$

$[\cos^2(2+3^x)] \ge \frac{3^x}{2}$

$\cos^2(x+2) \ge \frac{x}{2}$

$\cos^2(x+2) - \frac{x}{2} \ge 0$

$\cancel{x \ge -1}$

$x \ge 0$

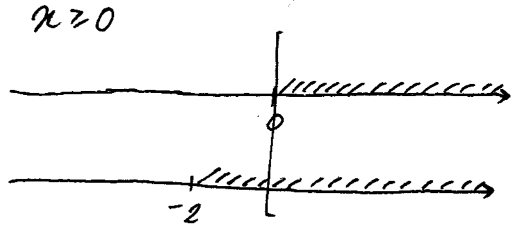
$\cos^2(x+2) = 1$

$\cancel{\cos^2(-1+2) = \cos}$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

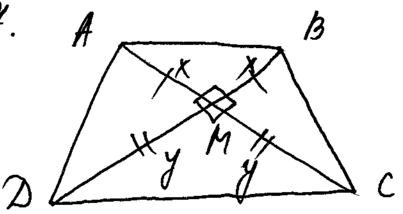
$x \ge -2$



$x \in [0; +\infty)$.

Ответ: $[0; +\infty)$.

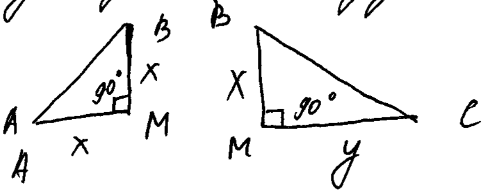
7.

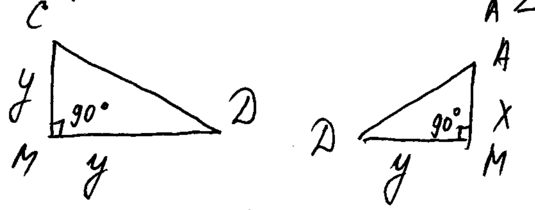


Так как диагонали AC и BD перпендикулярны, то $\angle BAM = \angle BMC = $ $= \angle AMD = \angle CMD = 90°$,

$DM = MC$, $AM = MB$.

Обозначим $AM = MB$ как x, а $DM = MC$ как y. Тогда можно увидеть следующие треугольники:





Тогда $BC = \sqrt{x^2+y^2}$, $AD = \sqrt{x^2+y^2}$

$AB = \sqrt{x^2+x^2}$, $CD = \sqrt{y^2+y^2}$

$AB + CD = \sqrt{2x^2} + \sqrt{2y^2} = \sqrt{2}(x^2+y^2+2xy) = 2(x^2+y^2)$

$AD + BC = \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{x^2+y^2}$.

По рисунку видно, что $y > x$. Возьмём $x = 3$, $y = 4$. Тогда $AB + CD = \sqrt{2x^2} + \sqrt{2y^2} = \sqrt{2 \cdot 9} + \sqrt{2 \cdot 16} =$ $= \sqrt{18} + \sqrt{32} \approx 4,24 + 5,65 = 9,89$.

$AD+BC=\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{9+16}+\sqrt{9+16}=$
$=5+5=10.$

$AD+BC>AB+CD.$

Ответ: $AD+BC>AB+CD.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	марк. 404 M(9) 13	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 4901	шифр

ФАМИЛИЯ Гусев

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Глебович

Дата рождения 17.06.1999. **Класс:** 9

Предмет Математика. **Этап:** Заключительный.

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Рассмотрим доходы компании Монолайн. Каждый из тех, кто ей пользуется, совершает 99 внутрисетевых и 200 ~~сет~~ внешних звонков ежедневно. При этом данной сетью пользуется 100 человек => ее ежедн. доходы: $100(99\cdot43+200\cdot\overset{43\cdot3}{\cancel{129}})=100\cdot\overset{(30057)}{\cancel{\ldots}}$.

Рассмотрим доходы компании ~~Гр~~ Громофон. Пусть ее доход с внутрисетевого звонка равен x, тогда $3x$ – доход с внешнесетевого звонка. Каждый из тех, кто ей пользуется, совершает 199 внутрисетевых и 100 внешнесет. звонков. При этом у сети 200 пользователей => ее ежедн. доход: $200(100\cdot3x+199\cdot x)=200\cdot(499x)$.

По условию, ежедн. доходы комп. Громофон больше более чем на 1.000.000 копеек => $100\cdot(30057)+1000.000<200\cdot499x$.

$499x\cdot200>100\cdot(30057)+1000000 \;|:100$.

$998x>30057+10000$

$998x>40057x$.

$x>40\frac{137}{998}$.

При этом по условию $x<43$ => $x=41$ или $x=42$.

Ответ: $x=41$ или $x=42$.

№5.

~~Заметим~~ Допустим, что не найдется числа, большего 220, 8 чисел делится на 7, и 10 чисел делится на 11 => чтобы 3 числа делятся на 7 и 11 одновременно. ~~Однако~~ 11 и 7 – взаимнопростые числа => число делится на 7 и 11 если в его разложении на простые множители присутствуют 7 и 11 одновременно. Рассмотрим наименьшие из этих чисел.

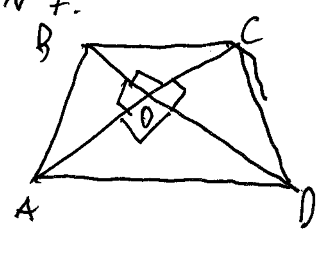
$7 \cdot 11 = 77 < 220.$

$7 \cdot 11 \cdot 2 = 154 < 220.$

$7 \cdot 11 \cdot 3 = 231 > 220.$

При дальнейшем ~~удалении~~ увеличении числа также будут $\geq 220 \Rightarrow$ максимум 2 числа делятся на 7 и 11 одновременно. Но тогда чисел будет минимум 16 – противоречие условию (15 чисел) $\Rightarrow$ Найдется число, большее 220.

N 7.



Пусть точка O – точка пересечения диагоналей, тогда треугольники $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$, $\triangle AOD$ – прямоугольные $\Rightarrow$ по теореме Пифагора:

$$\begin{cases} BC^2 = BO^2 + OC^2 \\ AD^2 = AO^2 + OD^2 \\ BA^2 = AO^2 + BO^2 \\ CD^2 = CO^2 + OD^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$BC^2 \cdot AD^2 = AO^2 \cdot BO^2 + AO^2 \cdot OC^2 + OD^2 \cdot BO^2 + OD^2 \cdot OC^2$$

$$AB^2 \cdot CD^2 = AO^2 \cdot CO^2 + AO^2 \cdot DO^2 + BO^2 \cdot CO^2 + BO^2 \cdot DO^2$$

$\Updownarrow$

$AB^2 \cdot CD^2 \vee BC^2 \cdot AD^2 \Leftrightarrow AO^2 \cdot BO^2 + \cancel{AO^2 \cdot OC^2} + \cancel{OD^2 \cdot BO^2} + OD^2 \cdot OC^2 \vee AO^2 \cdot CO^2 + AO^2 \cdot DO^2 + BO^2 \cdot CO^2 + BO^2 \cdot DO^2$

$\Updownarrow$

$(AO \cdot BO)^2 + (CO \cdot DO)^2 \vee (AO \cdot DO)^2 + (BO \cdot CO)^2$

$\Updownarrow$

$$BC^2 \cdot AD^2 = (AO \cdot BO)^2 + (AO \cdot CO)^2 + (DO \cdot BO)^2 + (DO \cdot CO)^2.$$

$$AB^2 \cdot CD^2 = (AO \cdot CO)^2 + (AO \cdot DO)^2 + (BO \cdot CO)^2 + (BO \cdot DO)^2$$

$\Updownarrow$

$BC^2 \cdot AD^2 \vee AB^2 \cdot CD^2$

$\Updownarrow$

$(AO \cdot BO)^2 + (DO \cdot CO)^2 \vee (AO \cdot DO)^2 + (BO \cdot CO)^2.$

$\Updownarrow$

$(AO \cdot BO)^2 - (AO \cdot DO)^2 \vee (CO \cdot BO)^2 - (CO \cdot DO)^2.$

$$\frac{BC \cdot AD}{AB \cdot CD} = \frac{AO}{CO}.$$

$\Updownarrow$

$AO^2(BO^2 - DO^2) \vee CO^2(BO^2 - DO^2) \Leftrightarrow AO^2 \vee CO^2 \Rightarrow BC \cdot AD \vee AB \cdot CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 4091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ажарк 404 М(9) 13

№4.

$\begin{cases} xyz=1. \Rightarrow x=\frac{1}{yz};\ \frac{1}{x}=yz. \Rightarrow \\ x+\frac{1}{z}=5 \\ y+\frac{1}{x}=29. \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{yz}+\frac{1}{z}=5 \quad ① \\ y+yz=29. \quad ② \end{cases}$

$\frac{144}{6}=12\cdot2=24$

① $\frac{1}{yz}+\frac{1}{z}=5$

$\frac{y+1}{yz}=5.$

$y+1=5yz. \Rightarrow yz=\frac{y+1}{5}.$

2) $y+yz=29.$

$y+\frac{y+1}{5}=29. \mid \cdot 5.$

$5y+y+1=145.$

$6y=144.$

$y=24.$

$y+1=5yz \Rightarrow 25=120\cdot z \Rightarrow z=\frac{25}{120}=\frac{5}{24}.$

$z+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}+\frac{1}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}.$

Ответ: $\frac{1}{4}.$

№ 6.

(т.к. предст. в виде цел. части числа)

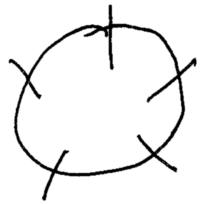
① $\frac{x}{2}$ - целое число $\Rightarrow$ x - целое число $\Rightarrow$ x^n-1 - целое число. Поэтому от равенства $[x^n-1]=\frac{x}{2}$ мы можем перейти к равенству $\frac{x}{2}=x^{n}-1.$

Очевидно x - четное, тогда x^n-1 - нечетное $\Rightarrow$ $\frac{x}{2}$ - нечетное $\Rightarrow$ ~~x делится на 2 все~~ x может быть представлено в виде $x=2k$, где k - нечетное число. Пусть $x=2k$, тогда $k=2^n\cdot k^n-1 \Rightarrow k+1=2^n\cdot k^n \Rightarrow \frac{k+1}{k^n}$ - целое число (равное 2^n). Очевидно, что такое возможно только при условии, что $k=1 \Rightarrow x=2$. Тогда $\frac{x}{2}=2^n-1$. $2=2^n$ $n=1$.

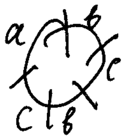
Ответ: $n=1$; $x=2$ - единственное решение.

Лист 3 из 5

№1.

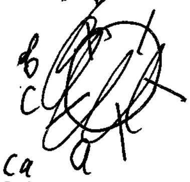


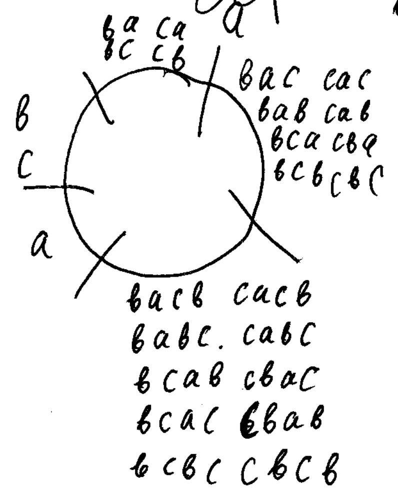
Очевидно что менее чем 3 цветами ~~заполнить~~ раскрасить заданным в условии образом невозможно. 2 цветами это невозможно сделать, т.к. число дуг нечетно. 3 цветами есть минимум 1 способ, например



где a, b, c – цвета. => 3 – минимальное кол-во цветов.

Рассмотрим случай с тремя цветами. Покрасим первую дугу в цвет a. Следующую мы можем покрасить 2 способами: либо в цвет b, либо в цвет c. Третью можем покрасить 4 способами (см. рис.) Четвертую дугу – восемью способами – см. рис.





~~Однако 5~~ Пятую же дугу – только десятью способами (см. рис). Меняя цвет первой дуги мы можем получить еще десять аналогичных способов. Цветов у нас 3 => способов всего 30.

Ответ: 3 цвета; 30 способов.

№3.

~~Заметим, что на доске в ряду число шашек находится в пределах от одного 0 до 8, при этом ни одно значение не повторяется. Для верт. колонок ситуация аналогична~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ашарк 404 М (9) 13.

№3.

На вертикальных колонках, как и на ~~верти~~ горизонтальных рядах может быть от 0 до 8 шашек, т.е 9 значений. При этом у нас имеется 2 группы ~~рядов~~ по 8 рядов. Очевидно, что невозможно распределить 9 значений на 2 группы по 8 рядов без повторов => то, что ~~можно~~ описано в условии невозможно. Для 100кл. доски ситуация аналогична, ибо невозможно вместить без повторов 11 значений в 2 группы по 10 элементов.

Ответ: невозможно; ничего не изменится

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/12	М11- 19 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ГУЦАЛЬ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 1.04.1997 **Класс:** 11 „Б"

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** 2

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11-19

№1

1) Ответ: да

Решение: рассмотрим кол-во подстанций $= n = 4$: 1-на из них (по условию задачи) должна вести в посёлок П. Если из остальных 3-х ~~до~~ электропередач всего одна ведёт в город М, то из 1-й электропередачи и других 2-х может оказаться так, что ни одна не ведёт в город М, из чего нарушается условие, при котором обязательно 1-на из 3-х электропередач ведёт в город М. => как минимум 2 электропередачи из 4-х должны вести в город М. Последняя линия электропередачь может вести куда угодно.

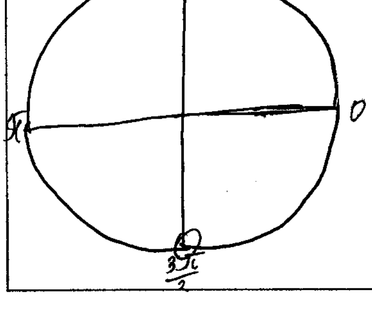
2) при $n \geq 5$

при $n = 5$ 2-е из 5 линий должны вести в город, а 1-на в посёлок (следуя из пункта (1)), как минимум. Если среди 5-ти линий всего 1-на ведёт в посёлок, то второе условие не будет ~~возм~~ выполняться. => 2 линии должны вести в посёлок. Если 5-я линия будет вести в посёлок, то не будет выполняться 1-е условие => 3 линии должны вести в город, а 2-е - в посёлок.

при $n > 5$ - условие задачи будет нарушаться.

Ответ: нет

№2



$tg\,x = 0$ и $tg\,2x = 0$ при одинаковых

$x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

~~при $x < 45^0$ $\sin x < 1$ $|tg\,x| < 1$~~

$x \neq \pm\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$, т.к. при $2x = \pm\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ - не подходит под ОДЗ =>

$2015^0=1$

Ответ: 1, при $x\neq\pi k, k\in Z$

N4

1) За каждый час минутная стрелка проходит $360°$ и 60 мин => каждую минуту стрелка проходит $6°$, а каждые $\frac{1}{6}$ минуты – $1°$.

2) За каждые 60 мин ~~?~~ часовая стрелка проходит $30°$ (5 минут минутной стрелки) => каждую минуту часовая стрелка проходит $\frac{1}{2}$ градуса, а каждые $\frac{1}{6}$ мин – $\frac{1}{12}$ градусов

3) Пусть $k=\cancel{6n}\, 6n$, $n\in N$. k – кол-во $\frac{1}{6}$ ~~времени~~ минут => по условию задачи

$|k\cdot 1-(k\cdot\frac{1}{12}+m)|=2$, где k – кол-во минут; $1-1°$; $\frac{1}{12}=\frac{1}{12}°$;

m – ~~k~~ кол-во градусов через каждый час, а именно $30\cdot h$, где h – кол-во часов ($m=30\cdot h$)

1) при $h=0$ (в первый час)

$$|k-\frac{k}{12}|=2 \Leftrightarrow -2=\frac{11k}{12}=2 \quad |\cdot 12$$

$-24=11k=24$ – не целые решения

2) при $h=1$

$$|\frac{11k}{12}-30|=2 \Leftrightarrow -2=\frac{11k}{12}-30=2 \quad |+30$$

$28=\frac{11k}{12}=32$ – ~~не~~ нет целых решений

3) при $h=2$

$$-2=\frac{11k}{12}-60=2 \quad |+60$$

$58 = \frac{11k}{12} = 62$ — нет целых решений

4) При $n = 3$

$-2 = \frac{11k}{12} - 90 = 2 \quad | +90$

$88 = \frac{11k}{12} = 92 \quad | :11$

$8 = \frac{k}{12} = \frac{92}{11} \quad | \cdot 12$

$96 = k = \frac{92 \cdot 12}{11}$

целое   не целое

$\Rightarrow k = 96 \Rightarrow k = 6n \Rightarrow n = \frac{96}{6} = 16$ мин

Ответ: 3часа 16мин = 192 мин.

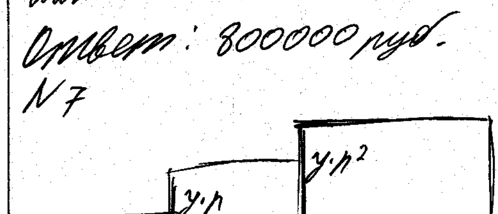
N 5

Пусть $x = 200\,000$

Так как Иван не знает, в какой банк он положит деньги ⇒ если он положит в какой-нибудь банк сумму, большую, чем $\frac{1}{3}$ от x начальной (так как всего 3 банка), то он может потерять часть денег ⇒ максимальная сумма, которую может получить Иван $= 2x + 3x - x = 4x = 800000$ рублей. Если он оставит какую-нибудь сумму денег дома ($a \geq 0$), то $2 \cdot (x - \frac{a}{3}) + 3 \cdot (x - \frac{a}{3}) - (x - \frac{a}{3}) + a = 4x - \frac{2a}{3}$ ⇒ он получит меньше максимальной возможной суммы.

Ответ: 800000 руб.

N 7



т.к. $x + x+d + x+2d = 30 \Rightarrow$ $x + d = 10$, а так как $x > 0$, у нас могут быть такие комбинации чисел

$\overset{x}{(1};\overset{d}{9}),\ (\overset{x}{2};\overset{d}{8}),\ (\overset{x}{3};\overset{d}{7}),\ (\overset{x}{4};\overset{d}{6}),\ (\overset{x}{5};\overset{d}{5})$

~~$x \neq 2;4$ т.к.~~ $x \neq 1$, т.к. высота 1-го пьедистала > высоты 2-го (исходя из их площадей)

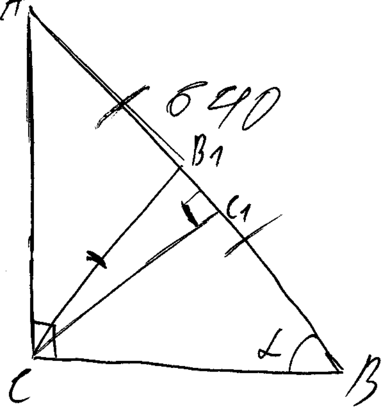
$x \neq 2, 3, 4$, так как при ~~ни~~ таких x не образуется геометрическая прогрессия среди высот пьедисталов $\Rightarrow$

$x = 5$; $d = 5$,

тогда высота первого пьедистала $= 3$, высота 2-го $= \frac{60}{10} = 6 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow y \cdot n^2 = 12$, а $x + 2d = 15$, что $12 \cdot 15 = 180$

Ответ: 1 пьедистал ~~t~~ $- h = 3$; $l = 5$; 2-й $- h = 6$; $l = 10$; 3-го $- h = 12$; $l = 15$ (где l - длинна, а h - высота пьедистала)

N7

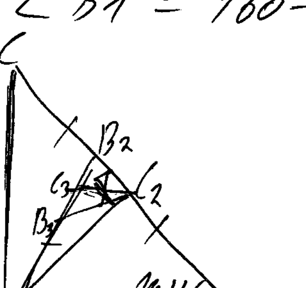


1) По свойствам прямоугольного Δ-ка, медиана, проведённая из ~~вс~~ прямого угла $= \frac{\text{гипотенуза}}{2} \Rightarrow$ гипотенуза 1-й линии $=$ 320, 2-й $= 160$; 3-й $= 80$; 4-й $= 40$; 5-й $= 20$

$\Rightarrow$ гипотенуза $\overset{5\text{-й}}{\underset{1\text{-й}}{=}} 20$

2) Рассмотрим $\Delta C B_1 B$. $\angle B = \alpha$ и $\angle C = \alpha \Rightarrow$

$\angle B_1 = 180 - 2\alpha$. Аналогично 2-й Δ-к $C_1 B_2 B_1$. $\angle B_1 = 180 - 2\alpha = \angle C_1 \Rightarrow$



$\Rightarrow \angle B_2 = 180 - 2 \cdot (180 - 2\alpha) = 4\alpha - 180$. Далее 3-й Δ ~~C_1B_2~~ $B_3 B_2 C_2 B_2$

$\angle B_3 = 180 - 2 \cdot (4\alpha - 180) = 180 - 8\alpha$. Аналогично 4-й Δ

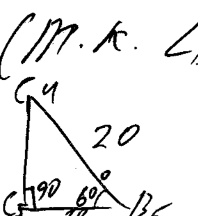
$\angle B_4 = 180 - 2 \cdot (180 - 8\alpha) = 16\alpha - 180$

$\angle B_5 = 180 - 2(16\alpha - 180) = 180 - 32\alpha = \overset{\pi}{\cancel{180}} - 32 \cdot \frac{11}{24}\pi =$

$= \overset{\pi}{\cancel{180}} - \frac{44}{3}\pi = \overset{\pi}{\cancel{180}} - 4\cancel{\frac{11}{3}\pi}\ \pi \cdot (14 + \frac{2}{3}) = -13\pi - \frac{2}{3}\pi =$

$\Rightarrow \angle B_5 = 300° = (360 - 60) = 60° \Rightarrow$ ~~по м~~ по теореме Пифагора

(т.к. $\angle B_5 = 60°$, а $\angle C_5 = 90° \Rightarrow \angle C_4 = 30° \Rightarrow C_5 B_5 = \frac{C_4 B_5}{2}$):



$400 - 100 = 300 \Rightarrow C_4 C_5 = 10\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta C_4 C_5 B_5} = \frac{10\sqrt{3} \cdot 10}{2} = 50\sqrt{3}$ Ответ: гипотенуза $= 20$, $S = 50\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Лсс М10-15	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы **Вариант №** 7101	шифр	

ФАМИЛИЯ Дмитриев

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 22.02.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дмитриев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Лес М10-15

№1

М

43 к. → в сети

$43\cdot3=129$ к → в другую сеть

Г

x $(x<43;\ x\in\mathbb{Z})$

$3x$

Доходы Монолайта:

$99\cdot0{,}43+200\cdot3\cdot0{,}43$ – одного работника компании

$\Downarrow$

в 100 раз больше со всей фирмы

Доходы Грамофона:

$199x+100\cdot3\cdot x$ – одного р. к.

$\Downarrow$

в 200 раз больше со всей компании.

доходы М + 10 000 < доходы Г

$100\cdot\cancel{(}699\cdot0{,}43+10000<200\cdot499x$

$100+699\cdot0{,}43<998x$

$x>\dfrac{699\cdot0{,}43+100}{998}$ $\dfrac{400{,}57}{998}\approx\cancel{0{,}301}\ 0{,}401$

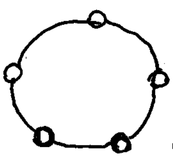
$x>\dfrac{400{,}57}{998}$

$x>\cancel{0{,}301}$ $0{,}401$ т.к $x\in\mathbb{Z}$, то $x_{мин}=0{,}41$ р или 41 копейка

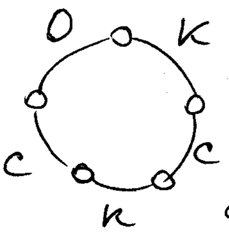
$x_{max}=42$ к.

Ответ: за внутренний звонок Грамофон берёт 41 либо 42 копейки.

№2

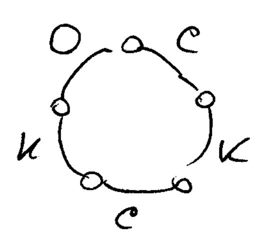


Минимальное кол-во цветов 3 (Если последовательно закрашивать части забора в 2 разных цвета, то последняя из них будет либо такого же цвета как предыдущая, либо одного цвета с первой) В любом случае одна из частей забора будет отличаться по цвету от всех других



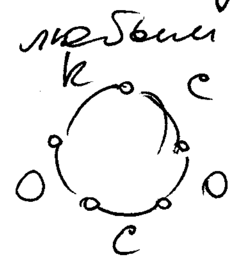
Возьмём цвета красный - К
синий - С
оранжевый О

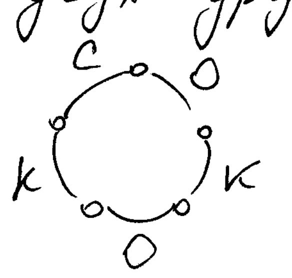
Выберем один из участков забора, который будет отличаться от других по цвету.
Пусть это будет оранжевый цвет.



Тогда все остальные части забора можно покрасить 2мя способами
(см. слева)

Взяв таким образом каждый из пяти участков забора получаем 10 вариантов его покраски, при том, что отличающийся от других участок будет оранжевым. Но он может быть и любым из двух других цветов





Всего получаем 30 различных вариантов покраски забора.
$(3 \times 2 \times 5 =
= 30)$

№ 6

$\cos\alpha \leq 1 \Rightarrow \cos^2\alpha \leq 1 \Rightarrow [\cos^2\alpha] = 0$ или $[\cos^2\alpha] = 1$

При $\cancel{[\cos^2\alpha]}$ $[\cos^2(x+2)] = 1$

$\cancel{\cos x = 1}$ $\cos^2(x+2) = 1$

$\cancel{x = 2\pi n;\ n \in Z}$

Тогда $x = 2\pi n - 2;\ n \in Z$ или $x = \pi(1+2k);\ k \in Z$

$1 \geq \frac{2\pi n - 2}{\pi}$

$1 \geq 2n - \frac{2}{\pi}$ → Нер-во верно только при $n = 0, -1, -2$ и т.д.

Следовательно $x = 2\pi n - 2;\ n \in Z;\ n \leq 0$

~~При $[\cos^2(x+2)] = 0$~~ Иначе:

$1 \geq \frac{\pi + 2\pi k - 2}{\pi}$

$1 \geq 1 + 2k - \frac{2}{\pi}$ → верно при $k \leq 0;\ k \in Z$

~~При $[\cos^2(x+2)] = 0$~~ Объединив эти решения получим: $x = \pi l - 2;\ l \in Z;\ l \leq \cancel{0}\ 1$

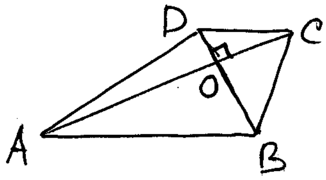
При $[\cos^2(x+2)]=0$ и $x>0$
ни одно число не будет удовлетворять
нер-ву. ($\frac{x}{\pi} \leq 0$)

~~Если $x<0$~~ Любое число $x \in (-\infty; 0]$
удовлетворяет нер-ву.

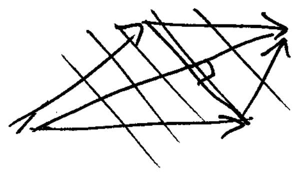
Следовательно ~~$x=$~~ x – любое число от
– бесконечности до нуля включительно
или $x = \pi - 2$ ($x \approx 1{,}1415$) при $l = 1$

№5
Из всех чисел минимум 3 делятся и
на 7 и на 11 ($8+10-15=3$)
Наименьшее число a, такое что $a \vdots 11$ и $a \vdots 7$
это ($7 \times 11 = 77$) число 77. Если среди данных
15 чисел все числа делящиеся и на 7 и на 11
наименьшие т.е. это числа 77, 154, 231.
$231 > 220 \Rightarrow$ Среди 15 чисел есть хотя бы одно
большее чем 220.

№7



Дано: ABCD – трапеция,
диагонали AC ~~и~~ DB – перпендикул.
Требуется сравнить BC+AD и AB+CD
Решение: Пусть точка O – место
пересечения диагоналей.



Треугольники DOC и AOB
подобны (по 3м углам) ⇒

$$\frac{DC}{AB} = \frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA}$$

Ответ: $BC+AD = AB+CD$

№4

Пусть $z+\frac{1}{x} = d$; тогда $bcd = \frac{xy+1}{y}\cdot\frac{zy+1}{z}\cdot\frac{xz+1}{x} =$

$$= \frac{x^2y^2x^2 + x^2yz + xy^2z + xyz^2 + xz + zy + yx + 1}{xyz} = \cancel{a+}\ \frac{x^2y^2z^2+1}{xyz} +$$

$$+ \frac{x^2yz + xy^2z + xyz^2 + xz + zy + yx}{xyz} = a+b+c+d$$

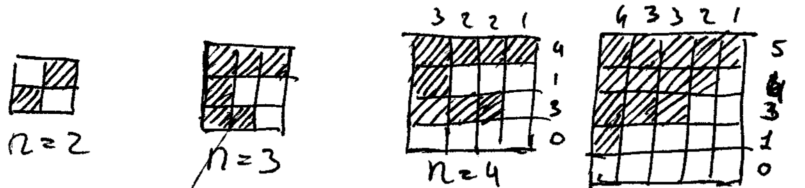
$bcd = a+b+c+d$

$bcd - d = a+b+c$

$d(bc-1) = a+b+c$

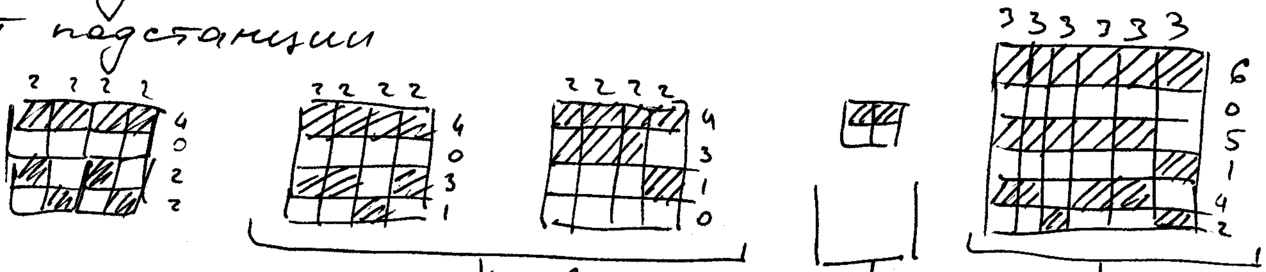
$d = \frac{a+b+c}{bc-1}$

№3 n^2



▨ - есть подстанция

□ - нет подстанции



~~уд~~ условию удовлетворяют

Условие задачи выполняется, когда $n \vdots 2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7111

119837 М09

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Домотова

ИМЯ Оксана

ОТЧЕСТВО Афанасьевна

Дата рождения 08.06.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

④ $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$, $2^x+(0,5)^y=в$, $2^y+(0,5)^z=c$ Выразить $2^z+(0,5)^x$.

$вc\cdot(2^z+(0,5)^x)=(2^x+(0,5)^y)(2^y+(0,5)^z)(2^z+(0,5)^x)=$

$=2^{x+y+z}+2^x\cdot2^y\cdot(0,5)^x+2^x\cdot(0,5)^z\cdot2^z+2^x(0,5)^z\cdot(0,5)^x+(0,5)^y\cdot2^y\cdot2^z+(0,5)^y\cdot2^y\cdot(0,5)^x+$

$+(0,5)^y\cdot(0,5)^z\cdot2^z+(0,5)^y\cdot(0,5)^z(0,5)^x=2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}+2^y\cdot1^x+2^x\cdot1^z+$

$+(0,5)^z\cdot1^x+2^z\cdot1^y+(0,5)^x\cdot1^y+(0,5)^y\cdot1^z=2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}+2^y+(0,5)^z+$

$+2^x+(0,5)^y+2^z+(0,5)^x=a+в+c+2^z+(0,5)^x.$

$вc(2^z+(0,5)^x)=a+в+c+2^z+(0,5)^x$

$вc(2^z+(0,5)^x)-(2^z+(0,5)^x)=a+в+c$

$(2^z+(0,5)^x)(вc-1)=a+в+c$

$2^z+(0,5)^x=\dfrac{a+в+c}{вc-1}$ Отв: $2^z+(0,5)^x=\dfrac{a+в+c}{вc-1}$

⑥ $[\cos^2(2+3^x)]\geq\frac{3^x}{2}$.

$[\cos^2(2+3^x)]$ всегда неотрицательная, ~~…~~ еще $0\leq\cos^2(2+3^x)\leq1$, т.е

$[\cos^2(2+3^x)]$ равна единице, когда $\cos^2(2+3^x)=1$, а в остальных случаях 0.

$\frac{3^x}{2}>0$, всегда положительная. Также $2+3^x>2$, т.к $3^x>0$.

$\frac{3^x}{2}=1$. $3^x=2$. $\boxed{x=\log_3 2}$

Подставим $[\cos^2(2+3^x)]=[\cos^2(2+2)]=[\cos^2(4)]$

$4\neq\pi k$, только, тогда когда $2+3^x=\pi k$ $[\cos^2(2+3^x)]=1$,

т. е $[\cos^2(4)]=0$.

при $x>\log_3 2$ $\frac{3^x}{2}>1$, т.е это не подходит в условию, т.к $[\cos^2(2+3^x)]\ngeq\frac{3^x}{2}$.

при $x<\log_3 2$ $0<\frac{3^x}{2}<1$.

Значит подходят x такие, что удовл. неравенству $2+3^x=\pi k$, и

$x < \log_3 2$. $\quad 3^x + 2 = \pi k$.

$3^x = \pi k - 2$. $\quad x = \log_3(\pi k - 2)$. $\quad$ ОДЗ $\pi k - 2 > 0$.

$\pi k > 2$. $\pi \approx 3{,}14$

при $k = 2$. $\log_3(3{,}14 \cdot 2 - 2) =$ $\quad$ т.к $k \in \mathbb{Z}$, т.е $k = 1$.

$= \log_3(4{,}28) > \log_3 2$ не подходит.

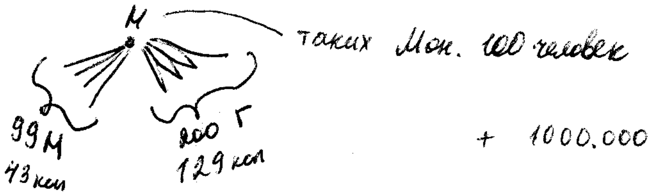
~~Т~~ Следовательно, подходит, когда $k = 1$ и все $x = \log_3(\pi - 2)$.

Отв: Единств. решение при $x = \log_3(\pi - 2)$.

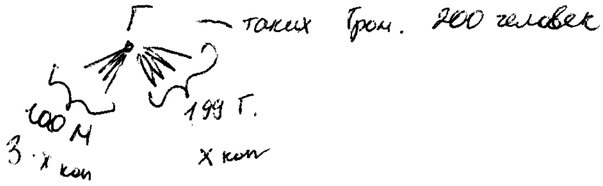
(1). Моналайн – 100 сотр. — внутр. 43 коп, др. сеть $3 \cdot 43$
Грамофон – 200 сотр. — (меньше) x коп, $3 \cdot x$

более чем 10.000 руб. $\quad$ x – целое

10.000 руб = 1000000 коп. $\quad 3 \cdot 43 = 129$ коп



+ 1000.000 коп =



$$100\,(99 \cdot 43 + 200 \cdot 129) + 1000000 \le 200\,(199x + 300x) \;\Big/ \cdot \frac{1}{100}$$

$$99 \cdot 43 + 200 \cdot 129 + 10000 \le 2 \cdot 499x$$

$$4257 + 25800 + 10000 \le 998x$$

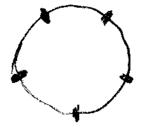
$$40057 \le 998x$$

$$x \ge \frac{40057}{998}$$

$$x \ge 40\frac{137}{998}, \text{ т.е } \quad x = 41 \text{ коп или } 42 \text{ коп}.$$

Отв: Звонок Грамофона 41 коп или 42 коп.

(2). min кол-во цветов? 1 цвет невозможен, т.к соседние дуги должны иметь разные цвета. Пусть будет 2 цвета. Тогда будет чередование 2 цветов,

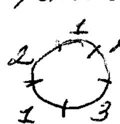


но так как ~~у~~ у нас нечетн. кол-во цветов = 5 то обязательно где нибудь будут соседние дуги с одинаковыми цветами.

$2k-1 \;\; 2k \;\; 2k+1 \;\; 2k+2 \qquad k \in \mathbb{N}$

$1 \,|\, 2 \,|\, 1 \,|\, 2 \,|\, 1 \,|\, 2 \,|\, \ldots \,|\, 1 \,|\, 2 \,|\, 1 \,|\, 2 \,|$

чередование цвет 1 – у всех дуг, которые стоят на нечетных дугах, считая от первой дуги. Следовательно, цвет 2 – у всех дуг, которые стоят на нечет. номерах. Т.к у нас нечетное число при расположении их в ~~кр~~ окружность 1я дуга и 5-я дуга будут иметь одинаковый цвет номер 1. Т.е 2 цвета не подходит. Пусть будет 3 цвета, достаточно привести пример, чтобы доказать, что можно так раскрасить дуги. Рассмотрим пример:

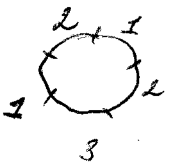


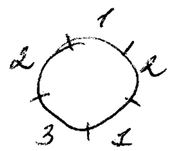
как мы видим, любые ~~дв~~ две соседние дуги имеют разные цвета.

Т.е миним. Кол-во цветов = 3. Сколькими способами можно это сделать? Для этого докажем, что 1 цвет не может быть у 3 дуг. Если у 3 дуг будет, то обязательно будут две соседние с этим цветов. Min кол-во для 3 дуг – это 6 дуг. Потому что между ними должно быть не менее 1 дуги, т.е $3+3=6$ дуг – min кол-во.

Назовем 3 цвета – (1, 2, 3). И рассмотрим случаи, когда

1) 11 22 3 → могут быть расположены только 2 способами
2) 22 33 1
3) 33 11 2





и всеми других способов, потому что, не считая цвет 3, цвета 1 и 2 чередуются, а чередование может быть только 2 способами. Когда 1212 и 2121 других нет.

Аналогично у 2 случаев по 2 способа их расположения. Т.е способов равно $= 3\cdot 2 = 6$ способов.

Отв: Min кол-во цветов = 3
Способов их распол = 6.

(5) На доске 25 разл. N. чисел. из них 9 чисел ⋮ 13; 10 чисел ⋮ 14; 11 чисел делятся ⋮ 15. Доказать, что среди них есть число, большее 345.

Заметим, что числа 13, 14 и 15 взаимно простые. Т.е min число делящееся на эти числа должно быть их произведением.

1) Если среди 25 чисел, есть число ⋮ 13, 14 и 15, то оно будет (min) $13\cdot 14\cdot 15$, что значительно больше 345.

2) Т.е среди 25 чисел, не должно быть числа, которое делится на 13, 14 и 15.

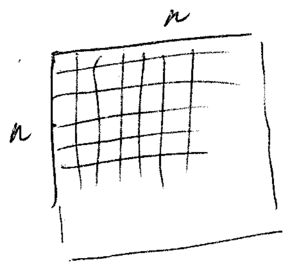
3). Следовательно, есть числа, которые делятся на 13, 14 или 14, 15 или 13, 15. Так как $25 < 9+10+11 = 30$, и их не меньше 5. Т.е среди 25 чисел точно есть 5 чисел, которые делятся на эти числа

4) Рассмотрим, число делящееся на 13 и 14. Min кратное этих чисел, есть их произведение $= 13\cdot 14 = 182$, потом наим. кратное, это уже число большее НОК на 2 раза, т.е $182\cdot 2 = 364$, что уже больше 345. Т.е среди 25 чисел должно быть только 1 число, которое делится на 13 и 14.

5) Аналогичным образом, рассмотрим 2 других случаях. Можно сразу утверждать, что у них тоже должно быть 1 число, потому что произведение $14\cdot15$ и $13\cdot15 > 13\cdot14$. Следовательно их ~~[illegible]~~ НОК > $НОК_{13\cdot14}$. Т.е следующее наим. число, которое делится на $15\cdot13$ и $15\cdot14$ > 345.

6) Мы рассмотрели, и нашли только 3 числа, но по ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ утверждению 3 их должно быть не меньше 5, что приводит противоречию, что среди 25 чисел нет такого числа > 345. Следовательно, мы доказали, что среди них есть число большее 345.

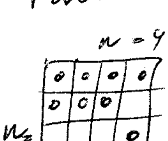
(3)



во всех рядах число подстанций различно. т.е мы можем их расположить по убыванию, (или по возрастанию).
~~Следовательно для того, чтобы в каждой колонке не совпадало ни с одним числом~~

Число подстанций ~~в~~ в одном ряду может быть от 0 до n (т.е $n+1$ различных способов) ~~[illegible]~~ Т.к во всех рядах число подстанций различно, то есть у них n способов. Остается только один способ ~~[illegible]~~, ~~назовем его k по~~ в котором k подстанций. И для того, чтобы число подстанций в каждой колонке не совпадало ни с одним числом подстанций в ряду, то в каждой колонке должно быть k подстанций (т.е кол-во подстанций в каждой колонке одинаковое число). Такое возможно, только тогда когда ~~[illegible]~~ можно разделить ряды на 2 ряда, которое в сумме подстанций $= n$, и при этом они противоположные, т.е в первом ряду на местах, которых стоят подстанции, на этих же местах во втором ряду пусто, и наоборот. ~~[illegible]~~

Рассмотрим пример: (точки = подстанции)



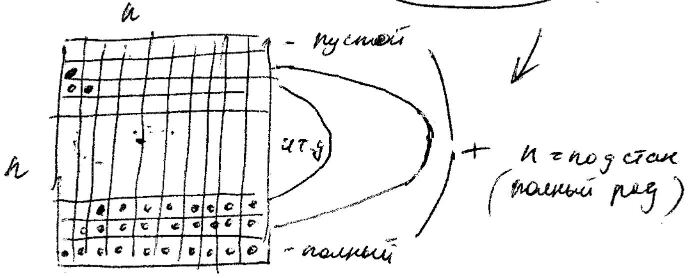
1) Нужно добавить, что при $n =$ четном $k = \frac{n}{2}$, только в этом случае можно расположить их, как сказано в условии (т.к когда в ряду $\frac{n}{2}$ подстанций, то в против. ряду тоже $\frac{n}{2}$ подст.) И когда $n =$ четном в ряду все числа подстанций от 0 до $\frac{n}{2}-1$ и $\frac{n}{2}+1$ до n, т.е n различных случаев (кроме $\frac{n}{2} = k$). Так же,

2) при $n =$ нечетном, можно расположить разделив ряды на 2 противоп. ряда. Но остается один ряд, который может быть пустым (0 подстанций) или полным (n подстанций). Но нужно помнить, что при разделении на 2 противоположные пары (не входит пара, где 1 ряд пустой, другой полный).

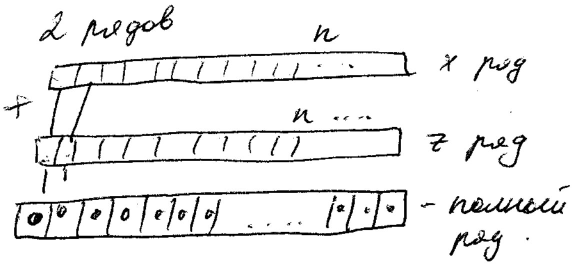
Также при n = нечетном, когда оставшийся ряд пустой, тогда $k = \frac{n}{2} - \frac{1}{2}$, а когда полный, то $k = \frac{n}{2} + \frac{1}{2}$.

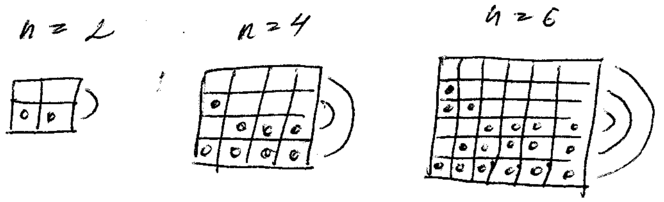
Рассмотрим примеры, чтобы было понятно.

n = четном. $k = \frac{n}{2}$



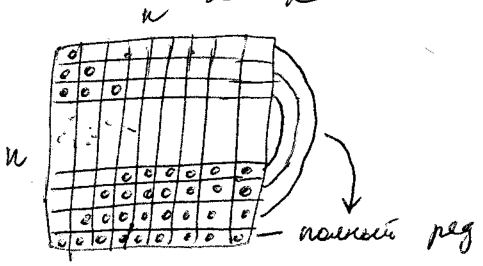
Т.е при сложении 2 рядов



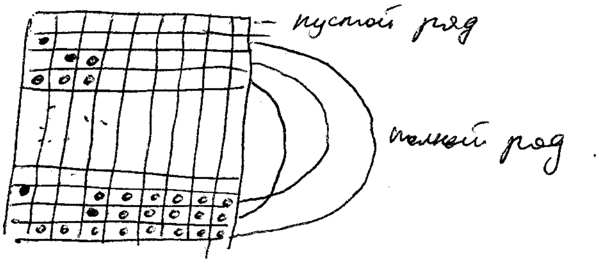


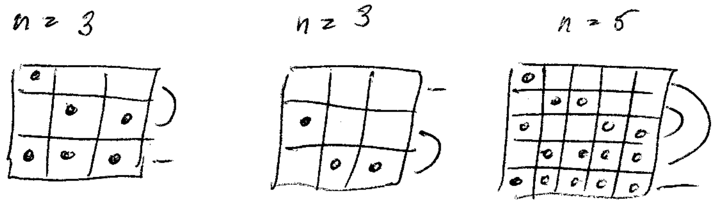
n = нечетном

когда $k = \frac{n}{2} + \frac{1}{2}$

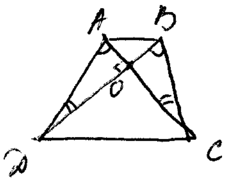


когда $k = \frac{n}{2} - \frac{1}{2}$.





7. Трапеция $ABCD$ основания AB и CD. диагонали AC и BD $AC \perp BD$. Сравнить $BC + AD$ и $AB + CD$.



1) Назовем точку $AC \perp BD = O$. Тогда по теореме Пифагора

$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2 = AO^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$

2) $\triangle AOB \sim \triangle COD$ (по 2 углам) $\angle ABD = \angle BDC$ $\angle BAC = \angle ACD$ (накрест лежащие углы).

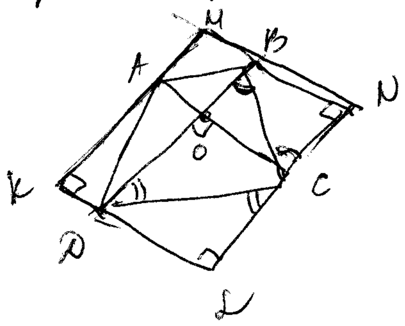
$\frac{AO}{DO} = \frac{BO}{OC}$, можно поменять местами, тогда $\frac{AO}{BO} = \frac{DO}{OC}$

3) т.к $\frac{AO}{BO}=\frac{DO}{OC}$, а также $\angle AOD=\angle BOC=90^\circ$, то $\triangle AOD \sim \triangle BOC$.

4) $\frac{AO}{BO}=\frac{DO}{OC}=\frac{AD}{BC}$, $\frac{AO}{DO}=\frac{BO}{OC}=\frac{AB}{DC}$.

$\cancel{AO=\frac{BO\cdot AD}{BC}=\frac{AB\cdot DO}{DC}}$

5) Достроим трапецию до прямоуг.: KMNL



$KM=NL=DB$

$AC=MN=KL$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

NN-10 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7101 шифр

ФАМИЛИЯ Доржиев

ИМЯ Ринчин

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 13.06.1999 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дор

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NN'10

№1

Пусть стоимость звонка с Трамофона равна x рублей. Тогда:

$0,01x < 43$.

Каждый абонент Мономатика звонит на $99 \cdot 43 + 3 \cdot 200 \cdot 43$ копеек.

А каждый абонент Трамофона звонит на $199 \cdot 0,01x + 300 \cdot 0,01x$ копеек.

Тогда:

$$100 \cdot (99 \cdot 43 + 3 \cdot 200 \cdot 43) + 100000 < 200(199 \cdot 0,01x + 300 \cdot 0,01x)$$

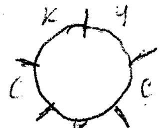
$$400571 < 998x$$

$$40 < x < 43$$

$x = 41, 42$. Т.к. звонок стоит целое число копеек.

Ответ: 41 или 42 копейки стоит звонок с Трамофона.

№2.



Пусть первую часть забора покрасят в чёрный цвет, тогда вторую в любой другой, допустим синий, третью стать в черный, четвертую в синий, а пятую ~~на~~ нельзя закрасить ни в синий, ни в черный, значит надо покрасить в другой цвет, допустим красный. Значит забор можно покрасить в 3, 4, 5 цветов. Минимальное количество - 3 цвета.

Первую часть можно покрасить в любой из трёх цветов, второй, третий и четвертый в любой из двух цветов, а последний только в один цвет. (Т.к. соседние дуги должны иметь разные цвета. Итого $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Но эти цвета можно ещё и передвинуть вперед или назад. (То есть начать с любой из пяти дуг.) Значит, используя 3 цвета, можно покрасить в $24 \cdot 5 = 120$ способами.

Ответ: 3 цвета, 120 способов.

№4.

Пусть $z + \frac{1}{x} = d$. Тогда:

$$\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(z + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{z}\right) = \left(xz + 1 + \frac{z}{y} + \frac{1}{xy}\right)\left(y + \frac{1}{z}\right) = xyz + y + z + \frac{1}{1} +$$

$$x + \frac{1}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xyz} = \left(xyz + \frac{1}{xyz}\right) + \left(x + \frac{1}{y}\right) + \left(y + \frac{1}{z}\right) + \left(z + \frac{1}{x}\right).$$ Значит

$$b \cdot c \cdot d = a + b + c + d$$

$$bcd - d = a + b + c$$

$$d(bc - 1) = a + b + c$$

$$d = \frac{a+b+c}{bc-1}$$

Т.к. $d = z + \frac{1}{x}$, значит:

$$z + \frac{1}{x} = \frac{a+b+c}{bc-1}$$

Ответ: $z + \frac{1}{x} = \frac{a+b+c}{bc-1}$

№5

Из условия следует, что хотя бы три числа делятся и на 7 и на 11. Первое минимальное число = 77; второе = $77 \cdot 2 = 154$; третье $77 \cdot 3 = 231$. Значит среди данных 15 натуральных чисел найдётся как минимум одно, большее 220.

№6

$\cos^2(x+2) \in [0; 1]$, значит $0 \leq x \leq \pi$

$[\cos^2(x+2)] = 0$ или $[\cos^2(x+2)] = 1$.

$$\begin{cases} -1 < \cos^2(x+2) < 0 \\ 0 \leq \cos(x+2) < 1 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cos(x+2) = 1 \\ 1 \geq \frac{x}{\pi} \end{cases} \\ \begin{cases} \cos(x+2) = -1 \\ 1 \geq \frac{x}{\pi} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \pi \geq x \\ x = 2\pi k - 2, k \in Z \end{cases} \\ \begin{cases} \pi \geq x \\ x = \pi + 2\pi k - 2, k \in Z \end{cases} \end{array}\right.$$

т.к. $\pi \geq x$ значит $k = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \pi \geq x \\ x = -2 \end{cases} \\ \begin{cases} \pi \geq x \\ x = \pi - 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x \in (\pi - 2 + 2\pi n; -2 + 2\pi n), n \in Z \\ 0 \geq x. \end{cases}$$

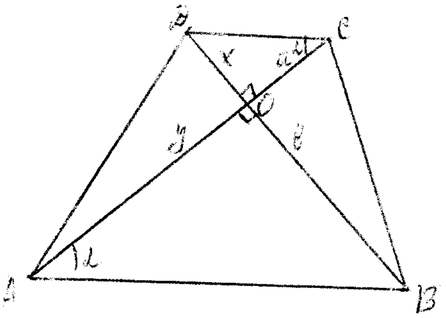
$x \in (\pi - 2 + 2\pi n; 0], n \in Z$

но $x \geq 0$, значит $n = 0$.

$x \in [\pi - 2; 0]$

Ответ: $x = -2$; $x \in [\pi - 2; 0]$, ~~(где n — целое отрицательное число)~~

№7



$DO = x$

$CO = a$

$AO = y$

$BO = b$

Т.к. $S_{ABO} = S_{\triangle COB}$ из $\triangle ABD$ и $\triangle CAD$, значит $xy = ab$.

$\triangle COD \sim \triangle AOD$ по трём углам. Значит

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{y^2+b^2}} \Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{x^2+a^2}{y^2+b^2} \Rightarrow x^2y^2 + b^2x^2 = x^2y^2 + a^2y^2 \Rightarrow b^2x^2 = a^2y^2 \Rightarrow bx = ay$$

$$\begin{cases} bx = ay \\ yx = ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{ay}{b} \\ x = \frac{ab}{y} \end{cases}$$

$\frac{ay}{b} = \frac{ab}{y} \Rightarrow \frac{y}{b} = \frac{b}{y} \Rightarrow y^2 = b^2 \Rightarrow y = b$ т.к. $y > 0$, $b > 0$. Значит

$x = a$.

$AD = \sqrt{x^2+y^2} = BC$

$DC = \sqrt{2x^2}$, $AB = \sqrt{2y^2}$

1) $AD + BC = 2\sqrt{x^2+y^2}$

2) $DC + AB = \sqrt{2}(x+y)$ Вычтем первое из второго, если получится ≥ 0, значит $AD + BC \geq DC + AB$

$2\sqrt{x^2+y^2}$ и $\sqrt{2}(x+y)$

$4x^2 + 4y^2 - 2x^2 - 4xy - 2y^2 = 2x^2 + 2y^2 - 4xy = 2(x-y)^2$; $2(x-y)^2 \geq 0$, Значит $AD + BC \geq DC + AB$

Ответ: $BC + AD \geq AB + CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨

№3.

Рассмотрим квадрат 2×2. Если в верхнем ряду не будет подстанций, а

0	0
1	1

в нижнем ~~ду~~ будет две подстанции, получится так, что во всех рядах ~~будет (количество)~~ и ~~колонн~~ количество подстанций различно, и не совпадает с числом подстанций в колонках. Чтобы такое получилось, нужно чтобы до числа n количество четных чисел (включая 0) должно быть больше или равно n. То есть

$\underbrace{2;4;6\ldots;n}_{\geq n}$ (если четно, $n-1$ если не четно)

Ответ: Можно, $\underbrace{2;4;6\ldots;n \text{ или } n-1}_{\geq n}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр: М2 - 11 (20)	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ДУРАКОВ

ИМЯ МАТВЕЙ

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 04.12.97 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2 $\operatorname{tg} x = 0$, при

$x = \pi k$, где $k \in Z \Rightarrow$ $\boxed{k \in Z \text{ везде}}$!

$\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 2\pi k = 0 \Rightarrow x \in \pi k, k \in Z$ при этих значениях x $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x \in Z \Rightarrow 2015^0 = 1$

Теперь докажем, что других x нету

Следующее целое число после 0 равно 1, а

$\operatorname{tg} x = 1$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z \Rightarrow$ если $x \in (\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k)$, то $\operatorname{tg} x \in (0;1) \Rightarrow \operatorname{tg} x \notin Z \Rightarrow$ этот вариант не подходит

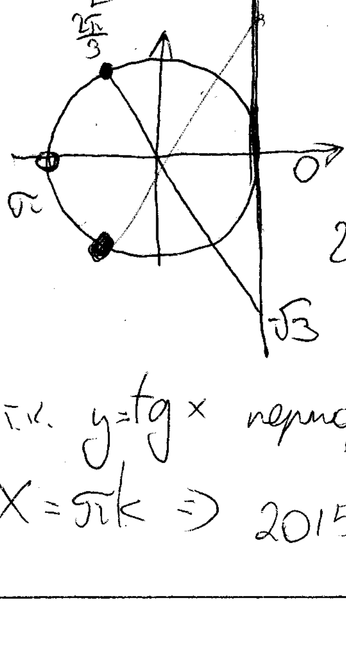
Если же $x = \frac{\pi}{4} + \pi k \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, а tg в этих точках даже не определен $\Rightarrow$ этот вариант не подходит.

Если же $x \in (\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k)$, то

$\operatorname{tg} x \in (1; \sqrt{3}) \notin Z \Rightarrow$ не подходит

Если же $x \in [\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k)$, то

$2x \in [\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \pi + 2\pi k)$, а на этом промежутке



$\operatorname{tg} 2x \in [-\sqrt{3}; 0) \Rightarrow$ может быть только -1, т.к. $-1 \in Z \Rightarrow$ если $2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$, то $x = \frac{3\pi}{8} + \pi k$, а т.к. $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} \notin Z \Rightarrow$ этот вариант не подходит

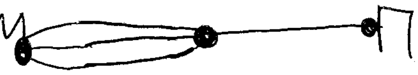
аналогично доказываем, что при $x \in (\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k)$ решений нет, а $\Rightarrow$

а т.к. $y = \operatorname{tg} x$ периодическая функция с периодом π $\Rightarrow$ (док-во на 7 странице)

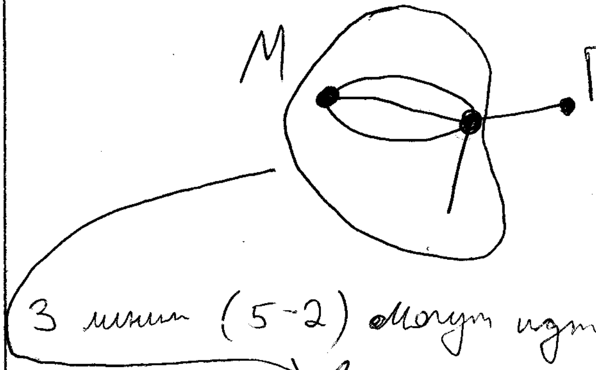
$x = \pi k \Rightarrow 2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^{\operatorname{tg} \pi k} = 2015^0 = 1 \Rightarrow$ Ответ: $x = \pi k, k \in Z$

$2015^{\operatorname{tg} x} = 1$

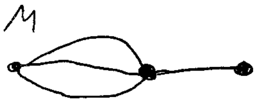
№1 Число всех линий может быть меньше 5, например:

М  П условия выполнены

Предположим, что оно не меньше 5 и среди любых 5 линий найдутся такие, которые не ведут ни в М ни в П



Так как среди любых 3х обязательно есть линия вед. в М => в П ведет не более 1 линии => (т.к. если в П → 2 линии и 1 ни в М ни в П, то наруш. I условие) т.к. среди любых 4х есть линия вед. в П => в П ведет только 1 линия => все остальные 3 линии (5-2) могут идти только в М, а => нарушается второе условие, что среди любых 4х есть хотя бы одна, которая ведет в П => такого быть не может => число линий меньше 5 =>

Ответ: число линий меньше 5  например

больше линий быть не может.

№4 На циферблате всего 60 (минут) промежутков => один промежуток составляет $\frac{360}{60} = 6^\circ$ => т.к. нам нужен угол в 2° => нужно, чтобы между часовой и минутной стрелкой было $\frac{1}{3}$ промежутка.

В полдень 12:00 угол равен 0° через 1 минуту минутная пройдёт 6°, а часовая $\frac{1}{60}\cdot 5\cdot 6 = \frac{1}{2}^\circ$ =>

Если минутная стрелка от нуля прошла x промежутков (минут), то ее угол составляет $6x$, а часовая сдвигается на $\frac{1}{2}x$ => т.к. при прохождении минутной стрелки 60 минут, то часовая сдвигается на 30°, а => сост ур-е $\left|6x - \left(\frac{1}{2}x + 30k\right)\right| = 2$

если $6x > \frac{1}{2}x + 30k$ => $6x - \frac{1}{2}x - 30k = 2$ $|\cdot 2$

$11x - 60k = 4$ => $11x = 60k + 4$, где $x, k \in N$ или 0

№4 (продолжение)
Т.К. $60k$ заканч. на 0 ⇒ правая часть заканч на 4 ⇒ $11x = \ldots 4$ ⇒ последняя цифра числа x должна быть 4 ⇒ перебираем

если $x=4$ $\quad 44 \neq 60k+4$ при $k \in N$ или $k=0$

если $x=14$ $\quad 154 \neq 60k+4$ при $k \in N$ или $k=0$

если $x=24$ $\quad 264 \neq 60k+4$ при $k \in N$ или $k=0$

если $x=34$ $\quad 374 \neq 60k+4$ при $k \in N$ или $k=0$

если $x=44$ $\quad 484 = 60k+4$

$480 = 60k$ $\quad$ с учетом. $6x > \frac{1}{2}x+30k$

$k=8$ ⇒ подходит ✓ 8 часов 44 мин после полудня

дальше x будет только больше ⇒ и k будет больше а нам надо наименьшее время

если же $6x < \frac{1}{2}x+30k$, тогда

$30k - 5{,}5x = 2$

$60k = 11x+4$, где $x, k \in N$ или 0

⇓

Т.К. $60k$ оканч на 0 ⇒ $11x$ оканч на 6 ⇒ x оканч на ⇒

⇒ если $x=6$, $60k \neq 70$ при $k \in N$ или $k=0$

если $x=16$, то $60k = 176+4$

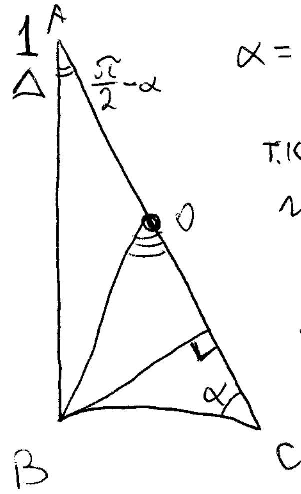
$60k = 180$ $\quad$ с уч. $6x < \frac{1}{2}x+30k$

$k=3$ ⇒ 3 часа 16 минут подходит ⇒ после полудня

Т.К. $3ч\,16м < 8ч\,44м$ ⇒ 15ч 16 мин ⇒

Ответ: 15ч 16м

№6 1Δ



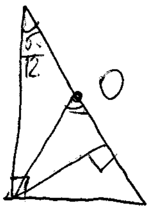
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$

Т.К. медиана в прямоуг. Δ равна половине гипотенузы ⇒ у 2Δ она равна $\frac{640_м}{2} = 320_м$ ⇒ у 3Δ $\frac{320_м}{2} = 160_м$ ⇒ у 4Δ $\frac{160_м}{2} = 80_м$ ⇒ у 5Δ $\frac{80_м}{2} = 40_м$ ⇒

Т.К. если вокруг ΔABC описать окружность, то ∠A будет вписанный, а ∠O - центральный, а т.к. они опир. на одну и ту же дугу ◡BC ⇒ $\angle O = 2\angle A$ ⇒ т.к. $\angle A = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ⇒

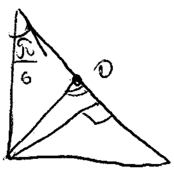
$\angle O = \pi - 2\alpha = \frac{24\pi}{24} - \frac{22\pi}{24} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

2Δ



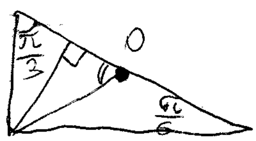
аналогично рассуждая получаем, что: $\angle O = \frac{\pi}{12} \cdot 2 = \frac{\pi}{6}$

3Δ



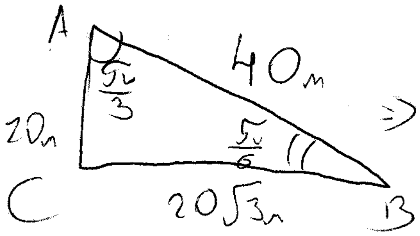
$\angle O = \frac{\pi}{3}$

4Δ



$\angle O = \frac{\pi}{6} \cdot 2 = \frac{\pi}{3}$ ⇒

5Δ

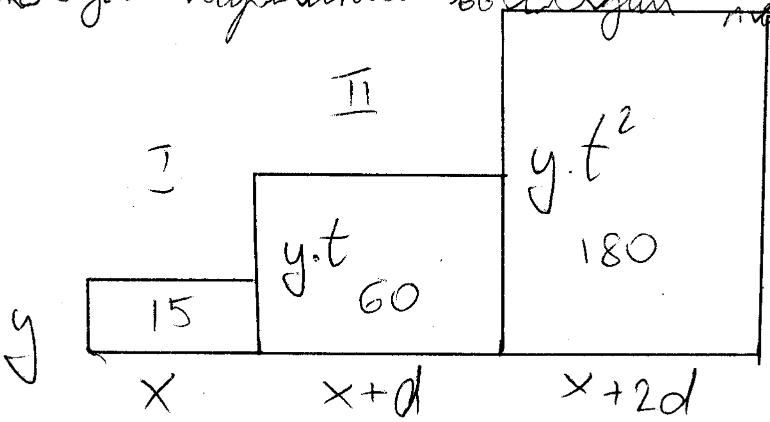


⇒ Т.К. катет леж. напротив угла в 30° равен пол гипот. ⇒ $AC = \frac{AB}{2} = 20_м$ ⇒

$BC = 20\sqrt{3}_м$ ⇒ $S_{ADC} = S_{5\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 20_м \cdot 20\sqrt{3}_м = 200\sqrt{3}_{м^2}$

Ответ: $200\sqrt{3}$ м²; 40 м

5 7 Пусть наименьшая длина x, а наименьшая высота y; d ~~...~~ разность арифм прогрессии, а t - частное геометрич, тогда картинка выглядит так:



т.к. общая длина равна 30дм ⇒

$x+x+d+x+2d=30$

$3x+3d=30$

$3(x+d)=3\cdot 10$

$x+d=10$ ⇒ т.к. $y\cdot t(x+d)=60$ (из площади II прямоуг)

$y\cdot t\cdot 10=60$

$y\cdot t=6 \Rightarrow y=\frac{6}{t}$

Рассмотрим I й прямоугольник: $y\cdot x=15 \Rightarrow$

$\frac{6}{t}\cdot x=15 \Rightarrow t=\frac{2}{5}x$

Рассмотрим III й прямоугольник: $y\cdot t\cdot t(x+d+d)=150$

$6\,t(10+d)=180$ ⇒ т.к. $t=\frac{2}{5}x$, а $d=10-x$

$\frac{12}{5}x(20-x)=180$

$48x-2{,}4x^2=180 \quad |\cdot 10$

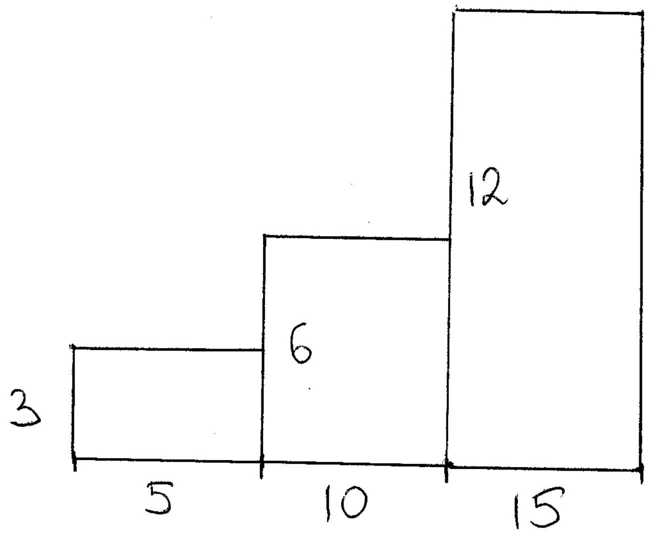
$24x^2-480x+1800=0 \quad |:24$

$x^2-20x+75=0$

$D=100-75=25=5^2 \Rightarrow$ $x_1=10-5=5$ $x_2=10+5=15$ - не подходит, т.к. $d=10-x=10-15=-5<0$ чего не может быть т.к. x-наименьшая длина

№7 (продолжение), а ⇒ $x=5 \Rightarrow d=10-5=5 \Rightarrow$

$t=\frac{2}{5}\cdot 5=2 \Rightarrow y=\frac{15}{5}=3 \Rightarrow$ пьедестал принимает вид:



И, действительно $3\cdot5=15$; $10\cdot6=60$; $12\cdot15=180$; $5+10+15=30$;

$3\to3\cdot2\to3\cdot2^2$; $5\to5+5\to5+2\cdot5 \Rightarrow$

Ответ: высоты соответственно: 3; 6; 12

длины соответственно: 5; 10; 15

№5 Так как у нас самый плохой ход событий ⇒ если он положил наибольшую сумму в некоторый банк, то он (банк) должен оказаться разорившимся ⇒ он должен положить одинаковую сумму денег во все 3 банка ⇒

~~Пред~~ Пусть он дома оставит x денег, тогда в каждый банк он положил $\frac{600000-x}{3}$ ₽ ⇒ через год у него будет доход равен:

$$x+\left(\frac{600000-x}{3}\right)3+\left(\frac{600000-x}{3}\right)2+0-600000=$$

$$=\cancel{x}+\cancel{600000}-\cancel{x}+\frac{1200000-2x}{3}-\cancel{600000}=$$

$$=\frac{1200000-2x}{3}=400000-\frac{2}{3}x \Rightarrow \text{т.к. } x\in[0;600000] \Rightarrow$$

очевидно, что наибольшее значение выраж. $400000-\frac{2}{3}x$ будет при минимальном $x \Rightarrow x=0$ ⇒ он получит доход в 400 000 ⇒ Ответ: по 200 т. руб в каждый банк; 1000 000 ₽

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2-11(20)

№2 (продолжение док-ва) $\boxed{k \in Z \text{ везде}}$!

если $x \in \left(\frac{\pi}{2}+\pi k; \frac{2\pi}{3}+\pi k\right]$, то

$2x \in \left(\pi+2\pi k; \frac{4\pi}{3}+2\pi k\right]$, а $\Rightarrow$ $tg\,2x \in (0; \sqrt{3}]$, а $\Rightarrow$

здесь наход лишь 1 целый корень 1 $\Rightarrow$ если $tg\,2x = 1$

$2x = \frac{5\pi}{4}+2\pi k \Rightarrow x = \frac{5\pi}{8}+\pi k$, но $tg\,\frac{5\pi}{8} \notin Z$

если же $x \in \left(\frac{2\pi}{3}+\pi k; \pi+\pi k\right)$, то

$tg\,x \in (-\sqrt{3}; 0)$ ~~то возможно~~ $\Rightarrow$ единственное целое значение

$-1 \Rightarrow$ если $tg\,x = -1$ $x = \frac{3\pi}{4}+\pi k$, то

$2x = \frac{3\pi}{2}+2\pi k$, а tg в этих точках не определен $\Rightarrow$

т.к. у tg период равен π, то дальше можно не проверять $\Rightarrow$

$x = \pi k, k \in Z$, а $2015^{tg x} = 2015^{tg \pi k} = 2015^0 = 1 \Rightarrow$

Ответ: $x = \pi k, k \in Z$; $2015^{tg x} = 1$

~~№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$~~

~~т.к. arcsin определен от $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, а $\sin x\,[-1; 1]$, а~~

~~x может аргумент arcsin может принимать значения~~

~~$[-1; 1] \Rightarrow x \in [-1; 1]$ и $y \in [-1; 1]$~~

~~Очевидно, что при $x = 0$ и $y = 0$ неравенство выполняется~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	шифр: ЕкМ11-2

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЕВГЕНОВА

ИМЯ ВАЛЕНТИНА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 7.12.1997 г. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** II тур

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015
(число, месяц, год)

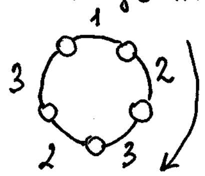
Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2. Минимальное число цветов - 3. Цвет №1, №2 и №3.

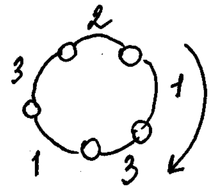
Существует 3 основных варианта покраски:

- если цвет №1 используются один раз, остальные дважды.



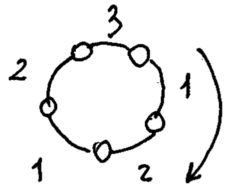
12323 13232

- если цвет №2 используется единожды, остальные дважды.



21313 23131

- если цвет №3 использовать 1 раз, остальные - 2.



31212 32121

Если считается, что последовательность цветов по часовой стрелке будет не та же самая, что и против часовой, то вариантов будет 6.

Если считается, что можно сдвинуть все краски на одну дугу влево или вправо, то вариантов 30.

Ответ: 30 способов.

№1 Внутри сети Вне сети

М: $100 \cdot 99 \cdot 43$ М: $100_г \cdot 200_г \cdot (43 \cdot 3)_к = 100 \cdot 200 \cdot 129$

Г: $200 \cdot 199 \cdot a$, Г: $200_г \cdot 100_г \cdot (a \cdot 3)_к$

где a - цена звонка с Гр.

Доход Монолита:

$100 \cdot 99 \cdot 43 + 100 \cdot 200 \cdot 129 = \cancel{27900+}\ 3005700$к. $= 30057$руб.

Громофона:

$200 \cdot 199 \cdot a + 200 \cdot 100 \cdot 3a = 99800a$ к. $= 998a$руб.

продолжение на обороте

Разница: 10000р.   Г-М > 10000р.

$998a - 30057 > 10000$

$998a > 40057$

$a > \frac{40057}{998}$

$a > 40{,}14$к

$99800a - 3005700 > 1000000$

$99800a > 4005700$

$a > \frac{40057\cancel{00}}{998\cancel{00}}$

$a > 40{,}14$к

$a \approx 41$ (копейка)

Ответ: 41 копейка

№5 $9+10+11=30>25$

5 чисел из всех должны быть кратны 2-м и более числам или более, или их множителями.

13 – простое, нет делителей кроме 13 и 1

$14:7=2$; $14:2=7$

$15:3=5$; $15:5=3$

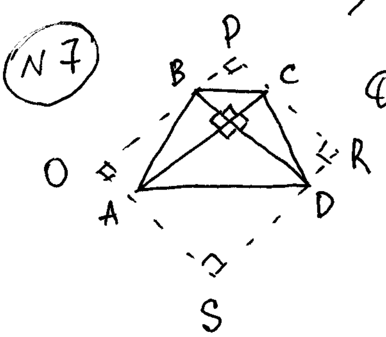
Чтобы число делилось на 2 числа оно должно быть получено произведением этих чисел.

$13\cdot15=195$ $13\cdot14=182$ $14\cdot15=210$

И минимальное число, которое делится сразу на два числа:

$13\cdot14\cdot2=364$, что больше, чем 345; ч.т.д.

№7



Достроим трапецию до прямоугольника

Тогда: $BP = DR = a$

$OB = SD = b$

$PC = OA = c$

$CR = AS = d$

$BC^2 + AD^2 = a^2 + c^2 + b^2 + d^2$

$AB^2 + CD^2 = b^2 + c^2 + d^2 + a^2$

$\Rightarrow BC^2 + AD^2 = AB^2 + CD^2 \Rightarrow AD + BC = AB + CD$

Ответ: $AB + CD = AD + BC$

№6 $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$, то

$0 \leq \cos^2\alpha \leq 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1$ (т.к. решение в целых числах)

$[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2} \Rightarrow 0 < \frac{3^x}{2} \leq 1 \Rightarrow 0 < x \leq \log_3 2$

Ответ: $0 < x \leq \log_3 2$

№3 Нет, это невозможно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	шифр: Лес М10-16	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЕВДОКИМОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 16.06.1999 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Евдок

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Лес М10-16

№1.

сеть	Громофон	Монолайн
Пользователи	200 ч.	100 ч.
Внутри сети	X к.	43 к.
На другие сети	3X к.	129 к.
Входящие	0 к.	0 к.
Количество и стоимость звонков	$200\cdot199x+200\cdot300x$ к.	$100\cdot99\cdot43+$ $+100\cdot200\cdot129$ к.

Доходы

~~Г. > М. на 10000 р~~

Г. > М. больше чем на 10000р.

10000р = 1000000

Составляем уравнение:

$200\cdot199x+200\cdot300x-1000000=100\cdot99\cdot43+100\cdot200\cdot129$

$39800x+60000x-\underline{1000000}=425700+2580000$

1086100 к.

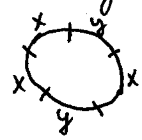
$99800x=4005700$

$x=40,1$

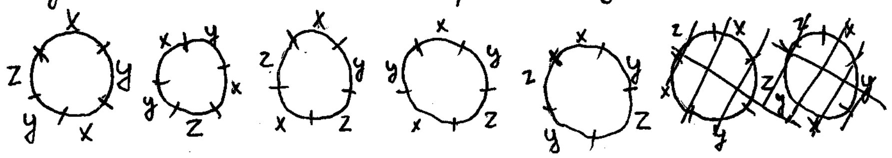
$x=41$, т.к. доходы Громофона > доходов Монолайна больше чем на 10000р.

Ответ: 41к.

№2.

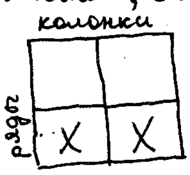
Минимальное количество цветов 3. Т.к. если взять 2 цвета (x и y), то схема будет выглядеть так: , что не соответствует условиям.

Возможно 5 способов покраски забора; где x, y и z - разные цвета.



№3.

Может, если n = 2, и подстанции расположены следующим образом:



№5.

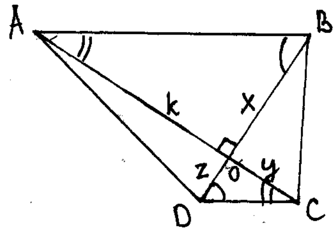
1) записано 15 чисел, из которых:
8 чисел делятся на 7
10 чисел делятся на 11
⟹ 3 числа делятся и на 7, и на 11 одновременно.

2) Одновременно на 7 и на 11 делятся числа 77, 154, 231. А 231 > 220.

ч.т.д.

Продолжение на обороте

№7.



ABCD – трапеция, $BD \perp AC$

$BC + AD \overset{=}{\underset{<}{>}} AB + CD$

1) Пусть $AO = k$, $BO = x$, $DO = z$, $CO = y$

2) по теореме Пифагора:

$AD^2 = k^2 + z^2$

$DC^2 = z^2 + y^2$

$BC^2 = x^2 + y^2$

$AB^2 = k^2 + x^2$

3) $DC \parallel AB$ (св-во трап.)
BD – секущая
AC – секущая
$\Rightarrow \angle BDC = \angle ABD$ (накрест лежащие)
$\angle BAC = \angle DCA$ (н.л.)

4) Рассм. $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$
$\angle BDC = \angle ABD$
$\angle BAC = \angle DCA$ (см. 3)
$k \neq y$
$z = x$
$\Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle DOC$ (подобны)
по построению $k > y$, $x > z$
$\Rightarrow k = m \cdot y$
$x = m \cdot z$

5) ~~Сравнивая величины~~
При сравнении величин $(BC + AD)\, c\, (AB + CD)$ и $(BC^2 + AD^2)\, c\, (AB^2 + CD^2)$ знак будет один и тот же.

$AD^2 = m^2 \cdot y^2 + z^2$

6) $\cancel{AD^2 = k^2 + z^2}$

$DC^2 = z^2 + y^2$

$BC^2 = m^2 \cdot z^2 + y^2$

$AB^2 = m^2 y^2 + m^2 z^2$

$AD^2 + BC^2 = CD^2 + AB^2$

$m^2y^2 + z^2 + m^2z^2 + y^2 = z^2 + y^2 + m^2z^2 + m^2y^2$

$\Rightarrow BC + AD = AB + CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	11Я234М05 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ефремов

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Иннокентьевич

Дата рождения 10.02.1997 **Класс:** 11А

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11Я234М05

(1) 1 сотрудник (Монолайн) тратит в день: $(99\cdot 43+200\cdot 43\cdot 3)$ коп

1 сотрудник (Телефон) тратит в день: $(199\cdot x + 100\cdot 3\cdot x)$ коп.

$10000р = 1000000$ коп.

$$\begin{cases} x < 43 \\ x \text{ – целое число копеек.} \\ -\cancel{100}(99\cdot 43+200\cdot 43\cdot 3)+2\cancel{00}(199x+100x\cdot 3) > 10000\cancel{00} \end{cases}$$

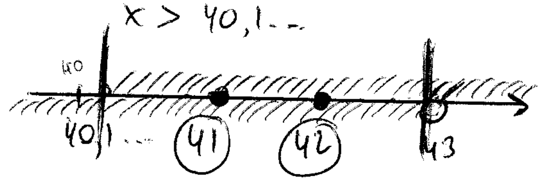
$398x + 600x > 10000 + (99\cdot 43+200\cdot 43\cdot 3)$

$998x > 40057.$

$x > \frac{40057}{998}$

$\frac{40057}{998} \approx 40{,}1\ldots$

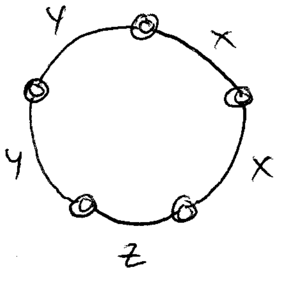
$x > 40{,}1\ldots$



$$\begin{cases} x < 43 \\ x > 40{,}1\ldots \\ x \text{ – целое число.} \end{cases}$$

Ответ: звонок стоит 41 копейку или 42 копейки

(2)



1) минимальное кол-во цветов = 3

2) такую окраску можно менять (5) раз если передвигать цвета в какую-нибудь сторону.

3) если менять местами „X" и „Y" то можно увеличить кол-во способов ещё в (2) раза

$\Rightarrow 3\cdot 5\cdot 2 = 30$

Ответ: кол-во цветов = 2. кол-во способов = 30.

(3) такое возможно не всегда.

только при условии что:

1) n – четное число

2) в ряду нет числа подставок $\left(\frac{n}{2}\right)$

3) во всех ~~колонках~~ колонках число подставок равно $\left(\frac{n}{2}\right)$

пример:

(1) $n = 8$

8 – четное число

	4	4	4	4	4	4	4	4
1	X							
2	X	X						
3	X	X	X					
0								
5				X	X	X	X	X
6			X	X	X	X	X	X
7		X	X	X	X	X	X	X
8	X	X	X	X	X	X	X	X

(2) $\frac{n}{2} = 4$ в ряду нет 4 подставок

(3) в колонках по 4 подставки

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11 Я 254 М05

(4) $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$

$2^x+(0,5)^y=b$

$2^y+(0,5)^z=c$

$2^{x+y+z}+2^{-(x+y+z)}$

$2^x+2^{-y}=b$

$2^y+2^{-z}=c$

$2^x\cdot2^y\cdot2^z+2^{-x-y-z}=a$.

$2^z=\frac{a-2^{-x-y-z}}{2^x\cdot2^y}$

$2^{-x}=\frac{a-2^{x+y+z}}{2^{-y}\cdot2^{-z}}$

$2^z+(0,5)^x=2^z+2^{-x}=$

$=\frac{a-2^{-x-y-z}}{2^x\cdot2^y}+\frac{a-2^{x+y+z}}{2^{-y}\cdot2^{-z}}=$

$=\frac{a-2^{-x-y-z}}{(b-2^{-y})\cdot(c-2^{-z})}+\frac{a-2^{x+y+z}}{(b-2^{x})(c-2^{y})}$

(6) $\cos^2(2+3^x)\geq\frac{3^x}{2}$

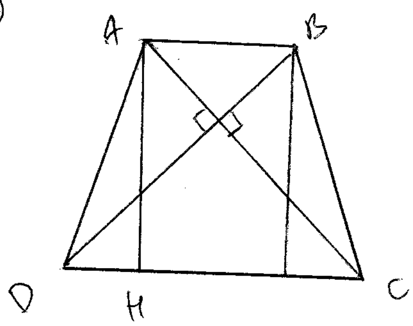
$2\cos^2(2+3^x)-3^x\geq0$

$2\cos^2(2+3^x)\in[0;2]$

$x=(-\infty;0)$

$m=(-\infty;0]$

(7)



$\frac{BC+AD}{AB+CD}=?$

$AC\perp BD$ тогда если это

1) равнобедренная трапеция
2) $AB=\frac{DC}{2}$
3) $AH=\frac{3}{2}AB$.

1) $AB=\frac{CD}{2}\Rightarrow 2AB=CD$.

$AB+CD=3AB$.

2) $AD=BC=\sqrt{AH^2+DH^2}=$, $DH=\frac{DC}{4}=\frac{2AB}{4}=\frac{AB}{2}$

$=\sqrt{\left(\frac{3}{2}AB\right)^2+\left(\frac{1}{2}AB\right)^2}=$

$=\sqrt{\frac{10}{4}AB^2}=\frac{\sqrt{10}\cdot AB}{2}$

$AD+BC=\frac{AB\sqrt{10}}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}=AB\sqrt{10}$

$\frac{\cancel{AB}\sqrt{10}}{\cancel{AB}\cdot3}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

Ответ: $(BC+AD)$ больше $(AB+CD)$ на $\frac{\sqrt{10}}{3}$

(5) $9+10+11=30$,
а у нас чисел 25.
Значит $(30-25)=5$
5 чисел делится на каких-то, остались еще 2 числа:
данных чисел $(13;14;15)$

$13\cdot15=195$
$13\cdot14=182$
$14\cdot15=210$ } 3 числа $5-3=2$.

$182\cdot2=364$
...

$364>345$

ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7112

шифр: Зелен М-6

ФАМИЛИЯ Жук

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 15.05.1997

Класс: 11

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах**

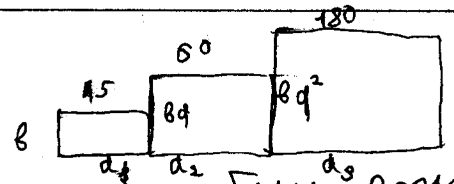
Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Жук

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 121391
УФМС России по Красноярскому краю, г. Зеленогорск
18.05.2012

№7



Обе прогрессии будут возрастающие, так как у самой маленькой ступени, самые маленькие параметры.
Составим систему уравнений

$\cancel{\frac{a_1+a_2}{2}} = S = \frac{a_1+a_3}{2} \cdot h$

$\begin{cases} 60 = 3a_1 + a_3 \\ \frac{a_1+a_3}{2} = a_2 \end{cases}$

$a_2 = 10$

$a_2 q b = 60 \rightarrow \begin{cases} 20 = a_1 + a_3 \\ a_1 \cdot b = 15 \\ qb = 6 \\ a_3 q^2 b = 180 \end{cases}$ → отсюда получаем уравнение

$a_3^2 - 20a_3 + 75 = 0$

$a_3 = 15$

$a_3 = 5$ – не подходит т.к. $a_3 > a_2 \Rightarrow a_3 > 10$

$a_1 = 5 \quad a_2 = 10 \quad a_3 = 15$

$b_1 = 3 \quad b_2 = 6 \quad b_3 = 12$

Ответ: $a_1 = 5, b_1 = 3, a_2 = 10, b_2 = 6, a_3 = 15, b_3 = 12$

№4 Скорость часовой стрелки $0{,}5°$/мин, а минутной $6°$/мин.
~~Все очевидно, что в первый~~
Запишем уравнение для 12 часов

$|0° + 0{,}5t - (0° - 6t)| = 2$

$|-5{,}5t| = 2$

$5{,}5t = 2$ нет целых решений

для 13 часов

$|30 + 0{,}5t - 6t| = 2$

$|30 - 5{,}5t| = 2$

$30 - 5{,}5t = 2 \quad 5{,}5t - 30 = 2$

не целых решений

для 14 часов

$|60 - 5{,}5t| = 2$

нет целых решений

$|90 - 5{,}5t| = 2$

$90 - 5{,}5t = 2 \quad t = 16$

$5{,}5t - 90 = 2$ нет целых

Ответ: 3 часа 16 минут

№5 Очевидно, что деньги по банкам надо распределить одинаково, так как если мы положим в один банк большую сумму, то при самом плохом варианте она и сгорит, что нам дико не выгодно. Деньги оставлять дома не выгодно, так как они не умножаться и уменьшат суммы в банках. Наша прибыль составит:

a – сумма, которой Иван Иванович решил рискнуть

$S = \frac{1}{3} a \cdot 3 + \frac{1}{3} a \cdot 2 + \frac{1}{3} a \cdot 0 = \frac{5}{3} a.$

Самый выгодный вариант, это когда a – наибольшее, то есть все 600000.

$S = \frac{5}{3} 600000 = 1000000$

Ответ: 1000000 рублей

№2 При $x = \frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$, $tg\,x$ будет не целым

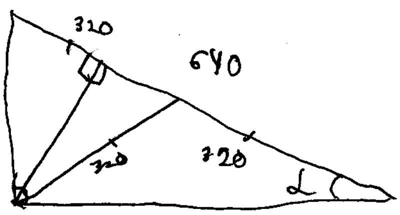
при $x = 0$, $tg\,x = 0$ $tg\,2x = 0$, подходит, тогда $2015^0 = 1$

при $x = \frac{\pi}{4}$, $tg\,x = 1$ $tg\,2x$ – не существует $tg\frac{\pi}{2}$

при $x = \pi$, $tg\,\pi = 0$, $tg\,2\pi = 0$, подходит, тогда $2015^0 = 1$

при других, произвольных x $tg\,2x$ будет не целым числом

№6



Медиана в прямоугольном треугольнике образует два равнобедренных треугольника, соответственно гипотенуза будет в 2 раза меньше. Тогда длина гипотенузы пятого треугольника составит $l = \frac{640}{2^5} = 20$

№1 Может, например семья будет состоять из двух в город М. один в поселок П. и четвертый ни туда, ни туда

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Иванов

ИМЯ Анатолий

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 08.07.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** II

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 04.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1\. 1) Сначала посчитаем заработок за месяц компании Ноногайн. Каждый из сотрудников этой сети звонил 99ти сотрудникам той же сети и 200 ~~этот~~ сотрудникам другой (всего таких сотрудников 100)

$100(0{,}43 \cdot 99 + 0{,}43 \cdot 3 \cdot 200) = 30057$ (р)

2) ~~Ее~~ Прибыль сети Громофон должна быть не меньше

$30057 + 10000 = 40057$ (р)

3) Обозначим за x (р) ~~минимальный доход компании~~ ~~F~~ минимальную цену за звонок компании Громофон (доход = 40057 (р)). Всего пользователей 200, они звонили 199 абонентам внутри сети и 100 в другую сеть:

$200(x \cdot 199 + 3x \cdot 100) = 40057$

$x \cdot 200 \cdot 499 = 40057$

$99800x = 40057$

$x \approx 0{,}401$ (р)

$$\begin{array}{r|l} 400570 & 99800 \\ -399200 & 0{,}401 \\ \hline 13700 & \\ -9980 & \end{array}$$

Т.к. цена на услуги – целое число копеек (100x – целое число рублей) и она меньше, чем 0,43 (р), то она равна либо 0,41(р) (41 копейка), либо 0,42 (р) (42 копейки)

Ответ: 41 или 42 копейки

5\. Всего эти числа содержат 30 (9+10+11) ~~д~~ предложенных делителей. Тогда 5 (30 − 25) чисел делятся как минимум на 2 из предложенных делителей. Число делится на ~~в~~ несколько делителей когда оно делится на их произведение (так как 13, 14 и 15 не имеют общих делителей). Если число делится на все 3 делителя, тогда оно не меньше, чем 2730 (13 · 14 · 15), что больше чем 345. Теперь докажем, что среди ~~эти~~ ~~эти~~ 5и чисел есть имеющее по 2 делителя больше 345. Допустим, что такого числа нет, тогда:

1) На 15 и 14 ~~д~~ делится число, не меньшее ~~210~~ 210 (14 · 15) и таких чисел может быть не больше одного (195 · 2 > 345)

2) На 13 и 14 делится число, не меньшее ~~13~~ 162 (14 · 13) и таких чисел ~~о~~ может быть не больше 2х (162 · 2 < 345, но 162 · 3 > 345)

3) На 15 и 13 делится число, не меньшее 195 (13 · 15) и такое число может быть только одно (195 · 2 > 345)

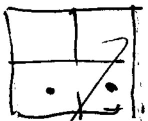
см. на обороте

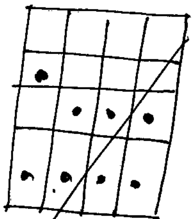
Таким образом мы можем ~~у~~ иметь максимум 4 числа (1+2+1). с несколькими делителями, что бы каждое из них могло делиться на 2 делителя из (13, 14, 15) и среди них могло не быть числа больше 345.

Так как у нас таких чисел 5, то такое число обязательно есть (5>4). ч.т.д.

~~3. Может. Если в одном ряду число подстанций равно 0, а в другом оно максимально, при этом во всех остальных рядах число подстанций равно номеру ряда. Получившиеся~~

~~Может.~~ Не

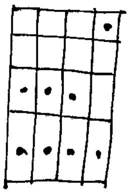




~~может быть, если n = 3, 1, 5 — нечетное. Если n=2, то расположить на 1ом ряду 0, а на 2ом — 2е.~~

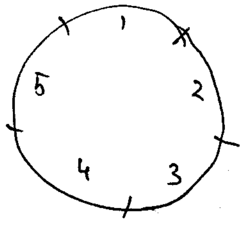
~~Для n≥4 не должно быть ряда с n/2 станциями. На каждой колонке должно быть n/2 станций~~

~~4~~ 3. Может. Если n — четное число. Не должно быть ряда с n/2 станциями. На каждой колонке n/2 станций, тогда у нас будет пустая строка.



=> n=4

2. Пронумеруем дуги окружности для удобства. Возьмем 3 цвета: белый (Б), зеленый (З), синий (С). Цвета дуг должны удовлетворять системе:



$$\begin{cases} 1\neq 5, 1\neq 2; \\ 2\neq 3; \\ 3\neq 4; \\ 4\neq 5; \end{cases}$$

Напишем последовательности цветов, начинающиеся с белого цвета:

БЗБСЗ
БЗБЗС
БЗСБЗ
БЗСБС
БЗСЗС
БСБЗС
БСБСЗ
БСЗБС
БСЗБЗ
БСЗСЗ

таких последовательностей 10.

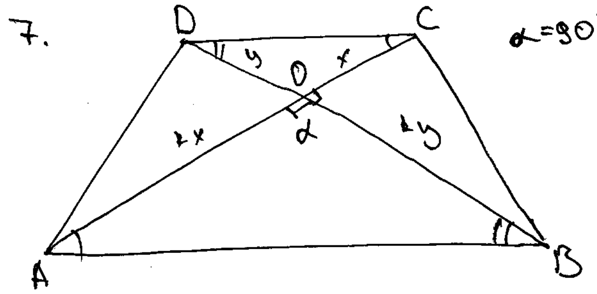
см лист 2

Для каждого из цветов существует 10 последовательностей. Значит всего последовательностей:

$10 \cdot 3 = 30$

Ответ: 30ю способами.

7.



$\alpha = 90^\circ$ $\triangle DOC$ подобен $\triangle AOB$, ($\angle OCD = \angle OAB$; $\angle ODC = \angle OBC$ как н.к. лежи при $AB \parallel CD$). Пусть коэф подобия k.

$DC = \sqrt{y^2 + x^2}$; $AB = \sqrt{k^2x^2 + k^2y^2}$

$DA = \sqrt{y^2 + k^2x^2}$; $CD = \sqrt{x^2 + k^2y^2}$

$$\frac{DC + AB}{AD + CB} = \frac{\sqrt{y^2 + x^2} + \sqrt{k^2x^2 + k^2y^2}}{\sqrt{y^2 + k^2x^2} + \sqrt{x^2 + k^2y^2}} = 1$$

если $\alpha > 90^\circ \Rightarrow AB + CD > AD + CB$

если $\alpha = 90^\circ \Rightarrow AB + CD = AD + CB$,

если $\alpha < 90^\circ \Rightarrow AB + CD < AD + CB$

Ответ: $DC + AB = AD + CB$

6. $\left.\begin{matrix} m \le x \\ m \ge k \end{matrix}\right\} x \ge k$, где $x = \cos^2(2 + 3^x)$

$m = [\cos^2(2 + 3^x)]$

$k = \frac{3^x}{2}$

4. $0,5 = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

$a = 2^{x+y+z} + 2^{-x-y-z}$

$b = 2^x + 2^{-y}$

$c = 2^y + 2^{-z}$

$2^2 + (0,5)^x = 2^2 + 2^{-x}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102.	шифр: М 10 – 8	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Иванов

ИМЯ Вячеслав

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 21. 01. 1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Иванов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

1) Число линий может быть меньше 5.

Утверждение, что среди 3 линий есть одна идущая в М означает, что число линий идущих не на М ≤ 2 (т.к. в том, и только в том случае, если число линий не в М больше либо равно 3, то мы можем выбрать тройку, среди которой все линии будут не в М)

Аналогично, то, что среди 4 линий есть одна, идущая в П означает, что число линий не в П ≤ 3.

Теперь приведём пример для 4 линий:

2 линии в М, 2 линии в П

(линий не в М $2 \leq 2$, линий не в П $2 \leq 3$ - условия выполняются)

2) Такие линии не найдутся.

Предположим, что мы нашли такую пятерку. Тогда в ней не меньше 3 линий в М (т.к. всего линий не в М ≤ 2). + 1 линия не в М и ни в П. Таким образом, есть 4 линии не ведущих в П, что противоречит условию.

№2.

$$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x} = \frac{-2tgx}{(tgx-1)(tgx+1)}$$

Если $tgx=0$, то $tg2x=0$ - условие соблюдается; $x=\pi n$; $n \in Z$

Если $tgx \neq 0$, то $tgx \neq \pm 1$ (т.к. тогда $tg2x$ неопределён) $\Rightarrow$

$\Rightarrow |tgx| \geq 2 \Rightarrow tgx; (tgx-1); (tgx+1)$ - одного знака, тогда

$|tgx|$ взаимно простое с $|tgx-1|$ и $|tgx+1|$ (2 последовательных натуральных числа взаимно просты) - тогда для того, чтобы $tg2x \in Z$ $\quad 2 \vdots |tgx-1||tgx+1|$, но 2 - простое $\Rightarrow 2 = |tgx-1||tgx+1|$

$2 = (tgx-1)(tgx+1)$ (числа одних знаков).

$\begin{cases} tgx-1=1 \\ tgx+1=2 \end{cases}$ или $\begin{cases} tgx-1=2 \\ tgx+1=1 \end{cases}$

$\varnothing$ $\qquad \varnothing$

Ответ: $x=\pi n$ $n \in Z$

№3.

$y = T(x)$
$z = T(T(x)) = T(y)$.

$T(T(T(x))) = 0$
$T(z) = 0$.
$z^2 + pz + q = 0$
$z = -\frac{p}{2}$
$T(y) = -\frac{p}{2}$.
$y^2 + py + q = -\frac{p}{2}$.

Если $p > 0$, то корней нет

Если $p = 0$, то $q = 0$ (т.к. $T(y)$ имеет 1 корень)
$\Rightarrow y^2 = 0$
$y = 0$.
$T(x) = 0$.
$x = -\frac{p}{2} = 0$ – 1 корень противоречие с условием.

Если $p < 0$, то $y^2 + py + q = -\frac{p}{2}$ имеет 2 корня y_1 и y_2.

$T(x) = y_1$ $\qquad$ $T(x) = y_2$
$x^2 + px + q = y_1$ $\qquad$ $x^2 + px + q = y_2$.

Т.к. всего 3 корня, то в одном из уравнений 1 корень, в другом 2 (пусть для определённости в первом), тогда $y_1 = 0$, тогда $0^2 + p \cdot 0 + q = -\frac{p}{2} \Rightarrow q = -\frac{p}{2}$.

$x^2 + px + q = 0$ – один корень $-x_1$
$(x + x_1)^2 = 0$
$x^2 + 2x \cdot x_1 + x_1^2 = 0$

$\begin{cases} p = 2x_1 \\ q = x_1^2 \end{cases}$

$q = \frac{p^2}{4}$, но $q = -\frac{p}{2} \Rightarrow -\frac{p}{2} = \frac{p^2}{4}$ $\quad p = -2$.

Тогда $z^2 - 2z + 1 = 0$

$(z-1)^2 = 0$

$z = 1.$

$y^2 - 2y + 1 = 1$

$y^2 - 2y = 0$

$y(y-2) = 0$

$y = 0$ или $y = 2$.

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = 1$

$x^2 - 2x + 1 = 2.$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

$D = 4 + 4 = 8$

$x_1 = \frac{2+2\sqrt2}{2} = 1+\sqrt2$

$x_2 = \frac{2-2\sqrt2}{2} = 1-\sqrt2.$

Ответ: $x = 1$; $x = 1 \pm \sqrt2$.

№ 4.

За одну минуту ~~секундная~~ минутная стрелка поворачивается на $\frac{360°}{60} = 6°$, часовая – на $\frac{360°}{60 \cdot 12} = 0{,}5°$, за один час часовая стрелка поворачивается на $\frac{360°}{12} = 30°$. Пусть прошло a полных часов и b минут, тогда $(a; b \in \mathbb{Z})$. $6°b$ – поворот минутной стрелки, $30°a + 0{,}5°b$ – часовой, тогда:

$6b - 30a + 0{,}5b = 2$ или $6b - 30a + 0{,}5b = -2$.

(вариант, где один из углов $\geq 358°$, другой $\leq 2°$ не рассматривается, т.к. тогда либо прошло менее 4 минуты после полудня и углы часовой и минутной стрелки меньше 30°, либо осталось менее 4 минут до полночи, и часовая и минутная стрелка имеют угол $\geq 330°$)

$11b - 60a = 4$

$11b = 4 + 60a$

$4 + 60a \vdots 11 \Rightarrow 4 + 5a \vdots 11 \Rightarrow 5a \equiv_{11} 7$

$11b - 60a = -4.$

$11b = 60a - 4.$

$60a - 4 \vdots 11 \Rightarrow 5a - 4 \vdots 11 \Rightarrow 5a \equiv_{11} 4.$

Нам нужно найти наименьшее время ⇒
⇒ нам нужно найти наименьшее $a \in \mathbb{Z}$, при котором $b \in \mathbb{Z}$.

Рассмотрим остатки от деления $5a$ на 11.

a	$5a$	$5a \bmod 11$
0	0	0
1	~~10~~ 5	5
2	10	10
3	15	4
4	20	9

Наименьшее a, при котором $5a \underset{11}{\equiv} 7$ или 4, равно 3

Тогда $11b = 60 \cdot 3 - 4$

$11b = 176$

$b = 16$.

Ответ: 3 часа ~~10~~ 16 минут.

№ 5.

Докажем, что Ивану невыгодно хранить средства дома.

Пусть n рублей он оставил дома, а S рублей вернулись после вложения, тогда его состояние через год $= S + n$.

Если он распределил бы дополнительно по $\frac{n}{3}$ рублей в ~~банки~~ каждый банк, то он в одном бы прогорел, в другом получил $\frac{2n}{3}$ р., в третьем $- n$ р., ~~общий доход~~ общее состояние $= S + \frac{5n}{3} > S + n$.

Докажем, что наиболее выгодно распределить деньги по 200 000 р. в каждый банк.

Пусть он поступил иначе и положил в I банк $200\,000 + a$; во II $- 200\,000 + b$; в III $- 200\,000 + c$

$a + b + c = 0$

Пусть для определённости $a \geq b \geq c$, тогда наихудший вариант будет когда I банк разорится

II банк дает 2-ой доход, III - 3-ий.

Тогда ~~прибыль~~ состояние через год равно $1000\,000 + 2в + 3с$.

Докажем, что $2в+3с<0$

Если $в<0$, то $с<0$ и $2в+3с<0$

Если $в=0$, то $с<0$ (т.к. иначе $a=0$, а Иван не распределял средства поровну) ⇒ ⇒ $2в+3с=3с<0$.

Если $в>0$, то

$a+в+c=0$

$-c=a+в$

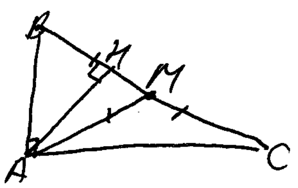
$-c>в$ (т.к. $a \geq в > 0$).

$-3с>3в>2в \Rightarrow 2в+3с<0$.

Таким образом при неоптимальной стратегии состояние $< 1000\,000$, в то время как при оптимальной состояние через год равно $200\,000 \cdot 2 + 200\,000 \cdot 3 = 1\,000\,000$ р.

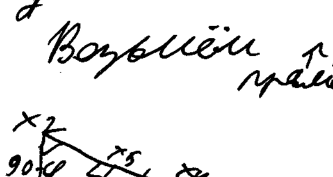
Ответ: ему нужно распределить по 200 000 р. в каждый банк, он в конце года будет иметь 1 000 000 р.

№6.



AHM - новый треугольник, AM - гипотенуза. т.к. наклонная больше перпендикуляра, то в каждом новом Δ медиана прошлого Δ будет гипотенузой, но медиана равна половине гипотенузы ⇒ гипотен. 5-го треугольника $= \frac{640}{2^4} = 40$ м.

Возьмём прямоуг. Δ $X_1X_2X_3$ с медианой X_1X_4 и высотой X_1X_5, острые углы - φ и $90-\varphi$. $\varphi<45$.



В новом $\Delta X_1X_5X_4$ $\angle X_1 = 90-\varphi-\varphi$

$\angle X_4 = 2\varphi$

Таким образом, если $\varphi=30$, $90-\varphi=60$, то $\angle X_1 = 30°$, $\angle X_4 = 60°$, и все последующие Δ будут подобны

Углы исходного Δ - 90°; $\frac{11\pi}{24}$; $\frac{\pi}{24}$.

Углы II Δ - 90°; $90^\circ - \frac{2\pi}{24} = \frac{5\pi}{12}$; $2 \cdot \frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

Углы III Δ - 90°; $90^\circ - \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$; $2 \cdot \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по доказанному выше утверждению все остальные Δ будут иметь углы $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{6}$, в. т. ч. и 5-ый Δ,

тогда один из его катетов равен $\sin 30^\circ \cdot 40 = 20$м, другой - $\cos 30^\circ \cdot 20 = 20\sqrt{3}$м,

площадь $\Delta = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м^2

Ответ: гипотен. = 40м; $S = 200\sqrt{3}$ м^2.

№7.

Пусть a_1, $a_2 = a_1 + d$; $a_3 = a_1 + 2d$ - длины (a_1 и b_1 - наимен.)

b_1; $b_2 = b_1 q$; $b_3 = b_1 q^2$ - высоты, тогда $d > 0$, $q > 0$.

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$м

$3a_1 + 3d = 30$м

$a_1 + d = 10$м

$a_2 = 10$м, тогда $b_2 = \frac{60}{10} = 6$м.

$b_1 \cdot b_3 = b_2^2 = 36$

$b_3 = \frac{36}{b_1}$

$$\begin{cases} a_1 b_1 = 15 \\ a_3 b_3 = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (10-d) b_1 = 15. \\ (10+d)\frac{36}{b_1} = 180 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 b_1 - d b_1 = 15 \\ 10 + d = 5 b_1 \end{cases} \Rightarrow d = 5b_1 - 10 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 10 b_1 - (5b_1 - 10) b_1 = 15 \Rightarrow b_1^2 - 4b_1 + 3 = 0 \Rightarrow b_1 = 1$ или $b_1 = 3$

но если $b_1 = 1$, то $d = -5$, а прогрессия в условии возрастающая $\Rightarrow$ $b_1 = 3$; $d = 5$; $b_3 = 12$; $a_1 = 5$; $a_3 = 15$.

Ответ: I ст. - 5×3 дм (5 - длина, 3 - высота)
II ст. - 10×6 дм. (10 - длина, 6 - высота)
III ст. - 15×12 дм (15 - длина, 12 - высота

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	11Я235М10 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Игнатьев

ИМЯ Тимур

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 21.03.97 **Класс:** 11а

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 04 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Формула Ежедневной выручки равна

$((n_1-1)Q+3n_2\cdot Q)\cdot n_1 : 100$ (в рублях)

где n_1 - кол-во абонентов этой сети

n_2 - кол-во абонентов сети-конкурента

Q - плата за внутрисетевой звонок (в копейках)

Выручка Монолита составляет:

$(99\cdot 43+3\cdot 200\cdot 43)=30057$ рублей

Согласно условию выручка Гравитона минус выручка Монолита >10000 р. Тогда:

$(199Q+300Q)\cdot 2-30057>10000$

$998Q>40057$

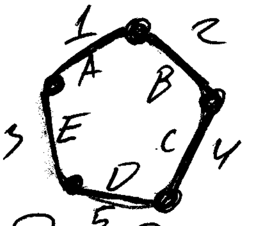
$Q>\frac{40057}{998}$ ч, что чуть больше сорока.

~~зна~~ $40<Q<43$

$[Q]\in\{41 и 42\}$

Ответ: 41 либо 42.

№2



обозначим стороны забора как A, B, C, D, E.

Пусть у A будет цвет 1, тогда B и E достанутся цвета 2 и 3, у стены C не может быть цвета 2 (сосед), также не может 1 (сосед B) и 3 (сосед D).

↓ на след. страницу.

Тогда берем новый цвет 4.

Стена D не может взять цвета 3 и 4 (соседи), цвет 2 (сосед C) и цвет 1 (сосед E). Следовательно нужно взять еще один цвет, пятый.

Число способов будет равно минимальному кол-ву цветов (повторюсь 5) в факториале.

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ способов

Ответ: 5 цветов, 120 способов.

N4.

Обозначим величину $2^z + 0{,}5^x$ как t, потому что она очень громоздкая.

Тогда $t \times b \times c = (2^z+0{,}5^x)(2^x+0{,}5^y)(2^y+0{,}5^z) =$
$2^{x+y+z} + 2^x + 2^y + 2^z + 0{,}5^{x+y+z} + 0{,}5^x + 0{,}5^y + 0{,}5^z =$
$a+b+c+t$; $tbc = a+b+c+t$;
$t(bc-1) = a+b+c$, $t = \frac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: ~~...~~ $2^z + 0{,}5^x = \frac{a+b+c}{bc-1}$

N5

Можно заметить, что сумма чисел кратных 15, 14 и 13 больше 25 => есть числа делящиеся на два числа сразу. Будем оптимистично считать, что все кратные 15 обособлены. Тогда остается еще десять чисел: 14, из которых минимум пять также кратны 13. →

~~[illegible]~~

Возьмем наименьшие из чисел: 14×13

1) 182 2) 364, что уже больше необходимого.

Теперь докажем, что всегда будут числа типа $2 \times X \times Y$.

Возьмем лучший вариант, где есть числа 15×14, 14×13, 15×13 (больше нельзя!)

следовательно помимо этих останутся $9 : 15$; $8 : 14$ и $7 : 13$.

$9+8+7+3 > 25$, значит все равно будут ~~хотя одно~~ два числа вида $2 \times Y$ и более.

№6

Справедливо предположить, что целой частью квадрата косинуса может быть либо 0, либо 1.

Тк 3^x только положительный, вариант, где левая часть равна нулю, не имеет решений.

$\cos^2(2+3^x) = 0$; при $2+3^x = 0$, что невозможно, либо $= \pi k$.

при $3^x = \pi - 2$ левая часть равна 1, а правая здесь $(0;1)$ значит условие выполняется.

при $3^x = 2\pi - 2$ (или больше) $\frac{3^x}{2} > 1$, => условие не выполняется.

Значит ответ один, при $x = \log_3(\pi - 2)$

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

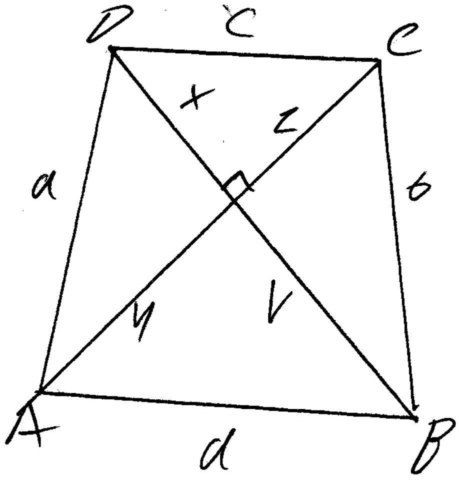
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 119235 М10

№3

Тк условие гласит, что на один квадрат может стоять либо 1 либо 0 подстанций. Нас ограничили от нуля до n подстанций в ряд. А тк рядов всего n, то на ряды остается всего 1 вариант. Следовательно, ничего не получится, потому что нам необходимо n.

Ответ: это невозможно при заданных условиях.

№7.



$a^2 = x^2 + y^2 \quad c^2 = x^2 + z^2$

$b^2 = z^2 + V^2 \quad d^2 = y^2 + V^2$

$a^2 + b^2 = x^2 + y^2 + z^2 + V^2 = c^2 + d^2$

$(a+b)(a-b) = (c+d)(c-d)$

$$\frac{a+b}{c+d} = \frac{c-d}{a-b}.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7/02	Зелен М-16 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Исмагилов

ИМЯ Дамир

ОТЧЕСТВО Рамильевич

Дата рождения 15.08.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ись

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 287238
Отделением УФМС России по Красноярск. краю в гор. Зеле-
ногорске

22.08.2012.

(2) Из табличных данных мы знаем, что значения $tg x$ - являются целыми при $x = 180n$, где $n \in Z$ и при $x = 45 + 90k$, где $k \in Z$.

Рассмотрим обе эти последовательности:

1) $x = 180n$ $\quad n = 0, \; tg x = 0, \; x = 0$

$n = \cancel{180}\ 1 \quad tg x = 0, \; x = 180$

$n = \cancel{360}\ 2 \quad tg x = 0, \; x = 360$

$n = 3 \quad x = 540 \quad tg x = 0$

Видно, что для любого x из этой последоват. выполняется условие $tg x$ и $tg 2x$ - целое.

2) $x = 45 + 90k$. $\quad k = 0 \quad x = 45 \quad tg x = 1$

Для этой послед. условие задачи не выполн., т.к.

$k = 1 \quad x = 135 \quad tg x = -1$

$k = 2 \quad x = 225 \quad tg x = 1$

$k = 3 \quad x = 315 \quad tg x = -1$

удвоенного $tg x$ у всех элементов этой послед не существует. (т.к. $\cos 2x = 0$).

Ответ: $x = 180n, \; n \in Z$

(4). Подсчитаем скорости движения стрелок ~~час~~.

Большая стрелка за 1 мин проходит $360^\circ/60_{мин} = 6^\circ$

Малая стрелка за 1 мин проходит $360/(60 \cdot 12) = 0{,}5^\circ$.

Т.к. $0{,}5 \cdot 2 = 1$, то чтобы разница между градусной мерой большой и малой стрелки была целой должно пройти четное кол-во минут.

Составим уравнение по которому мы сможем определить разницу между градусн. мерами стрелок.

$r = |0{,}5 \cdot x - (6 \cdot x) \bmod 360|$, где x - число минут, r - ~~мер~~ разница между град. мерами, операция mod бер. ост. от деления.

Путем перебора четных значений x получаем, что в первый раз после полудня r будет равно 2, спустя 196 мин ~~н~~ т.е через 3ч 16 мин

Ответ: 3ч 16 мин.

(5) Пусть вкладчик вкладывает x рублей. Тогда, чтобы гарантированно не проиграть и остаться в плюсе целесообразнее будет положить в банки одинаковое количество денег $(\frac{x}{3})$ рублей. Через год на счету у вкладчика будет $\frac{5x}{3}$ рублей ($\frac{2x}{3}$ - 1-ого банка и x - рублей со 2-ого банка). А т.к. вкладывал он всего x рублей, то размер прибыли будет напрямую зависеть от размера вложенной суммы. Следовательно, чтобы максимизировать доход он должен поровну распределить между банками имеющийся капитал. Зн. в каждой банк должна поступить сумма $600000 / 3 = 200000$ рублей. А сумма полученная им через год равна $\frac{5}{3}$ от этой суммы т.е 1000000 рублей.

(3) т.к. ур $x^2+px+q=0$ имеет один корень равный $\left(-\frac{p}{2}\right)$, то $x^2+px+q=\left(x+\frac{p}{2}\right)\left(x+\frac{p}{2}\right)=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$, $p^2=4q \Rightarrow q=\frac{p^2}{4}$.

$T(x)=x^2+px+q=\underline{0}$

$T(T(x))=T(0^2+p\cdot 0+q=q=\frac{p^2}{4}$

$T(T(T(x)))=q^2+pq+q=0.=q^2+pq+\frac{p^2}{4}=0$

$D=p^2-p^2=0.$

$q=\frac{-p}{2}$

Ответ: $-\frac{p}{2}$; 0; $\frac{p^2}{4}$.

(1) Пусть k - общее кол-во линий.

Тогда чтобы выполнялось условие задачи:

максимум 2 линии могут не идти в город М

и максимум 3 линии могут не вести в поселок П

Тогда минимум кол-во линий ведущих в город равно $k-2$ и минимальное кол-во линий вед. в посёлок равно $k-3$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

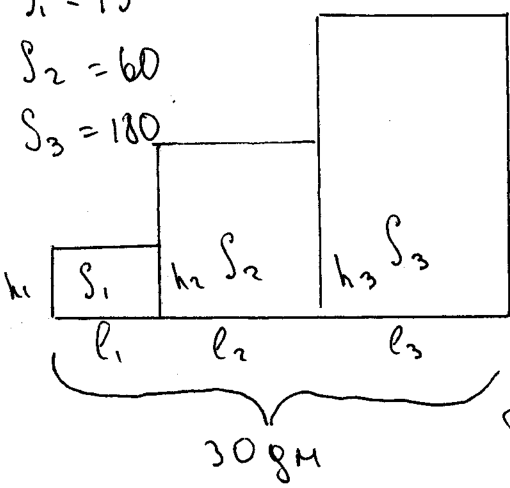
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зели М-16

① Тогда минимальное К удовлетвор. условию равно 4 (две линии идут в город и две в поселок)
Значит линий может быть меньше 5.
Допустим К = 5, тогда k − 2 линий ведут в город и k − 3 линий ведут в посёлок, тогда 3 линии ведут в город, а 2 в посёлок. ⇒ свободных линий нет.
Можно понять, что число линий не может быть больше 5. т.к. ни каким другим числом
Т.к. при налич. k линий должны вып. след. условия.

1) $М + П = k$.
2) $М - П$ или $П - М \le 1$
3) число линий вед. в поселок или в город должно быть примерно равно $\frac{k}{2} \pm 1$

Ответ: 1. да, может.
2. свободных линий не будет.

⑦ $S_1 = 15$
$S_2 = 60$
$S_3 = 180$

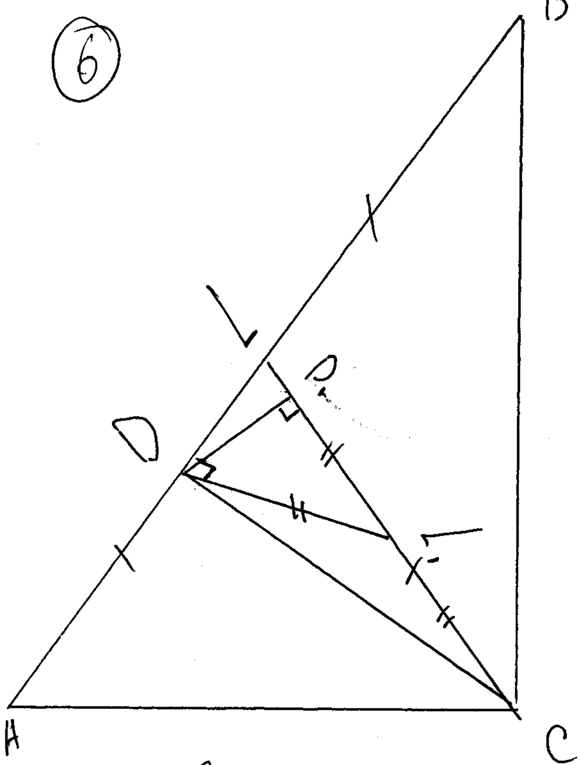


Т.к длины пьедесталов составляют арифмет. прогрес. то $l_1 = 5$ $l_2 = 10$ $l_3 = 15$

Т.к площадь большего из прямоугольника нам дано. то $h_3 = \frac{S_3}{l_3} = \frac{180}{15} = 12$ дм.

Ответ: размеры пьедестала будут равны 30 дм − длина и 12 дм − высота.

6



$AB = 640$ CD - высота, CL - медиана

Т.к. △ABC прямоугольный, то

$CL = LB = AL$

тогда для след. △ LB - будет являться гипотенузой и будет равна 320.

Значит можно вычислить гипотенузу для 5-ого треугольника

$640 : 2 : 2 : 2 : 2 = 40$ м.

Ответ: гип. = 40 м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	ШМИ-6 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КАЗАКОВ

ИМЯ ЕГОР

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 21.02.97 **Класс:** 11 В

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 04.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. x – оплата за сеть Грамофон

Тогда, $100 \cdot 0{,}43 + 0{,}43 \cdot 3 \cdot 200$ – оплата за сеть Монолайн одним человеком

$200x + 3 \cdot 100 \cdot x$ – оплата за сеть Грамофон 1-им человеком:

$$(200x + 300x) \cdot 200 - (43 + 258) \cdot 100 > 10000$$

$$100000x - 30100 > 10000$$

$$100000x > 40100$$

$$x > \frac{401}{1000} \qquad \frac{401}{1000} \approx 0{,}41$$

$$0{,}43 > x \geqslant 0{,}41$$

0,41 0,43 x

Ответ: 41 или 42 копейки.

№5. $9+10+11=30$; 5 чисел – те числа, которые должны
$30-25=5$ удовлетворять условиям:

$\left.\begin{matrix} 13 \cdot 14 \\ 13 \cdot 15 \\ 14 \cdot 15 \end{matrix}\right\}$ числа, кот. меньше 345.

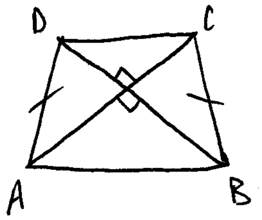
$5-3=2$ (2 числа – те числа, которые должны удовлетворять условиям)

Минимальное из них равно: $13 \cdot 14 \cdot 2 = 364$

$364 > 345$.

Следовательно, два числа на доске больше чем 345.

№7.



Дано: $ABCD$ – трапеция,

$AC \perp BD$

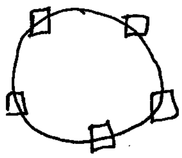
Сравнить: $BC+AD$ и $AB+CD$.

Решение:

Если в трапеции диагонали перпендикулярны, то трапеция равнобедренная (свойство трапеции). Значит в нее можно вписать окружность. У четырехугольника, в который можно вписать окружность, суммы противоположных сторон равны. $BC+AD=AB+CD$.

ч.т.д.

№2.



Чтобы у двух рядом стоящих дуг не повторялись цвета, достаточно использовать 3 цвета.

1 – первый цвет

2 – второй цвет

3 – третий цвет

12123; 12132; 12312; 21231; 21213; 21321; 13123; 13132; 13213; 31231; 31321; 31312; 32132; 32321; 23123; 23231; 23213; 32312.

Ответ: 3 цвета; 18 вариантов покраски.

№4. $a = 2^{x+y+z} + (0,5)^{x+y+z}$

$b = 2^x + (0,5)^y$

$c = 2^y + (0,5)^z$

1) $b \cdot c:\ (2^x + (0,5)^y)(2^y + (0,5)^z) = 2^{x+y} + 2^x \cdot (0,5)^z + 1 + (0,5)^{y+z}$

2) $b \cdot c \cdot (2^z + (0,5)^x):\ (2^{x+y} + 2^x \cdot (0,5)^z + 1 + (0,5)^{y+z})(2^z + (0,5)^x) =$
$= 2^{x+y+z} + 2^x + \cancel{(\ )} + (0,5)^{y+z} \cdot 2^z + 2^z + 2^y + (0,5)^z + (0,5)^x + (0,5)^{x+y+z} =$
$= 2^{x+y+z} + 2^x + (0,5)^y + 2^z + 2^y + (0,5)^z + (0,5)^x + (0,5)^{x+y+z}$

3) $b \cdot c(2^z + (0,5)^x) - b - c:\ 2^{x+y+z} + 2^x + 2^y + 2^z + (0,5)^{x+y+z} + (0,5)^x +$
$+ (0,5)^y + (0,5)^z - 2^x - (0,5)^y - 2^y - (0,5)^z = 2^{x+y+z} + 2^z + (0,5)^{x+y+z} + (0,5)^x$

4) $bc(2^z + (0,5)^x) - b - c - a:\ 2^{x+y+z} + 2^z + (0,5)^{x+y+z} + (0,5)^x - 2^{x+y+z} -$
$- (0,5)^{x+y+z} = 2^z + (0,5)^x.$

$bc(2^z + (0,5)^x) - b - c - a = 2^z + (0,5)^x$

$b \cdot c(2^z + (0,5)^x) - (2^z + (0,5)^x = a + b + c$

$(2^z + (0,5)^x)(bc - 1) = a + b + c$

$2^z + (0,5)^x = \dfrac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{bc-1}$

№3.

	1	2	3	4	5	6
а		x		x		x
б	x	x	x	x		x
в		x	x			
г	x		x	x		x
д	x					
е	x	x	x	x	x	x

Всегда совпадает число в колонке с числом в ряду. (т.к. $n \cdot n = n^2$).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	М2 - 11 (1) шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КАЛАШНИКОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 16.09.97 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Kd

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

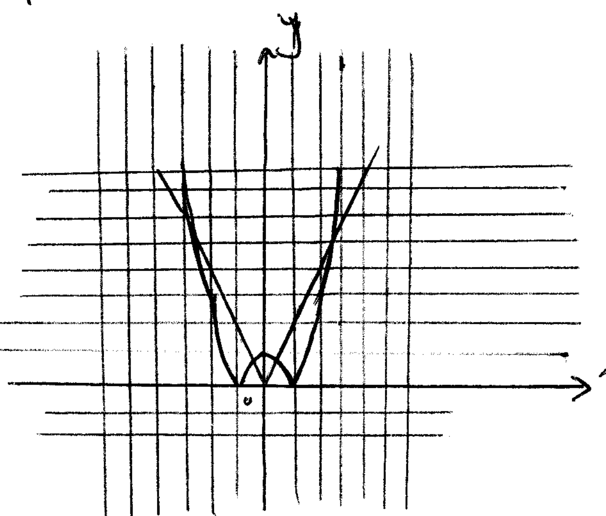
#2.

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{2\sin x\cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{2}{\frac{\cos^2}{\sin x\cos x} - \frac{\sin^2 x}{\sin x \cos x}} =$$

$= \frac{2}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}$. Заменим $\operatorname{tg} x = t$

$$\frac{2}{\frac{1}{t} - t} = \frac{2t}{1-t^2} \in Z \Rightarrow |2t| \geq |1-t^2|, \boxed{t=0}$$

$t \neq \pm 1$



$t = \{\pm 1; \boxed{\pm 2}\}$ неуд

Находим x:

$\begin{cases} \operatorname{tg} x = 0 & x = \pi n, n \in Z \\ \operatorname{tg} 2x = 0 & x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z \end{cases} \Rightarrow x = \pi n.$

$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \cdot 2}{1 - 2 \cdot 2} \notin Z \qquad \operatorname{tg} 2x = \frac{2 \cdot (-2)}{1 - 2 \cdot 2} \notin Z$

$2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^0 = 1$

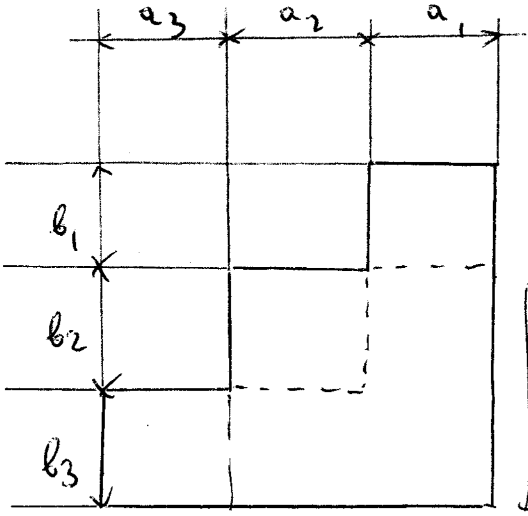
Ответ: $x = \pi n$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2-11(1)

#7.



$a_1 b_1 = 15$

$a_2 b_2 = 16$

$a_3 b_3 = 180$

$a_1 b_1 = 150$

$(a_1+d) b_1 q = 60$

$(a_1+2d) b_1 q^2 = 180$

$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 30$

$a_1 + d = \cancel{30}\ 10$

$10 b_1 q = 60$

$b_1 q = 6$

$q = \frac{6}{b_1}$

$\frac{(a_1+2d) b_1 \cdot 36}{b_1^2} = 180$

$a_1 + 2d = 5 b_1$

$d = 10 - \cancel{2}a_1$

$a_1 + 20 - 2a_1 = 5b_1$

$20 - a_1 = 5b_1$

$\cancel{a_1 + 2d}$

$b_1 = \frac{15}{a_1}$

$20 - a_1 = \frac{75}{a_1}$

$a_1^2 - 20a_1 + 75 = 0$

$D = 400 - 300 = 100$

$a_{1,2} = \frac{20 \pm 10}{2}$ $\left[\begin{array}{l} a = 15 \text{ не подх} \\ a = 5 \end{array}\right.$

$a_1 = 5$ $b_1 = 3$ $q = 2$ $d = 5$

$a_2 = 10$ $a_3 = 15$ $b_2 = 6$ $b_3 = 12$

$h = \sum_{i=1}^{3} b_i = 21$ дм

$w = \sum_{i=1}^{3} a_i = 30$ дм

Ответ: 30 дм × 21 дм.

#4.

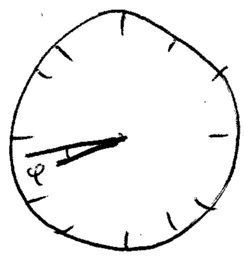
~~$v_ч = \frac{15^\circ}{1\ час} = \frac{15}{3600} = \frac{1}{240}$~~

$v_ч = \frac{30^\circ}{3600 c} = \frac{1}{120}$ °/c

$v_м = \frac{360^\circ}{3600 c} = \frac{1}{10}$ °/c

$v_м - v_ч = \frac{1}{10} - \frac{1}{120} = \frac{12-1}{120} = \frac{11}{120}$

Рассмотрим 1 случай



$\varphi_м > \varphi_ч$

$\varphi_м = v_м t$

$\varphi_ч = v_ч t - 360 n$

n – кол-во часов

$t(v_м - v_ч) - 360n = 2$

$t = \frac{360n+2}{v_м - v_ч} = \frac{(360n+2)120}{11}$

~~2882~~ 2880 / 360 = 8

360 · 8 = 2880

2882 / 11 = 262

надо, чтобы $360n + 2 \vdots 11$. Это достигается при $n = 8$.

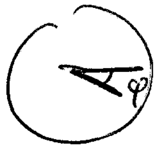
$t_1 = \frac{2882 \cdot 120}{11} = 262 \cdot 120\ c = 262 \cdot 2$ мин $= 524$ мин $=$ 8 ч. 44 мин.

СМ ЛИСТ 4

#4 (продолжение).

2 случай

$\varphi_ч > \varphi_м$



$tv_м - tv_ч - 360n = -2$

$t_2 = \frac{(360n-2)120}{11} = 98 \cdot 120\,c = 196$ мин $= 3$ ч 16 мин

$\begin{array}{r|l} 1078 & 11 \\ -99 & 98 \\ 88 & \end{array}$ $t_2 < t_1$

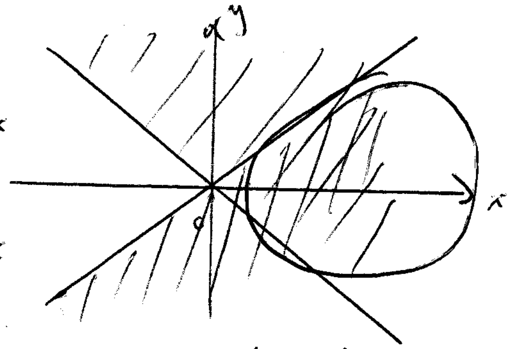
$\underline{n = 3}$

Ответ: 3 ч. 16 мин.

#3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - y \geq 0 \\ y + x \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x - y \leq 0 \\ y + x \leq 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \leq x \\ y \geq -x \end{cases} \\ \begin{cases} y \geq x \\ y \leq -x \end{cases} \end{array}\right.$



$\cancel{\sin y \leq x}$

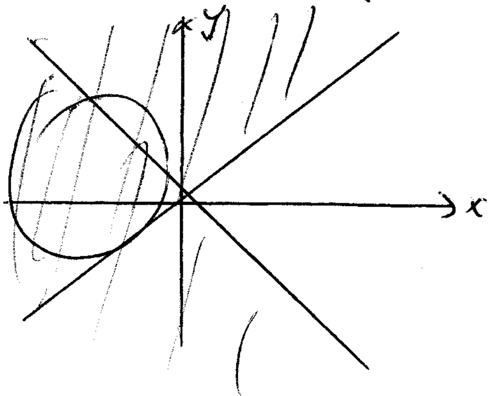
$\arcsin(\sin y) = y$ — $\sin x \leq y$

$y = \arcsin x$

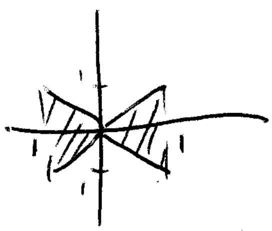
$\sin(\arcsin x) = x$

$\arcsin y = x$

$\sin(\arcsin y) = y$



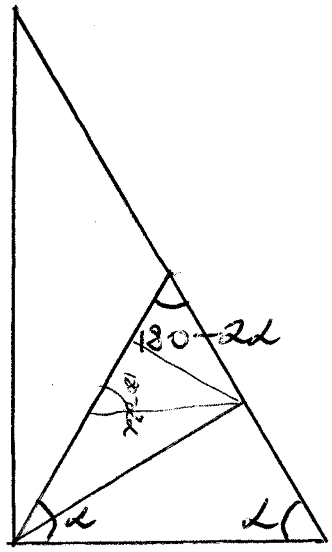
$-1 \leq x, y \leq 1$



$S = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 4 = 2$

Ответ: 2.

#6.



Несложно заметить, что гипотенуза каждого последующего треугольника в 2 раза меньше, чем у предыдущего. (т.к. мед = гип/2).

$g_5 = \frac{640}{2^5} = \underline{20\ м}$

~~угол при меньшем катете задаётся рекур. соотношением~~

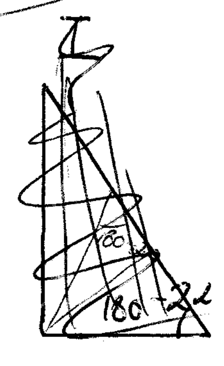
$\cancel{\varphi_{n+1} = \varphi_n\ \pi - 2\varphi_n}$

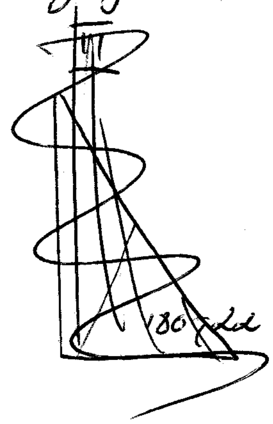
$\cancel{\varphi_0 = \frac{11}{24}\pi}$

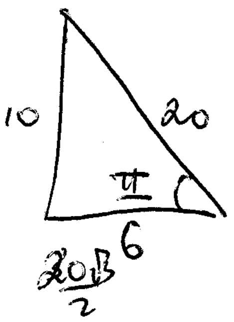
$\cancel{\varphi_1 = \pi - \frac{11}{12}\pi = \frac{\pi}{12}}$

$\cancel{\varphi_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}}$

$\cancel{\varphi_3 = \pi - \frac{5}{3}\pi =}$







$S = \frac{10 \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$

$\varphi_{n+1} = 2\varphi_n - 90 = 2\varphi_n - \frac{\pi}{2}$

$\varphi_1 = x$

$\varphi_1 = \frac{11}{12}\pi - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}\ \ldots\ \varphi_5 = \frac{\pi}{6}$

Ответ: $50\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

М11-18

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7/12

ФАМИЛИЯ Каюкин

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Александрович

Предмет Математика

Этап: 2 (Заключительный)

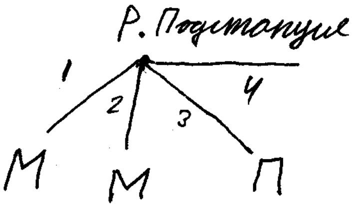
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Kaf

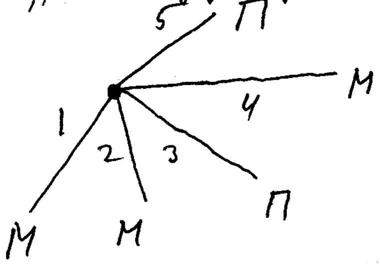
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Да может. 4 линии



4 линия может быть как „не ведущей“, либо ведущей в М и П.

Покажем, что для „5 и более линий“ 2 условие не выполняется и „не ведущих“ линий нет.



Заметим, что добавив 5 линию, нам нужно провести ещё линию в М, т.к если в М будет идти 2 линии, то 3 не будут. Противоречие. ~~[illegible]~~

5 линия ведёт в П т.к если она ведёт в М или никуда не ведёт, то среди 4 не будет линии ведущей в П. Противоречие. ~~[illegible]~~ Дальнейшие построения >5 нас не интересуют т.к уже есть 5 линий - среди которых нет „не ведущей“ ни в М, ни в П => Нет не может.

Ответ: Да, может; Нет, не ~~[illegible]~~ найдутся.

2. Рассмотрим $tg\,x$, такие, что они целые. Таких 3: $tg\,0$, $tg\frac{\pi}{4}$, $tg\,\pi$. Заметим, что $tg\,x$ - функция повторяющаяся с промежутком πn, $n \in Z$. => $tg\,\pi = tg\,2\pi = 0$ - Подходит. $tg\,0 = tg\,0 = 0$ - Подходит. $tg\frac{\pi}{2}$ не существует => $tg\frac{\pi}{4}$ не подходит. Значит, имеем 2 значения x: $x=0$, $x=\pi$. Т.к оба эти тангенса $=0$, то $2015^{tg\,0}=1$, $2015^{tg\,\pi}=1$. => ~~Ответ~~: Величина в обоих случаях равна 1. Стоит отметить что нам подходят все значения x кратные πn, $n \in Z$ и ~~Ответ~~: т.к ~~[illegible]~~ $tg\,2\pi n = 0$.

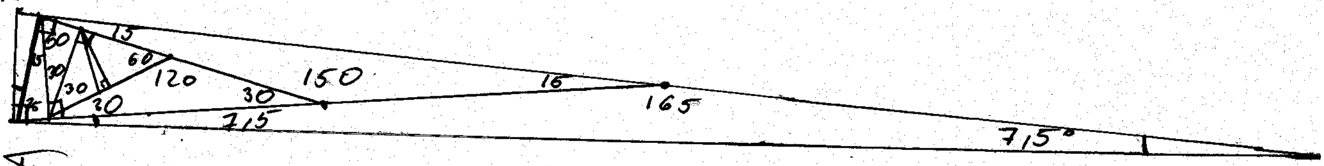
Ответ: $x = \pi n$, $n \in Z$; 1.

№5. Поровну. Если И. И. положит деньги поровну, то в 1 банке сгорит 200000, в другом они удвоятся, в третьем утроятся. Итого: $200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 3 = 1000000$ получит на руки И. И. Больше быть не может. Рассмотрим случай, когда И. И. оставит хотя бы 1 рубль у себя. Тогда в тех вкладах будет $2 \cdot 10^5$, $2 \cdot 10^5$, $2 \cdot 10^5 - 1$ рублей, причём $2 \cdot 10^5 - 1$ будет в том банке, в котором вклад утроится. И. И. потеряет на на 2 рубля больше чем при равных вкладах. Не подходит. То есть забирая любую сумму денег с равных вкладов, в первую очередь, он потеряет деньги с утроенного вклада, удвоенного и только потом с того, который сгорит.

Допустим он вложил все деньги, но в неравном кол-ве. Тогда он опять потеряет больше в сравнении с равными вкладами, ведь опять будет число ≥ 200001 которое сгорит $\Rightarrow$ он потеряет ≥ 2 рублей. Отсюда следует, что равные вклады принесут И. И. наиб. доход.

Ответ: Поровну; 1000000 рублей.

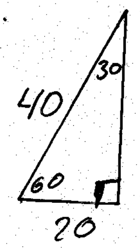
№6.



Перерисуем 5 треугольник отдельно.

Заметим, что $\frac{11\pi}{24} = 82,5^0$

=> то сумме острых ∠ Δ 2угол равен $7,5^0$.



2. Посчитаем длину аллеи-гипотенузы 5 Δ. Медиана из прямого угла равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы. Заметим, что аллея-гипотенуза 5Δ, равна аллее-медиане 4Δ, которая меньше в 2^4 раз, чем гипотенуза 1Δ. (Итого $\frac{640}{16} = 40$м).

3. Против угла 30^0 лежит катет $= \frac{1}{2}$ гип. => 2 катет находим через Т. П. $\sqrt{1600-400} = 20\sqrt{3}$

=> $S_{5\Delta} = \frac{40 \cdot 20\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3}$ м

Ответ: 40 м; $400\sqrt{3}$ м.

№7. Пусть a_1 - длина 1 прямоуг-ка, b_1 - высота 1 прям-ка, d - увеличение длины, q - увел высоты.

Тогда $a_1+a_2+a_3=30$ $3a_1+3d=30$ $a_1+d=10$ $a_2=10$

$b_2=b_1q$ $a_2 \cdot b_1q=60 \Rightarrow b_1q=\cancel{10}6$

$a_1+a_3=20$. Нетрудно заметить, что $d=5$, т.к. никакие другие в-ты не подходят. Отсюда $a_3=15$

$b_1q^2=180:15=12 \Rightarrow q=2$. Находим все длины и высоты.

$a_1=5, a_2=10, a_3=15; b_1=3, b_2=6, b_3=12$.

Ответ: $a_1=5, a_2=10, a_3=15; b_1=3, b_2=6, b_3=12$.

№4. Пусть T_1 – период часовой стрелки, а T_2 – минутной.
$T_1 = 43200c$ $T_2 = 3600c$. Тогда v_1 и v_2 соответственно угловые скорости. $v_1 = \frac{1}{120}{}^\circ c$; $v_2 = \frac{1}{10}{}^\circ c$.
$1^\circ T_1 = 12^\circ T_2$. Заметим, что ~~[illegible]~~ градусная мера угла делится на 11. Она будет делится до тех пор пока минутная стрелка не совершит полный оборот. Наша задача получить угол, градусная мера которого делится на 11 с остатком 2.
Смотрим остатки после 1 минуты нового часа.

$1^\circ T_1 = 12^\circ T_2$ ~~[illegible]~~ $0 \bmod 11$

$31^\circ T_1 = 12^\circ T_2$ $8 \bmod 11$

$61^\circ T_1 = 12^\circ T_2$ $5 \bmod 11$

$91^\circ T_1 = 12^\circ T_2$ $2 \bmod 11$ – Подходит. Осталось найти соотношение гр. мер такое, чтобы их разность была равна 2.
$91 - 12 = 79 : 11 = 7$ ост 2. $\Rightarrow$ $98^\circ T_1 = 96^\circ T_2$ Переведём в минуты и часы с помощью угловых скоростей.
$98^\circ T_1 = 98 \cdot 120 = 98 \cdot 2 \cdot 60 = 196$ минут $= 3$ часа 16 минут. А т.к у нас был полдень то сейчас 15 часов 16 минут.
Ответ: 15 часов 16 минут, или 3 часа 16 минут дня.

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Рассмотрим случаи: $=0$ и >0.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) = 0$

$\sin y - \arcsin x = 0$ $\sin x + \arcsin y = 0$

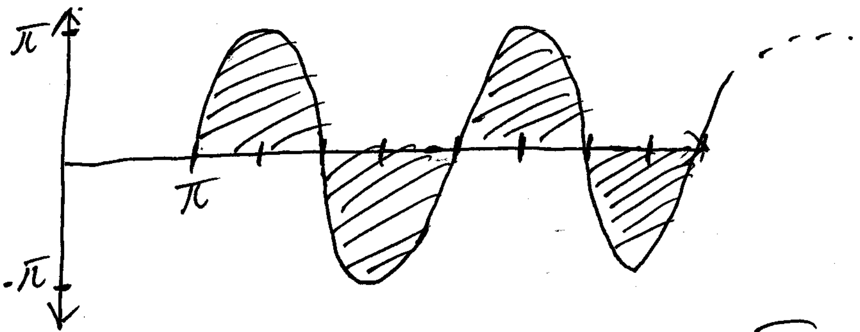
$\sin y = \frac{1}{\sin x}$ $\sin x = -\frac{1}{\sin y}$ $\varnothing$

$\sin y = \sin x = 1$ $\varnothing$ т.к ~~[illegible]~~ значения синуса

$y = x = \pi + 2\pi n, n \in Z$ положительны.

сумма $\neq 0$/ не ~~подходит т.к~~

Найдем площадь фигуры.



Таких парабол будет $n-1$. Площадь параболы $\int\limits_{0}^{\pi}(\pi+2\pi n)$

$\Rightarrow$ площадь фигуры $(n-1)\int\limits_{0}^{\pi}(\pi+2\pi n)$ $n\in Z$.

Ответ. $(n-1)\int\limits_{0}^{\pi}((\pi+2\pi n)$ $n \in Z$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы	
шифр	Зелен М-26

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ Киреев

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 03.10.1996

Класс: 11 Б

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Киреев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

НОМЕР 0411
СЕРИЯ 060058

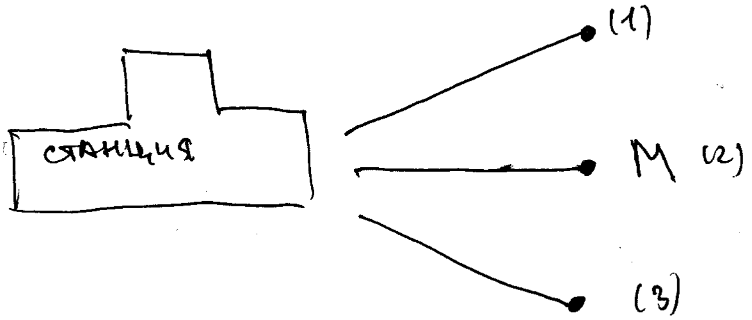
ОТДЕЛЕНИЕМ УФМС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорске

25.10.2019

Задача № 1.

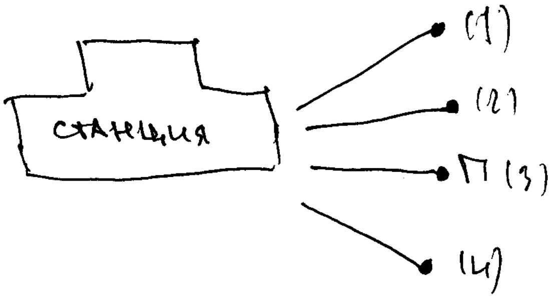
В этой задаче я расмотрю несколько случаев

Первый случай будет заключаться в следующем: по условию задачи сказано, что среди трех линий обязательно есть одна, которое идёт к предприятию города М. Изобразим это на небольшом рисунке,



Вероятность того, что из этих трех линий попасть в какую-то из этих точек $\frac{1}{3}$. Тоесть через любых из трёх линий одна попадёт на предприятие города М

Второй случай будет заключаться в следующем: среди четырёх линий, есть линия, которая зайдёт на какое-либо предприятие поселка П.

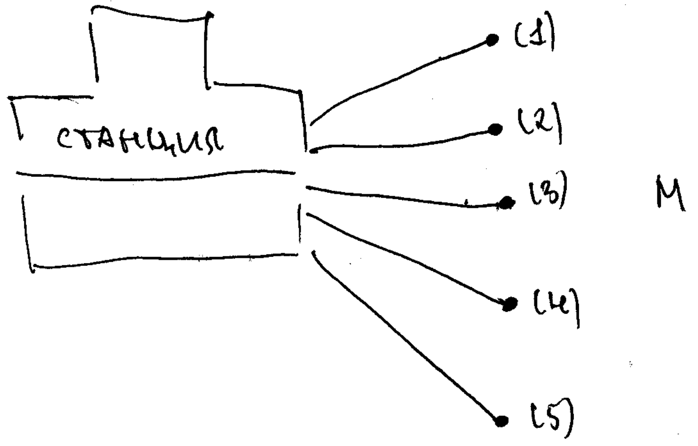


Вероятность того, что из этих уже четырех линий попасть в какую-либо из этих точек $\frac{1}{4}$, Тоесть через любых уже из четырех линий одна попадает на предприятие П

Но в условии задачи сказано, что линий может быть пять

Сейчас я расмотрю другие случаи с этими же станциями и городами, только сейчас будет и там и там по пять линий электропередач.

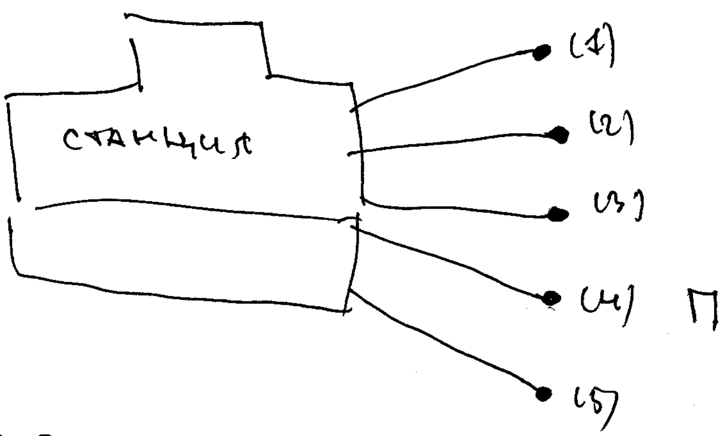
1 случай:



Сейчас я запишу варианты точек ~~из~~ в которых может находиться предприятие города М. По условию из любых трех линий.

(1),(2),(3).
(3),(4),(5) => из этих случаев может находиться предприятие города М.
(1),(3),(5)
(2),(3),(4)

2 случай!



Сейчас я запишу все варианты точек в которых может находиться предприятие ~~города~~ поселка П.

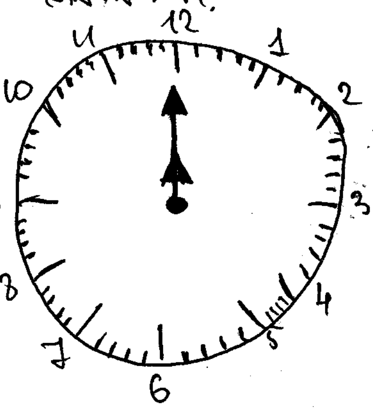
(1),(2),(3),(4)
(2),(3),(4),(5) => из этих случаев ~~может~~ находиться предприятие поселка П.

Я могу точно утверждать из выше сказаного, что число всех линий может быть меньше пяти, т.к в первых двух моих случаев было меньше пяти линий и даже при этом условии город М и поселок П получил свою электроэнергию

~~По поним~~

Я могу утверждать, что если линий меньше пяти, то среди любых пяти линий не найдутся среди пяти линий, которые не пройдут ни в М, ни в П,

Задача №4.



По условию сказано, что после полудня полудень это 12:00.

Начинается отчет значия с 12:00.

Вся окружность часов составляет 360°.

1ч. = 60 мин

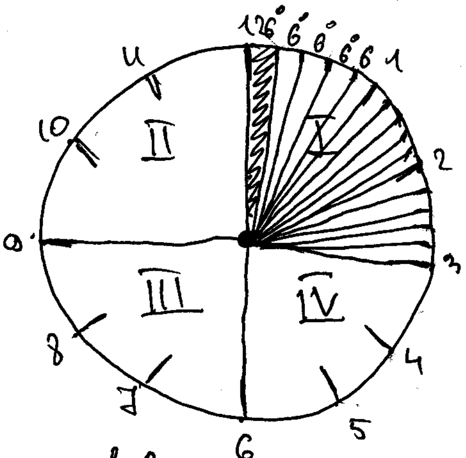
$360 : 60 = 6°$ – 1 минута

Во всех часах (допустим от 12 до 1) 5 делений.

Значит $6 : 5 \approx 1{,}5°$ – на одно маленькое такое деление. Это очень маленькое значение.

Минутная стрелка идёт намного быстрее часовой стрелки.

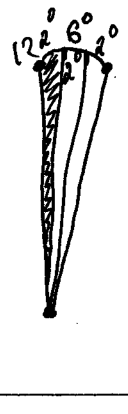
Разделю циферблат на четыре части.



Разделим всю I часть циферблата так, чтобы на одну минуту отводилось 6°, следовательно от 12 до 1 будет 30°.

$30° \cdot 12 = 360°$ – верно.

Теперь я вынесу из четвертака закрашенный кусок

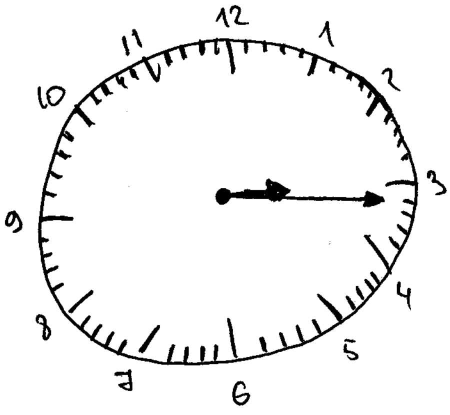


Этот кусок я разделю на 3 деления. Будут по 2° как и сказано в задаче

Итак, я разделил циферблат на все нужные мне градусы, теперь дело за малым, нужно найти

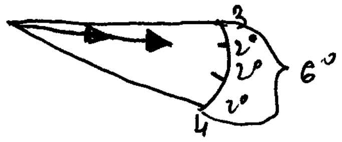
Какое время показывают часы.

Теперь я буду двигать мою воображаемую минутную и часовую стрелку.



Вот я и нашел время которое мне надо, и угол между которыми 2°

Мой рисунок приблизителен если смотреть на наручные или настенные то это бы выглядело так



Ответ: 15:16.

Задача №5.

У Ивана есть на руках 600000 рублей. Есть 3 банка.

Мы не знаем что происходит в ~~каком банке~~ каком-то конкретном банке, но мы знаем как это происходит.

Составим некую таблицу

I банк	2x
II банк	3x
III банк	банкрот

2x – через год сумма удвоится

3x – через год сумма утроится

Банкрот – банк разорится и вкладчик потеряет свои деньги.

Иван рисковый парень но не глупый. Самый выгодный вариант получить ему максимальный ~~доход~~ это разделить свою сумму на три части.

600000 : 3 = 200000

И теперь проделаем элементарные математические выражения

I банк	2·200000 = 400000
II банк	3·200000 = 600000
III банк	~~200000~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен 14 - 26

400000+600000=1000000 его доход за год с учетом что поставил, и что потерял

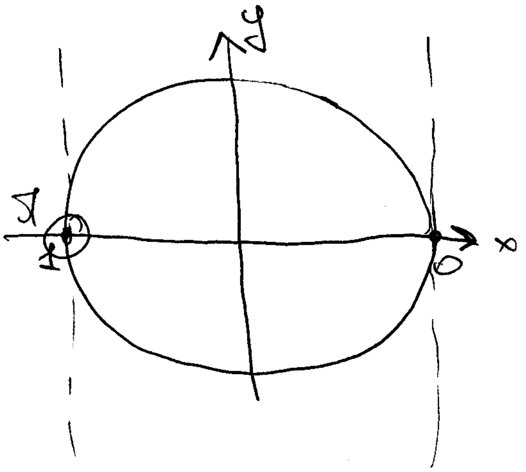
1000000-600000=400000 - это чистый доход на руки Ивана

Ответ: 400000 руб - чистый доход
1000000 - доход с учетом что получил и потерял

Задача №2.

$tg\,x$. $tg\,2x$.

$tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$



$\pi = 180°$.

$\cos 2x < 0 \Rightarrow tg\,x < 0$

$tg\,x\ 90° < 0$

$90k + 45°$

$2015^{tg\,x}$

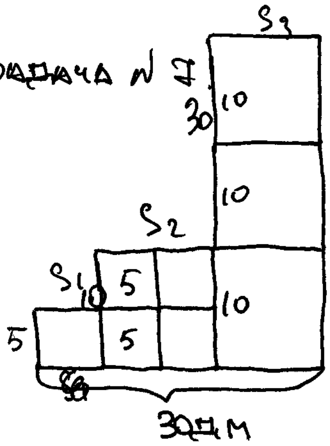
$2015^{0} = 1$

На чертеже $tg\,x$ принимает значение один в обведенном кружке.

т.к. $2015^0 = 1 \Rightarrow x = 180n, n \in Z$ или $x = \pi n, n \in Z$

Ответ $x = \pi n, n \in Z$ или $x = 180n, n \in Z$

Задача № 7.



$S_1 = 15$ дм^2

$S_2 = 60$ дм^2

$S_3 = 180$ дм^2.

$S_2 = 60$ дм^2 => вторая фигура состоит из четырех S_1

$S_2 = 4S_1$

$S_3 = 180$ дм^2 => третья фигура состоит из трех S_2

$S_3 = 3S_2$

~~Высота~~ Длина маленькой фигуры равна 5, (S_1)

Длина S_2 фигуры равна 10.

Длина S_3 фигуры равна 15.

Следовательно нам надо найти высоты

Я буд её находить из S_3.

$5+10+15=30$

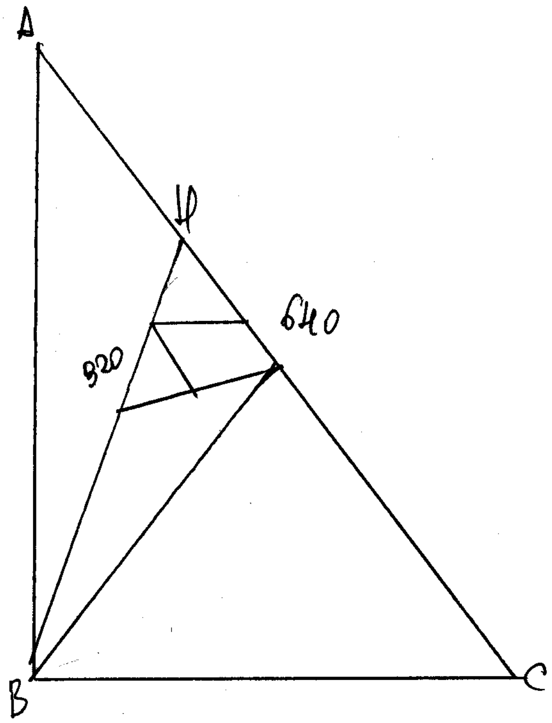
Высота $S_3 = 15$

$180:15=12$

30×12 – размер данной фигуры.

Ответ: 30×12.

Задача №6



AC=640

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$

$BH = \frac{1}{2} AC$

BH=320

$640 : 2^4 = 40$

$\alpha = \frac{11\pi}{24}$

$90 - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24-\alpha}$

$S_\Delta = \frac{40 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ}{2}$.

$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$

$= \frac{40^2 \cdot \sin 60}{2} = \frac{40^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 50\sqrt{3}$

Ответ: гипотенуза 40

площадь $50\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

М2 - 11 (18)

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Коваленко

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Анатольевич

Дата рождения 14.03.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:**

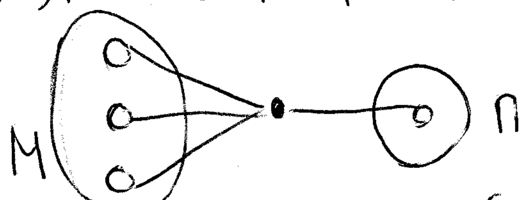
Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

① а) Может, пример тому:



4 линии, ~~любых~~ среди любых 3-х есть линия ведущая в М. и среди любых 4-х есть линия ведущая в П.

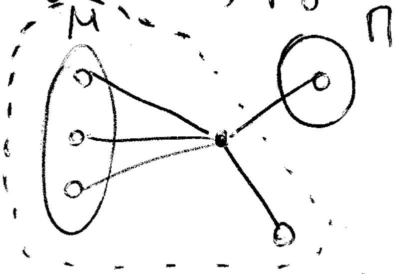
б) Предположим, что найдется хотя бы одна такая линия.

Чтобы выполнялось условие М, число оставшихся линий, не ведущих в М., должно быть меньше 3-х.

~~Чтобы условие П. выполнялось, число~~

Возьмем любые 5 линий. Среди них из любых 3-х хотя бы одна ведет в М., значит всего в М. ведет минимум 3 линии.

Остается 2, среди которых одна не ведет ни в М., ни в П.



~~Но среди мы возьмем~~ Но у нас есть 4 линии, среди которых нет ведущей в П.

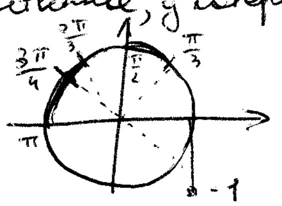
Следовательно такого быть не может.

② Сразу напрашивается ответ $x = \pi k$, где $k \in Z$.

$\operatorname{tg} x = 0$ и $\operatorname{tg} 2x = 0$ $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$.

Убедимся, что других ответов нет:

- x не может равняться $\frac{\pi}{4}$, т.к. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)$, которого не существует.
- Если $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$, то $2x \in \left[\frac{2\pi}{3}; \pi\right)$. Мы видим, что среди $2x$ ~~нет таких~~ единственное, у которого tg - целый - $\frac{3\pi}{4}$, но для него $\operatorname{tg} x$ - нецелый.



~~(3)~~ Минутная стрелка за минуту отклоняется на 6°

(4) Часовая за минуту отклоняется на $\frac{1}{2}°$.

• Если минутная стрелка впереди, то угол между стрелками:

$6x - \frac{1}{2}x = 2°$ $\qquad$ $6x - \frac{1}{2}x - 30°y = 2°$

$5{,}5x = 2°$ $\qquad$ $5{,}5x = 2 + 30°y$

• Если минутная стрелка позади, то угол между стрелками:

$\frac{1}{2}x - 6x = 2°$ $\qquad$ $\frac{1}{2}x - 6x + 30°y = 2°$

$-5{,}5x = 2°$ $\qquad$ $\cancel{\frac{1}{2}x} - 5{,}5x = 2° - 30°y$

• И каждый час часовая стрелка приобретает фору в 30°.

В первый час после 12 это произойти не могло.

~~Чтобы определить час, надо~~

$(2 \pm 30y)$ должно быть кратно 5,5 (или 11), чтобы число минут оказалось целым.

1: $2+30y=32$ ✗ $\qquad$ $2-30y=28$ ✗

2: $2+30y=62$ ✗ $\qquad$ $2-30y=-58$ ✗

~~3: 2+30 и т.д.~~

3: $2+30y=92$ ✗ $\qquad$ $2-30y=-88$. V

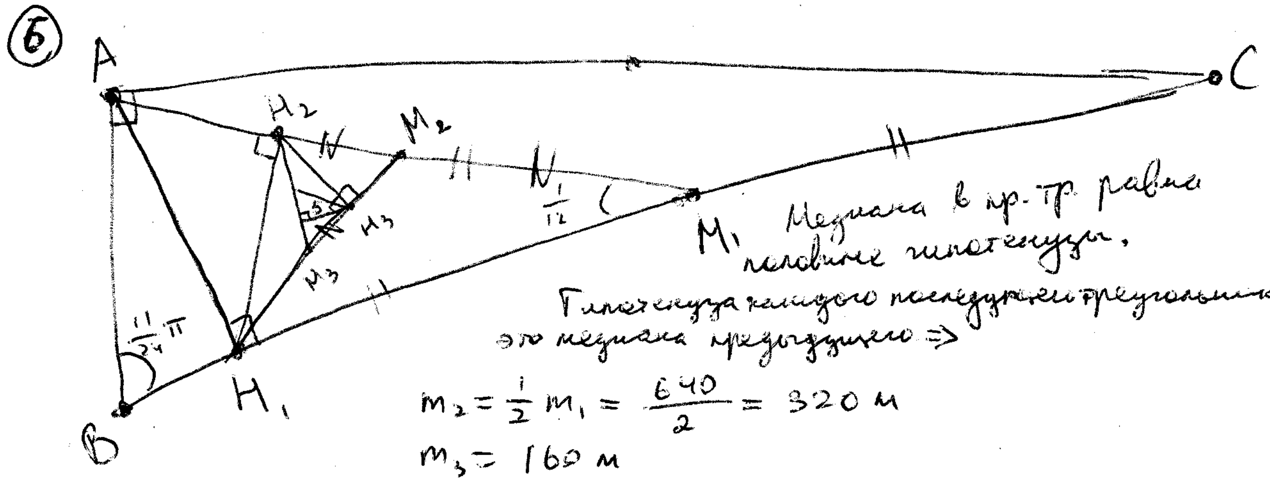
То есть впервые это произошло через 3 часа, когда минутная стрелка была за часовой.

$-5{,}5x = 2 - 30°\cdot 3$

$x = \frac{88°}{5{,}5} = 16$

Ответ: часы показывали 3:16.

(6)



Медиана в пр-тр. равна половине гипотенузы.

Гипотенуза каждого последующего треугольника — это медиана предыдущего ⇒

$m_2 = \frac{1}{2}m_1 = \frac{640}{2} = 320$ м

$m_3 = 160$ м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2-11 (18)

$m_4 = 80$ м

$m_5 = 40$ м.

Т.к. $\angle ABC = \frac{11\pi}{24}$, а $\triangle AM_1B$ – равнобедренный, то $\angle BAM_1 = \frac{11}{24}\pi$, а $\angle AM_1B = \frac{2}{24}\pi = \frac{1}{12}\pi$ – острый угол $\triangle 2$.

Высота всегда ~~~~ падает ближе к большему острому углу, так что.

$\angle H_1AM_1 = \frac{5}{12}\pi \Rightarrow$

$\angle AM_2H_1 = \frac{12}{12}\pi - \frac{5 \cdot 2}{12}\pi = \frac{2}{12}\pi = \frac{1}{6}\pi$ – острый угол $\triangle 3$.

Аналогично вычисляем углы $\triangle 4$:

$\cancel{\angle H_2M \angle H_2M_2H_1 = \frac{6}{6}\pi - \frac{2}{6}\pi}$

$\angle H_2M_3M_2 = \left(\frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{2}{6}\right)\pi = \frac{2}{6}\pi$. (и $\frac{1}{6}\pi$)

И углы $\triangle 5 = \left(\frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{2}{6}\right)\pi = \frac{2}{6}\pi$ (и $\frac{1}{6}\pi$)

То есть пятый треугольник ~~это~~ имеет углы в 30° и 60° и гипотенузу 40 м.

Его площадь

$S = \frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4 \cdot 2} = 200\sqrt{3}$ м^2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	М11 КАН w24 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ковальков

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Николаевич

Дата рождения 16.12.1996. **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МКовальков.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Вычислим доходы Монолайна:

Каждый из ста сотрудников, пользующихся Монолайном звонит 99 другим сотрудникам, использующим эту компанию (себе не звонит) и 200 сотрудникам, использующим Громофон.

Поэтому прибыль Монолайна составляет $99\cdot 100\cdot 0{,}43 + 100\cdot 200\cdot 3\cdot 0{,}43 =$

$= 99\cdot 43 + 600\cdot 43 = 699\cdot 43 = 30057$ руб.

$$\begin{array}{r} \times\, 699 \\ 43 \\ \hline +\,2097 \\ 2796 \\ \hline 30057 \end{array}$$

В свою очередь доходы Громофона составляют:

$200\cdot 199\cdot x + 200\cdot 100\cdot 3\cdot x$, где x - цена за один внутренний звонок в копейках.

$2\cdot 199\cdot x + 600x = 998x$. (прибыль Гр. Громофона в рублях).

$998x - 30057 > 10000 \Rightarrow 998x > 40057. \Rightarrow x > 40\frac{137}{998}$ коп.

Т.к. по условию звонок Громофона стоит дешевле звонка с Монолайна, то $x < 43 \Rightarrow x \in (40\frac{137}{998}; 43)$. Целыми числами на данном промежутке являются 41 и 42 коп.

Ответ: 41 или 42 коп. - возможные цены на внутренние звонки с Громофона 123 и 126 коп - на внешние звонки.

№4.

Пусть $2^z + (0{,}5)^x = p$.

$b\cdot c\cdot p = (2^x + 2^{-y})(2^y + 2^{-z})\cdot(2^z + 2^{-x}) = (2^{x+y} + 2^{x-z} + 1 + 2^{-z-y})(2^z + 2^{-x}) =$

$= (2^{x+y+z} + 2^x + 2^{-y} + 2^z + 2^y + 2^y + 2^{-z} + 2^{-x} + 2^{-x-y-z}) =$

$= (2^{x+y+z} + 0{,}5^{x+y+z}) + (2^x + 0{,}5^y) + (2^y + 0{,}5^z) + (2^z + 0{,}5^x) =$

$= a + b + c + p$.

Получаем, что $bcp = a+b+c+p \Rightarrow bcp - p = a+b+c \Rightarrow p(bc-1) = a+b+c \Rightarrow$

$\Rightarrow p = \dfrac{a+b+c}{bc-1}$.

Ответ: $2^z + (0{,}5)^x = \dfrac{a+b+c}{bc-1}$.

№6.

$\cos^2(2+3^x) \geq 1$, причем $\cos^2(2+3^x)=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\cos(2+3^x)=1\\ \cos(2+3^x)=-1\end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow 2+3^x=\pi k$, где $k\in \mathbb{Z} \Rightarrow 3^x=-2+\pi k, k\in\mathbb{Z}$. - только при этих значениях 3^x $\cos^2(2+3^x)=1$. Однако $3^x>0 \Rightarrow 3^x=-2+\pi k, \begin{cases}k\in\mathbb{Z}\\ k\geq 1.\end{cases}$

При $3^x=-2+\pi k, \begin{cases}k\in\mathbb{Z}\\ k\geq 1.\end{cases}$ выражение $[\cos^2(2+3^x)]=1$, при всех других значениях $[\cos^2(2+3^x)]=0$ (исходя из определения целой части числа).

Пусть $3^x\neq -2+\pi k, k\in N \Rightarrow \frac{3^x}{2}\leq 0$, т.к $3^x>0$, то неравенство в этом случае решений не имеет.

Рассмотрим второй случай, когда $3^x=-2+\pi k, k\in N$. При таких значениях 3^x мы получаем, что $\frac{-2+\pi k}{2}\leq 1 \Rightarrow -2+\pi k\leq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pi k\leq 4 \Rightarrow k=1$ (т.к. $k\in N$, то оно не может быть отрицательно, и ни равно нулю $\Rightarrow$ только при $k=1$ $\pi k\leq 4$, т.к $3,14\leq 4$, а $6,28>4$) $\Rightarrow$ неравенство имеет решение только при $k=1 \Rightarrow 3^x=-2+\pi \Rightarrow 3^x=3^{\log_3(-2+\pi)} \Rightarrow x=\log_3(-2+\pi)$.

Ответ: $x=\log_3(-2+\pi)$.

№5 Предположим, что это не так.

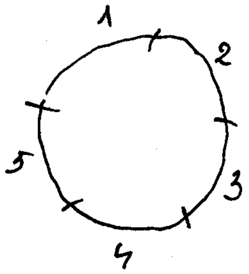
$9+10+11=30$. $30>25$. Следовательно 5 чисел должно делиться на два множителя (на 13 и 14 или на 13 и 15 или на 14 и 15), ведь если мы возьмем число, которое делится на все три множителя, то оно значительно превосходит 345 ($2730>345$). Поэтому мы должны взять 5 чисел делящихся на 2 множителя. 3 минимальных числа - $13\cdot 14$; $14\cdot 15$ и $15\cdot 13$, а другие 2 должны быть получены путем умножения этих чисел на какое-либо натуральное число. Тогда первые 3 числа определяются однозначно: 182; 195; 210. Ясно, что другими двумя числами могут быть 364 и 390 (минимальная пара, другие варианты - хуже (больше))

~~364~~ $364>345 \Rightarrow$ наше предположение было неверным $\Rightarrow$ среди этих 25 чисел обязательно есть число, больше 345.

№ 2.

Круг, разделенный на нечетное число частей можно закрасить 3 ~~разли~~ различными цветами (это минимальное количество)

Т.к. круг, разделенный на четное количество частей можно закрасить двумя цветами (чередуя их), то для нечетного нужен третий цвет. Докажем это на ~~при~~ примере круга, разделенного на 5 частей.



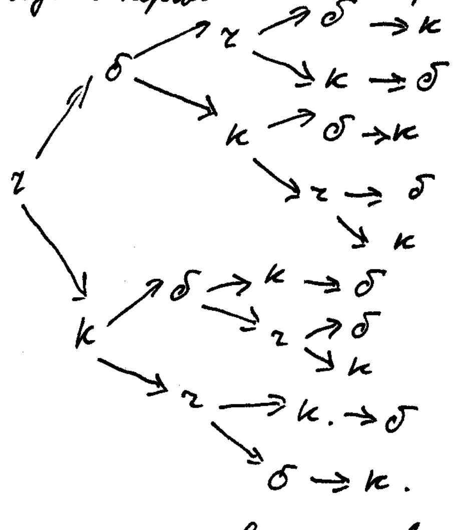
Предположим противное, и круг можно раскрасить двумя цветами: белым и черным.

Пусть 1 сегмент круга - белый => 2 и 5 сегменты - черные => 3 и 4 сегменты - белые, но они должны быть различных цветов, возникает противоречие.

Теперь пусть первый сегмент - ~~белый~~ черный => 2 и 5 - ~~черный~~ белые => 3 и 4 - черные, но они должны иметь различные цвета, видим противоречие =>
=> в два цвета нельзя раскрасить забор, разделенный на 5 частей =>
=> минимальное число используемых ~~тцв~~ цветов равно 3. Действительно: б-ч-б-ч-к - подходящий вариант.

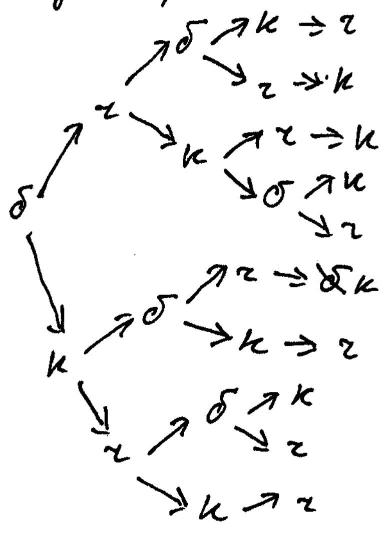
Теперь найдем число способов раскрасить забор в 3 цвета. Для этого используем графы:

Пусть первый сегмент - черный



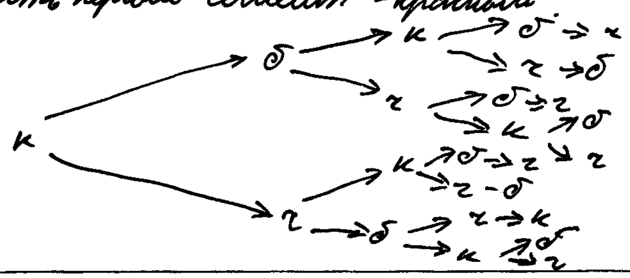
10 вариантов.

Пусть первый сегмент - белый



10 вариантов.

Пусть первый сегмент - красный



10 вариантов.

Согласно правилу сложения т.к. первый сегмент может быть или белым или черным или красным, то нужно сложить все варианты => Всего существует 30 различных способов покрасить забор в 3 цвета.

Ответ: достаточно 3 цветов; существует 30 различных вариантов покраски забора в 3 цвета.

№3

~~Т.к.~~ Это возможно, чему можно привести простейший пример:

1	1
0	0

Т.к. мы можем использовать в каждом ряду $n+1$ число (n чисел и 0), то одно число у нас остается не ~~заполненным~~ => ~~все~~ использованным => в каждой колонне у нас должно быть именно это число. ~~Однако~~ В этом случае необходимо, чтобы сумма всех чисел используемых в рядах ~~делилось на~~ было равно предыдущему n (т.к. в каждом столбцах од

Посчитаем сумму всех подстановок двумя способами:

1) $S = \frac{0+n}{2} \times (n+1) - \alpha$, где α - неиспользуемое число (сумма арифметической прогрессии от 0 до n - неиспользуемое число)

2) $S = n \cdot \alpha$

Т.к. мы считали одну и ту же сумму, то

$$\cancel{\frac{n^2}{2} - \alpha = n\alpha \Rightarrow \frac{n^2}{2} = n\cdot\alpha + \alpha \Rightarrow \alpha(1+n) = \frac{n^2}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{n^2}{2(n+1)}}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - \alpha = n\cdot\alpha \Rightarrow n\alpha + \alpha = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \alpha(n+1) = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow$$

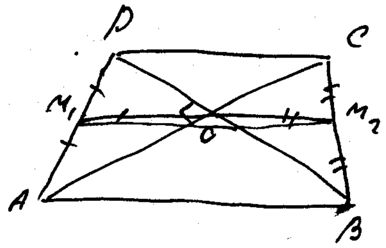
$\Rightarrow \alpha = \frac{n}{2}$. Итак, мы получаем условия ~~от~~ данной ситуации:

1) Во-первых, n должно быть четным.

2) Во-вторых, мы должны не использовать число $\frac{n}{2}$ ни в одном ряду.

Ответ: Да, может. Условия: $n \vdots 2$; $\frac{n}{2}$ - не использовано ни в одном ряду.

№7



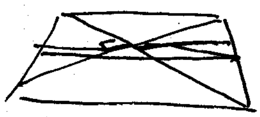
Дано: $ABCD$ - трапеция; $AC \perp DB$.

~~Сравнить~~ ~~Найти:~~ $\cancel{\frac{BC+AD}{AB+CD}}$ Сравнить $BC+AD$ и $AB+CD$.

Решение:

Проведем в $\triangle DOA$ медиану M_1O. т.к M_1O - медиана прямоугольного треугольника, опущенная к гипотенузе, то $M_1O = \frac{DA}{2}$

Проведем в $\triangle COB$ медиану OM_2 $\Rightarrow$ $OM_2 = \frac{CB}{2}$



~~$OM_2 + OM_1 \geq M_1M_2 = \frac{DA+CB}{2}$ (равенство достигается при равноб~~

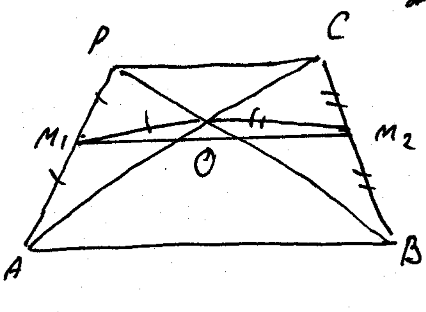
~~Но т.к MM_1 - средняя линия трапеции, то $MM_1 =$~~

Т.к. ломаная всегда больше прямой, то

$OM_2 + OM_1 \geq M_1M_2$ (равенство достигается при равнобедренной трапеции) $\Rightarrow$ $\frac{DA+CB}{2} \geq M_1M_2$

Но т.к M_1M_2 - средняя линия трапеции $ABCD$, то $MM_1 = \frac{DC+AB}{2}$.

Тогда $\frac{DA+CB}{2} \geq \frac{DC+AB}{2}$ $\Rightarrow$ $DA+CB \geq DC+AB$.



Ответ: $DA+CB \geq DC+AB$ (равенство достигается при равнобедренной трапеции).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Ангарск 401	← **Не заполнять**
М (10) 2	**Заполняется ответственным работником**

№ группы **Вариант №** 7101 шифр

ФАМИЛИЯ Ковтун

ИМЯ Виктория

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 18. 10. 1998 г. **Класс:** 10 „ФМ1"

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015 г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 401 М(10) 2

№1

	число сотрудников	внутрсет. звонок	зв. в др. сеть	ежедн. доход	
Монолайн	100 сот.	43 коп.	129 коп.	m	I
Грамофон	200 сот.	$x < 43$, x – целое число	$3x$	> чем $m + 10^4$	II

I). $10^4 \cdot 43$ – доход с вн. звонков; $2 \cdot 10^4 \cdot 129$ – доход со зв. в др. сети;

$10^4 \cdot 43 + 2 \cdot 10^4 \cdot 129 = m$ (весь доход за день)

II). $4 \cdot 10^4 \cdot x$ – доход с вн. звонков; $2 \cdot 10^4 \cdot 3x$ – доход со зв. в др. сети;

$4 \cdot 10^4 \cdot x + 2 \cdot 10^4 \cdot 3x = m + 10^4$ (весь доход за день)

$4x \cdot 10^4 + 6x \cdot 10^4 = 43 \cdot 10^4 + 2 \cdot 129 \cdot 10^4 + 10^4$ $\quad 258 + 44 = 302$

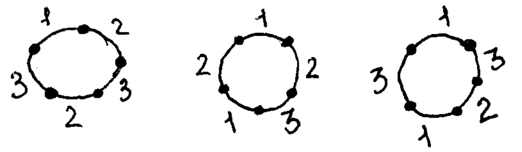
$10x = \frac{302 \cdot 10^4}{10^4}$

$x_1 = 30{,}2$ коп. => (x – целое число) => $x = 31$ копейка

Ответ: 31 копейка

№2

Минимальное число цветов – 3.



$C_5^3 + C_5^3 + C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} + \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} + \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{5 \cdot 4}{2} + \frac{5 \cdot 4}{2} = 30$

Ответ: 3 цвета; 30 способов.

№3

Нет, не возможно. Число подстанций в колонке будет всегда совпадать хоть с одним числом подстанций в ряду.

Во всех рядах число подст-й различно => в 1 ряду их будет от 1 до n или от 0 до n-1. Т.к. число строк = числу столбцов кол-во подстанций совпадет в столбцах и в строках.

Н-р:

	1	2	3	4	5	
1						0
2				V		1
3			V		V	2
4	V	V		V		3
5	V	V	V		V	4
	2	2	2	2	2	

=> в любом случае хоть одно число совпадёт

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 401 М(10) 2

№4

$xyz+\frac{1}{xyz}=a$; $x+\frac{1}{y}=b$; $y+\frac{1}{z}=c$

Выразить значение: $z+\frac{1}{x}$ через a, b, c.

$(x+\frac{1}{y})(y+\frac{1}{z})(z+\frac{1}{x})=(xy+\frac{x}{z}+1+\frac{1}{yz})(z+\frac{1}{x})=$

$=xyz+x+z+\frac{1}{y}+y+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{xyz}.$

Получаем:

$$(x+\frac{1}{y})(y+\frac{1}{z})(z+\frac{1}{x})=(xyz+\frac{1}{xyz})+(x+\frac{1}{y})+(y+\frac{1}{z})+(z+\frac{1}{x})$$

или

$b\cdot c\cdot(z+\frac{1}{x})=a+b+c+(z+\frac{1}{x})$

$bc(z+\frac{1}{x})-(z+\frac{1}{x})=a+b+c$

$(z+\frac{1}{x})(bc-1)=a+b+c$

$z+\frac{1}{x}=\frac{a+b+c}{bc-1}.$

Ответ: $z+\frac{1}{x}=\frac{a+b+c}{bc-1}.$

№5

Всего – 15 чисел

Из них 8 чисел $\vdots 7$ и 10 чисел $\vdots 11$ => 3 числа $\vdots 7$ и $\vdots 11$.

Числа, которые удовлетворяют условию:

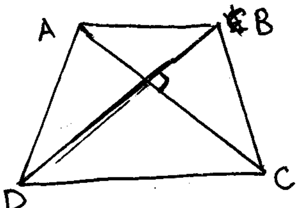
$1\cdot7\cdot11=77$; $2\cdot7\cdot11=154$; $3\cdot7\cdot11=231$; $4\cdot7\cdot11=308$ и т.д.

Если взять три минимальных числа удовлетворяющих условию одно из них будет > 220. =>

Из 15 разл. чисел будет такое, что больше 220. ∎

№7

Т.к. $AC\perp BD$ => ▱ABCD – р/б.



Ответ: $BC+AD>AB+CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Зелен М-27	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7112	шифр

ФАМИЛИЯ Кокшаров

ИМЯ Григорий

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 02.11.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

0411 192900

30.11.2011

~~УО~~ Отделением УФМС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорске.

5. Иван должен отдать в каждый банк по 200000, чтобы получить наибольшую выгоду. Тогда 200000 он потеряет, другие 200000 на след. год дадут 400000, и последние 200000 дадут 600000. В итоге Иван получит прибыли ~~[illegible]~~

400000 + 600000 − 200000 − 600000 = 200000

Ответ: Иван ~~[illegible]~~ получит 200000 прибыли.

1. Число линий может быть равно 4. Пример. 1 линия ведёт в П, 3 ведут в М. Возьмём любые 3 линии, ~~среди~~ среди них обязательно встретится линия, ведущая в М. Среди 4 линий есть та, что ведёт в П. ~~(Ответ на 1 вопрос)~~

6. Воспользуемся свойством прямоуг. треугольника, которое заключается в том, что медиана равна половине гипотенузы. ~~чтобы получить Тогда~~ Гипотенуза 2 треуг. равна медиане 1. ~~Найд~~ Тогда гипотенуза 5го треугольника равна ~~[illegible]~~ $\frac{640}{2^4} = 40$.

~~Заметим, что получившиеся треугольники – равнобедренные, имеют 2 равных угла по $\frac{11\pi}{24}$. 3 угол против гипотенузы равен $\pi - \frac{11\pi}{24} \cdot 2 = \frac{\pi}{12}$ (сумма углов треугольника – π)~~

Ответ: длина аллеи равна 40.

1. (~~Продолжение~~)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Энерг М-27

~~2. По условию tgx-целое, tg2x-целое. Тогда~~ $\cancel{tgx=\frac{N\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ ~~и~~ $\cancel{tg2x=\frac{N\sin2\alpha}{\cos2\alpha}}$ ~~где N-целое~~

2. $tg\alpha$ - целое $\Rightarrow \sin\alpha = N\cos\alpha$

$tg\,2\alpha$ - целое $\Rightarrow \sin2\alpha = N\cos2\alpha$

где N - целое.

$\sin2\alpha = N\cos2\alpha$

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha = N(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)$

$N\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha-N\cos^2\alpha=0 \quad |:\cos^2\alpha \ (\cos\neq0)$

$Ntg^2\alpha+2tg\alpha-N=0$; $tg\alpha=-1\pm\sqrt{1+N^2}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-1\pm\sqrt{1+N^2}$; $\sin\alpha=(-1\pm\sqrt{1+N^2})\cdot\cos\alpha$

Ранее мы писали, что $tg\,x$-цел. $\Rightarrow \sin\alpha=N\cos\alpha$

$$\begin{cases}\sin\alpha=N\cos\alpha\\ \sin\alpha=(-1\pm\sqrt{1+N^2})\cos\alpha\end{cases}$$

Разделив одно уравн. на другое получим, что

$N=-1\pm\sqrt{1+N^2}$; Разберём 2 случая:

1) $N=-1+\sqrt{1+N^2}$; $(N+1)^2=1+N^2$; $N=0$

2) $N=-1-\sqrt{1+N^2}$; $(N+1)^2=-1-N^2$; $2N^2+2N+1=0$

Корней нет.

N может быть равным только 0.

~~при которых $\alpha=2\alpha=0$~~

При $N=0$ $tg\alpha=0$

$2015^0=1$

Ответ: ~~x может быть~~ $x=0$

$2015^{tgx}=1$

4. Пусть положен. час. стрелки в градусах – x

а минутн. стрелки – y

Тогда $x = \frac{t}{2} + 30N$ где N – целое кол-во часов, t – целое кол-во минут

и $y = 6t$, где t – целое кол-во минут

По условию $|x-y| = 2$. Разберём 2 случая:

1) $x-y=2$; $\frac{t}{2} + 30N - 6t = 2$; $11t = 60N - 4$; $t = \frac{60N-4}{11}$

~~Первый раз t становится целым при~~

Путём подбора, ~~[illegible]~~ подставляя вместо N целые числа, находим, что 1ый раз t становится целым при $N = 3$ ($t = 16$)

2) $y-x=2$; $6t - \frac{t}{2} - 30N = 2$; $t = \frac{4+60N}{11}$; ~~[illegible]~~

$t = \frac{4}{11} + \frac{60N}{11}$; t – нецелое, что не совпадает с условием $\Rightarrow$ прав. ответ мы получим в 1 случае.

Ответ: ~~[illegible]~~ 3 часа 16 минут

7. По условию у 1 ступени длина – b ~~[illegible]~~ высота – $a \cdot q^N$

~~высота – $a \cdot q^N$~~

у 2 ступени длина – $b +$ ~~[illegible]~~ d, высота – $a \cdot q^{N+1}$

у 3 ступени длина – $b +$ ~~[illegible]~~ $2d$, высота – $a \cdot q^{N+2}$

Площадь равна длина • высоту. Тогда составим систему уравнений

~~$(b + 3d) \cdot aq^{N+2} = 180$~~

~~$(b + 2d) \cdot aq^{N+1} = 60$~~

~~$(b + d) \cdot aq^{N} = 15$~~

~~$aq^{N+2} + aq^{N+1} + aq = 30$~~

~~$b + Md + b + Md + d + b + Md + 2d = 30$~~

~~$3b$~~

$$\begin{cases} (b+2d)aq^{N+2} = 180 \\ (b+d)aq^{N+1} = 60 \\ baq^N = 15 \\ 3b + 3d = 30 \end{cases}$$

Решив сист. уравн., получаем, что $b = 5$; $d = 5$; $a = 3$; $N = 0$; $q = 2$. Можно вычислить длины и высоты (длины – 5; 10; 15. высоты – 3; 6; 12)

Ответ: длины: 5; 10; 15. высоты: 3; 6; 12.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	18 ЖМ 11 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ КОЛЕСНИК

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 13.11.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 18ЖМ11

(4) Минутная стрелка за 60 минут совершает полный оборот на циферблате, т.е оборот на 360°. За это время часовая стрелка пройдет $\frac{1}{12}$ часть от окружности, т.е ее сдвиг будет на 30°

Каждая пройденная минута смещает минутную стрелку на 6°, а часовую — на $\frac{1}{2}$°

Чтобы найти угол α между стрелками, нужно найти разность между углом минутной и часовой стрелками: $\alpha = \left(h + \frac{m}{60}\right)\cdot 30 - m\cdot 6$ (α — угол между стрелками, h — часы, m — минуты)

$\alpha = 30h + \frac{m}{60}\cdot 30 - 6m$

$2\alpha = 60h - 11m$.

Т.к $\alpha = 2°$ => $2\cdot 2 = 60h - 11m$; $m = \frac{60h-4}{11}$

$m = 5h + \frac{5h-4}{11}$.

Т.к прошло целое кол-во минут, то $\frac{5h-4}{11}$ должно быть целым.

при $h=0$ ~~…~~ $\frac{4}{11} \notin Z$. при $h=2$ ~~…~~ $\frac{6}{11} \notin Z$

при $h=1$ ~~$m=8$~~ $\frac{1}{11} \notin Z$ при $h=3$ ~~…~~ 11 — подходит

Следовательно, $h=3$ $m=16$.

Ответ: часы показывают 3 часа 16 минут.

(2) $tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2x}$

По условию tgx и $tg2x$ — целые числа

Пусть $tgx = p$, $p\in Z$, тогда $tg2x = \frac{2p}{1-p^2} = m, m\in Z$.

$\frac{2p}{(1-p)(p+1)} = m$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l}(p-1) \text{ и } p\\ p \text{ и } p+1\end{array}\right\}$ последовательные целые числа => они взаимно простые, т.е

$\frac{2p}{(p-1)(p+1)} = -m$. $\quad \frac{p}{(p-1)(p+1)}$ — несократима => чтобы дробь $\frac{2p}{(p-1)(p+1)}$ была целым числом, нужно ~~найти~~ чтобы $\frac{2}{(p-1)(p+1)}$ была целым числом

$\frac{2}{(p-1)(p+1)} = \frac{2}{p^2-1} \in Z$, только если $p=0$.

тогда $tgx = 0$; $x = \pi n$, $n\in Z$.

$2015^{tgx} = 2015^0 = 1$!

Ответ: $x = \pi n, n\in Z$; 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 18ЖМ11

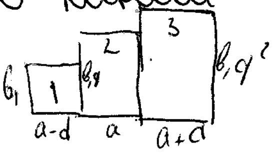
(1) ~~1) Пусть минимум будет 4, тогда~~

~~1) 3 – х есть 1 в М~~

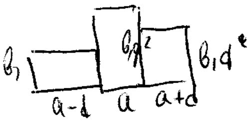
~~2) 4 – х есть 1 в П~~

~~Пусть минимум будет 4, тогда 1 условие не выполняется. Например, минимум № 1 верет в М, тогда № 2,3,4 – тройка минимум, но ни одна из них не верет в М => число минимум~~

(7) (I)



или (II)



(I)

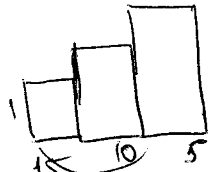
$$\begin{cases}(a-d)b_1=15\\(10-d)b_1=15\\10\cdot b_1q=60\\(10+d)b_1q^2=180\end{cases}$$

$a-d+a+a+d=30$

$3a=30$

$\underline{a=10}$

$d=-5 \Rightarrow q=6$, $b_1=1$



не вып. условие задачи (меньшая длина и меньшая высота).

$$\begin{cases}(10-d)b_1=15\\b_1q=6\\(10+d)6q=180\end{cases}$$

$\frac{10-d}{q}=\frac{15}{6}$

$20-2d=5q$

$(10+d)\cdot\frac{20-2d}{5}=30$

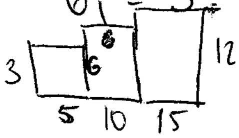
$d=\pm 5.$

$$\begin{cases}10b_1-db_1=15\\b_1q=6\\10q+dq=30\end{cases}$$

$d=5 \Rightarrow q=2$

$b_1=3.$

$d=\frac{10b_1-15}{b_1}$



(II) $a=10.$

$$\begin{cases}(10-d)b_1=15\\10b_1q^2=180\\(10+d)b_1q=60\end{cases}$$

$\frac{(10+d)b_1q}{(10-d)b_1}=\frac{60}{45}$

$(10+d)q=4(10-d)$

$$\begin{cases}q=\frac{4(10-d)}{10+d}\\5q^2=6(10-d)\end{cases}$$

$\frac{5\cdot16(10-d)^2}{(10+d)^2}=6(10-d)$

$d\neq10$ ~~или~~ или

$\frac{20(10-d)}{(10+d)^2}=6.$

$d=\frac{-50\pm20\sqrt7}{3}.$

$d=\frac{-50-20\sqrt7}{3}$ или 10.

$-50-20\sqrt7$ или 30.

$-20\sqrt7$ или 80.

2800 или 6400

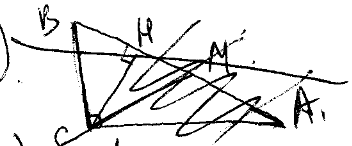
$\underline{-20-2\sqrt7}$

Второй вариант не дал результата, т.к. получилось, что сторона отрицательная. Следовательно, $\underline{\text{ответ}}$ один – пьедестал с размерами 3 и 5, 6 и 10, 12 и 15.

(1) 1) Пусть линий будет меньше 5, то есть 4.
Например, линии №1,2 ведут в М, а линии №3, №4 – в П.
Оба условия выполняются (для любых трех линий есть одна, идущая в М, а для любых четырех есть одна, ведущая в П).
Следовательно, может быть число линий меньше 5

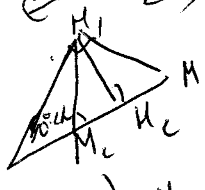
2) 3-х линий есть 1 в М
4-х линий есть 1 в П.
Пусть линий будет 4, тогда 1 условие не выполняется
Например, линия №1 ведет в М, тогда №2,3,4 – тройка линий, но ни одна из них не ведет в М => число линий не меньше 5.
Если линий 5
Т.к. для любых 3-х обязательно есть линия в М, то среди ~~этих~~ 5 линий минимум 3 линии должны идти в М
Т.к. для любых 4-х обязательно есть линия в П, то минимум таких линий должно быть 2.
Т.к. нет линий, которые одновременно идут и в П и в М, => среди 5 линий нет таких, которые не ведут ни в П, ни в М.

(5) Если вкладчик разместит деньги поровну, то есть по 200000, то ~~в~~ при любом раскладе он получит одну и ту же сумму через год – 1000000 рублей.
Ответ: по 200000 рублей в каждый банк.

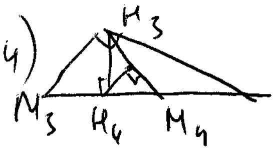
(6) 

1)  $\angle B = 90 - \alpha$

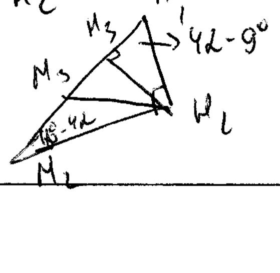
1) $\triangle CH_1M_1$, $CH_1 = \frac{1}{2} AB$ $\angle H_1CM_1 = 90° - 2\alpha$

2)  $\angle M_2 = 180° - 4\alpha$

$\angle C_1H_1M_2 = 90° - 2\alpha$

4)  $\angle M_3H_2H_3 = 90° -$

$\angle H_3M_3H_2 = 8\alpha - 270$

3)  $H_3M_3H_2 = 360° - 8\alpha$

$\angle H_4M_4H_3 = 270° - 8\alpha$

потом гипотенуза в 2 р уменьшится, в 4 этом $\triangle$ будет равна $\frac{1}{32}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Зелен М – 12	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7092	шифр

ФАМИЛИЯ Коломиец

ИМЯ Валентин

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 03.07.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ПАСПОРТ: 04 12 424225

ВЫДАН: Отделением УФМС России
по Красноярскому краю
в гор. Зеленогорске

ДАТА ВЫДАЧИ: 02.08.2013.

КОД ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ: 240-039

2. В точке пересечения медиан. Эта точка является также центром тяжести треугольника. Если любая плоская фигура вращается в плоскости, она чертит окружность. Если ось вращения проходит через эту точку, радиус такой окружности будет минимальным. Площадь такого (вообще любого круга) = πr^2, поэтому, чем меньше радиус, тем меньше площадь.

4. 1 минута = 6° мин стрелки или 30' час. стрелки

I прошел 1 час: 0° и 30°

и 5 мин: 30° и 32°30'

II еще 55 мин: 0° и 60°

и 10 мин: 60° и 65°

III еще 50 мин: 0° и 90°

и 15 мин: 90° и 97°30'

и 1 мин: 96° и 98°

Итого: 1 час + 5 мин + 55 мин + 10 мин + 50 мин + 16 мин = 3 часа 16 минут

Ответ: 15 часов 16 минут.

1.

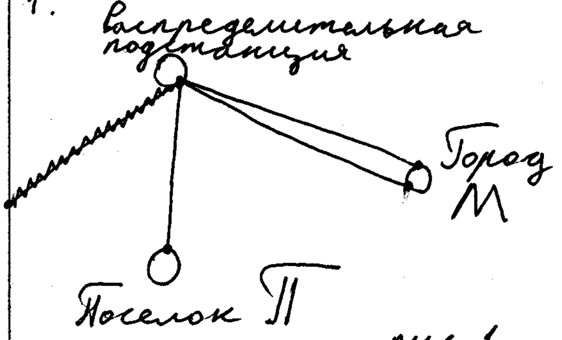
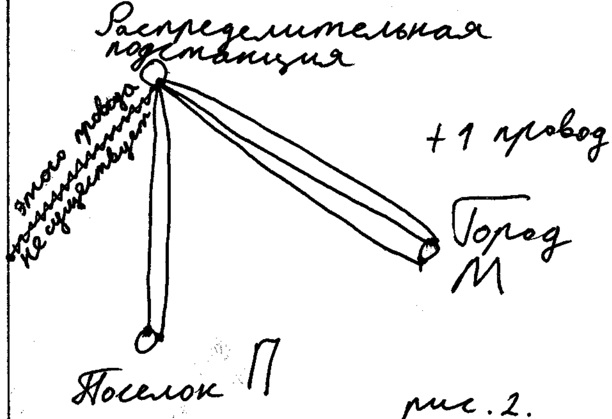
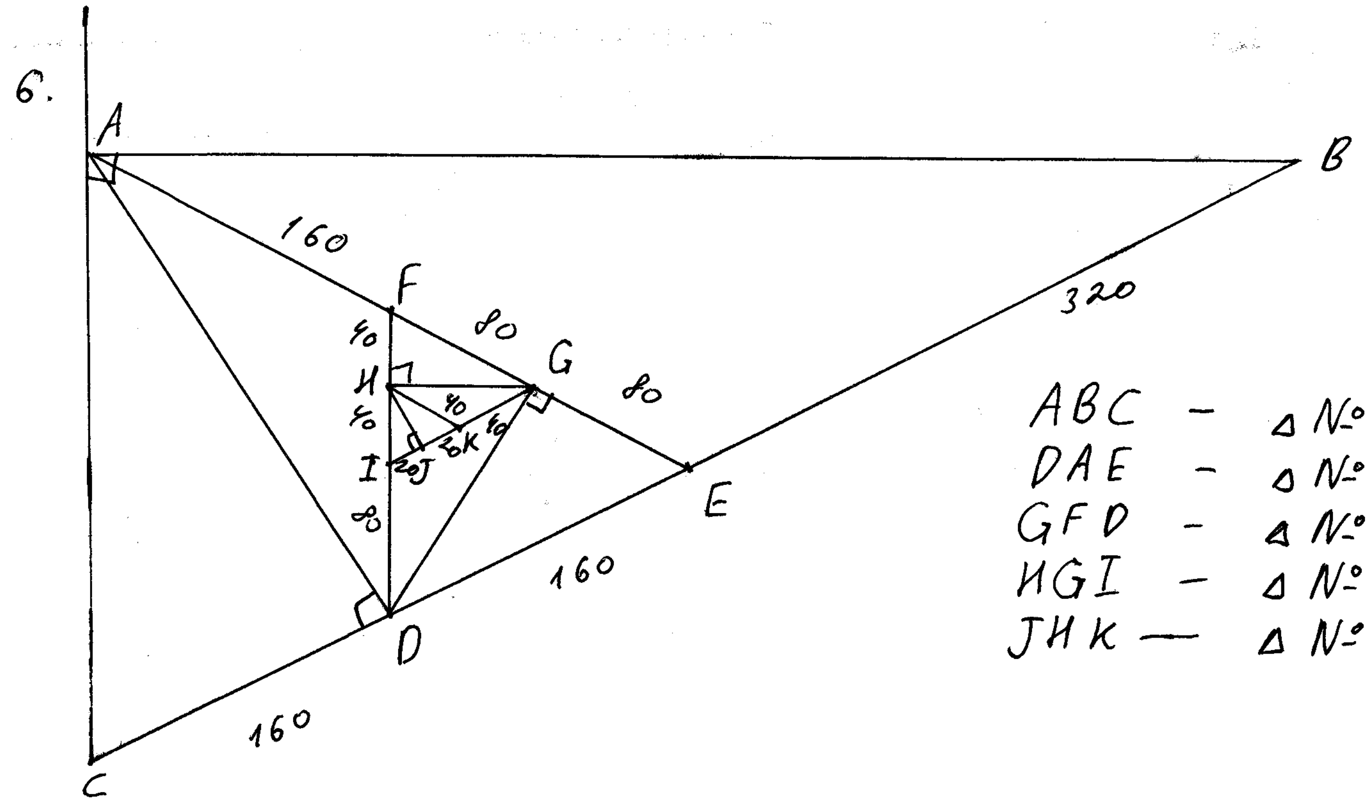


рис.1.

Число всех линий электропередач может быть меньше пяти (5) и равняться четырем (4). (рис.1.)

~~~ – провод, ведущий на левое предприятие (например Д)

Проводов, не ведущих в М, может быть не более 2-х, а проводов, не ведущих в П, не более 3-х

Т.е. максимальное число проводов – 5, их расположение на рис. 2.



рис.2.

При таком расположении не может быть провода „Д"

Среди этих пяти линий не найдется ни одного, который не вел бы ни в „М", ни в „П".
~~~

6.



ABC — △ № 1
DAE — △ № 2
GFD — △ № 3
HGI — △ № 4
JHK — △ № 5

Длина аллеи-гипотенузы (HK) 5-го тр-ка равна 40 метрам.
Площадь 5-го тр-ка равна ≈ 346 $м^2$ ≈ $200\sqrt{3}$ $м^2$

5. Надо разложить деньги так:
по 200.000 р. в банки № 1, 2 и 3.
Через год у него будет 1.000.000 рублей.
(без учета инфляции)

В любом другом случае денег будет меньше, т.к.

Город N

Дом И.И.
x 1

(Иван Иванович про процентную ставку ничего не знает.)

Банк № 1 Банк № 2 Банк № 3

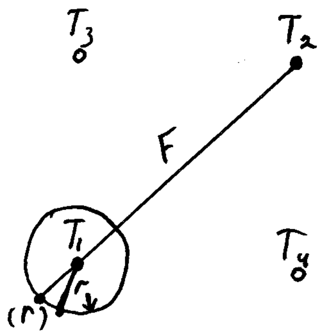
$\% = \underbrace{\times 2 \quad \times 3}_{\times 5} \quad \times 0$

Если по 200.000, то

200.000 × 5 + 200.000 × 0 = 1.000.000.

Мы рассматриваем наихудший случай, поэтому в банк № 3 будет положено ≥ денег, чем в № 2 или № 3, а значит в банк № 3 должно попасть минимальное кол-во денег, т.е. = № 2 или № 3.

7. Лучше бы этот поганый фашист поверил. Я, вообще, не должен.



Радиопередатчик (r) находится в радиусе 1км от точки T_1, лежит на окружности, т.е.

$4 \leq r\text{-}T_4 \leq 6$

$T_1 - T_3 = T_1 - T_4$, тогда $T_2 - T_1 = 5\sqrt{2}$, или же 7,071

$7{,}071\ (T_1 - T_2) + 1\ (T_1 - r) = 8{,}071\ (T_2 - r)$, если они расположены максимально далеко друг от друга (по диагонали F)

Это даже в самом лучшем случае 8,071 км < 9км.

Штирлиц не мог получить расстояние 9 км.

Суперразведчик опять обманул Мюллера.

3. $x^2 + px + q = 0$ $\quad T(x) = 0 = x^2 + px + q$

$T(T(T(x))) = 0$ $\quad x_1 = 0$; $T = 0$.

$p^2 = 4q$

$q = \frac{p^2}{4}$, т.к. 1 корень, при $D = 0$ $\quad x^2 + px + \frac{p^2}{4} = 0$

если $x = 0$, то $q = 0$, т.е. $\frac{p^2}{4} = 0$; $p^2 = 0$; $p = 0$

$x_2 \neq -1$, т.к. $-1 \neq (-1)^2 - 1 + 1$

$x = x^2 + px + q$

$x^2 + px + q - x = 0$ $\quad$ если $x = 0$, то $q = 0$

если $q = -1$, то $x = +1$.

если $q = 1$, то $x = -1$

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

18СЯНМ11

№ группы **Вариант №** 7111 шифр

ФАМИЛИЯ КОНЧАКОВ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 28.10.1996 **Класс:** 11 „В"

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Конч

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 18СЯНМ11

(1) 100 сотр. - Монолайн; внутри сети - 43коп., на другую сеть - в 3 раза дороже.

200 сотр. - Гломофон; внутри сети - меньше 43 коп., на другую сеть - в 3 раза дороже.

Пусть стоимость звонка Гломофона внутри сети - X коп., тогда звонок на другую сеть - 3X коп.

Каждый сотрудник раз в день звонит каждому сотруднику, то есть, учитывая, что есть 300 сотрудников, каждый делает 299 звонков (самому себе же не позвонить). То есть, в день в компании происходит $300 \cdot 299 = 89700$ звонк.

Теперь рассмотрим абонентов сети Монолайн, их 100 человек и каждый звонит всем сотрудникам, то есть делает 99 звонков внутри сети и 200 на другую сеть (звонок на другую сеть стоит $43 \text{коп} \cdot 3 = 129$ коп), и того мы получаем: $100(99 \cdot 43 + 200 \cdot 129) = 425700 + 2580000 = 3005700$ коп/д.

Теперь рассмотрим абонентов сети Гломофон, их 200 человек и каждый звонит всем сотрудникам, то есть делает 199 звонков внутри сети и 100 на другую сеть (звонок на другую сеть стоит 3X коп.), и, учитывая, что в день данная сеть зарабатывает более чем на 10000 рублей больше, чем Монолайн, мы получаем: $200(199X + 100 \cdot 3X) > 3005700 + 1000000$;

$200(499X) > 4005700$;

$99800X > 4005700 \mid : 100$;

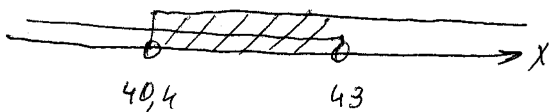
$998X > 40057 \Rightarrow \begin{cases} X > 40{,}4 \text{ коп.} \\ X < 43 \text{ коп.} \end{cases}$

(Также проверить верность вычислений можно сравнив кол-во звонков:

9900+20000 - Монолайн = 29900

39800+20000 - Гломофон = 59800

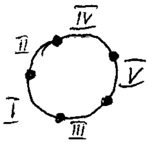
59800 + 29900 = 89700, то есть ошибки не было допущено)



! Но, т.к. X - целое, из интервала от 40,4 коп. до 43 коп. решением будут только 41 и 42 копейки

Ответ: 41; 42 копейки

(2)



имеется 5 дуг, которые нужно раскрасить так, чтобы каждая дуга была одного цвета, а любые 2 соседние имели разные цвета

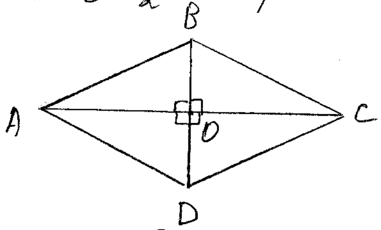
т.к. соседние дуги должны иметь разные цвета, кол-во красок > 1; рассмотрим вариант с 2 красками, в таком случае они должны чередоваться, но кол-во дуг = 5 - нечётное, поэтому в определённой точки соседние дуги будут одного цвета ⇒ кол-во красок > 2. 3 краски позволяют покрасить забор должным образом ⇒ минимальное количество цветов - 3

рассм. различные варианты окраски: (цвета обозначим цифрами 1, 2, 3)

I	II	III	IV	V
1	2	1	2	3
2	1	2	1	3
3	2	3	2	1
3	1	3	1	2
2	3	2	3	1
1	3	1	3	2

итого, 6 вариантов окраски, но т.к. за I может быть принят один из пяти секторов ⇒ существует $6 \cdot 5 = 30$ способов окраски забора

(7)



Дано: ABCD - парал; AC; BD - диагонали; $AC \perp BD$

сравнить $BC+AD$ и $AB+CD$

Решение: обозначим точку пересечения диагоналей точкой O

нужно сравнить противоположные стороны; т.к. ABCD - парал, то противоположн. стороны равны ⇒ $AD = BC$ и $AB = CD$, то есть достаточно сравнить лишь AD и AB или BC и DC.

рассмотрим $\triangle ABD$; $AO \perp BD$, диагонали парал. в точке пересечения делятся пополам ⇒ $BO = OD$. т.к. $AO \perp BD$, AO - высота; т.к. $BO = OD$, AO - медиана, т.к. AO - высота и медиана, $\triangle ABD$ - равнобед. ⇒ $AB = AD$

(можно доказать иначе, рассм. $\triangle ABO$ и $\triangle ADO$; AO - общая; $BO = OD$; $\angle AOD = \angle AOB$ ⇒ $\triangle ABO = \triangle ADO$ по двум сторонам и углу между ними ⇒ стороны $\triangle$ равны ⇒ $AD = BA$, что и требовалось сравнить)

Ответ: $BC + AD = AB + CD$

(6) $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$; Функция $\cos\alpha$ может изменяться от -1 до 1 (значение функции) $[-1; 1]$

Значение функции $\cos^2\alpha$ изменяется от 0 до 1 – $[0; 1]$, на данном отрезке имеется только 2 целых числа – это 0 и 1. ⇒

⇒ $\left[\begin{array}{l} 0 \geq \frac{3^x}{2}; \\ 1 \geq \frac{3^x}{2}; \end{array}\right.$ – корней нет, т.к. положительное число в любой степени строго больше 0, а частное двух положительных чисел больше 0. ⇒

$1 \geq \frac{3^x}{2}$; $\frac{3^x}{2} \leq 1$; $3^x \leq 2$; $x \leq \log_3 2$;

Ответ: $x \in (-\infty; \log_3 2]$

(5) Рассмотрим числа 13, 14 и 15. 13 – простое число ⇒ числа, делящиеся на него должны иметь структуру $(13 \cdot n)$. Числа, делящиеся на 14, должны быть чётными и при этом делиться на 7. Числа, делящиеся на 15 должны делиться как на 5, так и на 3 и при этом оканчиваться 0 или 5.

На доске имеется 25 различных натуральных чисел, а, если сложить 9, 10 и 11 получается 30, то есть будут имеются числа, которые делятся на 2 делителя одновременно. Т.к. признаки делимости полностью отличны друг от друга, то получить число, делящееся сразу на 2 делителя, можно только перемножением делителей, таким образом: $13 \cdot 14 = 182$, $14 \cdot 15 = 210$, $15 \cdot 13 = 195$ ⇒ остаётся 22 числа на доске а делящихся чисел 24.

⇒ должно быть ещё 2 числа с 2 делителями (из требуемых), или 1 число с тремя делителями. ⇒ будет хотя бы одно число большее 345, т.к. $2 \cdot 13 \cdot 14 = 364$, а $364 > 345$

(3)

В имеющихся n рядах число подстанций может меняться от 0 до n; $[0; n]$ и при этом не повторяется, при этом чисел в данном множестве получится на одно больше, чем n, то есть кол-во подстанций в каждом столбике должно быть равно именно этому числу, а расположить подстанции подобным образом не представляется возможным, то есть кол-во подстанций в каждом столбике не может не совпадать хотя бы с одним значением кол-ва подстанций в строках

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

М2 – 11(6)

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ Куницын

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 30.05.199~~8~~7г

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

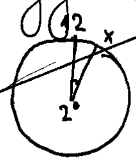
Дата выполнения работы: 01.03.2015г
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дмир,

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~№4.~~

~~Форма циферблата часов-круг, градусная мера 360°~~



~~$\frac{360°}{12} = 30°$ - в каждом часе 30°~~

~~$\frac{30°}{60} = \frac{1}{2}°$ - в каждой минуте $\frac{1}{2}°$~~

~~Пусть x-кол-во прошедших часов~~

~~$\frac{1}{2}° x = 2°$~~

~~$x = 4$ ⇒ часы показывают 12:04.~~

№4.

Весь круг равен 360°, тогда минутная стрелка за x минут сдвинется на $\alpha = \frac{360°}{60} \cdot x = 6x$, а часовая на $\beta = \frac{360}{12 \cdot 60} x = 0{,}5x$

Рассмотрим три возможных случая:

1) $6x = 0{,}5x + 2$

$x = 0{,}36$ мин – не удовлетворяет условию.

2) $6x = 0{,}5x + (180° - 2°)$

$5{,}5x = 178$

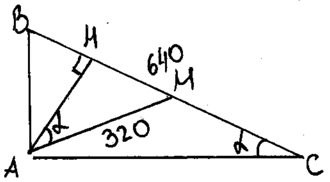
$x = 32{,}36$ – не удовлетворяет условию.

3) $6x = 0{,}5x + (180 + 2)$

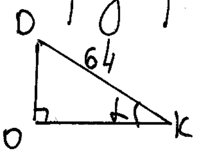
$x = 33$ мин – подходит.

Часы показывали 12:33.

№6.



Медиана в прямоуг Δ = половине гипотенузы $AM = \frac{BC}{2} = 320$, $\angle BCA = \angle HAM = \alpha = \frac{11}{24}\pi$ ⇒ через 5 раз, гипотенуза станет $\frac{640}{2 \cdot 5} = 64$ см



$S = \frac{DO \cdot OK}{2}$

$DO = OK \cdot \sin\alpha$

$OK = DO \cdot \cos\alpha$

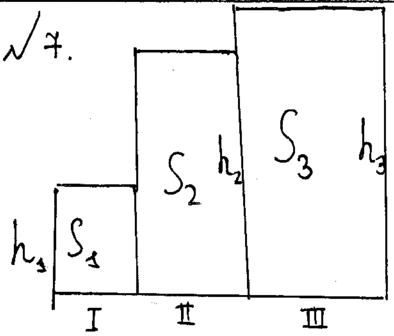
$\sin 15° = \sqrt{\frac{1 - \cos 30°}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} \approx 0{,}26.$

$S_\Delta = \frac{1}{2}\left(64^2 \cdot \sin\frac{11}{24}\pi \cdot \cos\frac{11}{24}\pi\right) = \frac{1}{2} \cdot 2048 \cdot 2\sin\frac{11}{24}\pi \cdot \cos\frac{11\pi}{24} =$

$= 1024 \cdot \sin\frac{11\pi}{12} = 1024 \cdot \sin 65° = 1024 \cdot \sin 15 = 265$ м²

Ответ: $S = 265$ м², гипотенуза = 64 см

№7.



$S_1 = 15\text{ дм}^2$

$S_2 = 60\text{ дм}^2$

$S_3 = 180\text{ дм}^2$

$a+b+c = 60\text{ дм}$

$a+(a+d)+(a+2d) = 30$

$3a+3d = 30$

Размеры пьедестала:

	I	II	III
длина (дм)	5	10	15
высота (дм)	3	6	12

$b = a+d = 10\text{ дм}$

$h_2 = \frac{S_2}{b} = \frac{60}{10} = 6\text{ дм}.$

№2.

$\operatorname{tg} x = n \quad \operatorname{tg} 2x = m$

$\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \frac{2n}{1-n^2} = m$

$m = \frac{-2n}{(n-1)(n+1)}$, для того, чтобы $\frac{2}{n^2-1}$ было целым n, должно быть равно $0 \Rightarrow n=0$; $m=0$

$x = \pi k$; $k \in Z$

$2015^{\operatorname{tg} x} = 2015^n = 2015^0 = 1$

Ответ: $x = \pi k$; $k \in Z$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ ОДЗ:

$f(x;y) = (\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y)$

Фигурой будет квадрат со сторонами 2, ~~если $f(x;y)<0$ будет равна M~~ если фигура, ограниченая $f(x;y)<0$ будет равна M, а фигура, ограниченная $f(x;y)>$ равна m, то они перейдут друг в друга при повороте в 90° $\Rightarrow M = m$ и они равны половине S квадрата со стороной 2.

Ответ: $S_{\text{фигуры}} = 2\text{ м}^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

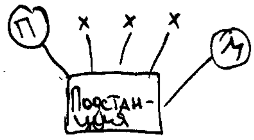
Вариант: 7112.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2-11(6)

№1.

а) Число всех линий может быть меньше пяти - да.

б) Такие линии не найдутся.



№5.

Если разделить все деньги на три равные суммы и вложить в каждый банк по 200.000, то через год из одного банка придет 400.000, из другого 600.000, в третьем же деньги сгорят. Иван Иванович получает 1.000.000. Если часть денег оставить дома, то сумма получится меньше, если вкладывать неравные суммы, то при самом плохом исходе большая сумма сгорит и денег также получится меньше.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Зенен М-33

← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

№ группы **Вариант №** 7112 шифр

ФАМИЛИЯ ЛАГАШКИНА

ИМЯ ВЕРОНИКА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 10. 06. 1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01. 03. 15г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

0411 121690
паспорт выдан отделением УФМС России по красноярскому краю
в гор. Зеленогорске
дата выдачи 20.06.2011

№5.

Иван Иванович сможет получить максимальный доход (даже при самом плохом ходе событий), если разделит свой вклад поровну и отнесет одинаковые суммы денег в три банка города N.

$600.000 : 3 = 200.000$ – одинаковые суммы денег.

В одном банке удвоится вклад Ивана Ивановича и он получит $200.000 \cdot 2 = 400000$. В другом банке вклад утроится и он получит $200.000 \cdot 3 = 600000$. А ещё в одном банке он потеряет свои деньги. Всего он получит

$600000 + 400.000 = 1.000.000$

Ответ: в этом случае Иван Иванович через год получит 1000 000 рублей.

№7.

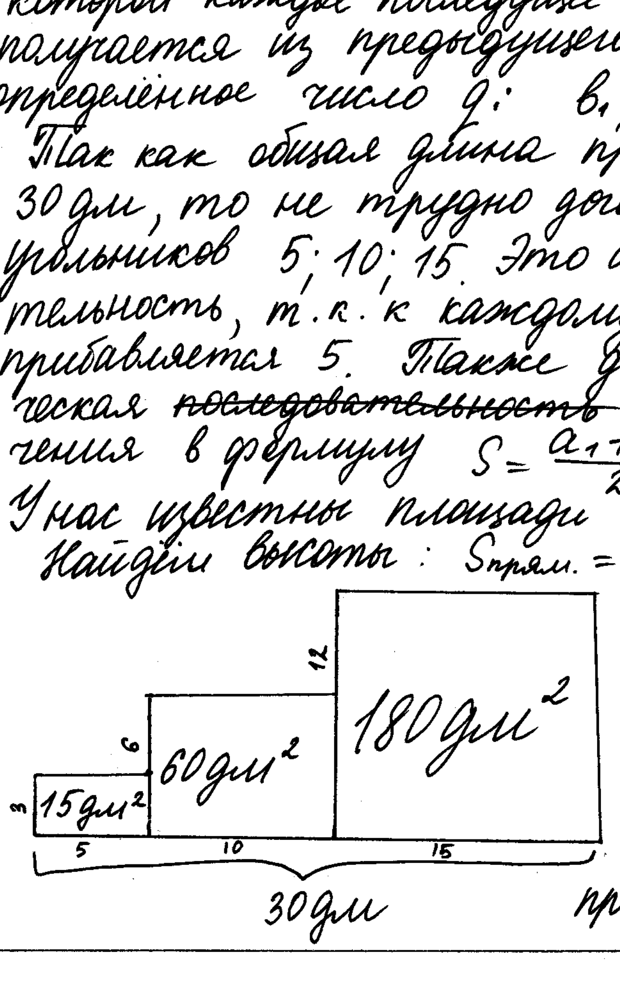
Арифметическая прогрессия – последовательность чисел a_1, a_2, в котором каждое последущее число, начиная со $2^{го}$ получается прибавлением к нему постоянного числа d: $a_1, a_2+d, a_1+2d, \ldots, a_1+(n-1)d \ldots$

Геометрическая прогрессия – последовательность чисел, в которой каждое последушее число, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на определённое число q: $b_1, b_2 = b_1 q_1, b_3 = b_2 q_1, \ldots, b_n = b_{n-1} \cdot q \ldots$

Так как общая длина прямоугольников составляет 30 дм, то не трудно догадаться, что длины прямоугольников 5; 10; 15. Это арифметическая последовательность, т.к. к каждому последущему числу прибавляется 5. Также докажем, что это арефметическая ~~последовательность~~ прогрессия, подставив значения в формулу $S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $30 = \frac{5+15}{2} \cdot 3$; $30 = 30$ (в.)

У нас известны площади каждого пьедестала.

Найдём высоты: $S_{прям.} = a \cdot b \Rightarrow b = \frac{S_{прям.}}{a}$



$b_1 = \frac{15}{5} = 3$ дм;

$b_2 = \frac{60}{10} = 6$ дм;

$b_3 = \frac{180}{15} = 12$ дм.

3; 6; 12 – геометрическая прогрессия, т.к. каждое последу-

№7 (продолжение).

щее число, начиная со $2^{го}$, получается умножением его на 2.

Ответ: 3×5; 6×10; 12×15.

№2.

$tg\,x$ и $tg\,2x$ получаются целые, если πn.

$tg\,x=1$
$x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ – подходит

$tg\,x=-1$
$x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$ – подходит

$tg\,x=0$
$\underline{x=0}$ – подходит

$tg\,2x=1$
$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$
$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$ – не подходит

$tg\,2x=-1$
$2x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$
$x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$ – не подходит

$tg\,2x=0$
$\underline{x=0}$ – подходит

Значит, $x=0$. Вычислим величину $2015^{tg\,x}$
$2015^{tg\,0}=2015^0=1$

Ответ: 1.

№4.

Полдень = 12^{00}. В этом положении угол между часовой и минутной стрелками составляет $0°$.
Круг имеет $360°$. Всего в часе 60 минут. Значит, в каждой минуте $360°:60=6°$.
Часовая стрелка проходит за 1 минуту угол $\frac{360°}{12\cdot60}=0{,}5°$. За час часовая стрелка сдвинется на $360°:12=30°$. За пол часа на $\frac{30°}{2}=15°$, за 10 минут на $5°$, за 5 минут на $2{,}5°$; за 2 минуты на $1°$.
Положение стрелок должно быть близким ($2°$), сделаем подбор:

а) 13ч 05мин. – не подходит, часовая стрелка сдвигается на $30°$, когда минутная будет на 5 мин.

б) 14ч 10мин. – часовая сдвинется на $60°$, когда минутная будет на 10 – не подходит.

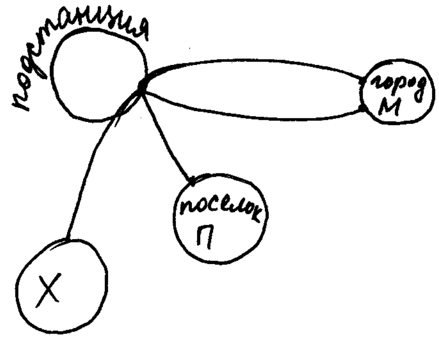
в) 15ч 15мин. – часовая сдвинется на $90°$, когда минутная будет на 15 – не подходит.

№ 4. (продолжение)

За 15ч часовая стрелка пройдёт $30° \cdot 3$(часа) $= 90°$;
$90° + 5°$(10мин.) $+ 2{,}5°$(5мин.) $+ 0{,}5°$(1мин.) $= 98°$
За 16 мин. минутная стрелка сдвинется на
16мин. $\cdot 6° = 96°$.
$98° - 96° = 2°$ – угол между часовой и минутной стрелками. Значит, $15^{\underline{16}}$.
Ответ: 15ч 16мин.

№1.

а) да, число всех линий может быть меньше 5.



б) Нет, не найдутся среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П, так как это противоречит условию.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	10XTM11 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Лазовский

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 27.10.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) Пусть x коп – цена Граммофона.

$43 \cdot 99 + 43 \cdot 3 \cdot 200$ – прибыль Менелайта с 1 чел.

$x \cdot 199 + 3x \cdot 100$ – прибыль Граммофона с 1 чел

$(43 \cdot 99 + 43 \cdot 3 \cdot 200) \cdot 100 + 1000000 \leq (x \cdot 199 + 3x \cdot 100) \cdot 200$

$(43 \cdot (699) + 10000) \cdot 100 \leq x(499) \cdot 200$

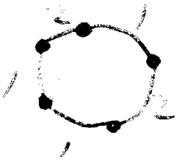
$$\begin{array}{r} \times\, 699 \\ 43 \\ \hline 2097 \\ 2796 \\ \hline 30057 \end{array}$$

$x \geq \frac{40057}{998}$

$x \geq 40,1$, но $x < 43 \Rightarrow$

цена билета Граммофона 41 или 42 коп.

Ответ: 41 или 42 коп.

2) 

Пусть цветов k; тогда цвета стоят рядом ⇒ не мен. рис...

Тогда мин. число цветов равно 3:

по 2 раза – 2 цвета и 1 раз 3-ий цвет.

Тогда у цвета, который повтор. 1 раз может быть расположен на 6 различных дугах, Кроме того этот цвет можно выбрать 3 способами, и там же поменять местами первые цвета, тогда кол-во способов =

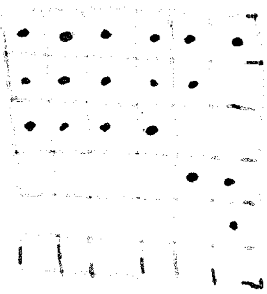
$= 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

Ответ: 30 способов

3). Ответ: да, может.

Такое может произойти при некоторых условиях: 1) n – четно
2) число пешек в колонке = $\frac{n}{2}$
3) среди рядов отсутствует ряд с $\frac{n}{2}$ пешек.

Если эти условия выполняются, тогда можно привести пример:



Пусть n = 6 – четно
Число пешек в колонке = $\frac{6}{2} = 3$.
Нет ряда, где число пешек = 3.

б) Пусть первые 21 число – это числа, делящиеся только на 14 или 15 (последоват. и возрастающие).

Тогда еще 4 числа должны делиться на 13. Чтобы ~~числа~~ можно сделать минимальными наименьшие числа : 14 или 15 или 13

$14 \cdot 13 < 345$; $15 \cdot 13 < 345$

14 ; 28 ; 42 • 13 $\quad$ $28 \cdot 13 = 364 > 345$

15 ; 30 • 13

Доказали, мы ~~может~~ получили, что 3 числа обязательно будут > 345, т.д.

б) $[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$

Рассмотрим 2 случая:

1) $[\cos^2(2+3^x)] = 1$

2) $[\cos^2(2+3^x)] = 0$

1) $[\cos^2(2+3^x)] = 1 \Rightarrow \cos^2(2+3^x) = 1$

$\cos(2+3^x) = \pm 1$

$2+3^x = \pi n$

$x = \log_3 \pi n - 2.$

$1 \geq \frac{3^x}{2}$

$\log_3 \pi n - 2 \geq \log_3 2$

$3^x \geq 2$

$\pi n \geq 4$

$x \geq \log_3 2.$

$n \geq \frac{4}{\pi}$

~~$\log_3 2$~~ 2) $[\cos^2(2+3^x)] = 0$

$\cos^2(2+3^x) \neq 1$

$2+3^x \neq \pi n$

$3^x \neq \pi n - 2$

$x \neq \log_3 \pi n - 2$

$0 \geq \frac{3^x}{2}$ – решений нет.

Ответ: при $n \geq \frac{4}{\pi}$,

$x = \log_3 2; -\infty)$

4) $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$

$2^x+(0,5)^y=b$

$2^y+(0,5)^z=c$

$2^y=c-\frac{1}{2^z}$

$2^x=b-\frac{1}{2^y}=b-\frac{1}{c-\frac{1}{2^z}}$

$\left(2^z\left(c-\frac{1}{2^z}\right)\left(b-\frac{1}{c-\frac{1}{2^z}}\right)\right)+\frac{1}{2^z\left(c-\frac{1}{2^z}\right)\left(b-\frac{1}{c-\frac{1}{2^z}}\right)}=a$

$(c\cdot2^z-1)\left(b-\frac{1}{c-\frac{1}{2^z}}\right)=\left(bc\cdot2^z-\frac{(c\cdot2^z)2^z}{2^zc-\frac{1}{2^z}}-b+\frac{2^z}{2^zc-\frac{1}{2^z}}\right)=$

$=\left(bc\cdot2^z-\frac{2^z(2^zc-1)}{2^zc-1}-b\right)=$

$=bc\cdot2^z-2^z-b.$

$(bc\cdot2^z-2^z-b)^2+1=a(bc2^z-2^z-b)$

$(2^z(bc-1)-b)^2+1=a(2^z(bc-1)-b)$

$a(2^z(bc-1)-b)$

$(2^z(bc-1))^2-2b(bc-1)2^z+b^2+1-2^za(bc-1)+ab=0$

$(2^z(bc-1))^2-2(bc-1)(b+a)2^z+(b+a)^2=0$

$2^z=\frac{b+a}{bc-1}$

$$2^{-x}=\frac{1}{2^{x}}=\frac{1}{b-\frac{1}{c-\frac{1}{2^{z}}}}=\frac{1}{b-\frac{1}{c-\frac{cb-1}{a+b}}}.$$

$$\Rightarrow 2^{z}+(0,5)^{x}=\frac{a+b}{bc-1}+\frac{1}{b-\frac{1}{c-\frac{bc-1}{a+b}}}=$$

$$=\frac{a+b}{bc-1}+\frac{1}{b-\frac{a+b}{ac\cancel{+1}}}=\frac{a+b}{(bc-1)}+\frac{ac\cancel{+1}}{a(bc-1)}=$$

$$=\frac{a^{2}+ab+ac\cancel{+1}}{a(bc-1)}=\frac{a+b+c}{(bc-1)}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7111

7ХТМ11

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЛАЗОВСКИЙ

ИМЯ КИРИЛЛ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 26.03.1998

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 7ХТМ11

1.

Мовенайт - 100 ; 43к. | х3 подруг.
Громофон - 200 ; хк. |

М. $(99\cdot43+200\cdot43\cdot3)\cdot100 = 699\cdot43\cdot100$

Г. $(199\cdot x+100\cdot3\cdot x) = 499x\cdot200.$ (За день).

по усл.

$699\cdot43\cdot100+10000 \le 499x\cdot200.$ $x<43$ (х - целое).

$4005700 \le 499x\cdot200$

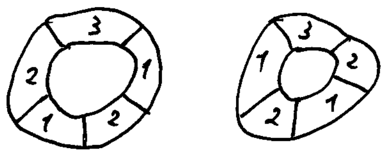
$998x \ge 40057$

$43 > x \ge 40{,}1...$

$x=42$; $x=41$

Ответ: 42к или 41к.

2. а) Достаточно 3 цвета.



б) можно расположить 2 способами не меняя расположения цвета 3. (на рис.)

меняя расположение будет $2\cdot5=10$ вариантов.

а ещё если на место 3 цвета ставить другие, то получится $10\cdot3=30$ вариантов.

Ответ: 3 цвета, 30 вариантов.

4. $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$ Обозначим искомое за g.

$2^x+(0,5)^y=b$ найдем. $a\cdot b\cdot c\cdot g$.

$2^y+(0,5)^z=c$

$2^z+(0,5)^x=?$

$$b\cdot c\cdot g=\left(2^x+\frac{1}{2^y}\right)\times\left(2^y+\frac{1}{2^z}\right)\times\left(2^z+\frac{1}{2^x}\right)=$$

$$=2^{x+y+z}+\frac{1}{2^{x+y+z}}+\frac{2^{x+y}}{2^x}+\frac{2^{x+z}}{2^z}+\frac{2^x}{2^{x+z}}+\frac{2^{y+z}}{2^y}+\frac{2^y}{2^{y+x}}+\frac{2^z}{2^{y+z}}=$$

$$=a+b+c+g.$$

$$b\cdot c\cdot g-g=a+b+c$$

$$g=\frac{a+b+c}{b\cdot c-1}$$

$$2^z+(0,5)^x=\frac{a+b+c}{b\cdot c-1}$$

Ответ: $\frac{a+b+c}{b\cdot c-1}$

5. у нас 25 чисел, 9 делятся на 13, 10 на 14, 11 на 15.

первые 18 чисел это 6 чисел делящиеся на 13, 6 на 14 и 6 на 15.

$\underbrace{13;26;39;52;65;78}_{:13}$; $\underbrace{14;28;42;56;70;84}_{:14}$; $\underbrace{15;30;45;60;75;90}_{:15}$;

надо ещё 7 чисел, при чём 3 делятся на 13, 4 на 14, 5 на 15.

1) $13\cdot14=182$

2) $13\cdot15=195$ 3 числа на 13

3) $14\cdot15=210$

4) $14\cdot13\cdot2=364$ 4 числа на 14

5) $14\cdot15\cdot2=420$

6) 5 чисел на 15

7) Любые 2 числа которые $:15$ (например 105 и 120).

3е число для 13 можно получить или умножением на 14 или на 15 с умножением ещё на одно целое число больше одного. так наименьшее будет $13\cdot14\cdot2=364$.

$364>345$ ~~[зачеркнуто]~~ что и требовалось доказать

Ответ: $364>345$

6. $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$ будет верно только когда $\cos^2(2+3^x)=1$.
потому что если $\cos^2(2+3^x)<1 \Rightarrow \left[\cos^2(2+3^x)\right]=0$,
а $\frac{3^x}{2}>0$ при люб x.

$\frac{3^x}{2} \leq 1$ $\qquad$ $\cos(2+3^x)=1$

$3^x \leq 2$ $\qquad$ $2+3^x=\pi n,\ n\in Z$

$x \leq \log_3 2$ $\qquad$ $3^x=\pi n-2,\ n\in Z$

~~$x=\log_3 2\pi n-2,\ n\in Z$~~

$x=\log_3 \pi n-2,\ n\in Z.$

$\log_3 \pi n-2 \leq \log_3 2$

$\pi n-2\leq 2$ $\qquad$ $\pi n\leq 4;\ n\leq\frac{4}{\pi}$

~~$\pi n\leq 2$~~ $\qquad$ $n\leq 1$

$n\leq\frac{4}{\pi}$, т.к. $n\in Z \Rightarrow n\leq 1$

Ответ: $x=\log_3 \pi n-2$, при $n\leq 1$ и $n\in Z$.

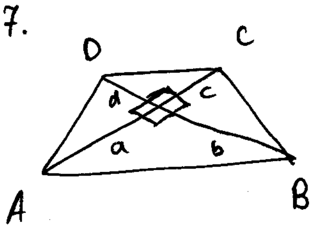
3. Не может, т.к. в какой-то из колонок будет одна станция, или 2, или 3. то есть может не быть одного варианта из трех, но два будут точно. ⇒ будет и два из трех $(n-1)$, $(n-2)$ или $(n-3)$, а в ряду то же самое, значит при любом n в каком то ряду будет столько же сколько и в одной из колонок.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 7ХТЛ111

7.



Доказать, что $BC+AD=AB+CD$.

т.к. $DB\perp AC \Rightarrow \frac{ad}{2}=\frac{cb}{2} \Rightarrow ad=cb$.

$AB+DC \neq$ ~~ABECD~~ $BC+AD$.

рассмотрим трапецию $ABCD$, где $AC=DB=5$. и $d=c=1$, $a=b=4$.

$AB=4\sqrt{2}$

$DC=\sqrt{2}$.

$AD=\sqrt{17}$

$CB=\sqrt{17}$

$AB+DC=5\sqrt{2}$.

$AD+CB=2\sqrt{17}$

$5\sqrt{2}\neq 2\sqrt{17}$.

Ответ: $BC+AD\neq AB+CD$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	11 Я 340 М 06	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7111	шифр

ФАМИЛИЯ Левин

ИМЯ Клим

ОТЧЕСТВО Николаевич

Дата рождения 21.10.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15.09.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Левин.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

(1.) a – ежедневный доход Монолайна X – внутрисетевой звонок за Грамофон
b – ежедневный доход Грамофона По условию $X<43$

$a=100\cdot 99\cdot 0{,}43+100\cdot 200\cdot 3\cdot 0{,}43$

$b=200\cdot 199\cdot X+200\cdot 100\cdot 3\cdot X$

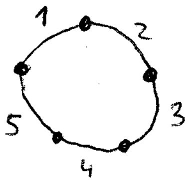
$a+10000<b$

$9900\cdot 0{,}43+60000\cdot 0{,}43+10000\leq 39800x+60000x$

$40057\leq 99800x$

$X\geq 0{,}401...$ Ответ: 41 копеек или 42 копеек

(2.)



Есть 5 дуг, пронумеруем их с 1 до 5.
В 2 цвета мы не можем закрасить ~~так~~ так как у нас 5 дуг (нечетное), а когда закрашиваем в 2 цвета идет чередование цветов. $\Big(\underbrace{X\,Y\,X\,Y\,X}_{\text{одинаковые}}\Big)$ Значит минимум 3 цвета.

Потом расчитаем способы.
На первом месте можно закрасить 3 цвета, а во втором 2, в третьем 2, в четвертом 2, а пятый 1.

1	2	3	4	5
3	2	2	2	1

$3\cdot 2\cdot 2\cdot 2=24$

Ответ: Минимум 3 цветами и 24 способами.

(4.) $2^{x+y+z}+0{,}5^{x+y+z}=a$

$2^x+(0{,}5)^y=b \qquad 2^y+(0{,}5)^z=c \qquad 2^z+(0{,}5)^x=d$

Умножим b на c

$b\cdot c=2^{x+y}+2^x\cdot(0{,}5)^z+(0{,}5)^y\cdot 2^y+(0{,}5)^{y+z}=2^{x+y}+2^x\cdot(0{,}5)^z+1+(0{,}5)^{y+z}$

Умножим $b\cdot c$ на d

$b\cdot c\cdot d=2^{x+y+z}+2^x\cdot(0{,}5)^z\cdot 2^z+2^z+2^z(0{,}5)^{y+z}+(0{,}5)^x\cdot 2^{x+y}+$
$2^x\cdot(0{,}5)^z\cdot(0{,}5)^x+(0{,}5)^x+(0{,}5)^{x+y+z}$

$b\cdot c\cdot d=a+2^x+2^z+(0{,}5)^y+2^y+(0{,}5)^z+(0{,}5)^x$

$b\cdot c\cdot d=a+b+c+d \Rightarrow d=\dfrac{a+b+c}{b\cdot c-1}$ Ответ: $2^z+(0{,}5)^x=\dfrac{a+b+c}{b\cdot c-1}$

5. Рассчитаем сколько чисел делятся только на 13, 14, 15

На 13 только делятся $25-11-10=4$ ~~9-4=~~

Только на 14 делятся $25-11-9=5$

Только на 15 делятся $25-9-10=6$

Значит $(9-4=5)$ 5 чисел делятся на 13 и на 14 или на 15

1 число $=13\cdot14$ 3 число $=13\cdot14\cdot2>345$

2 число $=13\cdot15$ 4 число $=13\cdot15\cdot2>345$ $\Longrightarrow$ есть число больше 345

5 числом может быть 0, но всеравно 3 и 4 числа больше 345.

6. $$\left[\cos^2(2+3^x)\right]\geqslant\frac{3^x}{2}$$

$\cos^2$ лежит в пределах от 0 до 1 $\Longrightarrow\left[\cos^2(2+3^x)\right]$ равно либо 0 либо 1

0 равнятся не может так как $\frac{3^x}{2}>0$

Значит $\left[\cos^2(2+3^x)\right]=1\Longrightarrow\cos^2(2+3^x)=1\Longrightarrow 2+3^x=\pi k \quad k\in\mathbb{Z}$

$k>0$ т.к. $3^x>0$

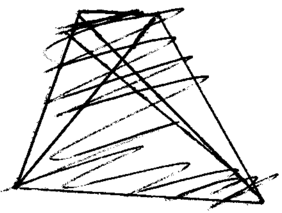
$3^x=\pi k-2$

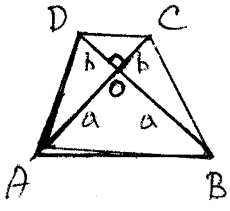
$x=\log_3(\pi k-2)$

$$\left.\begin{aligned}&1\geqslant\frac{3^x}{2}\\&2\geqslant3^x\\&x\leqslant\log_3 2\end{aligned}\right\}\Rightarrow \begin{aligned}&\pi k-2\leqslant2\\&\pi k\leqslant4\Longrightarrow k\leqslant1 \text{ и } k>0 \quad k=1\end{aligned}$$

Ответ: $x=\log_3(\pi-2)$

7.





Т.к $AC\perp DB$ и $DC\parallel AB$ то трапеция равнобедренная.

$\triangle ODC$ и $\triangle OAB$ равнобедренные и прямые

$DC=\sqrt{2}\,b$ $\quad AB=\sqrt{2}\,a$ $\quad AD=\sqrt{b^2+a^2}$ $\quad CB=\sqrt{b^2+a^2}$

$BC+AD=2\sqrt{b^2+a^2}$ $\quad AB+CD=\sqrt{2}(a+b)$

$2\sqrt{b^2+a^2}=\sqrt{2}(a+b)$

$4b^2+4a^2=2b^2+2a^2+4ba$

$b^2+a^2=2ba\Longrightarrow b=a$ (Квадрат) иначе $BC+AD>AB+CD$ (Если $a\neq b$)

Ответ: Если $ABCD$ квадрат, то $BC+AD=AB+CD$

иначе $BC+AD>AB+CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11 9 440 М06

3)

n

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

n

"Квадратов" $= n^2$

Может если число подстановки будет последовательностью

Ответ: Могло

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	Ангарск 406 М-10(19) шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Лемешко

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 01. 06. 1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ле

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 Пусть стоимость звонка сети Грамофон (Г) $= x$.

М 100 43коп ? $М \to Г$ $43 \cdot 3 = 129$

Г 200 x коп > 10.000руб $Г \to М$ $3 \cdot x$

$$М: \frac{1 \cdot 99 \cdot 43 + 200 \cdot 43 \cdot 3}{100} \qquad Г: \frac{1 \cdot 199x + 100 \cdot 3}{200}$$

$43 \cdot 100\,(99 + 100 \cdot 3) = 699 \cdot 43 \cdot 100 = 100 \cdot 699 \cdot 43$

$20 \cdot (199 + 300) = 499 \cdot 200x = 998 \cdot 100 \cdot x$

$998 \cdot 100x - 100 \cdot 699 \cdot 43 > 1000000$ $\qquad$ 10000руб = 10.000.000коп

$998x > 10000 + 43(700-1)$

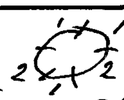
$$x > \frac{10.000 + 43(700-1)}{998}$$

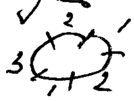
$$\begin{array}{r|l} 40057 & 998 \\ -3992 & 40,1 \\ 1370 & \end{array}$$

$$43 > x > \frac{40057}{998}$$

$43 > x > 40,1$ $\qquad$ $x \in \{41; 42\}$

Ответ: $x \in \{41; 42\}$.

№2 Возьмем 2 цвета  не подходит, т.к. один и тот же цвет идёт дважды.

Возьмем 3 цвета  подходит, т.к. один и тот же цвет не идет подряд.

Кол-во способов равно $1 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 3 = 16$.

Ответ: 3 цвета; 16 способов

№3 Количество подстанций в колонке может не совпадать с числом подстанций в любом ряду, при условии:

1) n кратно двум

2) $n \geq 4$.

Тогда, для числа $\frac{n}{2}$ расписываем схему, при которой в числе подстанций в ряду исключается число $\frac{n}{2}$, в каждой колонке число подстанций равно $\frac{n}{2}$.

Например:

	2	2	2	2
0				
1				X
3	X	X	X	
4	X	X	X	X

для $n=4$

	3	3	3	3	3	3
0						
1						X
2					X	X
4	X	X	X	X		
5	X	X	X	X	X	
6	X	X	X	X	X	X

для $n=6$

И так далее...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Антарес 406 М-10(19)

№5 Есть 15 чисел. Из них 8 чисел делятся на 7, а 10 чисел делятся на 11.

$8+10=18$ чисел, а всего 15 чисел $\Rightarrow$ 3 числа наименьших будут совпадать.

Из 3 наименьших чисел делятся одновременно числа: 77; 154; 231. Число $231>220$ $\Rightarrow$ среди чисел есть число большее 220.

Для числа 7 идут числа вида: n7; n4; n1; n8; n5; n2; n9; n6; n3; n0. Потом идет повторение.

Для числа 11 идут числа вида: n1; n2; n3; n4; n5; n6; n7; n8; n9; n0. Потом идет повторения

Где n - кол-во десятков.

№6 $\frac{x}{\pi}>0$ при $x\in R$

$[\cos^2(x+2)]=0$ при $\cos^2(x+2)\in[0;1)$

$[\cos^2(x+2)]=1$ при $\cos^2(x+2)=1$

при $\cos^2(x+2)\in[0;1)$

$0\geq\frac{x}{\pi}$

$x\in\varnothing$

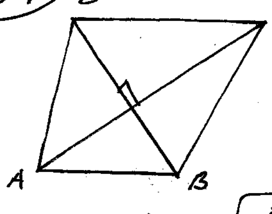
$[\cos^2 x]=0$ при $\cos^2 x\in[0;1)$

$[\cos^2 x]=1.$

при $\cos^2(x+2)=1$

$$\begin{cases}1\geq\frac{x}{\pi}\\ \cos^2(x+2)=1\end{cases}$$

№7



$BC^2=a^2+b^2$

$AD^2=c^2+d^2$

$AB^2=a^2+d^2$

$CD^2=c^2+b^2$

$d>a>b>c$

$BC+AD=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$

$AB+CD=\sqrt{a^2+d^2}+\sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{a^2+d^2}\ \vee\ \sqrt{c^2+d^2}$

$\sqrt{a^2+d^2}>\sqrt{c^2+d^2}$

т.к. $a>c$

$\sqrt{b^2+c^2}\ \vee\ \sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{b^2+c^2}<\sqrt{a^2+b^2}$

т.к. $a>c$

т.к. $d>>b$ $\Rightarrow\sqrt{d^2+a^2}-\sqrt{d^2+c^2}>\sqrt{b^2+c^2}-\sqrt{b^2+d^2}$

$\Rightarrow\sqrt{d^2-c^2}+\sqrt{b^2+c^2}>\sqrt{b^2+a^2}+\sqrt{d^2+c^2}$

$BC+AD<AB+CD.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		М9Нин3
№ группы	Вариант № ______	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЛЕЩЕНКО

ИМЯ ВАЛЕРИЯ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 17.06.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, **общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№1. Для начала составим таблицу данных:

	Монолайн	Грамофон
число сотрудников	100	200
стоимость внутри-сетевого звонка	43 коп.	x коп ($x<43$)
стоимость межсетевого звонка	$43\cdot 3 = 129$ коп.	$3x$
количество звонков: ·межсетевых ·внутрисетевых	20000 9900	20000 39800
Доходы от звонков за день: ·от внутрисетевых ·от межсетевых	4257 р. 25800 р.	$398x$ $600x$
Общие доходы за день	30057 р.	$998x$

Чтобы рассчитать кол-во звонков:

Межсетевые из Монолайна: $100\cdot 200 = 20000$ звонков

Внутрисетевые (Монолайн): 100 сотрудников · 99 сотрудников (так как каждый сотрудник звонит всем сотрудникам своей сети, кроме себя) = 9900 звонков

Межсетевые из Грамофона: $200\cdot 100 = 20000$ звонков

Внутрисетевые (Грамофон): 200 сотрудников · 199 сотрудников = 39800 звонков

Доходы:

Внутрисетевые (Монолайн): $43\cdot 9900 = 425700$ коп $= 4257$ руб.

Межсетевые из Монолайна: $129\cdot 20000 = 2580000$ коп $= 25800$ руб.

Внутрисетевое (Грамофон): $39800\cdot x = 39800x$ (коп.) $= 398x$ (р.)

Межсетевые из Грамофона: $20000\cdot \cancel{6}3x = 60000x$ (коп.) $= 600x$ (р)

$25800 + 4257 = 30057$

$398x + 600x = 998x$

$y > 10000$ р

$998x - 30057 > 10000$

Методом подбора попробуем найти стоимость звонка:

$$\begin{array}{r} 998 \\ \times\ 42 \\ \hline 1996 \\ 3992 \\ \hline 41916 \end{array}$$

$41916 - 30057 = 11859$

$11859 > 10000$

Это число подходит условию.

$$\begin{array}{r} 998 \\ \cdot\ 41 \\ \hline 998 \\ 3992 \\ \hline 40918 \end{array}$$

40918 - 30057 = 10861 10861 > 10000

Число 41 подходит ~~решени~~ условию.

$$\begin{array}{r} 998 \\ \times\ 40 \\ \hline 39920 \end{array}$$

39920 - 30057 = 9863

9863 < 10000

Это число не подходит условию.

Условию подходят два варианта: 42 коп. и 41 коп.

Ответ: два решения – 42 коп. и 41 коп (межсетевые соответственно 126 и 123).

№5.

Всего чисел 15. 8 чисел делятся на 7, 10 на 11.

8 – числа, кратные 7

10 – числа, кратные 11

Следовательно, как минимум 3 числа делятся и на 7, и на 11 (так как в сумме двух множеств 18 чисел, а на самом деле чисел 15).

Самые маленькие числа, кратные и 7, и 11:

$7 \cdot 11 \cdot 1 = 77$

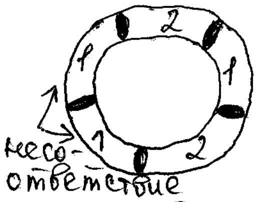
$7 \cdot 11 \cdot 2 = 144$

$7 \cdot 11 \cdot 3 = 231$

Число 231 больше 220. Таким образом, 231 – число, которое ~~обязательно~~ превышает 220 – минимальное число, доказывающее утверждение и соответствующее условию задачи.

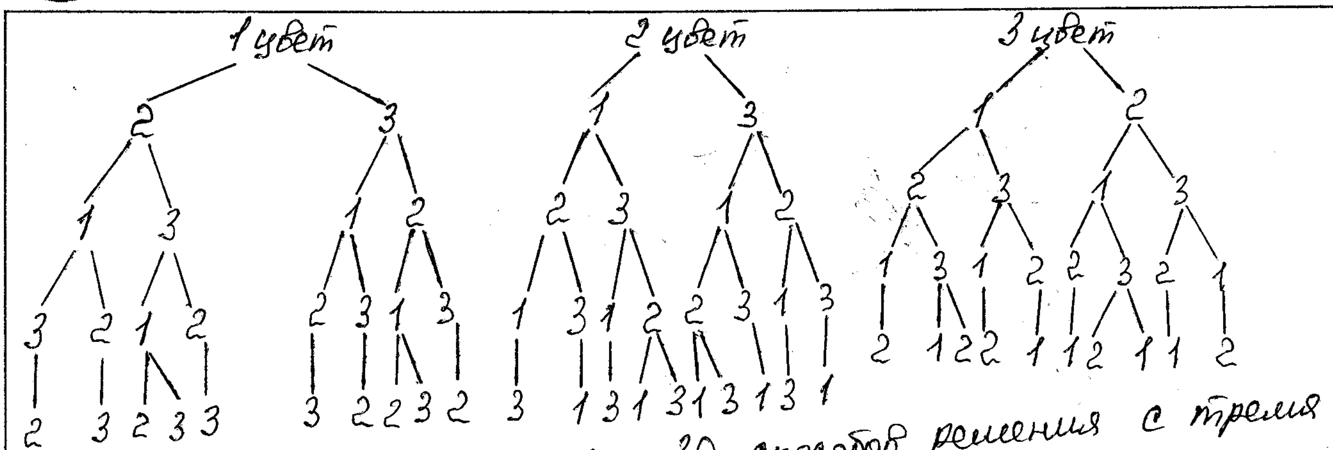
№2.

Два цвета быть не может:



А вот вариантов с тремя цветами довольно много.

Составим древо вариантов:



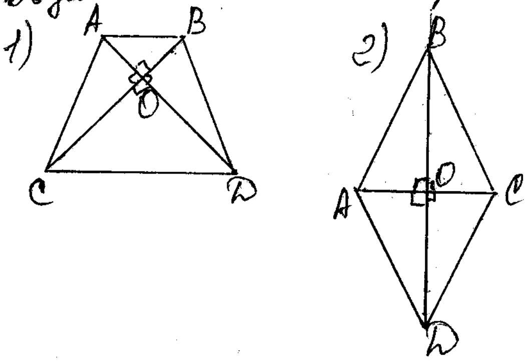
Таким образом, получилось 30 способов решения с тремя цветами.

Ответ: 3 цвета; 30 способов.

№7.

Возможны такие варианты решения:

1) 2)



Во втором случае (ромб) $BC=AB$, $CD=AD$. Следовательно, $BC\cdot AD=AB\cdot CD$.

В первом же случае $BC=AD$, $AC=BD$, $AB\neq CD$.

~~BD=~~

№3. Шахматная доска имеет восемь вертикалей и восемь горизонталей.

Вариантов количества шашек как на вертикалях, так и на горизонталях 9 (от 0 до 8).

Таким образом, только в одной колонке (количество вариантов 9 – ~~число~~ вертикалей либо горизонталей 8 = 1) возможно, что количество шашек в ней не будет совпадать с количеством шашек в любом горизонтальном ряду. В таком случае в остальных семи колонках будет находиться количество шашек, совпадающее с каким-либо горизонтальным рядом. Если же заменить 64-клеточную доску на 100-клеточную, изменится число возможных вариантов (11 вместо 9) и количество вертикалей и горизонталей (10 вместо 8), а результат не изменится.

№4.

Пронумеруем выражения:

1) $xyz=1$

2) $x+\frac{1}{z}=5$

3) $y+\frac{1}{x}=29$

Из первого выражения найдем z:

$z=\frac{1}{xy}$

Из первого выражения найдем $\frac{1}{y}$:

$y=\frac{1}{xz}$

$\frac{1}{y}=xz$

$z+\frac{1}{y}=\frac{1}{xy}+xz$

Из второго уравнения $x=5-\frac{1}{z}$

Из третьего уравнения $y=29-\frac{1}{x}$

$z+\frac{1}{y}=\frac{1}{(5-\frac{1}{z})(29-\frac{1}{x})}+z(5-\frac{1}{z})$

$\frac{1}{145-\frac{5}{x}-\frac{29}{z}+\frac{1}{xz}}+5z-1$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Зелено. М-40

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ Логвинов

ИМЯ Валентин

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 26.01.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015

(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

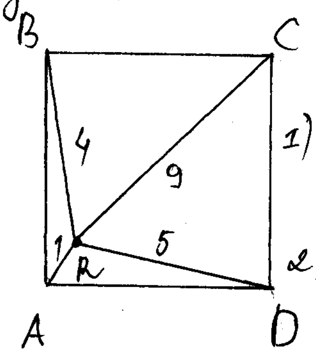
04 12 355697 отделением УФМС России по Красноярскому краю
в г. Зеленогорске 09.02.2013

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зеленогр. М-40

Задача 7.



Пусть советский радиопередатчик находится в точке $R \Rightarrow CR = 9$, $BR = 4$, $DR = 5$, $AR = 1$

1) Рассмотрим ΔBRC: CR - основание $= 9 \Rightarrow$ $BR + CR > 9 \Rightarrow CR > 5$.

2) Рассмотрим ΔCRD: CR - основание $= 9 \Rightarrow$ $DR + CD > 9 \Rightarrow CD > 4$.

3) Рассмотрим ΔBRA: AB - основание, а т.к. $BR + AR = 5 \Rightarrow AB < 5$.

4) Рассмотрим ΔARD: AD - основание, а т.к. $AR + DR = 6 \Rightarrow AD < 6$.

В итоге получается, что $AB = BC = CD = AD \Rightarrow$

$$\left.\begin{matrix} AB > 5 \\ AB > 4 \\ AB < 5 \\ AB < 6 \end{matrix}\right\}$$ Возьмём крайние; получаем: $5 < AB < 5$ - такого быть не может $\Rightarrow$ Штирлицу врёт $\Rightarrow$ Мюллер не должен верить такому сообщению.

Ответ: нет, не должен.

Задача 5.

Поскольку у Ивана Иваныча 600000 р. $\Rightarrow$ поскольку события будут разворачиваться самым плохим образом $\Rightarrow$ лучше всего положить деньги в банки одинаковыми суммами, а чтобы получить доход в максимальном размере, то нужно класть деньги следующим образом:

банк „x" банк „y" ~~банк „z"~~

200000 р. 200000 р. ~~200000 р.~~ } $\Rightarrow$ через год $\rightarrow$

$\times 2$ = 400000 р. $\times 3$ = 600000 р.

Получается, что Иван Иваныч возвращает себе свою старую сумму + доход в размере 400000 р. Это самый выгодный вариант при самом плохом раскладе.

Задача 4.

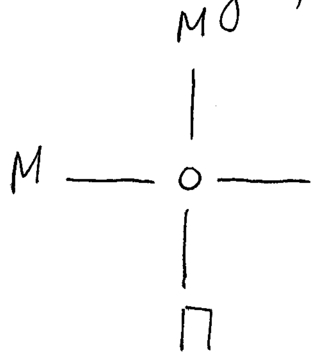
Угол между часовой и минутной стрелкой составляет $2° \Rightarrow$ весь циферблат - $360° \Rightarrow \frac{360°}{60} = 6°$ - в 1 мин. $\Rightarrow$ $2°$ - это $\frac{1}{3}$ мин. Т.к. сказано, что после полудня прошло целое число минут $\Rightarrow$

часовая стрелка точно не на 12 часах. А так как сказано, что такое явление происходит впервые => часовая стрелка стоит на 1-це, а минутная между 5 и 6 минутами => время на часах: 13:05:20 (13 часов 5 минут 20 с).

Ответ: 13:05:20.

Задача 1.

По условию среди любых трёх линий есть одна ведущая в М, а среди любых 4 одна, ведущая в П.



Получается, что на данной схеме (есть) если взять 3 любых линии, то минимум 1 из них ведёт в М. И среди этих 4-х линий есть одна, ведущая в П. Условие выполняется, поэтому число линий электропередач может быть меньше 5 и обязательно должно равняться 4-м.

Ответ: число линий электропередач < 5 и = 4.

Задача 6.

$\alpha = \frac{11\pi}{24} = \frac{11 \cdot 3{,}14}{24} = 1{,}44^\circ \Rightarrow$ другой угол $= 90^\circ - 1{,}44^\circ = 88{,}56^\circ$

$\frac{\sin\alpha}{x} = \frac{1}{640\text{м}} \Rightarrow x = 12{,}5\text{ м} \Rightarrow \frac{\sin\beta}{x} = \frac{1}{640\text{ м}} \Rightarrow \frac{0{,}9}{x} = \frac{1}{640} \Rightarrow$

$x = 576\text{ м} \Rightarrow S_{\text{больш.ел.}} = \frac{1}{2}\, 576\text{ м} \cdot 12{,}5\text{ м} = 3600\text{ м}^2 \Rightarrow$

$S_{\text{мал.тр.}} = \frac{3600\text{ м}^2}{10} = 360\text{ м}^2$, а гипотенуза (малой ели) $= \frac{640\text{м}}{16} = 40\text{ м}$.

Ответ: $S_5 = 360\text{ м}^2$; гипотенуза(5) $= 40\text{ м}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Зелен М– 28 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МАТУЗКО

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 13.04.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

0411 121197

Отделением УФМС России по Красноярскому краю
25.04.2011 выдан в г. Зеленогорске.

№4.

60 мин = 360°

$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ – минутная стрелка.

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ – часовая стрелка.

Расстояние в 2° между стрелками возможно в 13:05; 14:10; 15:15; 16:20.

Рассчитаем целые минуты:

Если время будет 13:04, то часовая стрелка будет находиться на $30^\circ + 2^\circ = 32^\circ$, а минутная – на $6^\circ \cdot 4 = 24^\circ$

$32^\circ - 24^\circ \neq 2^\circ$

Если 13:05, то часовая $30^\circ + 2{,}5^\circ = 32{,}5^\circ$; минутная $6^\circ \cdot 5 = 30^\circ$

$32{,}5^\circ - 30^\circ = 2{,}5^\circ \neq 2^\circ$.

Если 13:06, то часовая стрелка будет на $30^\circ + 3^\circ = 33^\circ$, а минутная на $6^\circ \cdot 6 = 36^\circ$; $36^\circ - 33^\circ = 3^\circ \neq 2^\circ$.

Аналогично проверяем время 14:10 – не подходит, так же, как и 14:09 и 14:11.

Аналогично рассчитываем 15:14; 15:15, видим, что это время не подходит.

Если время будет 15:16, то часовая стрелка будет находиться на $90^\circ + 8^\circ = 98^\circ$, а минутная на $16^\circ \cdot 6 = 96^\circ$; ~~96°~~

$98^\circ - 96^\circ = 2^\circ$ – подходит.

Ответ: Часы показывают 15:16 (15 часов 16 минут)

№2.

$tg\,2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2x}$;

пусть $y = tgx$.

Если tgx и $tg2x$ целые, то $\frac{2y}{1-y^2} = k$, где k – целое.

$2y = k - ky^2$

$ky^2 + 2y - k = 0$

$y = -1 \pm \sqrt{1+4k^2}$

см. на обороте

у - целое, если $\sqrt{1+4k^2}$ - целый,

но $(2k)^2 < 1+4k^2 < (2k+1)^2 = 4k^2+4k+1$

то есть

$2k < \sqrt{1+4k^2} < 2k+1$

при $k \neq 0$ корень не является целым

при $k=0$ $\quad tg\,x=0 \quad tg\,2x=0$

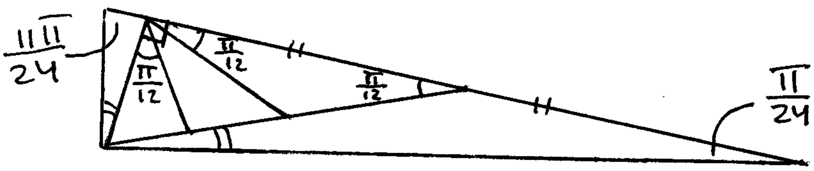
$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$

$tg\,x=0$; $\frac{\sin x}{\cos x}=0$; $\Rightarrow \sin x=0$; $x=\pi n$; $n \in Z$

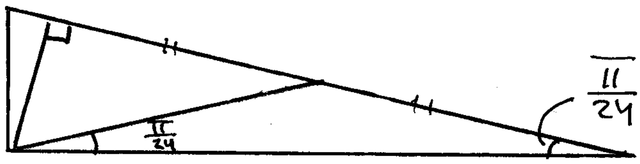
Ответ: $x=\pi n$; $n \in Z$; $2015^{tg\,x}=1$

№6.

Один угол равен $\frac{11\pi}{24}$, значит, второй равен $\frac{\pi}{2}-\frac{11\pi}{24}=\frac{\pi}{24}$



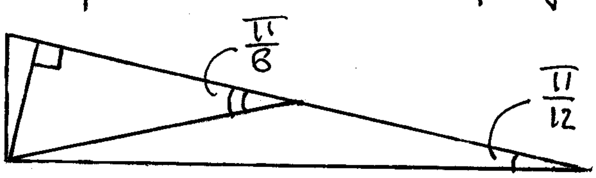
Построим 1ый треугольник:



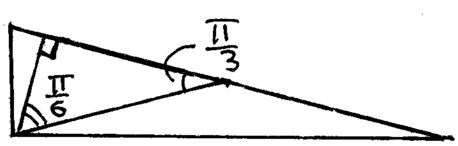
медиана, проведённая из прямого угла, в 2 раза меньше гипотенузы

У 2-го треугольника гипотенуза в 2 раза меньше $\frac{640}{2}=320$ м и угол в 2 раза больше $=\frac{\pi}{12}$

Построим 2ой треугольник:



Построим 3-ий треугольник:



гипотенуза $=\frac{320}{2}=160$

и угол $=\frac{\pi}{6}$

В 4ом треугольнике гипотенуза равна $\frac{160}{2}=80$ и углы равны $\frac{\pi}{3}$ и $\frac{\pi}{6}$.

У остальных треугольников углы $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$ и гипотенуза каждый раз убывают в 2 раза. См. след. лист.

$\Rightarrow$ У 5го треугольника гипотенуза будет равна 40 м.

Итак, гипотенуза 5го треугольника равна 40 м, а площадь

$$S = \frac{(40\cdot\sin 30^\circ)(40\cdot\cos 30^\circ)}{2} = \frac{40^2}{4}\sin 60^\circ =$$

$$= 10^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\ м^2$$

$S = 50\sqrt{3}$.

Аллея в этом треугольнике в 2 раза меньше гипотенузы $\frac{40}{2} = 20$ м.

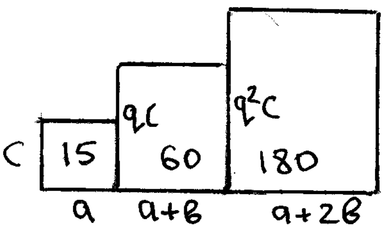
Ответ: длина аллеи-гипотенузы равна 20 м; площадь 5го треугольника равна ~~20 м~~ $50\sqrt{3}\ м^2$

№ 1.

Линий, не ведущих в М не может быть более 2ух, а не ведущих в П не может быть более 3ёх. Наименьшее число линий равно 4.

Если линий не менее 5, то линии, не ведущие в М и линии, не ведущие в П, могут быть разные. $(2+3=5)$, то есть когда линий не менее 5, то линий, не ведущих ни в М, ни в П может и не быть.

№ 7.



Обозначим длины $a; a+b; a+2b$, где b — это разность арифметической прогрессии. Тогда суммарная длина

$a+a+b+a+2b = 30$ дм

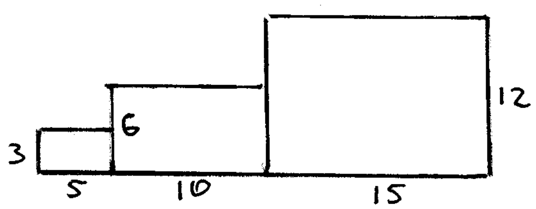
$3a+3b=30$

$a+b=10$ — длина 2ой ступени.

Её высота $h = \frac{60}{a+b} = \frac{60}{10} = 6$ дм

см. на обороте

Тогда длины 1ой и 3ей ступеней равны
$10 - b$ и $10 + b$;
а высоты
$\frac{6}{q}$ и $6q$
где q – знаменатель.
Получаем:
$(10 - b)\frac{6}{q} = 15$
$(10 + b)6q = 180$
Перемножим:
$(10^2 - b^2) \cdot 6^2 = 15 \cdot 180$;
$15 = 3 \cdot 5$
$180 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$
$15 \cdot 180 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 = (2 \cdot 3)^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 75 \cdot 6^2$
$10^2 - b^2 = 75$
$b^2 = 25$
$b = 5$ дм
Итак, длины ступеней:
$10 - 5 = 5$; 10; $10 + 5 = 15$.
Высоты:
$\frac{15}{5} = 3$; 6; 12.
Итак, мы получили пьедестал, как на рисунке ниже.



Ответ: наименьшая ступень имеет размеры 3x5; средняя – 6x10, и наибольшая 12x15.
Общий размер пьедестала 12x30.

№5.

Чтобы при самом плохом исходе событий получить максимально возможный доход, Иван Иванович должен положить в каждый банк по 200 000 рублей. Тогда через год ~~х~~ он получит на руки

$200000 \cdot 3 + 200000 \cdot 2 + 200000 \cdot 0 = 1000000$. рублей.

№3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$y = \arcsin x$ — нечётная

$D(y) = [-1; 1]$ $\arcsin(-x) = -\arcsin x$

$E(y) = [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

$\arcsin x = 0$ при $x = 0$

$\arcsin x > 0$ при $0 < x < 1$

$\arcsin x < 0$ при $-1 < x < 0$

Произведение ≥ 0

1 и 2ой множитель равено.

оба множителе либо положительны, либо отрицательны.

$S = \int_{-1}^{1} (\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin x)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр: 5 ЖМ 11

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Маренков

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 26.04.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

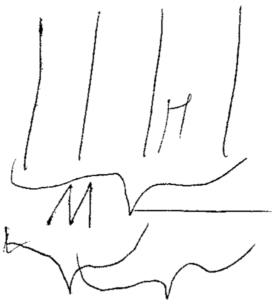
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 5 ЖМ 11

Задача 1.

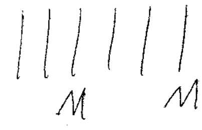
Число всех линий может быть меньше 5, но не меньше 4 рассмотрим например такую ситуацию:



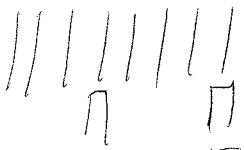
любые 4 и одна из них на поселок П.

Любые три, но одна из них на город М.

если же число линий не меньше пяти, то линии ведущие в М. должны находится через две линии:



а линии ведущие в П через каждые три:



=> среди любых пяти линий найдутся тех которые не ведут ни в М, ни в П.

Ответ: Число всех линий может быть меньше 5, а если оно не меньше 5, то среди любых 5 линий найдутся те, которые не ведут ни в М, ни в П.

Задача 4.

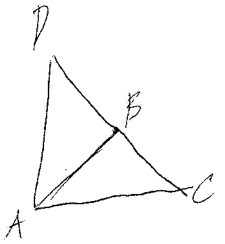
Рассмотрим циферблат как окружность с градусной мерой в 360^0 => что стрелка (минут) проходит за минуту 6^0 $(360/60)$, а стрелка (час) проходит за минуту $0{,}5^0$ $\left(\frac{360/12}{60}\right)$. Время после полудня, при угле между стрелками часа и минут $=2^0$, равно 3 часам 16 минутам, так-как 16 минут - это 96^0 $(6^0 \cdot 16)$, а 3 часа 16 минут это 98^0 $(1 час = 30^0)$ $30^0 \cdot 3 + 0{,}5 \cdot 16 = 98^0$, угол между стрелками 2^0. Ответ: 3 часа 16 минут.

Задача 5.

На месте Ивана Ивановича, я бы поступил так, в банк где всё удваивается положил бы 360 000, а в банк где сумма утроится положил бы 240 000, в таком случае нет ни худшего не лучшего варианта, при рассмотрении других способов снять же все довольно плачевно. Ответ: сумма полученная на руки через год: 720 000.

2x	3y	
360 000	240 000	сейчас
720 000	720 000	через год

Задача 6.



AB – медиана

медиана проведенная из угла 90° на гипотенузу равна $\frac{1}{2}$ гипотенузы

$AB = \frac{1}{2} DC = BC = 7$

длина аллеи-гипотенузы 5-го треугольника $= \frac{640}{25} = 20$ м

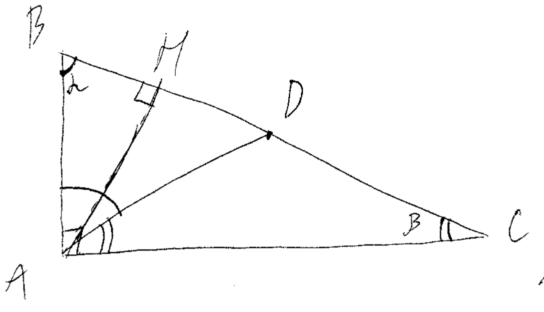
Ответ: длина аллеи-гипотенузы = 20м.

Задача 6. продолжение.

если угол треугольника равен $\alpha = \frac{11\pi}{24}$, то $\alpha = \frac{11\cdot 180}{24} = 82,05 \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 7,95^0$.

~~$\angle ADH = 180^0 - 2\beta = 180^0 - ... = 164,10^0$~~



1) $\angle ADH = 2\beta = 15,90^0 = \angle \beta_1$

$\angle HAD = 90^0 - 15,90^0 = 74,10^0 \angle \alpha_1$

2) $\angle \beta_2 = 2\beta_1 = 31,80^0$

$\angle \alpha_2 = 90^0 - 31,80^0 = 58,20^0$

3) $\angle \beta_3 = 2\beta_2 = 63,60^0 =$

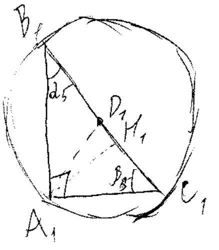
$\angle \alpha_3 = 90^0 - 63,60^0 = 26,40^0$

4) $\angle \beta_4 = 2\alpha_3 = 52,80^0$

$\angle \alpha_4 = 90^0 = 52,80^0 = 37,20^0$

5) $\angle \beta_5 = 2\alpha_4 = 74,40^0$

$\angle \alpha_5 = 90^0 - 74,40^0 = 15,60^0$. Так как аллея очень огромна, и точные расчёты можно упустить, пусть $\angle \beta_5 = 75^0$, а $\angle \alpha_5 = 15^0$



$B_1C_1 = D$ окружности $= 20$ м

$A_1D_1 = D_1C_1 = 10$ м

$\angle D_1A_1C_1 = \angle A_1C_1D_1 = 75^0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle A_1D_1C_1 = 30^0$

проведем высоту H_1 из A_1 $\quad A_1H_1 = \frac{1}{2} A_1D_1 = 5$ м

$S_\Delta = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} \cdot B_1C_1 \cdot A_1H_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 5 = 50$ м^2

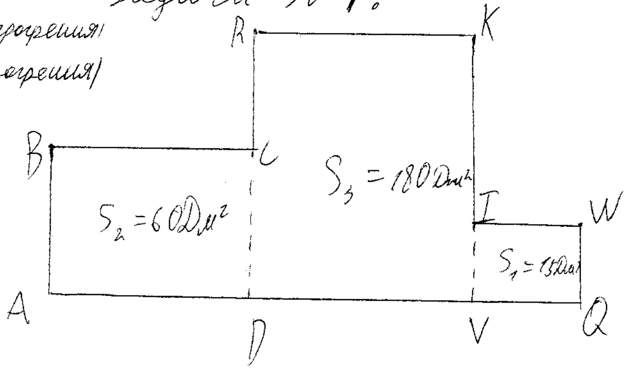
Ответ: L (гипотенузы) $= 20$ м, $S_\Delta = 50$ м^2.

Задача №7.

Дано:
$l = 30$ Дм
$S_1 = 15$ Дм^2
$S_2 = 60$ Дм^2
$S_3 = 180$ Дм^2

Размер пьедестала

(арифмет прогрессия)
(геометр прогрессия)



так-как длины прямоугольников образуют арифмет. прогрессию, рассмотрим такую прогрессию: 5, 10, 15. так-как наименьший прямоугольник имеет наименьшую длину и высоту, а значит и наименьшую S.

$S = a \cdot b$

S

$a_1 = 5$ Дм $S_1 = 15$ Дм^2 $b_1 = \frac{15}{5} = 3$ Дм продолжим поиск геометрической прогрессии (высоты) $b_2 = \frac{60}{10} = 6$ Дм; $b_3 = \frac{180}{15} = 12$ Дм

геометрическая прогрессия 3, 6, 12, всё подходит к условию

Ответ: размеры пьедестала: AB = 6 Дм; BC = 10 Дм; CR = 6 Дм; RK = 15 Дм; KI = 9 Дм; IW = 5 Дм; WQ = 3 Дм; QA = 30 Дм; P = 84 Дм.

RD = KV = 12 Дм

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр: 14жм11	← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мелех

ИМЯ Даниил

ОТЧЕСТВО Артурович

Дата рождения 08.01.1998 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мелех

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

2) Рассмотрю выражение $tg\,2x$.

Т.к. $tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta} \Rightarrow tg\,2x=tg(x+x)=\dfrac{2tg\,x}{1-tg^2x}$.

Т.к. по условию надо найти такие x, кот. удовлетворяют тому, что $\begin{cases} tg\,2x\in Z \\ tg\,x\in Z \end{cases} \Rightarrow$ Следовательно, если посмотреть на $tg\,2x$,

$tg\,2x\in Z$ при $\left[\begin{array}{l} 2tg\,x=n(1-tg^2x), \text{ при } n\in Z \\ 2tg\,x=0 \ (\text{при } n=0) \end{array}\right.$

Также надо учесть ОДЗ $tg\,2x$: $1-tg^2x\neq 0$

$tg\,x\neq\pm 1$.

Решу верхнее уравнение:

$2tg\,x=n-n\,tg^2x$, при $n\in Z$

$n\,tg^2x+2tg\,x-n=0$

~~D=1+4n~~

пусть $tg\,x=a$, $a\in R$

$na^2+2a-n=0$

$D_{(a)}=4-4(-n)\cdot n=4+4n^2$

$a_1=\dfrac{-2+\sqrt{4(1+n^2)}}{2n}=\dfrac{-2+2\sqrt{1+n^2}}{2n}=\dfrac{-1+\sqrt{1+n^2}}{n}$.

$a_2=\dfrac{-2-2\sqrt{1+n^2}}{2n}=\dfrac{-1-\sqrt{1+n^2}}{n}$

Т.к. $tg\,x\in Z \Rightarrow a\in Z$. и

Т.к. $n\in Z$, рассмотрим числители a_1 и a_2.

$\sqrt{1+n^2}$ (при $n\in Z$) $\notin Z$

(т.к. n^2+1 отход. от полного квадрата на единицу.

$\Downarrow$

$\begin{cases} a_1; a_2 \notin Z. \\ \text{при } n\in Z \end{cases}$

Решу нижнее уравнение.

$2tg\,x=0$

$tg\,x=0\in Z$

$x=\pi k$, $k\in Z$

Рассмотрю данное решение на втором выраже $\to tg\,2x$.

$tg\,2x=\dfrac{2tg\,x}{1-tg^2x}=\dfrac{2\cdot 0}{1-0}=0.\in Z$

следовательно решение

$x=\pi k$, $k\in Z$ удовлет. обоим условиям задачи.

P.S. ОДЗ ($tg\,2x$) могло понадобиться при решении $2tg\,x=n(1-tg\,2x)$, при $n=\pm 1$. Тогда получается что решения x не удовлетворяют ОДЗ.

$2015^{tg\,x}=2015^{tg\,\pi k}=2015^0=1$

где $k\in Z$

Ответ: а) $x=\pi k, k\in Z$

б) 1

№5) Пусть $600000\,р = n$, а x – это сумма, которую Иван Иванович может оставить дома.

Т.к. нам дано 3 банка, информация которых не конкретизирована, а дано, что один из банков повышает вклад через год в три раза, другой – в два раза, а третий – обнуляет всю сумму, кот. И. И. положил в этот банк. Следовательно вероятность относительно банков одинакова. Вероятность того, что в конкретном банке вклад удвоится, утроится или обнулится будет равна $\frac{1}{3}$. Следовательно для достижения максимального дохода (при самом плохом событии) надо сумму денег (невключая x – сумму, оставленную дома) распределить поровну между банками.

Тогда это можно показать в таком виде:

$$n \to \underbrace{\frac{n-x}{3}}_{1\text{ банк}},\quad \underbrace{\frac{n-x}{3}}_{2\text{ банк}},\quad \underbrace{\frac{n-x}{3}}_{3\text{ банк}},\quad \underbrace{x}_{\text{дом.}}$$

Найду сумму вкладов и денег оставл. дома через год

$$\sum_{\text{через год}} = 3\left(\frac{n-x}{3}\right) + 2\left(\frac{n-x}{3}\right) + 0\left(\frac{n-x}{3}\right) + x = n - x + \frac{2n-2x}{3} + x =$$

$$= \frac{3n - \cancel{3x} + 2n - 2x + \cancel{3x}}{3} = \frac{5n-2x}{3}.$$

Следовательно сумма оставленная дома уменьшает возможный максимальный капитал на $\frac{2}{3}$ от суммы оставленной дома $\left(\frac{5n}{3} - \frac{2x}{3}\right)$. Следовательно $x = 0$, а схема должна принять такой вид:

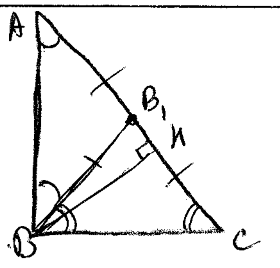
$$600000 \to \frac{600000}{3},\ \frac{600000}{3},\ \frac{600000}{3} \Rightarrow \sum_{\text{через год}} = 600000 + \frac{2\cdot\cancel{600000}^{200000}}{\cancel{3}} + 0 = 600000 + 400000 =$$

$$= 1000000\,р.$$

Ответ: а) поделить поровну между банками и не ост. денег дома

б) $1000000\,(р.)$

№6)



Дано: $\triangle ABC$ - прям.

BB_1 - медиана $\angle\alpha = \frac{11}{24}\pi$; $AC = 640$

BH - высота.

$\angle ABC = 90°$.

BB_1 - гипот. гипотенузы $\triangle BHB_1$ (1Δ)

Найти: гипот. гипотенузу 5Δ

S_Δ, где гипотенузы гипот. 5Δ.

Решение:

1) Т.к. $\triangle ABC$ - прям. } => $BB_1 = AB_1 = B_1C = \frac{AC}{2} = \frac{640}{2} = 320$
BB_1 - медиана

Т.к. ~~...~~ из H проводится высота в $\triangle BHB_1$ на BB_1 и также медиана => медиана = гипотенузе - гипот. 2Δ = $\frac{320}{2} = 160$ (т.к. ∠Δ - прям)

Также будет при построении 3Δ и 4Δ и 5Δ =>

гипотенуза - гипот. 3Δ = $\frac{160}{2} = 80$

гипотенуза - гипот. 4Δ = $\frac{80}{2} = 40$

гипотенуза - гипот. 5Δ = $\frac{40}{2} = 20$

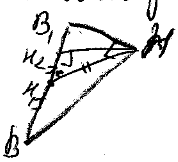
2) Т.к. не дано конкретно какой из углов в $\triangle ABC = \angle\alpha$ (из острых углов) следовательно $S_{5\Delta}$ будет иметь два ответа.

a) Пусть $\angle BAC = \angle\alpha$, тогда $\angle ABB_1 = \angle\alpha$ (т.к. $BB_1 = AB_1$ => $\triangle AB_1B$ - равноб)

Т.к. сумма углов в Δ = 180° => $\angle AB_1B = \cancel{\angle BAC + \angle ABB_1}$ $180° - (\angle BAC + \angle ABB_1)$

И т.к. $\angle AB_1B$ и $\angle BB_1C$ - смежные => $\angle BB_1C = \angle BAC + \angle ABB_1 = 2\angle\alpha$.

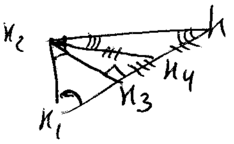
Рассмотрю Δ1. (из гипотенузно-гипот...)



=> $\angle B_1BH = 90 - 2\angle\alpha = \angle H_1HB$ ($\triangle BH_1H$ - равн, как и $\triangle AB_1B$)

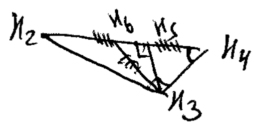
⇓

$\angle H_2H_1H = 180 - 4\angle\alpha$. (2Δ)



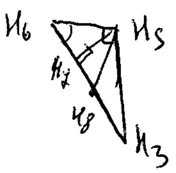
=> $\angle H_2HH_1 = 90 - 180 + 4\angle\alpha = 4\angle\alpha - 90$.

$\angle H_3H_4H_2 = 8\angle\alpha - 180$. (3Δ)



$\angle H_3H_2H_4 = 90 + 180 - 8\angle\alpha = 270 - 8\angle\alpha$ ~~(4Δ)~~

$\angle H_3H_6H_5 = 540 - 16\angle\alpha$.

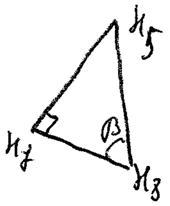


~~$\angle H_5H_3H_6 = 90 - 270 + 8\angle\alpha = 8\angle\alpha - 180$ (5Δ)~~

$\angle H_5H_3H_6 = 90 - 540 + 16\angle\alpha = 16\angle\alpha - 450°$

$\angle H_5H_8H_7 = 32\angle\alpha - 900°$.

Рассмотрю $\triangle H_5H_7H_8$



$\angle\beta = 32\angle\alpha - 900^\circ$

H_5H_8 = больша-гипотенузе = 20

$\angle\alpha = \frac{11}{24}\pi$

переведу $\angle\alpha$ из радиан в ~~градусы~~ градусн.

$$\frac{\angle\alpha}{\pi} = \frac{\angle\gamma}{180^\circ} \Rightarrow \angle\gamma = \frac{\cancel{180}^{90}\cdot 11\cancel{\pi}}{\cancel{24\pi}} = \frac{45\cdot 11}{6} = \frac{15\cdot\cancel{3}\cdot 11}{2\cdot\cancel{3}} = \frac{165}{2}$$

Тогда $\angle\beta = 32\angle\alpha - 900 = \frac{\cancel{32}^{16}\cdot 165}{\cancel{2}} - 900 = 2640 - 900 = 1740^\circ =$

$= 1800 - 60^\circ = 360^\circ\cdot 5 - 60^\circ$ (т.к. 360° – полный оборот) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 360^\circ\cdot 5 - 60^\circ = -60^\circ$

$H_5H_7 = H_5H_8\cdot\sin\beta = 20\cdot\sin(-60^\circ)$

$H_7H_8 = H_5H_8\cdot\cos\beta = 20\cdot\cos(-60^\circ)$

$$S_{\Delta H_5H_7H_8} = \frac{H_5H_7\cdot H_7H_8}{2} = \frac{\cancel{20}^{10}\cdot\sin(-60)\cdot 20\cdot\cos(-60)}{\cancel{2}} =$$

$= 100\cdot 2\cdot\sin(-60)\cdot\cos(60) = 100\cdot\sin(-120) = 100\cdot(-\frac{1}{2}) = -50.$

Т.к. S – положительна $S_{\Delta H_5H_7H_8} = 50$

Ответ: а) 20 м
б) 50 м²

№4) ~~Рас~~ За одну минуту стрелка сдвигается на $\angle\alpha$.

$$\frac{\angle\alpha}{360^\circ} = \frac{1}{60} \Rightarrow \angle\alpha = \frac{360}{60} = 6^\circ$$

а часовая стрелка сдвигается на $\angle\beta$

$$\frac{\angle\beta}{360} = \frac{\frac{1}{60\cdot 12}\text{ (мин)}}{60\cdot 12\text{ (мин)}} \Rightarrow \angle\beta = \frac{360}{60\cdot 12\cdot 60\cdot 12} = \left(\frac{1}{144}\right)^\circ$$

Прошло, какое-то n число минут. ⇒

$$6n - \frac{n}{144} = 2^\circ$$

$$n\left(6 - \frac{1}{144}\right) = 2^\circ \rightarrow n = \frac{2}{6 - \frac{1}{144}} = \frac{288}{863}.$$

3) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Для начала надо найти корни данного уравнения

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) = 0$

$\sin y = \arcsin x$; $\sin x = -\arcsin y$

$y = (-1)^k \cdot \arcsin(\arcsin x) + \pi k$; $x = (-1)^{n+1} \cdot \arcsin(\arcsin y) + \pi n$

$k \in Z$ $n \in Z$

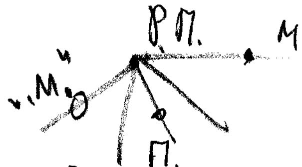
1) а) 

1) По условию дано, что одна из трёх любых линий — идёт на предприятие к городу М

2) А среди 4 любых — одна обязательно ведёт на какое-либо предпр. посёлка П.

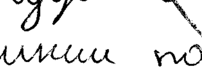
Предположим, что четырёх линий не хватит для таких условий, следовательно min линий = 5

Одна из них по 1 усл — в город М, а другая какая-либо не конкретизует с первым усл и является ~~в~~ посёлок П.



~~Ⓘ Но в таком случае остаётся ещё 3 линии которые не конкретизированы и в них нет линии идущей в М. — т.е. противоречие 1 условию => min = 4.~~

~~Остаются ещё нужные кот. не противор 1 и 2 условию~~

б) ~~Из~~ опровержение Ⓘ и следует что при 5 линиях. В таком случае остаются ещё 3 линии по условию 1 => будет ещё одна линия М, а ост. не прот. усл. 1 и 2 => => да, найдутся среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П. 

а) Да, может быть меньше 5 линий. Min = 4. Так как в услов. сказано, что среди любых 4 и 3, т.е. 1 может быть как во второй, так и в первой. Ответ: 1) да 2) да

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск 406 М-11 (18) шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мельниченко

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 04.02.1997г **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дмит

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 406 М-11(18)

1. Допустим стоимость звонков Гранофона – x коп.; $x<43$
каждый Абонент Миколайна звонит на 99 номеров М. и 200 номеров Гранофона (Г.).
каждый абонент Гранофона звонит на 199 номеров Г и 100 номеров М.

Абонент М: $= 99\cdot43+200\cdot43\cdot3=30057$к.; Абонент Г: $=199x+100\cdot3x=499x$ в сутки.

Все абонента М. $:=30057\cdot100$к. Все абоненты Г $=499x\cdot200=998x\cdot100$к. за сутки.

Известно, что ~~30057·100·~~ $998x\cdot100_к-30057\cdot100_к>10000$р. $(10000р=10000\cdot100_к)$

$998x-30057>10000$

$x>\frac{40057}{998}$ $\quad x>40$, $x<43$ $\Rightarrow x\in\{41;42\}$

$x>40{,}1372$ при $x=41$ $998\cdot41>30057$ на 10861

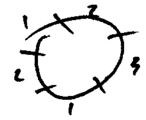
при $x=42$ $998\cdot42>30057$ на 11859.

Ответ: $x\in\{41;42\}$

2. Допустим, нам необходимо 2 цвета.

 – видно, что рядом стоят одинаковые цвета.

Возьмём 3 цвета.

 – 3-ёх цветов вполне достаточно.

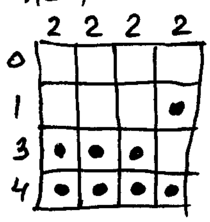
Представим окружность в виде 5 отрезков (1 отрезок = 1 дуге).

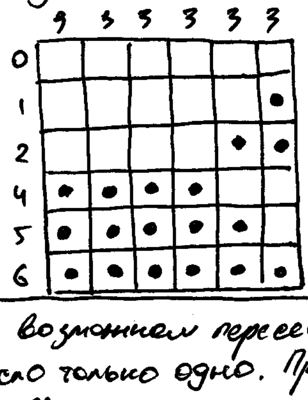
0 1 0 1 2
0 1 0 2 1
0 1 2 0 2
0 1 2 1 2

для первой пары 0 1 мы имеем 4 варианта.
на месте первой пары могут стоять 01; 02; 10; 20.
⇒ 4 варианта. В итоге: $4\cdot4=16$ вариантов всего.

Ответ: min 3 цвета; 16 вариантов.

3. Кол-во подстанций в колонке может не совпадать с числом подстанций в любом ряду, при условии, что n кратно двум и $n\geq4$. Тогда, для числа $\frac{n}{2}$ мы распишем схему, при которой в числе подстанций в ряду исключается число $\frac{n}{2}$, а в каждой колонке число подстанций равно $\frac{n}{2}$. Например:

для $n=4$ 

для $n=6$ 

и так далее.

5. При наименьшем возможном пересечении чисел делящихся на 13, 14, 15 из 25 различных чисел, такое число только одно. При этом, первые 24 числа это $13n; 14n; 15n$ при $n=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$. 24-ое число это $8\cdot15=120$. следующее число должно одновременно делится на 13; 14; 15. min такое число это $13\cdot14\cdot15=2730$. $2730>345$ ч.т.д.

6. $[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$ $\quad [\cos^2\alpha]=0$; при $\cos^2\alpha \in [0;1)$

$\alpha = 2+3^x$ $\quad [\cos^2\alpha]=1$; при $\cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha \in [0;1]$ т.к. $\cos\alpha \in [-1;1]$.

$\frac{3^x}{2} > 0$ т.к. $3^x > 0$ при $x \in R$.

при $\cos^2\alpha \in [0;1)$

$0 \geq \frac{3^x}{2}$

$x \in \varnothing$

при $\cos^2\alpha = 1$

$\begin{cases} \cos^2(2+3^x)=1 \\ 1 \geq \frac{3^x}{2} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} (\cos^2(2+3^x)-1)=0. \\ 3^x \leq 2 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} (\cos(3^x+2)-1)(\cos(3^x+2)+1)=0. \\ x \leq \log_3 2 \end{cases}$

$(\cos(3^x+2)-1)(\cos(3^x+2)+1)=0 \Leftrightarrow \cos(3^x+2)=\pm 1$

$3^x+2=\pi n;\ n \in Z.$

$3^x=\pi n-2;\ n\in Z.$

$x=\log_3(\pi n-2)$

$\begin{cases} x=\log_3(\pi n-2) \\ x \leq \log_3 2 \end{cases}$ $\quad$ при $n=1$ $\quad \begin{cases} x=\log_3(\pi-2) \\ x \leq \log_3 2. \end{cases}$ $\quad$ $\pi-2 \vee 2$

$\pi \vee 4$

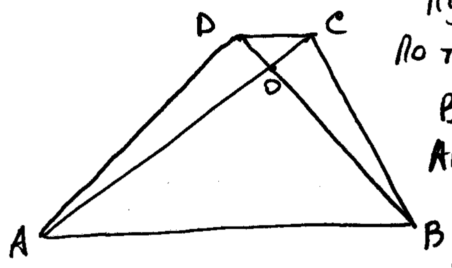
$\pi < 4.$

$\Downarrow$

$\pi-2 < 4 \Rightarrow \log_3(\pi-2) < \log_3 2$

Ответ: $x=\log_3(\pi-2)$

7.



Пусть $DO=c$; $OC=b$; $AO=d$; $OB=a$. ; $d>a>b>c$

По теореме Пифагора:

$BC^2=a^2+b^2 \Rightarrow BC=\sqrt{a^2+b^2}$

$AD^2=c^2+d^2 \Rightarrow AD=\sqrt{c^2+d^2}$

$AB^2=a^2+d^2 \Rightarrow AB=\sqrt{a^2+d^2}$

$CD^2=c^2+b^2 \Rightarrow CD=\sqrt{c^2+b^2}$

$BC+AD=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$

$AB+CD=\sqrt{a^2+d^2}+\sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$; $\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}$

т.к. $a>c$ $\quad$ т.к. $a>c$.

т.к $d>b \Rightarrow \sqrt{d^2+a^2}-\sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2}-\sqrt{b^2+c^2}$

$\Downarrow$

$\sqrt{d^2+a^2}+\sqrt{b^2+c^2} > \sqrt{d^2+c^2}+\sqrt{b^2+a^2}$

$\Downarrow$

$AB+CD > BC+AD.$

Ответ: $AB+CD > BC+AD$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 9102	Зелен М – 19 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ МИТИЕНКО

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВНА

Дата рождения 06.02.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Митр

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 193814

Отделением УФМС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорске

19.03.2012

№5 Для того чтобы разложить деньги по банкам и получить максимально возможный доход, у Ивана Ивановича есть 2 варианта: 1 – разложить деньги в 3 банка (очевидно, что если банков будет меньше, то при худшем исходе доход будет минимальным) 2 – оставить деньги дома и положить их в банки

Рассмотрим оба случая:

1) кладём в каждый из 3х банков одинаковое кол-во денег, по 200 000 руб. (понятно, что если вклады будут разные, то максимальный доход не получит, так больший вклад всегда будет прогорать)

Через год он получит: $600000 + 400000 + 0 = 1000000$ рублей

2) Оставляем дома 150000р и кладем в банки эту же сумму.

Через год: $150000 + 300000 + 450000 + 0 = 900000$ рублей.

Следовательно, чтобы получить максимальный доход, нужно воспользоваться 1 вариантом.

Ответ: 1000 000 рублей

№4 Пусть n - часы, а k - минуты. Тогда выразим угол поворота у минутной стрелки: $\frac{360^\circ}{60} \cdot k = 6k$, а часовая стрелка $\frac{360}{12} \cdot n + \frac{30}{60} k = 30^\circ n + \frac{k}{2}$

Угол между минутной и часовой стрелками

$$6k - (30n + 0{,}5k) = \pm 2^\circ$$

$$5{,}5k - 30n = \pm 2^\circ, \quad k \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{Z}$$

$$60n \pm 4^\circ = 11k$$

Подберём такое число n, чтобы выражение $60n+4$ или $60n-4$ $\vdots\ 11$

При $n=0$: $4 \neq 11k$, $-4 \neq 11k$

При $n=1$: $60 \neq 11k$, $56 \neq 11k$

$n=2$: $124 \neq 11k$, $116 \neq 11k$

$n=3$ $184 \neq 11k$, $176 = 11k$

при $k = 16$

Получается, что прошло 3 часа и 16 минут

Проверим: $30^\circ \cdot 3 + \frac{16}{2} = 98^\circ$

$6 \cdot 16 = 96^\circ$

$98 - 96^\circ = 2$ – как и говорилось в условии ⇒ часы показывают 15:16

Ответ: 15:16

N3 $x^2+px+q=0$

т.к. данное уравнение имеет 1 корень, то $D=0$

$D=p^2-4q=0 \Rightarrow$

$p^2=4q \qquad x_1=-\frac{p}{2}$

$T(T(T(x)))=0$

$T(x)=x^2+px+q=x^2+px+\frac{p^2}{4}$

$T(T(-\frac{p}{2}))=0$

$(-\frac{p}{2})^2+p\cdot(\frac{p}{2})+q=0$

$\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{4}\cancel{+}q=0$

$\cancel{\frac{p^2}{4}}\cancel{-}\frac{2p^2}{4}+\cancel{\frac{p^2}{4}}=0=x_2$

$T(0)=q=\frac{p^2}{4}=x_3$

Ответ: $-\frac{p}{2}$; 0; $\frac{p^2}{4}$

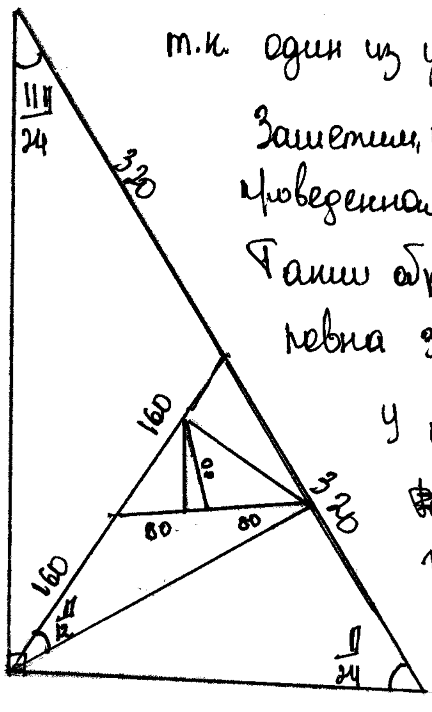
N2

tg принимает целое значение при $tg\,0^\circ=0$ и $tg\,180^\circ=0 \Rightarrow$

$tg\,x=0$, тогда, когда $\sin x=0$ (т.к. $tg\,x=\frac{\sin x}{\cos x}$) $\Rightarrow$ tg x и tg 2x

будут целыми при $x=\pi n$, $n\in Z$. Ответ: $x=\pi n$, $n\in Z$

N 6



т.к. один из углов равен $\frac{11\pi}{24}$, то второй $\angle=\frac{\pi}{2}-\frac{11\pi}{24}=\frac{\pi}{24}$

Заметим, что медиана в прямоугольном треугольнике, проведенная из прямого угла равна половине гипотенузы. Таким образом у второго треугольника гипотенуза будет равна 320, а $\angle=\frac{\pi}{12}$

У третьего треугольника гипотенуза 160 и $\angle=\frac{\pi}{6}$

~~[illegible]~~ так с каждым новым треугольником гипотенуза и $\angle$ убывают в 2 раза

См. след. лист

Получается, что у 5го треугольника гипотенуза равна 40,

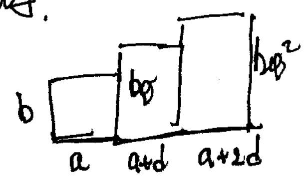
$S_5 = \frac{(40\cdot\sin30)(40\cdot\cos30)}{2} = \frac{40^2\cdot\sin60}{4} = 50\sqrt{3}$ а длина анти-гипотенузы 20.

Ответ: $S = 50\sqrt{3}$, анти-гипотенуза $= 20$ м

№1. 1) Да, число всех линий может быть меньше 5, потому что для того чтобы выполнилось условие задачи как минимум 2 линии нужно до предприятия М и 2 до П. Получается, всего 4 линии. $(4<5)$

2) Нет, среди любых 5 линий не найдется таких, которые не ведут ни в М, ни в П, так как тогда условие задачи не будет выполнено.

№4.



Обозначим длину 1го за a 2го тогда $a+d$, т.к. они образуют между собой арифмет. прогрессию; и 3-го за $a+2d$. Высота будет b, bq и bq^2 соответственно

Известно, что общая длина 30 дм:

$a+a+d+a+2d=30$

$3a+3d=30$

$a+d=10$ – длина 2го $\Rightarrow 60:10=6$ дм - высота

Выразим высоту и длину 1го и 3го через размер 2го

длина 1го $10-d$, 2го $=10+d$, а высота $\frac{6}{q}$ и $6q$ соответ.

получаем: $\begin{cases}(10-d)\cdot\frac{6}{q}=15\\(10+d)\,6q=180\end{cases}$ $\quad (10^2-d^2)\cdot36=2700$

$3600-36d^2=2700$

$-36d^2=-900$

$d^2=25 \Rightarrow d=5$ дм

длина 1го $10-5=5$ дм; 2го $10+5=15$ дм

высота 1го $15:5=3$ дм

высота 2го $180:15=12$ дм

$5+10+15=30$ дм – длина пьедестала

12 – высота пьедестала

Ответ: 30×12 размер пьедестала

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск 404 М (11) 10 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Могилевич

ИМЯ Арсений

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 30.07.1997 Класс: 11

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Могил

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Пусть x копеек – ~~это~~ цена внутрисетевых звонков в Громофоне, тогда

$3x$-копеек – цена ~~межсетевых~~ межсетевых звонков в Громофоне.

Поэтому: $(99\cdot 43+200\cdot 3\cdot 43)$ руб. – ежедневный доход Монолайна;

$2(199\cdot x+100\cdot 3\cdot x)$ руб. – ежедневный доход Громофона.

Составим неравенство:

$998x-10000>43\cdot 699$

$998x>40057$

$x>40\frac{137}{998}$, но по условию $x<43 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=41 \\ x=42 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} 3x=123 \\ 3x=126 \end{array}\right.$

Ответ: либо 41 коп. и 123 коп. либо 42 коп. и 126 коп.

№2. Минимальное число цветов – 3, т.к. при 2-х или 1-ом цвете не будет выполняться условие задачи (т.е. как минимум две дуги будут одинакового цвета). Далее, мы можем покрасить эти 5 дуг 2-мя способами: 1) $xyxyz$ или 2) $yxyxz$, где x, y и z – разные цвета $\Rightarrow$ поскольку минимальное кол-во цветов – 3, то z может быть тремя разными ~~его~~ цветами $\Rightarrow$ кол-во способов равно: $3\cdot 2=6$

Ответ: 3 цвета; 6 способов.

№3. Число подстанций в каждой колонке может не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду: например, при $n=2$:

•	•	•	•
	•	•	•
•			

№5. Среди чисел, не превосходящих 345, существует по одному числу, делящемуся на 13 и 14, 14 и 15 и 13 и 15 одновременно. $\Rightarrow$ чтобы условие задачи выполнялось, т.е. чтобы было 9 чисел $\vdots$ 13, 10 чисел $\vdots$ 14 и 11 чисел $\vdots$ 15 нам понадобится: $9+9+9=27$ чисел $\Rightarrow$ чтобы уменьшить кол-во чисел до 25, нам понадобится вместо числа $\vdots$ либо 13, либо 14, либо 15 добавить число, делящееся на ~~…~~ и на 13, и на 14, и на 15. Наименьшее такое число равно: $13\cdot 14\cdot 15=840$, $840>345 \Rightarrow$ среди данных 25 чисел есть число, большее 345.

№6. Т.к. $\cos^2(2+3^x) \geq 0$, точнее $\cos^2(2+3^x) \in [0;1] \Rightarrow$

$\Rightarrow [\cos^2(2+3^x)] = \left[\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right.$, но поскольку $3^x > 0$ при любых $x \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3^x}{2} > 0 \Rightarrow [\cos^2(2+3^x)] > 0 \Rightarrow [\cos^2(2+3^x)] = 1$

$\cos^2(2+3^x) = 1$

$\left[\begin{matrix}\cos(2+3^x) = 1\\ \cos(2+3^x) = -1\end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix}2+3^x = 2\pi k, k \in Z\\ 2+3^x = \pi + 2\pi n, n \in Z\end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix}3^x = -2 + 2\pi k, k \in Z\\ 3^x = \pi - 2 + 2\pi n, n \in Z\end{matrix}\right.$

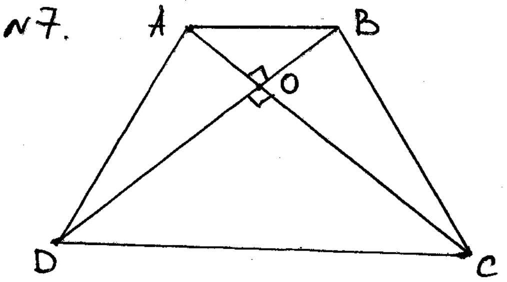
$\left[\begin{matrix}x = \log_3(-2+2\pi k), k \in Z\\ x = \log_3(\pi - 2 + 2\pi n), n \in Z\end{matrix}\right.$, но т.к. $[\cos^2(2+3^x)] = \left[\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right. \Rightarrow \frac{3^x}{2} \leq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \leq \log_3 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases}-2+2\pi k > 0\\ -2+2\pi k \leq 2\\ \pi - 2 + 2\pi n > 0\\ \pi - 2 + 2\pi n \leq 2\\ k \in Z\\ n \in Z\end{cases}$ $\left.\begin{cases}k > \frac{1}{\pi}\\ k \leq \frac{2}{\pi}\\ n > \frac{2-\pi}{2\pi}\\ n \leq \frac{4-\pi}{2\pi}\\ k \in Z\\ n \in Z\end{cases}\right\} \Rightarrow k \in \varnothing, n = 0.$

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$.

№7.

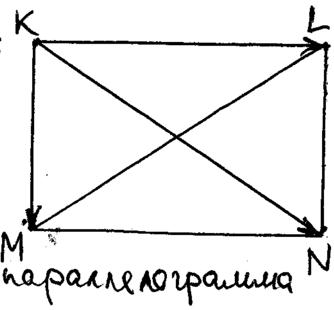


Дано: ABCD – трапеция;
$AC \perp BD$, $AC \cap BD = O$
Сравнить: $BC + AD$ и $AB + CD$.

Решение: $+\begin{matrix}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC};\\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD};\end{matrix}$ $\quad$ $+\begin{matrix}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}\\ \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}\end{matrix}$

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$ $\quad$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Поместим начала векторов $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ в одну точку:



Пусть $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{BD}$, тогда:
$\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$
Т.к. $AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \hat{;} \overrightarrow{BD} = 90°$ и $\overrightarrow{KL} \hat{;} \overrightarrow{KM} = 90° \Rightarrow$
$\Rightarrow$ поскольку **KLNM** – параллелограмм (по правилу параллелограмма мы нашли $\overrightarrow{KN}$) и т.к. $\angle LKM = 90° \Rightarrow KLNM$ – прямоугольник $\Rightarrow$
$\Rightarrow ML = KN$, т.е. $\boxed{BC + AD = AB + CD}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7091	Ку М9-2 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Монгуш

ИМЯ Темир

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 19.02.1999 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** 2 заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Монгуш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

4. $xyz = 1$
$x + \frac{1}{z} = 5$
$y + \frac{1}{x} = 29.$

$z + \frac{1}{y} = ?$

$x + \frac{1}{z} = 5$ $\qquad$ $y + \frac{1}{x} = 29$

$z = \frac{1}{5-x}$ $\qquad$ $y = \frac{29x-1}{x}$

$$xyz = x \cdot \frac{1}{5-x} \cdot \frac{29x-1}{x} = 1.$$

$$\frac{29x-1}{5-x} = 1.$$

$$29x - 1 = 5 - x$$

$$30x = 6$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$x + \frac{1}{z} = 5$ $\qquad$ $y + \frac{1}{x} = 29$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{z} = 5$ $\qquad$ $y = 24.$

$z = \frac{5}{24}$

$$z + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} + \frac{1}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

5. Всего - 154.
8ч : 7.
10ч : 11

Д/ть $n_x > 220$ $\quad$ $n_x \in$ 15 числам.

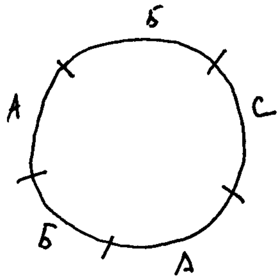
8ч : 7 ; 10ч : 11 => 3 числа делятся и на 7 и на 11.

Такие наименьшие 3 числа это 77, 154, 231.

$231 > 220$

чтд.

2. 5 дуг.
сколько нужно цветов,
чтобы рядом не ~~ст~~ было одинакового.



Решение.

(Возмо) Мин. кол/во цветов 3.

I А Б С
2 2 1 = 5

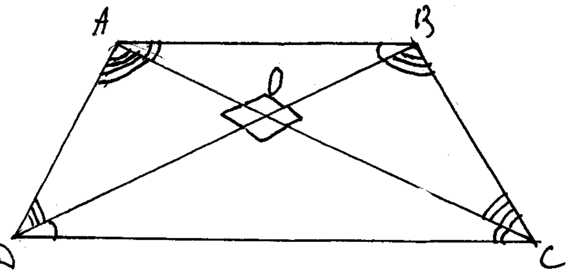
II А Б С
2 1 2 = 5 +

III А Б С
1 2 2 = 5 +
= 15

Ответ: 15.

3. Не возможно. После смены доски ничего не изменится. Возможно, если в одной из горизонталей вообще не будет шашек.

7. Дано: ABCD-трапеция. $AC \perp DB$



$BC \cdot AD \neq AB \cdot CD$

Решение.

ABCD-трапеция; DB и AC-диаг.

$\angle \cancel{ABD}\ OBA = \angle BDO$ (накрест лежащие при парал. прямых AB;DC секущей DB)

$\angle OAB = \angle OCD$ (накрест лежащие при парал. AB;DC секущей AC)

$\triangle DOC \sim \triangle BOA$ (по 3-м углам)

$\frac{DC}{BA} = k = \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$.

$\triangle DOA \sim \triangle BOC$ (по 2 сторонам и углу)

$\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{BC}{DA} = k$.

$DB \perp AC$

$\angle OCB + \angle OCD = \angle C$; $\angle OAB + \angle OAD = \angle A \Rightarrow \angle C = \angle A$

Аналогично: $\angle D = \angle B \Rightarrow ABCD$ — ромб => все стороны равны.

$BC \cdot AD = AB \cdot CD$

Ответ: $BC \cdot AD = AB \cdot CD$. ~~BC·AD < AB·CD~~

1. 100 с – Моховайт (М) Вн. зв = 0,43 р. внеш. зв = 1,26 р.
200 с – Граммофон (Г) Вн зв = (0,43 – n) р внеш. зв = 3 (0,43 – n) р.

(1с М): $0{,}43 \cdot 99 + 1{,}26 \cdot 200 = 294{,}57$ р.

(100с М): $294{,}57 \cdot 100 = 29457$ р

Доход Г на 10000 р б в год. => $\frac{10000}{365} = 27{,}4$ р в день.

$29457 + 27{,}4 = 29484{,}4$ р в день.

(1с Г): $29484{,}4 : 200 = 147{,}4$ р

$199(0{,}43 - n) + 100(0{,}43 - n) \cdot 3 = 147{,}4$ р.

$85{,}57 - 199n + 129 - 300n = 147{,}4$

$214{,}67 - 499n = 147{,}4$

$-499n = -67{,}27$

$n = 0{,}13$ р. На 0,13 дешевле у Граммофона.

$0{,}43 - 0{,}13 = 0{,}3$ р внутр. звонок

$0{,}3 \cdot 3 = 0{,}9$ р внешний звонок.

Ответ: 0,3 р и 0,9 р.
30 коп и 90 коп.

6. $[x]$ $m \le x$

$[x^n - 1] = \frac{x}{2}$.

$[x^n - 1]$ - целое число => $\frac{x}{2}$ должен быть целым и четным.

при $x = 2$ => $[2^n - 1] = \frac{x}{2}$ => $n = 1$.

$X_{max} = 2$. (при 4, 6 ... не получится)
(при отриц x не получается)

Ответ: $x = 2$; $n = 1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № ______	Код М9-1 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Мамуди

ИМЯ Эмир

ОТЧЕСТВО Артикович

Дата рождения 22.11.1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** второй заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015г
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мамуди

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Код М9-1

1) Дано: 100 сотрудников – Монолит (внутр. сетевой вызов 43к).
200 сотр. – Громофон (< монолит)
За звонок в другую сеть стоимость возрастает в 3 раза
Входящие звонки бесплатные.
Найти: стоимость звонков громофона
1) Составим уравнение: ~~Ежедневный~~ доход Монолита: $= 100 \cdot 99 \cdot 0{,}43 + 100 \cdot 200 \cdot 3x + 10000$
Доход громофона: $200 \cdot 199 \cdot x + 200 \cdot 100 \cdot 0{,}43 \cdot 3$
2) Решаем ур: $100 \cdot 99 \cdot 0{,}43 + 100 \cdot 200 \cdot 3x + 10000 = 200 \cdot 199 \cdot x + 200 \cdot 100 \cdot 0{,}43 \cdot 3$

$4257 + 60000x + 10000 = 39800x + 25800$

$60000x - 39800x = 25800 - 4257 - 10000$

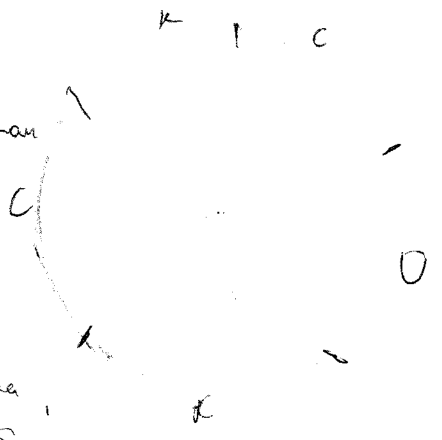
$20200x = 11543$

$x = 0{,}57$ р.

Ответ: Стоимость звонков громофона 0,57 р.
57 копеек.

5) 1) Найдём число нат. чисел, которые делятся и на 7, и на 11
⇒ 3 числа делятся и на 7, и на 11
2) $7 \cdot 11 = 77$, найдем число больше 220, которое делится и на 7, и на 11
3) это число ~~221~~, $231 > 220$
Проверка $231 : 7 = 33$
$231 : 11 = 21$

2) Решение: 1) 1 – обозначим красным цветом
2 – синим
3 – оранжевым
4 – красным
5 – синим



Никак не может быть 1 цвет или 2 цвета, нужно будет как минимум 3 цвета, чтобы покрасить, так чтобы каждая дуга была одного цвета, а любые 2-е соседние дуги имели разные цвета.
2) КСО
221 = 5
КСО = 5
212
КСО = 5
122
⇒ 15 способов

Ответ: мин 3 цвета и 15 способов

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Каз М 9-1

1) $xyz=1$ Найти $z+\frac{1}{y}=?$

$x+\frac{1}{z}=5$

$y+\frac{1}{x}=29$

1) $x+\frac{1}{z}=5$

$z=\frac{1}{5-x}$

2) $y+\frac{1}{x}=29$

$y=\frac{29x-1}{x}$

3) $xyz=x\cdot\frac{1}{5-x}\cdot\frac{29x-1}{x}=1$

$\frac{29x-1}{5-x}=1$

$29x-1=5-x$

$30x=6$

$x=\frac{1}{5}$

4) $x+\frac{1}{z}=5$

$\frac{1}{5}+\frac{1}{z}=5$

$z=\frac{5}{24}$

5) $y+\frac{1}{x}=29$

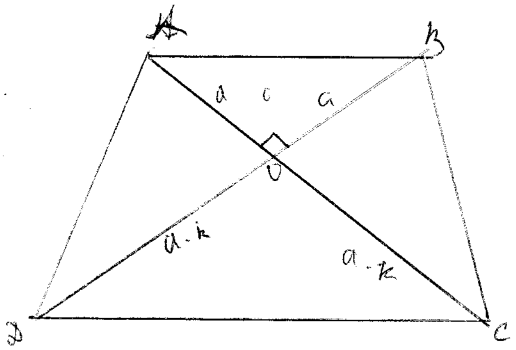
$y=24$

6) $z+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}+\frac{1}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

Дано:

Ответ: $z+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$.

7) Дано – ~~тр.~~ $ABCD$ - трапеция;
AB и CD – основание
AC и BD – диагонали
$AC \perp BD$.
$BC \cdot AD$? $AB \cdot CD$?
$BC \cdot AD = AB \cdot CD$



Решение: 1) $ABCD$ - трапеция =>
=> $AB \parallel DC$ ~~это~~ и $DB \perp AC$, значит $ABCD$ - р/б
$DO = OC$, $AO = OB$
2) найдем C
$DC = \sqrt{a^2 + (ak)^2}$ (Теорема Пифагора)
$BA = \sqrt{(ak)^2 + (ak)^2}$ (Теорема Пифагора)
3) Сравним $BC \cdot AD$ и $AB \cdot CD$
$BC \cdot AD = \sqrt{a^2 + (ak)^2} \cdot \sqrt{a^2 + (ak)^2} = \sqrt{a^2 + (ak)^2 \cdot a^2 + (ak)^2}$
$AB \cdot CD = \sqrt{(ak)^2 + (ak)^2} \cdot \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{(ak)^2 + (ak)^2 \cdot a^2 + a^2}$
$\sqrt{a^2 + (ak)^2 \cdot a^2 + (ak)^2} = \sqrt{(ak)^2 + (ak)^2 \cdot a^2 + a^2}$
$BC \cdot AD = AB \cdot CD$

Ответ: $BC \cdot AD = AB \cdot CD$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	M10 KAH ш41 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ НЕРЕТИНА

ИМЯ КРИСТИНА

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВНА

Дата рождения 24.03.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Нер

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. Монолайн.
100 сотрудников;
43коп - внутрисетевой звонок;
1) $43 \cdot 3 = 129$ коп – в другую сеть;
2) $100 \cdot 99 \cdot 43 =$
$= 425700$ копеек –
– доход компании от внутрисетевых звонков
3) $100 \cdot 200 \cdot 129$ коп $=$
$= 2580000$ копеек –
доход от звонков в другую сеть
4) $425700 + 2580000 =$
$= \underline{\underline{3.005.700}}$ копеек –
– доход компании Монолайн от всех звонков, исходящих от 100 сотрудников

Громофон
200 сотрудников
x копеек – внутрисетевой звонок, где $x < 43$ и $x \in \mathbb{Z}_+$;
1) $3x$ в другую сеть.
2) $200 \cdot 199 \cdot x =$
$= 39800x$ копеек – доход компании от внутрисетевых звонков
3) $200 \cdot 100 \cdot 3x =$
$= 60000x$ копеек – доход от звонков в другую сеть.
4) $39800x + 60000x =$
$= 99800x$ копеек – доход компании Громофон от всех звонков, исходящих от 200 сотрудников, который более чем на 1.00.0000 копеек превышает доход Монолайна.

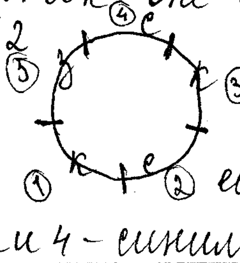
Получаю:
$99800x > 4.005.700,$
$x > \frac{4005700}{99800},$
$x > \frac{40057}{998}$
$x > 40,1$, но

$$\begin{array}{r|l} 40057 & 998 \\ -3992 & 40,1\ldots \\ \hline 137 & \\ -0 & \\ \hline 1370 & \\ -998 & \\ \hline 372 & \end{array}$$

по условию $x < 43$ и
$x \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow x = 41$ копейки или $x = 42$ копейки; – стоимость звонков с Громофона на внутри сети.

Ответ: 41 или 42 копейки внутри сети и 123 или 126 копеек вне сети.

№2

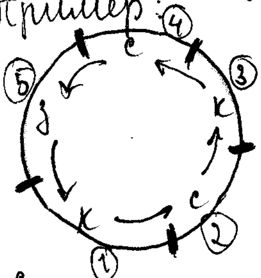


Чтобы взять минимальное кол-во цветов, нужно, чтобы несколько дуг были окрашены в один цвет. По условию это возможно только если, например, дуги 1 и 3 будут красными, 2 и 4 – синими, а 5 – зелёной.

смотреть другой лист →

№2 Получается, что два цвета взять невозможно, т.к. в таком случае две соседние дуги будут иметь одинаковый цвет, что не удовлетворяет условию $\Rightarrow$ 3 цвета – это минимально число цветов, требуемое условием.

Пример:



1) Окраска дуг может измениться, если передвигать цвета (уже имеющиеся) по кругу. Так получим еще 4 способа окраски. Всего $1+4=5$ способов

2) Если в данном примере вместо синего написать зелёный (и наоборот), т.е. ①-к; ②-з; ③-к; ④-з; ⑤-с, т.е добавляется еще один способ $1+1=2$. Всего получаю $2\cdot5=10$ способов. И так как всего цветов 3, то получается $5\cdot2\cdot3=30$ (способов), которыми можно раскрасить деревянные части забора, используя минимальное число цветов

Ответ: 3 цвета; 30 способов.

№5. Т.к. из 15 чисел, написанных на доске, 8 делятся на 7, а 10 чисел делятся на 11, то 3 числа из этих 15 точно будут делиться и на 7 и на 11, а, значит, будут иметь формулу $7\cdot11\cdot n$, где $n\in N$, очевидно, что при $n>3$ данные три числа будут больше 220. Рассмотрю $n<3$:

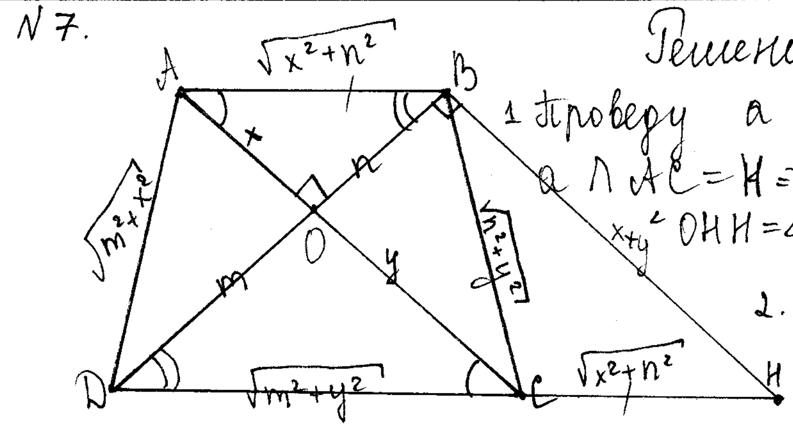
1) Если $n=1$, то число равно $7\cdot11\cdot1=77$
2) Если $n=2$, то число равно $7\cdot11\cdot2=154$
3) Если $n=3$, то число равно $7\cdot11\cdot3=231$.

Т.е из этих трех чисел как минимум одно точно будет больше 220 (оно равно 231), следовательно, из 15 различных натуральных чисел найдется число, большее 220.

ч.т.д.

смотреть другой лист →

№7.



Решение

Дано: ABCD — трапеция; $AC \perp BD$ — диагонали

Сравнить $BC + AD$ и $AB + CD$

1. Проведу $a \parallel AC$, $a \cap AC = H \Rightarrow \angle OHH = \angle AOB = 90^\circ$

2. $BH = AC = x+y$, т.к. ABHC — параллелограмм, а $AB = HC$. $\Rightarrow$ по т. Пифагора $DH = \sqrt{(m+n)^2+(x+y)^2} \Rightarrow$

$\sqrt{m^2+y^2} + \sqrt{x^2+n^2} = \sqrt{(m+n)^2+(x+y)^2} \Rightarrow xy + mn = \sqrt{(m^2+y^2)(x^2+n^2)}$

Тогда остается сравнить:

$\left(\sqrt{n^2+y^2} + \sqrt{m^2+x^2}\right)^2$ и $m^2+y^2+2(xy+mn)+x^2+n^2 \;\Big|\; -(m^2+y^2+x^2+n^2)$ и $/:2$

$\sqrt{(n^2+y^2)(m^2+x^2)}$ и $xy+mn$ (возведу в квадрат)

$n^2m^2+n^2x^2+y^2m^2+x^2y^2$ и $x^2y^2+2xymn+m^2n^2 \;\Big|\; -(m^2n^2+x^2y^2)$

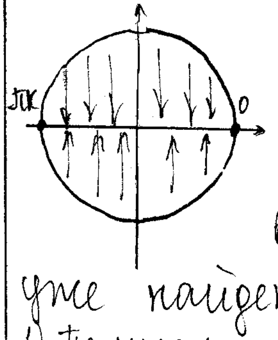
$x^2n^2+y^2m^2 > 2xymn$, т.е $BC+AD > AB+CD$

Ответ: $BC+AD > AB+CD$

№6. Косинус любого числа принимает значения от −1 до 1, а квадрат косинуса числа принимает значение от 0 до 1. Т.к в данном нер-ве мы берем целую часть от квадрата косинуса, то она может быть равна только:

1) 1, если $\cos^2(x+2) = 1$, т.е. $x+2 = 0+\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x = -2+\pi k$.

2) 0, во всех других случаях, т.е когда $\cos^2(x+2) < 1$, но больше $= 0$



а) Если $\cos^2(x+2) = 0$, то $x+2 = \frac{\pi}{2} + \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$. $\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} - 2 + \pi n$.

б) во всех других случаях x принимает все значение по числовой окружности, кроме уже найденных

1) Получаю, что неравенство имеет решение при $k \geq 2$, т.е. при $\underline{x = -2+\pi k, \text{ где } k \geq 2}$ и $k \in \mathbb{Z}$

смотреть другой лист →

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М10 КАН №41

N 6. 2) Очевидно, что при $x=0$ неравенство верно ведь $[\cos^2(x+2)]$ равно либо 0, либо 1, а $\frac{x}{\pi}=0$

3. Значение в квадратных скобках мало зависит от x, т.к. $[\cos^2(x+2)]$ всегда равно либо 0, либо 1, значит, $\frac{x}{\pi}\le 1$ (кроме некоторых случаев) $\Rightarrow$

$\Rightarrow x\le\pi$

Ответ: $x=0$, $x=-2+\pi k$, где $k\ge 2$ и $k\in N$

N4. $\left(x+\frac{1}{y}\right)\left(y+\frac{1}{z}\right)\cdot\left(z+\frac{1}{x}\right)=\cancel{zxy+x+z+\frac{1}{y}+y+\frac{z}{}+\frac{1}{z}+\frac{1}{xyz}}=$

$=\left(xy+\frac{x}{z}+1+\frac{1}{yz}\right)\cdot\left(z+\frac{1}{x}\right)=\cancel{xyz}+y+\cancel{x}+\cancel{\frac{1}{z}}+z+\frac{1}{x}+\cancel{\frac{1}{y}}+\cancel{\frac{1}{xyz}}$

$=a+b+c+\left(z+\frac{1}{x}\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow b\cdot c\cdot\left(z+\frac{1}{x}\right)=a+b+c+\left(z+\frac{1}{x}\right)$

$\left(z+\frac{1}{x}\right)(bc-1)=a+b+c\Rightarrow z+\frac{1}{x}=\frac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $z+\frac{1}{x}=\frac{a+b+c}{bc-1}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	NN-8	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7111	шифр

ФАМИЛИЯ Николаев

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Геннадьевич

Дата рождения 19.09.1998 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Николаев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

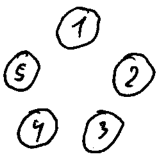
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NN-8

Задача 2.

~~Допустим, что хватит 2 цветов~~

Возьмем 2 цвета: вариантов раскрасить 1 клетку два



2-ую − 1

3-ью − 1

4-ю − 1

5-ю − 0 (соседние одинакового цвета)

Возьмем 3 цвета: вар. раскрасить 1 клетку − 3

2-ую − 2

3-ю − 2

4-ю − 2

5-ю − или 2, или 1 (в зависимости от 4 клетки)

~~Возьмем случай, когда 1 и 4 одного цвета ⇒ 3 · 2.~~

⇒ 3 − наименьшее число цветов

~~Допустим, что забор не замкнутый ⇒ 3·2·2·2·2 способов раскраски~~

~~Чтобы найти кол-во способов для замкнутого забора надо~~

~~из числа 48 отнять случаи, когда 1 и 5 дуги одного цвета~~

Возможно 2 развития событий: 1) 1 и 4 клетки одного цвета

2) 1 и 4 клетки разных цветов

1) 3 · 2 · 2 · 1 · 2 способов раскрасить дуги забора (по порядку начиная с 1 дуги, заканчивая 5)

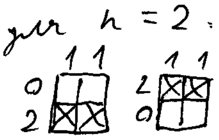
2) ~~3 · 2 · 2~~. Снова 2 разветвления: 2.1) 1 и 3 одинаковые

2.2) 1 и 3 разные

2.1) 3 · 2 способов

2.2) 3 · 2 способов ⇒ 1 + 2.1 + 2.2 = 3 · 8 + 3 · 2 · 2 = 36 способов

Задача 3: Для ~~каждого ряда и столбца~~ всех рядов возможно n+1 способов расположения подстановок. Тогда, чтобы выполнилось задачное условие необходимо, чтобы в каждом столбце находилось одинаковое кол-во подстановок (n+1−n = 1 способ). Также выполнимо только для n = 2. Причем всего 2 решения для n = 2



Лист 1 из 2

Задача 5

Т.к. $9+10+11=30 \Rightarrow$ как минимум 5 чисел должны быть кратны двум числам $(13, 14$ или $15)$

Выпишем их в порядке возрастания

$13\cdot14,\ 13\cdot15,\ 14\cdot15,\ 26\cdot14\ \ldots$

$26\cdot14=(20-6)(20+6)=400-36=364$

т.д.

Задача 6.

$$\left[\begin{array}{l}[\cos^2(2+3^x)]=1\\ [\cos^2(2+3^x)]=0\end{array}\right.$$

2-ое ур-ие не удовлетворит неравенству $[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$, т.к.

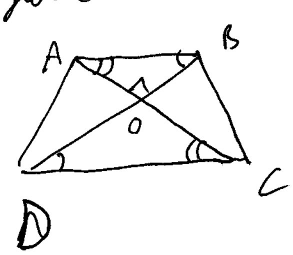
$\frac{3^x}{2}$ строго больше $0 \Rightarrow$

$$\begin{cases}[\cos^2(2+3^x)]=1\\ [\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\cos(2+3^x)=\pm1\\ 1 \geq \frac{3^x}{2}\end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases}2+3^x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ 1\geq\frac{3^x}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3^x\leq 3^{\log_3 2}\\ 3^x=\pi k-2,\ k\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\leq\log_3 2\\ \log_3(\pi k-2)\leq\log_3 2\\ 3^x=\pi k-2\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\pi k>2,\ k\in\mathbb{Z}\\ \pi k\leq 4,\ k\in\mathbb{Z}\\ 3^x=\pi k-2\end{cases} \quad \begin{cases}k=1\\ 3^x=\pi k-2\end{cases} \Rightarrow 3^x=\pi-2 \Rightarrow x=\log_3(\pi-2)$$

Задача 7.



Дано: $ABCD$ - трап, $AC\perp DB$

Сравнить $BC+AD$ и $AB+CD$

1) $\triangle DOC \sim \triangle BOA$ (по 2 углам)

$$\frac{BO}{OD}=\frac{AO}{OC}=\frac{AB}{DC}=k$$

2) по т. Пифагора $AD=\sqrt{AO^2+DO^2}=\sqrt{AO^2+k^2OB^2}$

$BC=\sqrt{BO^2+OC^2}=\sqrt{BO^2+k^2AO^2} \Rightarrow$

$AB=\sqrt{AO^2+OB^2}$

$DC=\sqrt{k^2OB^2+k^2AO^2}$

Задача 7 (продолжение)

3) $BC + AD = \sqrt{BO^2 + k^2 AO^2} + \sqrt{AO^2 + k^2 OB^2}$

$AB + CD = \sqrt{k^2 BO^2 + k^2 AO^2} + \sqrt{BO^2 + AO^2}$

$\sqrt{BO^2 + k^2 AO^2} + \sqrt{AO^2 + k^2 OB^2}$ и $\sqrt{k^2 BO^2 + k^2 AO^2} + \sqrt{BO^2 + AO^2}$

Можно возвести в квадрат (знак не меняется)

$BO^2 + k^2 AO^2 + AO^2 + k^2 OB^2 + 2\sqrt{BO^2 AO^2 + k^2 AO^4 + k^2 OB^4 + k^4 AO^2 BO^2}$ и

$k^2 BO^2 + k^2 AO^2 + BO^2 + AO^2 + 2\sqrt{k^2 BO^4 + k^2 AO^4 + 2k^2 BO^2 AO^2}$

~~Чем~~ Вычтем общую часть, возведем в квадрат и разделим на 4

$BO^2 AO^2 + k^2 AO^4 + k^2 BO^4 + k^4 BO^2 AO^2$ и $k^2 BO^4 + k^2 AO^4 + 2k^2 BO^2 AO^2$

Вычтем общую часть и разделим все на $AO^2 BO^2$

$k^4 + 1$ и $2k^2 \Rightarrow k^4 - 2k^2 + 1$ и 0

$(k^2 - 1)^2$ и 0

$(k^2-1)^2 \geq 0 \Rightarrow BC + AD \geq AB + CD$

Задача 1.

Составим систему

$$\begin{cases} x < 43 \\ (99 \cdot 43 + 3 \cdot 43 \cdot 200) \cdot 100 + 10^6 < (199 \cdot x + 100 \cdot 3 \cdot x) \cdot 200 \end{cases}$$

x — цена за внутрисетевой звонок Гронофона

$\Rightarrow 43 > x > \dfrac{100(99 \cdot 43 + 3 \cdot 43 \cdot 200) + 1000000}{\cancel{99900}\ 99800} \Rightarrow$

$43 > x > \dfrac{30057 + 10000}{998} \Rightarrow 43 > x > \dfrac{40057}{998} \Rightarrow$

$43 > x > 40\frac{137}{998} \Rightarrow x = 42$

$x = 41$

Ответ: 41 или 42

Задача 4:

$$2^{x+y+z} + \frac{1}{2^{x+y+z}} = a \quad \Big| \cdot 2^{x+y+z}$$

$$\cancel{\frac{1}{2^{x+y+z}} = t} \Rightarrow$$

$$2^{2(x+y+z)} - a \cdot 2^{x+y+z} + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4$$

$$2^{x+y+z} = \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}$$

$$2^x + \frac{1}{2^y} = b \Rightarrow 2^{x+y+z} = b \cdot 2^{y+z} - 2^z \Rightarrow$$

$$2^y + \frac{1}{2^z} = c \Rightarrow 2^{z+y} = c \cdot 2^z - 1$$

$$2^{x+y+z} = bc \cdot 2^z - b - 2^z = \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} \Rightarrow$$

$$2^z = \frac{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + b}{bc-1}$$

$$2^x = b - \frac{1}{2^y} = b - \frac{1}{c - \frac{1}{2^z}} = \frac{bc - \frac{b}{2^z} - 1}{c - \frac{1}{2^z}} \Rightarrow$$

$$2^z + \frac{1}{2^x} = 2^z + \frac{c - \frac{1}{2^z}}{bc - \frac{b}{2^z} - 1} = \frac{2^z bc - b - 2^z + c - \frac{1}{2^z}}{bc - \frac{b}{2^z} - 1}$$

$$= \frac{(bc-1)\left(\frac{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + b}{bc-1}\right) - b - \frac{bc-1}{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + b}}{bc - 1 - b\frac{(bc-1)}{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + b}}$$

$$2^y = c - \frac{bc-1}{b + \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}} = \frac{bc + \frac{ac \pm \sqrt{a^2-4}\,c}{2} - bc + 1}{b + \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}} \Rightarrow 2^x = b - \frac{b + \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}}{\frac{ac \pm \sqrt{a^2-4}\,c}{2} + 1} =$$

$$= \frac{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}(bc-1)}{\frac{c(a \pm \sqrt{a^2-4})}{2} + 1} \Rightarrow 2^z + \frac{1}{2^x} = \frac{\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + b}{bc-1} + \frac{c\left(\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2} + 1\right)}{(bc-1)\frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}} =$$

$$= \cancel{t = \frac{a \pm \sqrt{a^2-4}}{2}} \Rightarrow 2^z + \frac{1}{2^x} = \frac{a^2 - 2 \pm (a+c)\sqrt{a^2-4} + ac + 2c}{(bc-1)(a \pm \sqrt{a^2-4})} =$$

$$= \frac{a(a+c)(a \pm \sqrt{a^2-4}) + 2(c-1)}{(bc-1)(a \pm \sqrt{a^2-4})}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

1ЖМ11

№ группы

Вариант № 7112

шифр

ФАМИЛИЯ НИКОНОРЕНКОВА

ИМЯ ТАТЬЯНА

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВНА

Дата рождения 04.12.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 01.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ник

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

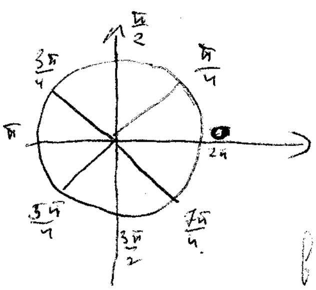
Кол-во линий может быть меньше 5-ти, т.к. чтоб выполнить условия хватит и четырех линий

. Линиями ведущими в город М.

Будут линии все кроме двух, т.к. в любых 3-ех линиях хотя бы одна должна вести в М., а в поселок П все кроме 3-ех и меньше.

Если из постанции идут 5-ти линий, то линий ведущих ни в М, ни в П не будет.

№2



x не может принимать значения $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{4}$, т.к в этих точках $tg\,2x$ или $tg\,x$ не будет существовать

$tg\,\pi = 0$ $\quad tg\,2\pi = 0$ $\quad \Rightarrow \quad x = \pi k \quad k \in Z$

$tg\,2\pi = 0$ $\quad tg\,4\pi = 0$

$$2015^{tg(\pi + 2\pi k)} = 1 \qquad 2015^{tg(2\pi k)} = 1$$

Ответ $x = \pi k \quad k \in Z$.

$$2015^{tg\,x} = 1$$

№4 За 1 минуту минутная стрелка проходит 6°, за 2 минуты часовая стрелка проходит 1°.
С 12 часов до 3-ех стрелки ни разу не находились в значении разности, которая равнялась 2°-ум.
В 3 часа 16 минут минутная стрелка встала на 96°, а часовая на 98° $(98° - 96°) = 0)$ ЧТД.

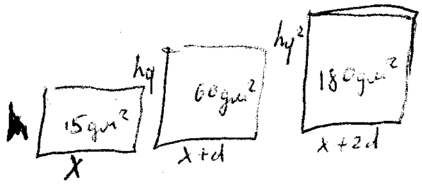
Ответ 3ч 16мин (15.16)

№5 Если в три банка положить разное кол-во денег, то появляется возможность, того что банк в который положили большее кол-во денег обанкротится и прибыль в худшем случае будет составлять размер самого маленького вклада.
Если в два банка положить одинаковое кол-во денег, а в третий меньше чем в любой из них, то при худшем раскладе прибыль будет равна двум маленьким вкладам. Если третий вклад будет больше любого из двух одинаковых, то прибыль будет примерно в худшем случае равна одному из одинаковых вкладов.
Если во все банки положить одинаковые суммы денег, то прибыль будет составлять из 2-ух вкладов.
Если в любом из этих случаев оставлять часть денег дома, то размер прибыли независимо от условий будет уменьшаться.
Самый лучший вариант ~~р~~ во все банки положить одинаковую сумму денег. В этом случае через год он получит 1000000 рублей

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1 ЖМ 11

№7



$$x_1+x_2+x_3=30$$
$$x+x+d+x+2d=30$$
$$3x+3d=30$$
$$x+d=10$$
$$d=10-x$$

$$\begin{cases} xh=15 & (1)\\ (x+d)hq=60 & (2)\\ (x+2d)hq^2=180 & (3)\end{cases}$$

$$10hq=60$$
$$hq=6$$

поделим (3) на (2) и (2) на (1)

$$q\,\frac{x+2d}{x+d}=3 \qquad q\left(\frac{x+d}{x}\right)=4$$

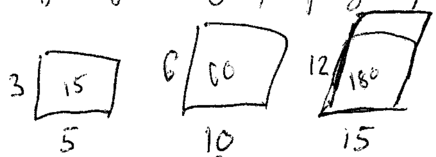
$$q=\frac{3(x+d)}{x+2d} \qquad q=\frac{4(x)}{x+d}$$

$$q=\frac{30}{10+d}=\frac{30}{20-x} \qquad q=\frac{4x}{10}$$

$$\frac{30}{20-x}=\frac{4x}{10}$$
$$4x^2-80x+300=0$$
$$x^2-20x+75=0$$
$$x_1=15 \qquad x_2=5$$

$$x+d=10$$
$$d_1=-5 \qquad d_2=5$$
$$x_1+2d_1=5 \qquad x_2+2d_2=15$$

Т.к. при наименьшей высоте ступень имеет наимень-шую длину, размеры ступеней равны.



Ответ 3×5; 6×10; 12×15

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Вариант № 7112	3 елец М - 22
№ группы		шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ НОВИКОВ

ИМЯ СЕРГЕЙ

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 15.02.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Нов.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 074532

Выдан: • Отделением УФМС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорске.

• 14.03.2011г.

(2) Из табличных значений мы знаем, что $tg 0 = 0$ и $tg 45 = 1$; Логично предположить, что, увеличив угол на $90°$, по абсолютному значению число не будет отличаться, то есть останется целым, но поменяет знак.

Тогда рассмотрим периодичность углов $0+90n, n \in Z$;
$45+90n, n \in Z$;

x	2x	tg x	tg 2x	+/-
0	0	0	0	+
45	90	1	∞	−
90	180	∞	0	−
135	270	-1	-∞	−
180	360	0	0	+
225	450	1	∞	−
360	720	0	0	+
270	540	-∞	0	−

. . .

Заметим, что каждые $180°$ (π) дают целое значение 0, а угол с целым значением $tg x$, увеличенный в 2 раза, не даёт целого значения;

а) Тогда ответом будет $180n$, $n \in Z$ или πn, $n \in Z$;

б) Все эти значения будут давать $tg(\pi n) = 0$, следовательно $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$.

Ответ: а) $\pi n, n \in Z$;
б) 1;

(4) Вычислим скорость минутной и часовой стрелок в градусах / минуту:

$V_м = 360°/60 мин = 6°/мин$;

$V_ч = 360°/(12 \cdot 60) мин = 0,5°/мин$;

Тогда, чтобы получить целое количество пройденных ~~минут~~ градусов часовой стрелкой, количество минут должно быть чётным.

Тогда выберем оптимальные моменты времени, при которых разница $F = | V_ч \cdot m - (V_м \cdot m) \bmod 360 |$ может равняться 2°; где: $V_ч$ - скорость часовой стрелки, $V_м$ - скорость минутной стрелки, m - количество минут, операция mod - остаток от деления;

m	$F = \lvert V_ч \cdot m - (V_м \cdot m) \bmod 360 \rvert$
66	3°
64	8°
68	14°
128	16°
130	5°
132	6°
~~254~~	
194	13°
196	2°

Путем перебора всех возможных целых минут с полудня, где стрелки сходятся возле 13ч, 14ч, 15ч... мы нашли первый случай, когда угол между ними равен 2°;

С полудня прошло 196 минут = 3ч 16 мин;

Время стало 15:16

Ответ: 15:16.

(5) Так как мы рассматриваем худший расклад, потому что не знаем будущее банков, то точно потеряем бо́льшую сумму из вкладов, поэтому целесообразней будет вкладывать в банки равные суммы. Теперь останется только определить, сколько вложить в банки, а сколько оставить дома.

Рассмотрим варианты: (лист 2)

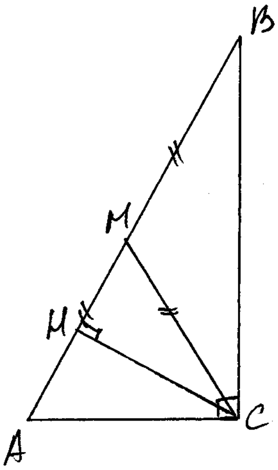
(В тыс. руб.)

По банкам	Дома	Итог
70 × 3	390	740
80 × 3	360	760
90 × 3	330	780
150 × 3	150	800
180 × 3	60	860
200 × 3	0	1000

Видим, что при максимальных равных вкладах, не оставляя денег дома, Иван Иванович получит на руки через год максимально возможную сумму (1 000 000 рублей)

Ответ: 1 000 000.

(6)



$AB = 640$;

$\angle A = \frac{11}{24}\pi = \frac{11}{24} \cdot 180 = \frac{11}{4} \cdot 30 = \frac{11}{2} \cdot 15 = 82{,}5^\circ$;

1) $AM = MB$, CM – медиана;

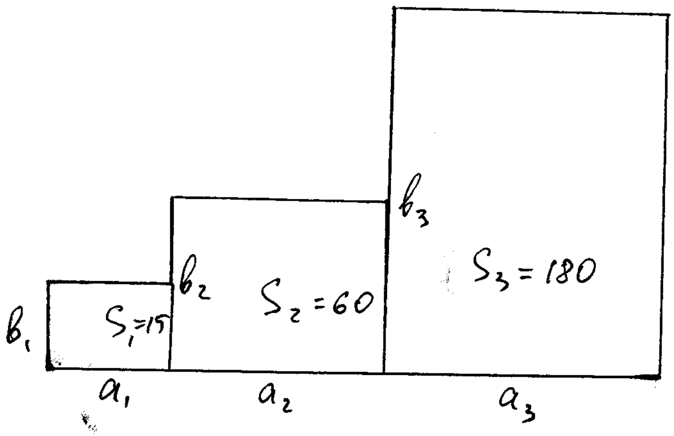
$\Rightarrow CM = MB = AM = \frac{1}{2} AB$;

Мы знаем, что $\triangle CHM$ – второй и в нём CM – гипотенуза, но CM – медиана $\triangle ABC$;

Тогда с каждым новым треугольником его гипотенуза (нового) будет в 2 раза меньше предыдущего. Вычислим гипотенузу 5ого треугольника:

1) 640
2) 320
3) 160
4) 80
5) 40

7



По условию дано, что

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$ дм;

Из этого можно извлечь то, что $a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $a_3 = 15$;

5, 10, 15 - арифметическая прогрессия с разностью $d = 5$;

Из формулы площади прямоугольника вычислим другую сторону ~~первого~~ каждого прямоугольника: $(a \cdot b = S)$

1) $b_1 = \dfrac{S_1}{a_1} = \dfrac{15}{5} = 3$ (дм);

2) $b_2 = \dfrac{S_2}{a_2} = \dfrac{60}{10} = 6$ (дм);

3) $b_3 = \dfrac{S_3}{a_3} = \dfrac{180}{15} = 12$ (дм);

Видим, как и говорится в условии, что другие стороны прямоугольников (длины), то есть высоты составляют геометрическую прогрессию b_1, b_2, b_3: 3, 6, 12 $(q = 2)$;

Ответ: размеры пьедестала $30 \times \cancel{30}\ 12$ (дм)

1 Пусть N будет общее количество линий;

При выполнении условия задачи:

- максимум 2 линии не идут в город М;
- максимум 3 линии не ведут в поселок П;

Тогда, как минимум, $N-2$ линии ведут в город М и минимум $N-3$ линии ведут в поселок П.

Если взять минимальное количество линий в город и в поселок, то возможно по 2 линии ~~туда и туда~~. в каждой населенной пункт. Получаем (2+2) 4 линии. Следовательно меньше пяти линий возможно.

При таком условии задачи, мы знаем, что количество линий в город $N-2$, а количество линий в поселок $N-3$;

Тогда верно уравнение:

$$(N-2)+(N-3)=N;$$
$$2N-5=N;$$
$$2N=N+5;$$
$$N+N=N+5;$$
$$N=5;$$

И получаем, что в город М ведут 3 линий, а в поселок П - 2 линии и свободных линий нет при $N \geq 5$;

Ответ: а) да, может;
б) нет, не найдутся.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск М - 11 Д1 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Носова

ИМЯ Любовь

ОТЧЕСТВО Романовна

Дата рождения 15.10.1997 **Класс:** 11 ФР2

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 3.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1

	Внутрен.	М/г
100 - Монолойк	43	129.
200 - Граммофон	x	3x

Пусть x - это внутрен. звонков по Граммофону.

⇓

$(43\cdot 99+43\cdot 3\cdot 200)\cdot 100$ - Доход Монолойк катер. реш.

$(x\cdot 199+3x\cdot 100)\cdot 200$ - ежедневный доход Граммофон.

⇓ Составим уравнение:

Граммофон > Монолойк + 1000000

⇓

$200(199x+300x)>100(4257+25800)+1000000$

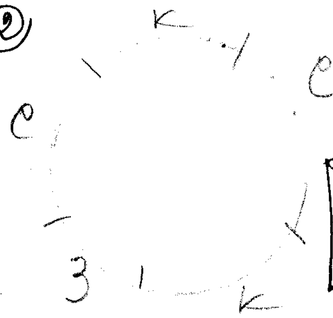
$39800x+60000x>425700+2580000+1000000$

$99800x>4005700.$

$x>\dfrac{4005700}{99800}$ => $x\approx 40{,}13$ (коп.) => +1., т.к. $x\in\mathbb{Z}$, то $x=41$ коп.

Ответ: 41 коп. = внутрен., 123 коп - м/г. $41\cdot 3=123$ коп (м/г)

2

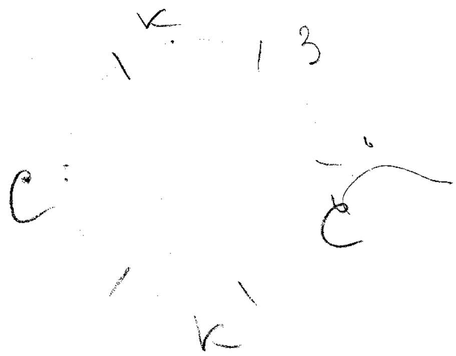


$\boxed{\begin{matrix}C=0\\K=1\\3=2\end{matrix}}$

3 цвета - min

01012
01021
01202
01212

при первых двух 0 и 1 => 4 вар.



0 и 1 = 5
0 и 2 = 5
1 и 0 = 5
1 и 2 = 5
2 и 0 = 5
2 и 1 = 5

30 вар.

Ответ: 3 минимально цветов, 30 способов.

(5) 25 чисел:

9 чисел : 13

10 чисел : 14

11 чисел : 15.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

1 3 13 13 13 13 13 13 13 13 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 15 15 15 15 15.

15 15 15 15 15

$13 \cdot 15 = 390$ число рёбер на 13 и 15.

$390 > 345$

+

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25~~

~~14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 15 13 13 13 13.~~

~~13 13 13 13 13~~

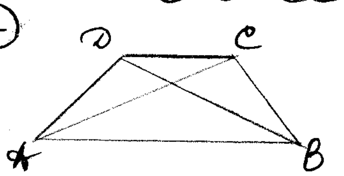
~~364 > 345 364 рёбер на 13; 14.~~

~~420 > 345 420 рёбер на 15 и 14.~~

−

Ответ: [redacted]. 390.

(7)



$AC + AD \vee AB + CD$

$BC^2 = a^2 + b^2.$

$AD^2 = c^2 + d^2.$

$AB^2 = a^2 + d^2.$

$CD^2 = c^2 + b^2$

$d > a > b > c.$

$BC + AD = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2}.$

$AB + CD = \sqrt{a^2+d^2} + \sqrt{c^2+b^2}$

(1) $\sqrt{a^2+d^2} \vee \sqrt{c^2+d^2}$ (2) $\sqrt{b^2+c^2} \vee \sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$ $\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}.$

т.к $a > b \Rightarrow \sqrt{d^2+a^2} - \sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} - \sqrt{b^2+c^2}$

⇓

$\sqrt{d^2+a^2} + \sqrt{b^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} + \sqrt{d^2+c^2}.$

⇓

$BC + AD > AB + CD.$

Ответ: $BC + AD > AB + CD.$

(6) $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$

- $[\cos^2 a] = 0$; при $[\cos^2 x] \in [0;1)$

$[\cos^2 a] = 1$ при $\cos^2 x = 1$.

при $[\cos^2(3^x+2)] = 0$.

$0 \geq \frac{3^x}{2}$; $\frac{3^x}{2} > 0$; $3^x > 0 \Rightarrow$

$[\cos^2(3^x+2)] \neq 0 \Rightarrow \cos^2(3^x+2) \notin [0;1) \Rightarrow$

$\cos^2(3^x+2) = 1$.

$1 \geq \frac{3^x}{2}$

$2 > 3^x$ $\quad \log_3 2 > \log_3 3^x$

$\log_3 2 > x \log_3 3$

$x < \log_3 2$

$\begin{cases} x < \log_3 2 \\ x = \log_3(\pi n - 2) \end{cases}$

$* \cos(3^x+2) = \pm 1$.

$3^x + 2 = \pi n$.

$3^x = \pi n - 2$.

$\log 3^x = \log_3(\pi n - 2)$

$x = \log_3(\pi n - 2)$.

при $x = 1$.

$x = \log_3 1,14$?

Ответ: (общее решение)

(3)

•			
	•	•	•
•	•	•	•

$n \geq 4$

должно быть кратно 2.

Ответ: возможно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7091	Код М9-3 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ойдуп

ИМЯ Милана

ОТЧЕСТВО Адар-оол кызы

Дата рождения 16.08.1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** 2 заключительный.

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Кoy M 9-3

4. x, y, z - положительные числа

$xyz=1$.

$x+\frac{1}{z}=5$.

$y+\frac{1}{x}=29$.

через $x+\frac{1}{z}=5$ выразим z

$x+\frac{1}{z}=5$.

$\frac{1}{z}=5-x$

$z=\frac{1}{5-x}$.

ч/з $y+\frac{1}{x}=29$ выразим y

$y=29-\frac{1}{x}$

$y=\frac{29x-1}{x}$

подставим выраженные значения в первое ур-е

$\cancel{x}\cdot\frac{29x-1}{\cancel{x}}\cdot\frac{1}{5-x}=1$

$\frac{29x-1}{5-x}=1$

$29x-1=5-x$

$30x=6$

$x=\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{30}_{5}}$

$x=\frac{1}{5}$.

найдем теперь z

$\frac{1}{z}=5-\frac{1}{5}$

$\frac{1}{z} = 4\frac{4}{5}$

$\frac{1}{z} = \frac{24}{5}$

$z = \frac{5}{24}$

Подставим знач. y в ур-е с y.

$y + \frac{1}{\frac{1}{5}} = 29$

$y + 5 = 29$

$y = 29 - 5$

$y = 24$

проверим.

$\frac{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{24}} \cdot \cancel{24} = 1$.

$z + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} + \frac{1}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

Ответ $z + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$.

(5). На доске написано 15 различных натуральных чисел. есть 8 чисел делящихся на 7 и 10 делящихся на 11. д.ть. что среди них есть число большее 220.

Доказательство.

т.к. на доске всего 15 чисел. и из них 8 делятся на 7 и 10 делятся 11. то 3 числа обязательно будут делиться и на 7 и на 11.

а 3 наименьших натуральных различных числа которые делятся на 7 и 11 это. 77, 154 и 231.

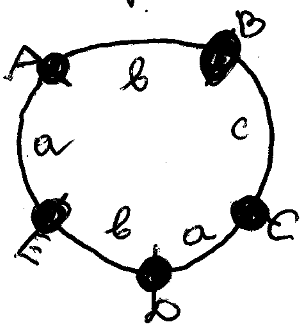
231 > 220.

2) м. т. д.

Достаточно Всего 3 цвета, чтобы раскрасить дуги забора.

Чтобы это доказать пронумеруем дуги забора цифрами 1, 2, 3, 4, 5.

Одним цветом все нельзя раскрасить это уже ясно. и двумя цветами тоже нельзя. Т.к. количество дуг забора нечетное, то объязательно найдутся две соседние дуги которые бы имели одинаковые цвета. ⇒ двумя цветами забор раскрасить нельзя. Но забор можно раскрасить 3 цветами и так чтобы это удовлетворяло условию для этого приведу пример.



Допустим, что кружочки это кирпичные столбы. а AB, BC, CD, DE, EA это дуги забора, а буквы a, b, c. это цвета

по данному рисунку мы с точностью можем сказать, что ~~т~~ красками 3 цветов можно раскрасить забор.

А наибольшее количество способов раскраски 3мя цветами краски это 24.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Код Н 9-3

AB, BC, CD, DE, EA. это дуги забора

AB можно раскрасить в любые 3 цвета. А BC должен отличаться от AB. значит остается 2 цвета а CD должен отличаться от BC значит тоже остается 2 цвета, аналогично и для DE. но цвет Дуги EA должен отличать и от цвета дуги DE и от AB значит. его можно раскрасить одним оставшимся цветом. Чтобы найти количество способов умножим эти числа. $3 \cdot \overset{6}{2} \cdot \overset{12}{2} \cdot \overset{24}{2} \cdot 1 = 24$.

Но есть ещё второй случай когда цвета дуги AB и DE одинаковы, тогда. EA можно раскрасить 2 цветами. но тогда получится так, что BC(CD) двумя способами и они должны отличаться от AB и DE, тогда CD(BC) будет иметь только 1 способ. и перемножив кол-во способов мы всё равно получим 24.

ответ: 3 и 24

⑥. $[x^n - 1] = \frac{x}{2}$. n-натуральное число.

т.к. число $[x^n-1]$ является целым, то число x обязательно должно быть целым и четным т.к. $\frac{x}{2} = [x^n - 1]$ возможные варианты числа x.

0, 2, 4, 6, 8 . . . и -2, -4, -6, -8 . . .

И т.к. число x целое и четное а n число натуральное, то $x^n - 1$ и так будет целым.

Чтобы решить задачу, сначала я начала подставлять значение x.

Сначала подставим $x = 0$.

$0^n - 1 = \frac{0}{2}$

$0^n - 1 = 0$

$0^n = 1$

$\varnothing$

потом я начала подставлять положительные x.

$$\left.\begin{array}{l} 2^n - 1 = 1 \\ 2^n = 2 \\ n = 1 \end{array}\right\} x = 2,\ n = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} 4^n - 1 = 2 \\ 4^n = 3 \end{array}\right\} x = 4$$

при натуральном n это решить невозможно.

$$\left.\begin{array}{l} 6^n - 1 = 3 \\ 6^n = 4 \end{array}\right\} x = 6.$$

при натуральном n это решить нельзя

Потом я увидела, что если $x > 2$ то дальше это уравнение не решается

Теперь я начала подставлять отрицательные x. и если x будет отрицательным то n должно быть нечетным.

~~подставим~~

$$\left.\begin{array}{l} (-2)^n - 1 = -1 \\ (-2)^n = 0 \\ \cancel{n}\ \varnothing \end{array}\right\} x = -2.$$

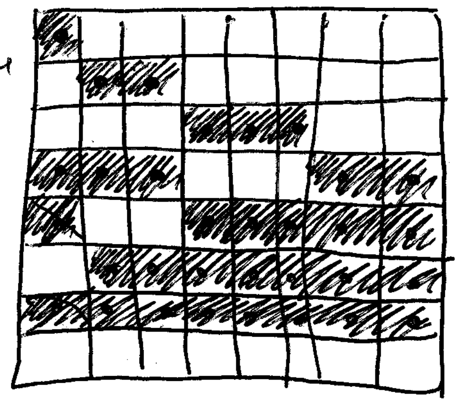
$$\left.\begin{array}{l} (-4)^n - 1 = -2 \\ (-4)^n = -1 \\ \varnothing \end{array}\right\} x = -4.$$

Я ещё перебирала некоторые числа, но уравнение не решалось. Т.к. $\left|\frac{h}{x}\right| < |x^{h}-1|$ где $x > 2$ при $n \in N$.

Ответ: $x = 2$, $n = 1$.

(3) Да возможно. Вот один из вариантов расстановки шашек

Это возможно в том случае если в одной горизонтали будет разное количество шашек не равных 4, т.е. 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8. а в каждой диагонали 4 шашки.



Если 64-клеточную доску заменить 100-клеточной, то количество шашек в диагонали будет 5, а кол-во по горизонтали $\neq 5$

(4). Сначала ~~со~~ посчитаем ежедневные доходы Монолайна. ~~Ед.~~ пусть ед. — это ежедневные доходы М - монолайн и Г - громофон

е.д. М $\overset{\text{за 1 чел}}{=}$ 99 · 43 + 200 · 43 · 3 = 4257 + 25800 = 30057.

ед М = 300~~0~~57.00 =>

=> е.д Г ≈ ~~40~~ 40000.00

тогда ~~280~~ $ из Грамофона ~~199~~ 199 звонков будет совершено за x копеек а 100 за $3x$.
тогда каждой чел потратит за 1 день.

$99x + 300x = 499x$ рублей.

е.д. $\Gamma = 499x \cdot 200 = 99800x \approx 40000000$
$\Rightarrow x \approx 40.$

это наши знач x.
а наш знач x это в случае если ~~Грам~~
е.д. $\Gamma = 3005699 \Rightarrow x \approx 50.$
но. т.к звонки Грамофона делали, то
его цена равна от 40 до 42 копеек если ~~звонить в~~ звонок внутрисетевой
и 120 если звонок не внутрисетевой.
Ответ ≈ 40к за внутрисет. звонок
и ≈ 120 за не внутрисет звонок

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Зелен. М-17	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр

ФАМИЛИЯ Орликова

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 22.07.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Орлу-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11
286991
УФМС России по Красн. краю в гор. Зеленогорске
выдан 25.07.2012

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 3 этап М-17

Задача 2.
tg принимает целое значение при $tg0°=0$
$tg180°=0$
$\Rightarrow tgx=0$, в тех точках, где $\sin=0$, ~~x~~ т.к $tgx=\frac{\sin x}{\cos x}$
Значит tgx и $tg2x$ будут целыми числами при $X=180n, n\in Z$ или $X=\pi n, n\in Z$

ОТВЕТ: $X=\pi n, n\in Z$

Задача 5
По условию задачи один из банков прогорит в любом случае, значит положить большую сумму в банк, который точно не прогорит мы не можем, т.к невозможно это предугадать. ⇒ логичней всего будет положить в каждый банк одинаковую сумму. Рассмотрим этот случай:

1	2	3
200т	200т	200т

предположим, что прогарает 1ый банк.
↓ 0р ↓ 400т.р ↓ 800т.р ⇒ Иван Иванович получит 1200000р
Также мы имеем вариант оставить часть суммы дома. Рассмотрим его. например, оставим дома 300000, а в каждый банк положим по 100000

1	2	3
100т	100т	100т

предположим, что прогарает 1ый банк.
↓ 0р. ↓ 200т.р ↓ 300т.р. ⇒ И.И. получит 800000р.
Справедливо предположить, что 1ый вариант более выгодный. Ответ: 1200000р.

Задача 4
Через Н часов и М минут угол поворота минутной стрелки будет $\frac{360°}{60°}M=6M$, а часовой стрелки $\frac{360°}{12}H+\frac{30°}{60}M=$
$=30H+\frac{M}{2}$
Угол между ними $6M-(30H+0,5M)=\pm2°$
$5,5M-30H=\pm2°$
Если $H=3$
$11M=60\cdot3-4=176$
$M=\frac{176}{11}=16$ мин.
Если прошло 3 часа и 16 мин, то угол поворота часовой стрелки 98°, а минутной 96°
Угол между ними равен 2° ⇒ время на часах 15 часов

16 минут. Ответ: 15 часов 16 минут.

Задача 3

$x^2+px+q=0$, т.к по условию 1 корень $\Rightarrow D=0$

$p^2-4q=0$; $x=\frac{-p-0}{2}=-\frac{p}{2}$;

$p^2=4q$;

$T(x)=x^2+px+q=x^2+px+\frac{p^2}{4}$

$T(T(-\frac{p}{2}))=0$

$(-\frac{p}{2})^2+p(-\frac{p}{2})+q=0$

$\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+q=0$

$\frac{p^2}{4}-\frac{2p^2}{4}+\frac{p^2}{4}=0$

$T(0)=q=\frac{p^2}{4} \Rightarrow -\frac{p}{4}; \frac{p}{4}$

Ответ: $0; -\frac{p}{4}; \frac{p}{4}$;

Задача 1

Нам известно из условия, что максимум 2 линии не ведут в город М и максимум 3и не ведут в поселок П. Возьмем n за кол-во всех линий

Число линий может быть меньше 5, если, например 2 линии ведут в М и 2 линии ведут в П. В этом случае условие, что в М ведут $n-2$ линии, а в П $n-3$ выполняется.

Найдем число свободных линий:

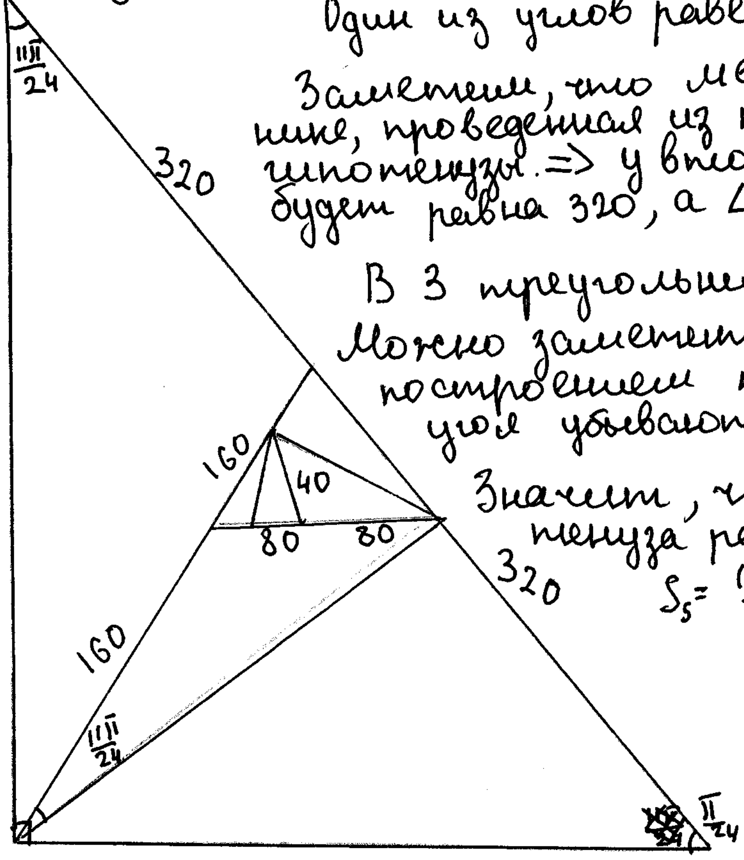
$(n-2)-(n-3)\leq n$

$2n-5=n$

$n=5 \Rightarrow$ свободных линий нет.

Ответ: 1) Число всех линий может быть меньше 5. 2) Среди 5ти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

Задача 6



Один из углов равен $\frac{11\pi}{24}$, значит второй $\frac{\pi}{24}$

Заметим, что медиана в прямоуг. треугольнике, проведенная из прямого угла равна половине гипотенузы. => у второго треугольника гипотенуза будет равна 320, а $\angle \frac{\pi}{12}$.

В 3 треугольнике гипотенуза 160 и $\angle \frac{\pi}{6}$.

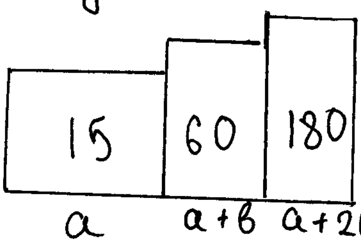
Можно заметить, что с каждым новым построением треугольника гипотенуза и угол убывают в 2 раза

Значит, что у 5ого треугольника гипотенуза равна 40, а площадь

$$S_5 = \frac{(40\cdot\sin 30)(40\cdot\cos 30)}{2} = 50\sqrt{3}$$

Ответ: $S = 50\sqrt{3}$; гипотенуза = 40 м.

Задача 7



Пусть длины ступеней a; $a+b$; $a+2b$

Тогда получим $a + a+b + a+2b = 30$ дм.

$3a + 3b = 30$

$a + b = 10$, т.к $a+b$ мы обозн. 2ую ступень, значит 10 - её длина. Высота $h = \frac{60}{a+b} = 6$ дм.

Из этого можно сделать вывод о том, что длина первой $= 10 - b$, а 3ей $= 10 + b$. Высоты 1ой $= \frac{6}{h}$ ~~вн~~ третьей $6h$.

Составим 2 ур-я: $(10-b)\frac{6}{h} = 15$

$(10+b)6h = 180$

$(10^2 - b^2)\cdot 6^2 = 15\cdot 180$

$b = 25$

$b = 5$ дм.

Получим: длины 5, 10, 15

высоты 3, 6, 12.

Ответ: общий размер пьедестала 12×30.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Ангарск 408 М (11)-12

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 7111 шифр

ФАМИЛИЯ Оськина

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 14.08.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ек

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1

Монолайн: 10000 звонков внутри сети
20000 звонков другие сети =>

=> $43 \cdot 10000 + 43 \cdot 3 \cdot 20000 = 3010000$ – прибыль Монолайн

Громофон: 40000 звонков внутри сети
20000 звонков другие сети =>
x – стоимость звонка внутри сети
Прибыль Громофона более чем на 100000 выше, чем Монолайн

$40000 + 3x \cdot 20000 = 3010000 + 100000$

$100000x = \cancel{3010000}\ 3110000$

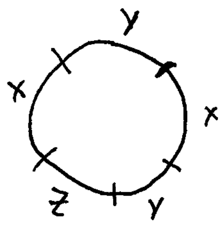
$x = \cancel{31,1}\ 31,1$

В условии говорится, что стоимость звонка – целое число копеек, а доход компании более чем 10000 руб, то стоимость звонков = 32 копейки

Ответ: 32 копейки

№ 2

Минимальное число цветов = 3
Пусть это будут цвета x, y, z.



Посчитаем кол-во комбинаций, если x на первом месте, а y на втором

xyzxy
xyzxz
xyzyz => 5, при z на втором месте будет то же кол-во комбинаций
xyxyz
xyxzy

x на первом месте – 10 комбинаций

Так же буде при y и z на первом месте =>

10 + 10 + 10 = 30 комбинаций

~~Отв~~ Ответ: 3 – минимальное число цветов
30 – комбинаций для минимального числа цветов

№3

Число подстанций в каждой колонке может не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду, если $n > 2$, n - чётное число, а число подстанций в каждом столбце равно $\frac{n}{2}$.

№5

Из 25 чисел хотя бы два числа будут делиться на 13 и 14 или 13 и 15 или 14 и 15. Возьмём минимальное число из этих комбинаций - 182, а т.к все числа различны, то второе число должно хотя бы в 2 раза больше 182 (что бы оно делилось на 13 и 14), это число - 364. $364 > 345$. Что и требовалось доказать

№6

Целой частью $\cos^2\alpha$ являются либо 0, либо 1
Решим неравенств для этих чисел

$\frac{3^x}{2} \le 0$ $\qquad$ $\frac{3^x}{2} \le 1$

$3^x \le 0$ $\qquad$ $3^x \le 2$

$x \in \varnothing$ $\qquad$ $x \le \log_3 2$

$\cos^2(2+3x) = 1$

$\cos(2+3x) = \pm 1$

$2+3x = \pi n, n \in Z$

$x = \log_3(\pi n - 2), n \in Z$

$n = 0 \quad x = \log_3(-2) - -2 < 0$

$n = 1 \quad x \approx \log_3(1{,}14)$

$n = 2 \quad x \approx \log_3(4{,}28) - \log_3(4{,}28) > \log_3 2$

Ответ: $\{\log_3(\pi - 2)\}$

№4

$2^z = \frac{a-(0{,}5)^{x+y+z}}{(b-(0{,}5)^y)(c-(0{,}5)^z)}$ $\qquad$ $0{,}5^x = \frac{a - 2^{x+y+z}}{(b-2^x)(c-2^y)}$

$0{,}5^y = b - 2^x$

$0{,}5^{x+y+z} = a - 2^{x+y+z}$

$0{,}5^z = c - 2^y$

$2^z + 0{,}5^x = \frac{2^{x+y+z} \cdot (b-2^x)(c-2^y) + (a - 2^{x+y+z}) \cdot 2^{x+y}}{2^{x+y}(b-2^x)(c-2^y)} = \frac{a + bc \cdot 2^z - c 2^{x+y} - b \cdot 2^{y+z}}{(b-2^x)(c-2^y) \cdot 2^{x+y}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АНГАРСК М (9)-5
408

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7091 шифр

ФАМИЛИЯ ОХОТНИКОВ

ИМЯ АНТОН

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 07.07.1999 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Охот

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 5

Допустим, что числа больше 220 нет. Тогда рассмотрим условие:

8 чисел ⋮ 7 и 10 чисел ⋮ 11.

7	11
14	22
21	33
28	44
35	55
42	66
49	77
56	88
	99
	110

Итого 18 чисел, а по условию их 15.

Тогда перемножим минимальные из них.

$7 \cdot 11 = 77$

$7 \cdot 22 = 154$

$7 \cdot 33 = 231$

$231 > 220 \Rightarrow$ Мое утверждение неверно.

Значит среди этих 15 чисел есть число > 220, что и требовалось доказать.

№ 1

I Господин Петров, который пользуется сетью Моналайн, 99 раз звонит внутри сети (за 43коп.) и 200 раз в сеть Грамофон (за ~~?~~ 43коп. · 3 = 1,29руб)

$99 \cdot 43$коп = 42,57руб.

$200 \cdot 1,29$руб = 258 руб

⇒ В сумме на одного сотрудника сети Моналайн приходится (258руб. + 42,57руб. = 300,57руб.) 300,57руб.

Сотрудников 100 ⇒ 300,57руб · 100 = 30057руб. – доход Моналайна в день.

Господин Иванов, который пользуется сетью Грамофон, 199 раз звонит внутри сети (за X коп. (по усл. X меньше 43)) и 100 раз в сеть Моналайн (за 3X коп.).

$199 \cdot x = 199x$

$100 \cdot 3x = 300x$

В сумме на одного сотрудника сети Грамофон приходится $(199x + 300x = 499x)$ $499 \cdot X$коп.

Сотрудников 200 ⇒ $499x \cdot 200 = 99800x$ коп. – доход Грамофона в день.

По условию, в день доход Грамофона более, чем на десять тысяч рублей превышает доход Моналайна, т.е.

99800x коп. ~~499xкоп.~~ = 30057руб + Yруб (Yруб. > 10000руб.)

II Метод перебора:

$X < 43$

X = 42коп., тогда: ~~499 · 0,42руб =~~ 99800 · 0,42руб = 41836руб

41836руб = 30057руб + Yруб. (Yруб > 10000руб.) ⇒ Истина.

X = 41коп, тогда: 99800 · 0,41руб = 40838руб

$40838 - 30057 = 10781$, что больше 10000 => Истина

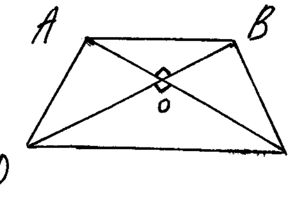
$X = 40$ коп., Тогда: $99800 \cdot 0{,}40$ руб. $= 39840$ руб.

$39840 - 30057 = 9783$, что меньше 10000 => Ложь

Можно остановить метод перебора, т.к. все числа ниже будут меньше 39840.

III Ответ: Звонки с граммофона стоят 42 коп. или 41 коп.

№7



По теореме Пифагора:

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$BC^2 = BO^2 + OC^2$

$CD^2 = CO^2 + OD^2$

$AD^2 = DO^2 + OA^2$

Условие: $BC \cdot AD \vee AB \cdot CD$

Решение: $\sqrt{BO + CO} \cdot \sqrt{DO + AO} \vee \sqrt{AO + BO} \cdot \sqrt{CO + DO}$

Пусть $BO - b$, $CO - c$, $DO - d$, $AO - a$

Тогда: $\sqrt{b + c} \cdot \sqrt{d + a} \vee \sqrt{a + b} \cdot \sqrt{c + d}$

$\sqrt{bd} + \sqrt{ba} + \sqrt{cd} + \sqrt{ca} \vee \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{bc} + \sqrt{bd}$

Взаимно уничтожим из обоих частей $\sqrt{ac}$ и $\sqrt{bd}$

$\sqrt{ba} + \sqrt{cd} \vee \sqrt{ad} + \sqrt{bc}$

$AB + CD \vee AD + BC$, что и требовалось доказать, т.к. если в трапеции диагонали перпендикулярны, то сумма оснований равна сумме боковых сторон.

№6

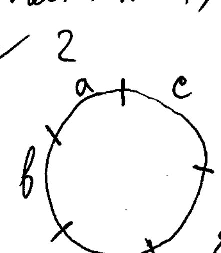
$[X^n - 1] = \frac{X}{2} \quad | \cdot 2$

$2 \cdot [X^n - 1] = X \qquad n = 1$, тогда $2 \cdot \{X - 1\} = X \Rightarrow X = 2$

При $n \geq 2$ X не находится => Всего 1 решение.

Ответ: $n = 1$, $X = 2$.

№2



Обозначим 1 руну цветом „a", тогда „соседи" разных цветов „b" и „c". „Сосед" „b" не может быть „a" (т.к. „a" уже является 1 из соседних цветов., также „сосед" „b" не может быть „c" (через 1 руну будет 2 „c" => цвет „d"

На пятой дуге может быть любой из цветов „а" или „в" ⇒
Минимальных цветов 4. Вариантов раскраски 2.

№ 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Зелен М-30 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПАЛАЧЕНКО

ИМЯ АНТОН

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 30. 01. 1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 074277

Отделением УФМС России по Красноярскому краю
в гор. Зеленогорске

Выдан 14.02.2011

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зеиш М-30

№2. $tg\,x \in Z$
$tg\,2x \in Z$ (по условию)

Найдем все x.

Так как $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$, допустим, что $tg\,x = y$ и $tg\,2x = y$, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} tg\,x = y \\ tg\,2x = y \end{cases}$$ решим эту систему уравнений:

$tg\,2x = tg\,x$, $tg\,2x = \frac{2tg\,x}{1-tg^2x}$

$$\frac{2tg\,x}{1-tg^2x} = tg\,x$$

$2tg\,x = tg\,x\,(1-tg^2x)$

$2tg\,x = tg\,x - tg^3x$

$2tg\,x - tg\,x + tg^3x = 0$

$tg\,x + tg^3x = 0$

$tg\,x(tg^2x+1) = 0$

$tg\,x = 0$ или $tg^2x + 1 = 0$

$x = \pi n,\ n \in Z.$ $tg^2x = -1$, такого быть не может, корней нет, $x \in \varnothing$.

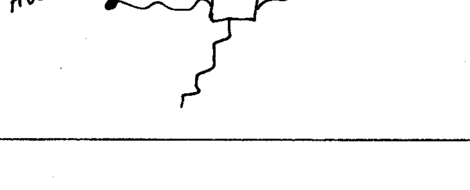
Значит, можно утверждать, что πn — это и есть все значения „x".

$\boxed{x = \pi n}$

$2015^{tg\,x} = 2015^{tg\,\pi\cdot n} = 2015^{tg\,180^\circ\cdot n} = 2015^{0\cdot n} = 2015^0 = \boxed{1}$

Ответ: $x = \pi n,\ n \in Z$;
$2015^{tg\,x} = 1.$

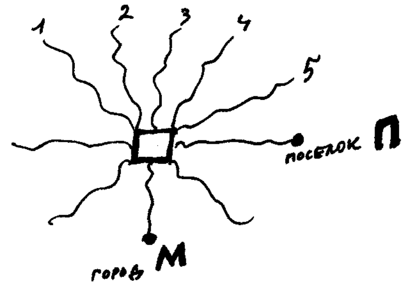
№1. Пусть:
□ – распределительная подстанция.
∼ – линии электропередачи.
• – предприятия (какого-либо города или посёлка).



Число всех линий может быть меньше пяти, это очевидно. (очень хорошо показано на рисунке).

Но так же нельзя упустить то, что число всех линий может быть и больше пяти.

Например, предположим, что число линий было ровно десять:



Можно утверждать, что среди любых пяти линий (из 10 возможных) есть такие, которые не ведут ни в **М**, ни в **П**. (это линии 1, 2, 3, 4, 5).

Ответ: число всех линий может быть меньше пяти;

если число всех линий не меньше пяти, то среди любых пяти линий найдутся такие, которые не ведут ни в **М**, ни в **П**.

№4 Пусть: x - часовая стрелка,
y - минутная стрелка.

За x часов часовая стрелка повернется, а на $30x°$.
За y минут повернется еще на $\frac{y}{2}°$.

За 1 минуту часовая стрелка поворачивается на $\frac{1}{2}$.
За 1 минуту минутная стрелка поворачивается на $6y$.
Угол между часовой и минутной стрелками равен $2°$ (по условию).
Исходя из этого можно составить уравнение:

$$30x + \frac{y}{2} + \cancel{\frac{1}{2}} - 6y = 2 \quad | \cdot 2$$

$$60x + y - 12y = 4$$

$60x - 11y = 4$, нужно найти наименьшее целое „x", чтобы узнать сколько показывала часовая стрел-ка. т.к. „x" и „y" целые числа, а так же они должны быть наименьшими (по условию), будем подставлять все целые числа „y" начиная от нуля, затем сложим найти наименьшее целое „x".

$x = \frac{4+11y}{60}$

можно заметить, что „x" получит-ся целое и наименьшее толь-ко при $y = 16$.

$y = 16$, $x = \frac{4+11 \cdot 16}{60} = \frac{4+176}{60} = 3$.

числа $x = 3$ и $y = 16$ - удовлетворяют усло-вию задачи (являются наименьшими целы-ми числами).

так как x - это часовая стрелка, мож-но сделать вывод, что на часах было 3 часа после полудня, или 15 часов. ~~или 15 часов.~~

так как y - это минутная стрелка, можно сделать вывод, что на часах было 16 минут.

Значит время, которое показывали часы было — 3 часа 16 минут после полудня или 15 : 16. ~~часов~~

Ответ: 3 часа 16 минут после полудня или 15 : 16. ~~часов.~~

№5. Пусть: S - это сумма, которая есть у Ивана Ивановича.

Банк №1: вложим $S \xrightarrow{\text{получим}} 3S$

Банк №2: вложим $S \xrightarrow{\text{получим}} 2S$

Банк №3: вложим $S \xrightarrow{\text{получим}} 0$

Так как Иван Иванович и мы не знаем какой именно банк разорится, какой удвоит вложения, а какой устроит вложение, а еще и по условию ~~должны~~ должен быть самый плохой ход событий, то я считаю, что сумму S нужно поровну разделить между ~~двумя~~ тремя банками ($\frac{S}{3} = 200\,000$), то есть положить в каждый банк по 200 000 рублей, именно при этом условии Иван Иванович получит максимально возможный доход:

Банк №1 : $2 \cdot \frac{S}{3} = \underline{2 \cdot 200000} = 400\,000$ (р)

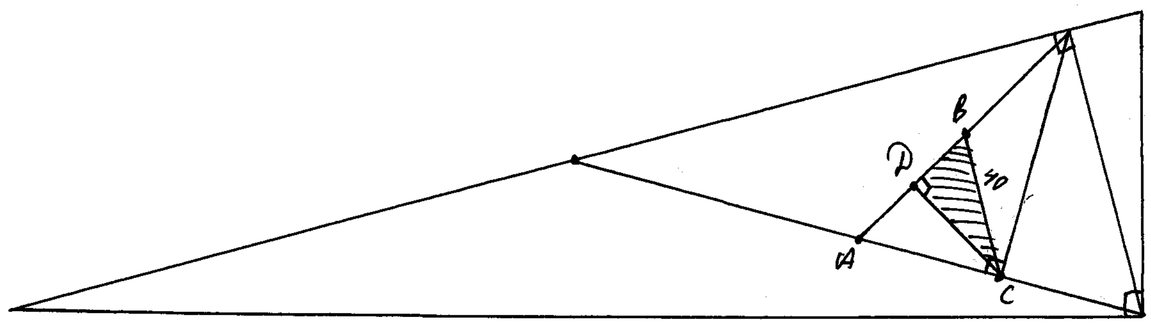
Банк №2 : $3 \cdot \frac{S}{3} = \underline{3 \cdot 200000} = 600\,000$ (р)

Банк №3 : 0

$400\,000 + 600000 = \underline{1000\,000}$ (рублей) — получит Иван Иванович на руки через 1 год.

Ответ: 1 000 000 рублей.

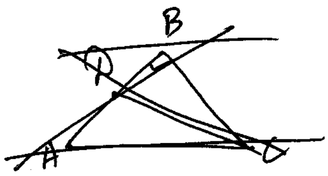
№6.

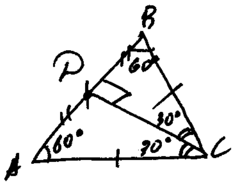


Зная, что медиана делит гипотенузу на 2, а треугольник уменьшен в 5 раз, можно сделать вывод, что его гипотенуза равна $\frac{640}{2^{n-1}}$, $n = 5$ (т.к. треуг-к уменьшился в 5 раз), гипотенуза маленького треугольника равна: $\frac{640}{2^{5-1}} = \frac{640}{2^4} = \frac{640}{16} =$

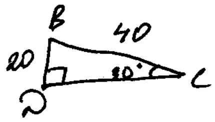
$= \boxed{40 = BC}$.

Так же видно, что $\triangle ABC$ — равносторонний





DC – медиана (по условию).



$BD = \frac{40}{2} = 20$, (т.к. в прямоуг-ом треуг-ке против угла в 30° лежит катет равный половине гипотенузы)

По Т Пиф-ра:

$DC = \sqrt{40^2 - 20^2} = 20\sqrt{3}$

$S_{\Delta DBC} = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{3} \cdot \cancel{20}^{10} = 200\sqrt{3}$

$BC = 40$ – длина алмен-тип-ды 5-го тр-ка.

$S_{\Delta DBC} = 200\sqrt{3}$ – площадь 5-го тр-ка.

Ответ: $BC = 40$;

$S_{\Delta DBC} = 200\sqrt{3}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Д-М7-М-10-023	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** 7101	шифр

ФАМИЛИЯ Панина

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 27.01.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 20.03.2015. (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

	кол. сотруд.	коп. за внут. звон.	коп. за звон. др. сеть
Монолайн.	100	43	129
Громофон	200	X	3X

Доход Г - Доход М > 10.000р.

1) $43 \cdot 99 = 4257$ (коп.) - один сотрудник из Монолайна тратит в день на звонки внутри сети.

2) $129 \cdot 200 = 25800$ (коп) - один сотрудник из Монолайна тратит в день на звонки в другую сеть.

3) $(4257 + 25800) \cdot 100 = 3.005.700$ (коп) - все сотрудники из Монолайна тратят в день, т.е. доход Монолайна ежедневный.

4) $199x$ (коп) - один сотрудник из Громофона тратит ~~на д~~ в день на звонки внутри сети.

5) $300x$ (коп) - один сотр. из Громофона тратит в день на звонки в другую сеть.

6) $(199x + 300x) 200 = 99800$ (коп.) - все сотрудники из Громофона тратят в день, т.е ежедневный доход Громофона.

$998x = 30057 + 10.000$

$998x = 40057$

$x = \frac{40057}{998} = 40\frac{135}{998}$

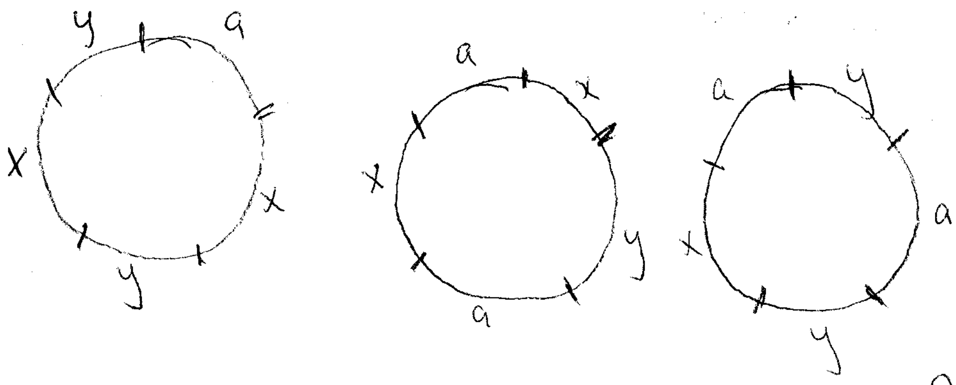
41 копейка стоимость звонка с Громофона внутри сети.

123 копейки стоимость звонка с Громофона в други сети.

Ответ: 41; 123;

Смотреть на другой стороне ⟶

№2.



3 минимальное количество цветов которое можно взять.
3 способами можно покрасить.

Ответ: 3; 3;

№3.

Можно, только если будет 4 ряда и 4 колонки.
Один ряд пустой, в другом 1 подстанция, в другом 3 и в последнем 4, в каждой колонке по 2 подстанции.
Например:

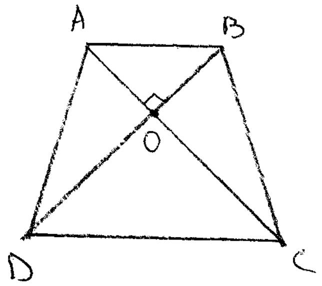
o			
	o	o	o
o	o	o	o

№5.

Всего 15 чисел.
8 делятся на 7.
10 делятся на 11.
Доказать, что есть число больше 220.
$8+10-15=3$ числа делятся и на 7 и на 11.
Самые маленькие первые три числа которые делятся и на 7 и на 11, это 77, 154, 231
$231>220$, значит среди написанных на доске чисел есть число больше 220.

Смотреть на 2 листке.

№7.



Дано:
ABCD – трап.
AB и CD – основ.
AC и BD – диагон.
$AC \perp BD$.

Сравнить:
BC+AD и AB+CD

1) расм. $\triangle BCO$, $\angle BOC = 90°$
$BC = \sqrt{OB^2+OC^2}$

2) расм. $\triangle AOD$, $\angle AOD = 90°$
$AD = \sqrt{AO^2+OD^2}$

3) расм. $\triangle AOB$, $\angle AOB = 90°$
$AB = \sqrt{AO^2+OB^2}$

4) расм. $\triangle COD$, $\angle COD = 90°$
$DC = \sqrt{OC^2+OD^2}$

$$BC + AD = AB + CD$$

$$\sqrt{OB^2+OC^2} + \sqrt{AO^2+OD^2} = \sqrt{AO^2+OB^2} + \sqrt{OC^2+OD^2}$$
$$OB^2+OC^2+AO^2+OD^2 = AO^2+OB^2+OC^2+OD^2$$

№4.

$xyz + \frac{1}{xyz} = a$. $\qquad a = \frac{1+x^2y^2z^2}{xyz}$

$x + \frac{1}{y} = b$. $\qquad b = \frac{1+xy}{y}$

$y + \frac{1}{z} = c$ $\qquad c = \frac{1+yz}{z}$

$z + \frac{1}{x} = ?$

$$\frac{a}{bc} = \frac{(1+x^2y^2z^2)yz}{xyz(1+xy)(1+yz)} = \frac{1+zx}{x} = z + \frac{1}{x}.$$

Ответ: $\frac{a}{bc}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант № 7111	
шифр	Ек М11-3

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Патюкова

ИМЯ Олеся

ОТЧЕСТВО Валерьевна

Дата рождения 7.06.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** II тур

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пат

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЕЛ 11-3

№5. $11+10+9>25$

скорее всего 4 числа (некоторые) делятся на каких-то 2 числа, тогда они должны быть произведением друг с другом (т.к 14 делится на 7 и 2, 15 делится на 5 и 3, 13 - простое)

Тогда что бы какое-то число делилось на оба, оно должно быть получено произведением этих чисел.

Наименьшие из этих произведений такие: $14\cdot15$, $13\cdot15$, $14\cdot13$

Получаем $13\cdot14\cdot2$, что больше 345

Ответ: $26\cdot2=364$ $364>345$ ч.т.д

№1. Монолайн Внутр. сет $100\cdot99\cdot43$

Громофон $200\cdot199\cdot x$ (x – цена)

Вне

М → Г

$100\to200$ по 43

$100\cdot200\cdot43\cdot3$

Гр → М

$200\cdot100\cdot3x$

Доход

Мон. $100\cdot99\cdot43+100\cdot200\cdot129$

Гр $200\cdot199\cdot x+200-100\cdot3x$

$(200\cdot199x+200-100\cdot3x)-(100\cdot99\cdot43+100\cdot200\cdot129)$

$=398x+600x-(99\cdot43+25800)>10000$

$998x-30057>10000$

$998x>40157$

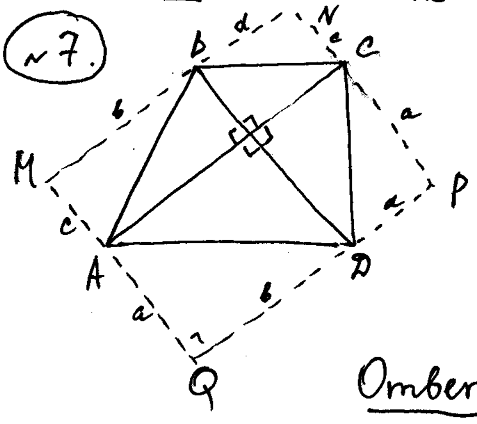
$x>\frac{40157}{998}$

$$\begin{array}{r|l} 40157 & 998 \\ -3992 & 40,\ldots \\ \hline 237 & \end{array}$$

$x>40\Rightarrow 41$ коп..

Ответ: ≈ 41 копейка - стоимость звонка с Громофона

№7.



$BD+BC=a^2+b^2+d^2+c^2$

$AB+CD=c^2+b^2+a^2+d^2\Rightarrow AD+BC=AB+CD$

Ответ: $AD+BC=AB+CD$

(смотреть на обороте)

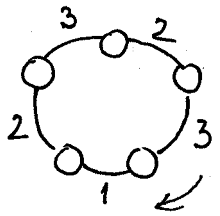
Лист 01 из 01

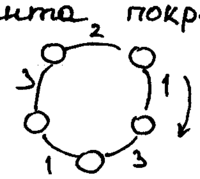
№2) Цвет – №1
Цвет – №2
Цвет – №3

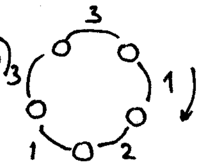
Минимальное число цветов – 3.

$\Downarrow$

3 варианта покраски

1)


2)


3)


если цвет №1 использовать один раз, то остальные используются дважды

13232

- если цвет №1 – 1 раз, остальные дважды

23131

- если цвет №3 – 1 раз, остальные дважды

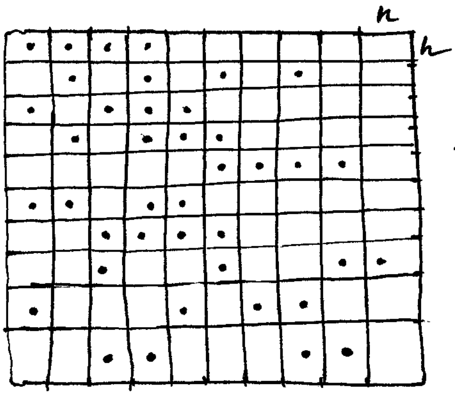
32121

1) Получаем 6 вариантов, если считается что последовательность по часовой стрелке и против – разные

2) Но если можно сдвинуть все краски на одну дугу влево или вправо, то вариантов $6 \cdot 5 = 30$

Ответ: 30 вариантов

№3



Предположим, что дан квадрат 10×10. При заполнении каждого ряда в произвольном порядке, получаем различные значения в столбце

$\frac{10}{4} = 2,5$ $\quad \frac{n}{2,5}$ – число подстановок для того, чтобы их кол-во в каждом столбце было разное.

Ответ: $\frac{n}{2,5}$

№6 $-1 \le \cos\alpha \le 1$, то $\quad 0 \le \cos^2\alpha \le 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1$ (т.к. cos – целое число)

$[\cos^2(2+3^x)] \ge \frac{3^x}{2}$

$0 < \frac{3^x}{2} \le 1 \quad \Rightarrow \quad 0 < x \le \log_3 2$

Ответ: $x \in (0; \log_3 2]$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Екм 11-9	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7111	шифр

ФАМИЛИЯ ПЕПЕЛЯЕВА

ИМЯ АЛЕНА

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВНА

Дата рождения 18.01.1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** II

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

5.) Т.к. $9+10+11=30$ $30-25=5$ => 5 чисел или более чисел должны делиться как минимум на 2 числа из 13, 14, 15. => они должны быть произведением друг с другом. (13 – простое число; 14 : 7, 14 : 2; 15 : 5, 15 : 3) Тогда, чтобы число делилось на оба, оно должно быть получено перемножением этих чисел. Три минимальных:

1) $13 \cdot 14 = 182$
2) $13 \cdot 15 = 195$
3) $14 \cdot 15 = 210$

Далее минимальное $13 \cdot 14 \cdot 2 = 364$. $364 > 345$ ч.т.д.

1.) Пусть x – стоимость звонка Громофона, тогда
ежедневный доход Монолайна – $100 \cdot 99 \cdot 43 + 100 \cdot 200 \cdot 129$
ежедневный доход Громофона – $200 \cdot 199 \cdot x + 200 \cdot 100 \cdot 3x$
Решим уравнение:

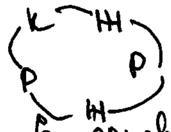
$$\cancel{100 \cdot 99 \cdot 0{,}43 + 100 \cdot 200 \cdot 3x + 10000 = 200 \cdot 199 \cdot x + 200 \cdot 100 \cdot 0{,}43 \cdot 3}$$

$$(200 \cdot 199x + 200 \cdot 100 \cdot 3x) - (100 \cdot 99 \cdot 43 + 100 \cdot 200 \cdot 129) = 398x + 600x - (99 \cdot 43 + 25\,800)$$

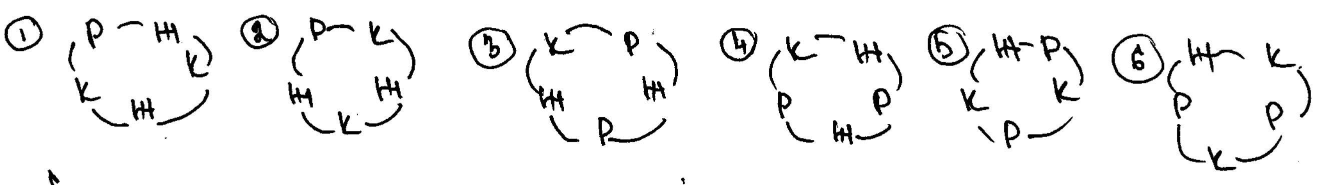
$$998x - 30\,057 > 10000$$
$$998x > 40157$$
$$x > \frac{40157}{998}$$
$$x > 40{,}\ldots \Rightarrow \approx 41 \text{ коп.}$$

$$\begin{array}{r|l} 40\,157 & 998 \\ -2994 & 40,\ldots \\ \hline 217 & \end{array}$$

Ответ: 41коп – стоимость звонка с Громофона.

2. Методом составления модели, получаем три минимальных числа цветов. Например:  (красный, желтый, розовый).

Исходя из этого, получаем 6 основных моделей расположения цветов:



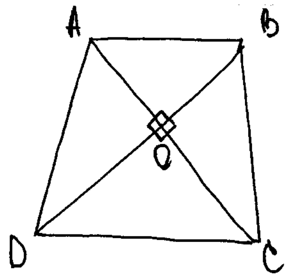
Если каждую из этих моделей можно изменять, двигая цвета по часовой или против часовой стрелке, то получаем:

6 (число моделей) × 5 (число позиций) = 30 (вариантов)

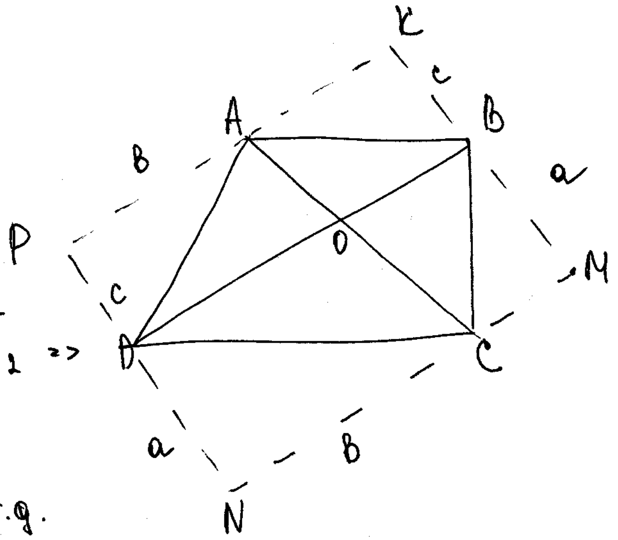
Ответ: 3 – минимальное число цветов,
30 способов.

смотри на обороте →

(7)



Достроим до прямоугольника:



Решение:

$$\begin{cases} DC + AB = a^2 + b^2 + d^2 + c^2 \\ AD + BC = c^2 + b^2 + a^2 + d^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{AB + DC = AD + BC}$$ ч.т.д.

(3). Допустим, что у нас квадрат 10×10. При заполнении каждого ряда по 4 станции в случайном порядке, можно добиться в каждом столбце разные значения $\Rightarrow$ ответ на данную задачу положительный.

Условие: количество заполняемых клеток в ряду равно $\frac{n}{2,5}$.

Так мы получим оптимальное число подстанций, чтобы их количество в каждом столбце было разное.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	шифр: 13ЖМ11

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПЕРЕВАЛОВА

ИМЯ ОКСАНА

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВНА

Дата рождения 25.09.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

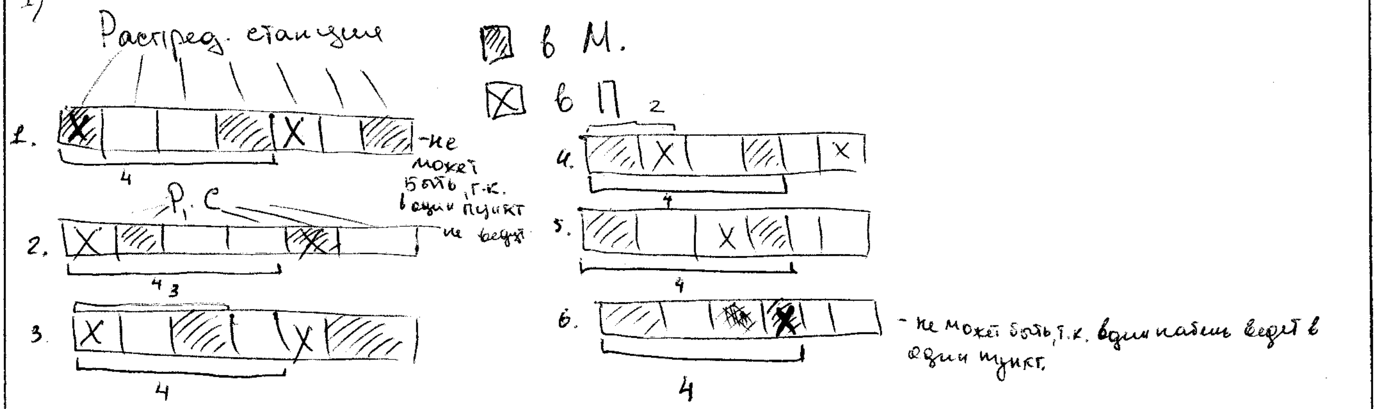
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 13ЖМ11

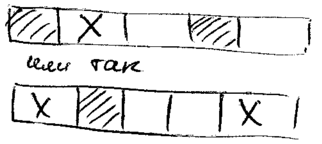
1)



Да может: 4. ~~Можно подобрать пример, когда ...~~

Но меньше 4 - нет.

Если линий всего 4, то одна из них ведет точно в П, а две други в М ⇒ одна линия будет вести или в М или в П. А если брать 5 линий, то в лучшем случае



2.

$\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x$ - целые числа

$\operatorname{tg} x = 0$ $\quad x_1 = \pi k$ - отсюда: $\operatorname{tg} 2x = 0$ $\quad x_2 = \frac{\pi k}{2}$

$\operatorname{tg} x = 1$ $\quad x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k$ $\quad \operatorname{tg} 2x = 1$ $\quad x_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$

$\operatorname{tg} x = -1$ $\quad x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi k$ $\quad \operatorname{tg} 2x = -1$ $\quad x_2 = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$, отсюда ⇒

1. $\operatorname{tg} 2x_1 = \operatorname{tg}(2\pi k) = 0$ - целое число.
2. $\operatorname{tg} 2x_1 = \operatorname{tg}\left(2\cdot\left(\frac{\pi}{4}+\pi k\right)\right) = \operatorname{tg}\frac{2\pi}{4} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$ - не сущ.
3. $\operatorname{tg} 2x_1 = \operatorname{tg}\left(2\cdot\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \operatorname{tg} -\frac{\pi}{2}$ - не сущ.

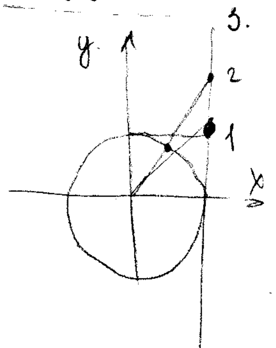
⇒ 1. $\operatorname{tg} x_2 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi k}{2}\right)$, существует при $k=0$ ⇒ $\operatorname{tg} 0 = 0$ - целое число.

2. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}\right)$ - не целое

3. $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ - не целое.

$\operatorname{tg} x = 2$

$x = \operatorname{arctg} 2$ коорд. $x' = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $y' = \frac{2\sqrt{5}}{5}$



$\operatorname{tg}(2\operatorname{arctg} 2)$ - число не целое

$\operatorname{tg} 2x = 2$

$2x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k$

$x = \frac{\operatorname{arctg} 2}{2} + \frac{\pi k}{2}$

$\operatorname{tg}\left(\frac{\operatorname{arctg} 2}{2}\right)$ - число не целое ⇒ подходит по условию только $\operatorname{tg}(0) = 0$ - число целое и $\operatorname{tg}(2\cdot 0) = 0$, также число целое ⇒ $x = \pi k$, а

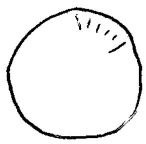
$2015^{\operatorname{tg} x} = 1$, если $x = \pi k$ всегда

Ответ: $x = \pi k,\ k \in Z$; $2015^{\operatorname{tg} x} = 1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 71/2 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 13ЖМ11

4. $360^\circ - 60$ мин $\Rightarrow$
$6^\circ - 1$ мин
$360^\circ - 12$ч
$30^\circ - 1$ч



1 дел $= 6^\circ$

$2^\circ = \frac{1}{3}$ дел.

$60:5 = 12$ мин каждые 12 мин. часовая стрелка сдвигается на 6°, т.е. на одно деление $\Rightarrow$

$V_{ч. стрелки} = \frac{1}{12}$ дел/мин, а минутной стрелки $\frac{1}{1}$ дел/мин.

Путь, который нужно пройти $= S + \frac{1}{3}$, где S - кол-во делений от ч. стрелки, до минутной. По принципу Галилея: $V_{отн} = V_{ч.с} + V_{м.с.} = \frac{1}{12} + \frac{1}{1} = \frac{13}{12}$ $\frac{дел}{мин}$.

$t = \left(S + \frac{1}{3}\right) : \frac{13}{12} = \left(S + \frac{1}{3}\right) \times \frac{12}{13}$ - целое число, но и S - тоже целое.

$t = \frac{12S}{13} + \frac{4}{13}$ - целое число. $\Rightarrow$ $12S + 4 \vdots 13$,

Часовая стрелка, чтобы пройти $\frac{1}{3}$ деление нужно 4 мин.

S должно иметь остаток при дел. на 13 равный 4 $\Rightarrow$ $\frac{4}{13}$ ост $= 4$, если $S = 4$, тогда

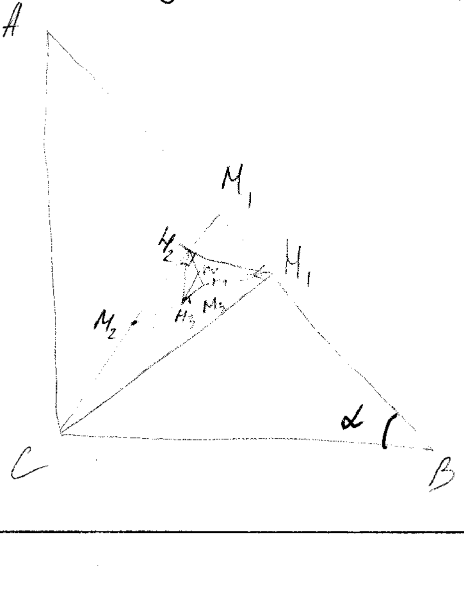
$12 \cdot 4 + 4 = 52$ и $52 \vdots 13$ $52 : 13 = 4$, но если $S = 4$, это не час $\Rightarrow$ не подходит.

тогда $S = 17$ $12 \cdot 17 + 4 = 168$ $168 : 13 = 16$ $\Rightarrow$ должно пройти 16 мин., а расстояние должно равняться 17 делениям. 15 делений - это 3 часа, н.т.к. мы брали $V_{отн}$, то часовая стрелка пройдет $\frac{16}{12}$ деления, а минутная 16, т.е.

Это 3 часа и 16 мин.

5. Если класть в банки разные части, то не известно в какой банк какая попадет логичнее всего разделить сумму на равные части и вложить в каждый банк, тогда не важно какой из них потом окажется и мы получим 1.000.000 руб. если оставлять часть дома, то эти $\frac{5}{3}$ дохода будут уменьшаться и поэтому нужно в каждый банк положить 200.000 руб.

6.



Дано:
$\triangle ABC$ прямоуг.
$\angle \alpha = \frac{4\pi}{24}$
$AB = 640$ м.
Найти:
$S_{\triangle H_5 M_5 H_4}$

Рассм. ΔABC

Пусть

$AC = b$; $AB = c$; $CB = a$

$\frac{a}{c} = \cos\alpha$ $\quad \frac{b}{c} = \sin\alpha$

$a = c\cdot\cos\alpha \quad b = c\cdot\sin\alpha$

$S_{ABC} = \frac{1}{4}c^2\cdot\sin 2\alpha$

$\Delta CH_1B \sim \Delta ABC$ ($\angle\alpha$ - общ; $90°$)

$\frac{CH_1}{AC} = \frac{H_1B}{CB} = \frac{CB}{AB}$

$\frac{H_1B}{CB} = \frac{CB}{AB} \Rightarrow H_1B = \frac{a^2}{c} = \frac{c^{\cancel{2}}\cdot\cos^2\alpha}{\cancel{c}} = c\cos^2\alpha = c\cdot\frac{1+\cos 2\alpha}{2} = \frac{c}{2} + \frac{c\cdot\cos 2\alpha}{2}$

$\frac{CH_1}{AC} = \frac{CB}{AB} \Rightarrow CH_1 = \frac{c^{\cancel{2}}\sin 2\alpha}{\cancel{c}} = c\cdot\sin 2\alpha$

$M_1H_1 = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}c - \frac{c\cos 2\alpha}{2} = \frac{c\cos 2\alpha}{2}$

$S_{M_1H_1C} = \frac{1}{2}c\cdot\frac{\cos 2\alpha}{2}\cdot\frac{c\sin 2\alpha}{2} = \frac{1}{8}c^2\cdot\frac{1}{2}\sin 4\alpha = \frac{1}{16}c^2\cdot\sin 4\alpha$

для второго $\sin 2^2\alpha$ $\qquad$ для второго треуг. $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$

для третьего $\sin 2^3\alpha$ $\qquad$ для третьего $\frac{1}{2^6}$

для четвертого $\sin 2^4\alpha$ $\qquad$ для четв. $\frac{1}{2^8}$

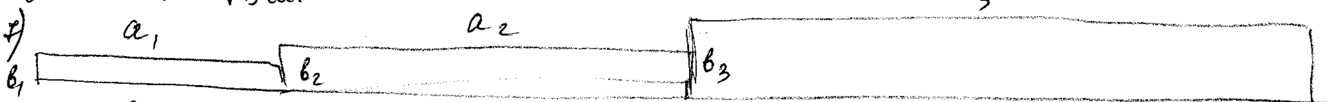
для пятого $\sin 2^5\alpha = \sin 32\alpha$ $\qquad$ для пят $\frac{1}{2^{10}}$

$S_{M_5H_5H_4} = \frac{1}{2^{10}}\cdot c^2\cdot\sin 32\alpha = \frac{640^2}{2^{10}}\cdot\sin\frac{\cancel{32}^{4}\cdot 11\pi}{\cancel{24}_{3}} = \frac{(2^7\cdot 5)^2}{2^{10}}\cdot\sin\left(14\pi + \frac{2\pi}{3}\right) =$

$= \frac{2^{\cancel{14}\,3}\cdot 5^2}{\cancel{2^{10}}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 8\cdot 25\cdot\sqrt{3} = 200\sqrt{3}$ м²

Ответ: $200\sqrt{3}$ м.

7)



$a_1\cdot b_1 = 15 \qquad a_2\cdot b_2 = 60 \qquad a_3\cdot b_3 = 180$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30 \quad a_1 + d = 10 \Rightarrow a_2 = 10 \Rightarrow a_1 = 5;\ a_3 = 15.$

$5\cdot b_1 = 15 \qquad 10\cdot b_2 = 60 \qquad 15\cdot b_3 = 180$

$b_1 = 3 \qquad b_2 = 6 \qquad b_3 = 12$

$b_1; b_2; b_3$ - геом. прогрессия с разностью $q = 2$.

Ответ:

	первого	второго	третьего
длина:	5	10	15
высота:	3	6	12.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	шифр: 11Я232М10

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7111

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Айаал

ОТЧЕСТВО Прокопьевич

Дата рождения 06.08.97 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Петр

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 11Я232М10

№1

х - цена ~~то~~ звонка ~~на~~ в сети „грамофон"   10 тыс руб = 10^6 копеек

$$1000000+100\cdot 99\cdot 43+100\cdot 200\cdot 43\cdot 3<200\cdot 199x+200\cdot 100\cdot x\cdot 3$$

$$4005700<99800x$$

$$\begin{cases} x>\approx 40{,}1 \\ x<43 \end{cases}$$ х - целое

$\Rightarrow x=41$ или 42

Ответ: 41 копейка или 42 копейки

№2

Одного цвета не хватет, элементарно. Двух цветов не хватает, т.к. при любом варианте раскраски четырёх дуг у пятой дуги „соседи" будут разных цветов и ~~ему~~ ~~у него~~ у неё не остаётся вариантов раскраски.

Три цвета хватает (у пятой дуги появляется вариант).

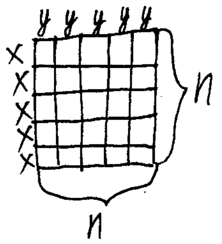
Минимальное число цветов = 3 цвета

Кол-во способов $=3\cdot 2\cdot 2+3\cdot 2\cdot 2+1=12+12+1=$ 25 вариантов

№3

х - кол-во подстанций в ряду

у - кол-во подстанций в колонке



подстанций не может быть больше чем квадратов

$0\le x\le n \quad 0\le y\le n$

$n+n=2n$ — кол-во y и x   y и x не повторяются

от 0 до n = $n+1$ — кол-во вариантов x и y

$2n \cancel{\le} n+1$ $2n>n+1$ n - натуральное

$n\le 1$ не подходит $\Rightarrow$ Не может не совпадать

№4

$$\begin{cases} 2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a \\ 2^x+(0,5)^y=b \\ 2^y+(0,5)^z=c \end{cases}$$

$2^z+(0,5)^x=d$ — неизвестная d нужно найти

$b\cdot c=2^{x+y}+2^{y-y}+2^{x-z}+0,5^{-y+z}=2^{x+y}+1+2^{x-z}-0,5^{-y+z}$

$b\cdot c\cdot d=(2^{x+y}+1+2^{x-z}+0,5^{-y+z})(2^z+0,5^{x})=2^{x+y+z}+2^z+2^x+2^y+0,5^{x}+0,5^y+0,5^z+0,5^{x+y+z}$

$b\cdot c\cdot d-a=2^z+2^x+2^y+0,5^y+0,5^x+0,5^z$

$2^z+0,5^{x}=bcd-a-b-c=d$

$d(bc-1)=a+b+c$

$d=\frac{a+b+c}{bc-1}$

№5

найдём наименьшие общие кратные (НОК)

$9+10+11=30$ делимых 25 чисел $30-25=5$ общих делителей.

$\left.\begin{matrix}13\\14\end{matrix}\right\}$ 182, 364 среди них не найдётся 5 чисел <345

$\left.\begin{matrix}14\\15\end{matrix}\right\}$ 210, 420 $\Rightarrow$ среди них есть числа >345 ч.т.д

$\left.\begin{matrix}13\\15\end{matrix}\right\}$ 195, 390

№6

$\cos(f(x))\in[-1;1]$ $\cos^2(f(x))\in[0;1]$ все целые числа от 0 до 1 это 1 и 0

$[\cos^2(2+3^x)]\geq\frac{3^x}{2}$ $x=\log_3((\pi-2)+\pi n)$ где $n=0$ или натур. число

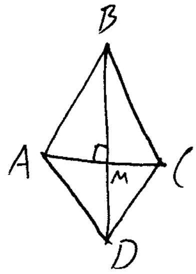
$x_1=\log_3(\pi-2)$ $\Rightarrow 1\geq\frac{\pi-2}{2}$ подходит

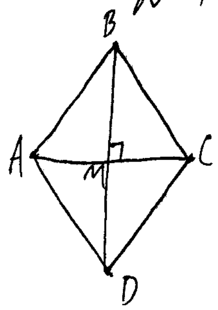
$x_2=\log_3(2\pi-2)$ $\Rightarrow 1\geq\frac{2\pi-2}{2}$ не подходит

$\frac{3^x}{2}=y$ — возрастающая ф-я и $\frac{3^x}{2}>0$ а $[\cos^2(2+3^x)]=0$ или 1

$\Rightarrow x=\log_3(\pi-2)$

№7





дано: ABCD – трапеция

$BD \perp AC$

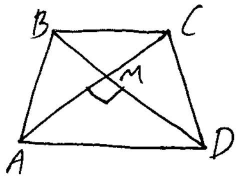
найти: $(BC+AD):(AB+CD)$

решение: $S_{\Delta ACD} = MD \cdot AC/2$

$S_{\Delta ABC} = BM \cdot AC/2$

$S_{ABCD} = BD \cdot AC/2 = S_{ABC} + S_{ACD}$

$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = AM \cdot BD/2 + MC \cdot BD/2$



$CD^2 = CM^2 + MD^2$ $AB^2 = BM^2 + AM^2$

$AB = CD$

$\underline{AB + CD = BC + AD}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	шифр: 10 Я 340 М 11

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Петров

ИМЯ Василий

ОТЧЕСТВО Петрович

Дата рождения 08.05.1998 **Класс:** 10А

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 109340МИ

①

Название	кол-во сотр-в	стоимость звонка	
		внутрисетевой	другая сеть
Монолайн	100	43 коп	129 коп
Грамофон	200	x коп	3x коп

$x < 43$ коп : ОДЗ

Найти x?

сотрудники-пользователи сети!!!

Название	затраты на 1 сотрудника			доход компании
	своей сети	другой сети	общая затрата	
Монолайн	4257 коп	25800 коп.	30057 коп	$y = 30057$ р
Грамофон	$199x$ коп	$300x$ коп	$499x$ коп.	$y + 10000$ р.

Начнем заполнять таблицу:

Каждый сотрудник звонит (100 - 1) сотруднику своей сети (Монолайн). Посчитаем затраты 1 сотрудника Монолайн на свои сети: 99 сотр · 43 коп = 4257 коп; затраты на сотрудников (200) Грамофон: 200 сотр · 129 коп = 25800 коп.

Общая затрата = 25800 + 4257 = 30057 коп.

Аналогично посчитаем затраты 1 пользователя сети Грамофон: свои = $199 \cdot x$ коп; другие = $100 \cdot 3x$ коп;

Общая затрата = $199x + 300x = 499x$ коп.

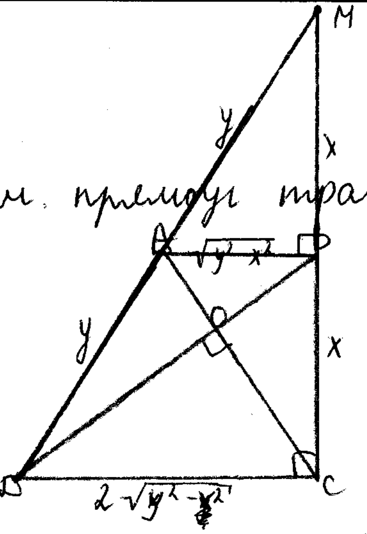
Опять же вернемся к сети Монолайн: посчитаем прибыль компании: 100 сотр · 30057 коп = 3005700 коп, т.е. доход составляет 30057 р => доход Грамофона составляет 40057 р = 4005700 коп. Поделим доход на кол-во пользователей сети Грамофон => 4005700 : 200 = = 20028,5 коп - общая затрата 1го сотрудника (Грамофон)

$499x = 20028{,}5 \Rightarrow x = 20028{,}5 : 499 \approx 40{,}13$ коп.

Т.к. в условии сказано что $x < 43$ коп и x - целое число, то $x = 40$ коп., а на другие сети - 120 коп

Ответ: $x = 40$ коп. - внутрисетевые

$3x = 120$ коп - на другую сеть



⑦ Рассм. прямоуг трапецию:

Дано: $ABCD$ – прямоуг. трап.
AB, CD – основание
AC, BD – диагонали
$(\widehat{AC, BD}) = 90^\circ \Leftrightarrow \angle AOB = 90^\circ$
$AB \parallel CD$
$BC \perp DC$

$BC + AD \vee AB + CD = ?$

Достроим трапецию до прямоуг-а Δ. так чтобы продолжение DA и CB пересекались в точке M. $\Delta MCD \sim \Delta MBA$ по прямому углу и стороне AB ~~и еще AB является~~ $MB = BC \Rightarrow$ $\Rightarrow AM = AD$. BC возьмем как x, тогда MB тоже x; $AD = y$; $AM = y$

Рассм ΔMCD: Δ – прямоуг; найдем катет CD по т. Пифагора:
$CD^2 + MC^2 = MD^2 \Rightarrow CD^2 = MD^2 - MC^2 = 4y^2 - 4x^2 = 4(y^2 - x^2) \Rightarrow CD = 2\sqrt{y^2 - x^2}$

Теперь рассм ΔMBA: Δ – прямоуг; найдем катет AB по т. Пифагора:
$AB^2 + MB^2 = AM^2 \Rightarrow AB^2 = AM^2 - MB^2 = y^2 - x^2 \Rightarrow AB = \sqrt{y^2 - x^2}$.

Сравнивая CD и AB, видим что коэффициент подобия треугольников равен 2.

$BC + AD \vee AB + CD$ $\qquad x + y \vee \sqrt{y^2 - x^2} + 2\sqrt{y^2 - x^2}$

Все возведем в квадрат: $\quad x^2 + 2xy + y^2 \vee y^2 - x^2 + 4y^2 - 4x^2$

$x^2 + 2xy + y^2 \vee 5y^2 - 5x^2$

$x^2 + 2xy + y^2 \vee 5(y - x)(x + y)$

Для проверки подставим произвольные значения:

$x = 2$
$y = 3$

$4 + 12 + 9 \vee 5 \cdot 1 \cdot 5$
$25 \vee 25$
$25 = 25$

$x^2 + 2xy + y^2 = 5y^2 - 5x^2$

$6x^2 + 2xy = 4y^2 \quad / : 2$

$\underset{a}{3}x^2 + x\underset{b}{y} \underset{c}{- 2y^2} = 0 \qquad D = y^2 - (4 \cdot 3 \cdot -2y^2) = 25y^2 = (5y)^2$

$x_{1,2} = \frac{-y \pm 5y}{6} \Rightarrow \frac{-6y}{6} = -y$

$\frac{4y}{6} = \frac{2y}{3}$

$\left(x - \frac{2y}{3}\right)(x + y) = 0$

пусть $x = 4$, $y = 6$ $\Rightarrow \left(4 - \frac{2 \cdot 6}{3}\right) \cdot (4 + 6) = 0$

$0 \cdot 10 = 0$
$0 = 0$ $\qquad$ Что и требовалось док-ть

Ответ: $BC + AD = AB + CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 10 Я 840 М 11

⑤ 15 чисел — 8 чисел : 7
— 10 чисел : 11

Имеется число большее 220?

В условии не сказано что одно число имеет только один делитель: 10+8 чисел ≠ 15 чисел, поэтому имеется как минимум одно число делящееся на 7 и на 11 одновременно. Наименьшее число которое делится и на 7 и на 11 это число 7·11 = 77. ~~+77 = 7731~~
Следующее число будет ~~231~~ 154. ~~т.е. 77 → 231~~ 154,
~~поэтому при~~ $x = 77$, ~~231~~ 154 $= x + \cancel{2}x = \cancel{3}2x$. В итоге получаем формулу $77k$ ~~+2k~~, где k – число, начиная с 0, для нахождения чисел с 2 НОД (7 и 11). ~~Для следующего числа: 231 + 3x, где x = 77.~~ Теперь надо рассмотреть какое кол-во таких чисел необходимо:

делители ⑦ 7 чисел - обычн, 1 число - особен } 8 чисел
⑪ 9 чисел - обычн, 1 число - особен } 10 чисел

Всего должно быть 15 чисел: 7 + 9 = 16 обычн + 1 особен (считается только 1 раз) = 17 => 15 ≠ 17. т.е. особенных чисел не 1! Если особенных чисел 2?

$\underset{\text{кол-во обыч 7 делитель}}{(8-2)} + \underset{\text{кол-во обычн 11 делитель}}{(10-2)} + 2 = 15$ $6+8+2 = 15$ $16 \neq 15$

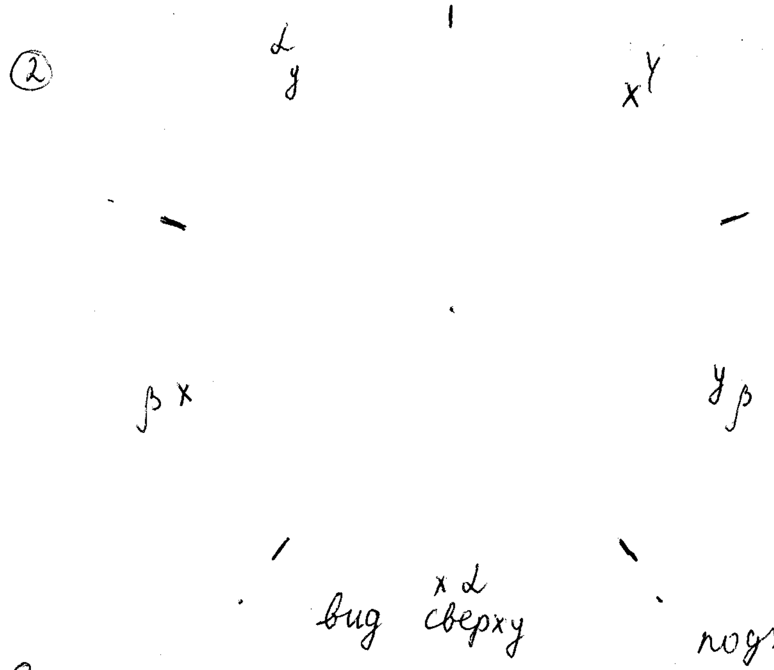
$8 \cancel{- x} + 10 - x \cancel{+ x} = 15$, где x – кол-во особенных чисел

$18 - x = 15$
$18 - 15 = x$
$3 = x$

т.е. особенных чисел – 3.
Начиная с малого – 77
Второе число – 77·2 = 154
Третье число – 154+77 = 231

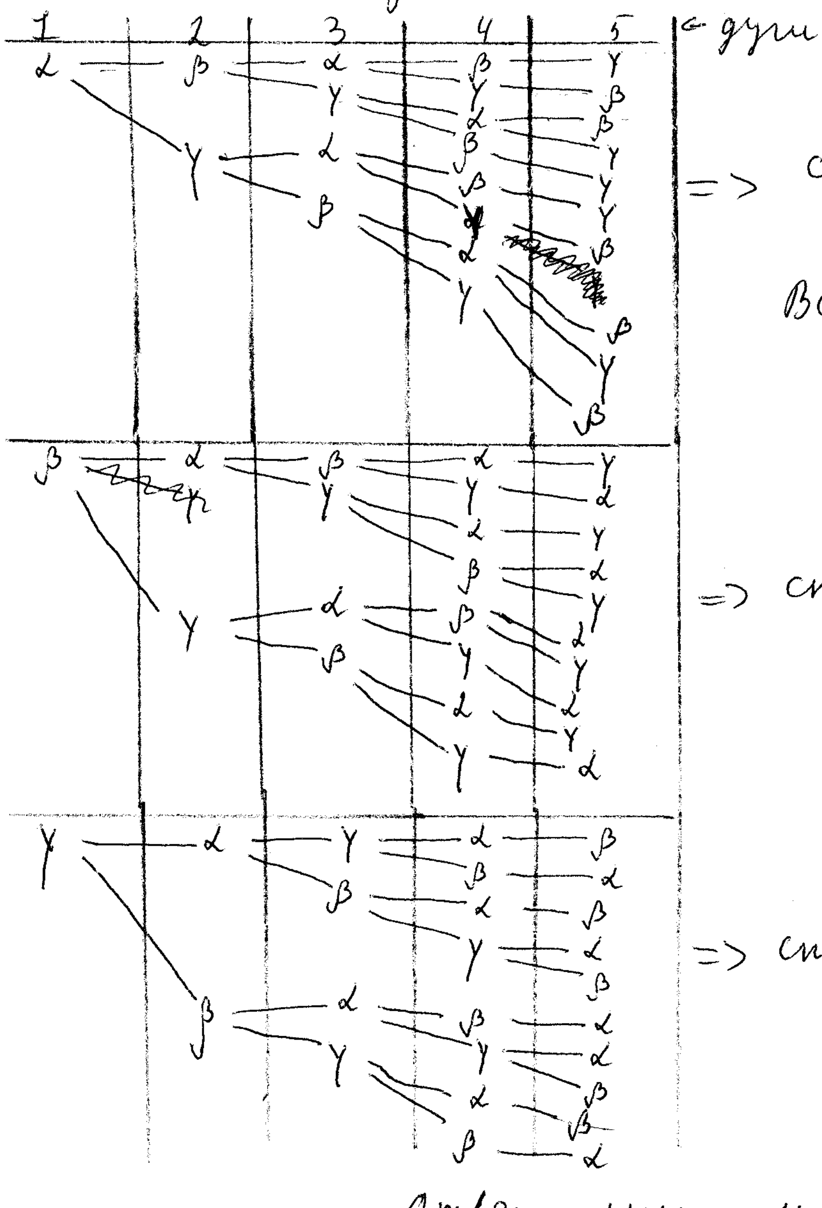
Вопрос был такой: доказать что среди 15 чисел есть число, большее 220. Ответ: есть, и это число 231 – одновременно делится и на 7, и на 11.

②



имеется 5 столб.
Допустим цветов всего 2: x и y. Тогда ставим последовательно на дуги x и y. Как видно в нижней части соседние дуги имеют одинаковые цвета, что противоречит условию. Получается что данный вариант не подходит.
Допустим цветов 3: α, β, γ. Как видно, данный способ подходит но вариантов несколько.

Сделаем схемку:



=> способов при $1 = \alpha$ − 10

⇓

Всего способов (учитывая что $1 = \beta$ и $1 = \gamma$) =

= ~~11·3 = 33~~
$10 \cdot 3 = 30$

=> способов при $1 = \beta$ − 10

=> способов при $1 = \gamma$ − 10

Ответ: миним. число цветов − 3
способов − 30

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	16 ЖМ 11
Вариант № 7112	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПЕТРУСЕВИЧ

ИМЯ МАРГАРИТА

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВНА

Дата рождения 08.07.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 16 ЖМ 11

Задание №1.

Дано:
Среди 3 1 линия ведет в М. => ~~вероятность того, что одна~~ $\frac{1}{3}$ всех линий ведут в М

Среди любых 4 линий 1 ведет в П => $\frac{1}{4}$ всех линий ведет в П.

Если число всех линий <5, то

1) если линий 4, то $\frac{1}{3}\cdot 4$, 2 линии ведут в М и $\frac{1}{4}\cdot 4$, 1 линия ведет в П.

Тогда есть 1 линия, ведущая не в М. и не в П.

2) Рассуждая подобным образом,

при кол-ве линий =3.

1 ведет в М, 1 ведет в П; 1 не в М и не в П.

при кол-ве линий =2, 1 ведет в П и 1 ведет в М.

при кол-ве линий =1 такой ситуации не может быть, т.к. по крайней мере должна быть 1 линия, ведущая в М, и одна линия, ведущая в П.

Если число линий больше/=5, то

Из любых пяти линий $\frac{1}{3}\cdot 5$, т.е. 2 линии ведут в М, $\frac{1}{4}\cdot 5$, т.е. 2 линии ведут в П.

То есть существует по крайней мере 5−4=1 линия, ведущая не в М и не в П.

Задание №2.

$tg x$ и $tg 2x \in Z$

Целые значения для $tg x \in Z$ множеству из цифр 1; −1 и 0

Тогда значения x задаются сериями где $n \in Z$

для $tg x$

$x_1 = 2\pi n$

$x_2 = \pi n$

$x_3 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n$

для $tg 2x$

$2x_1 = 4\pi n$

$2x_2 = 2\pi n$

$2x_3 = \frac{\pi}{2} + 4\pi n$, но в этой серии $tg 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$, где $\cos 2x = 0$ => $tg 2x$ не существует здесь

Задание №2 (продолжение)

Тогда для значений x справедливы только серии $x = 2\pi n$, $x = \pi n$, где $n \in Z$

1). $2015^{tg x} = 2015^{2\pi n} = 2015^0 = 1$

2) $2015^{tg x} = 2015^{\pi n} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1.

Задание №3.

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases}$

По определению

$-1 \leq \sin y \leq 1 \quad -1 \leq \sin x \leq 1$

При данных значениях синусов.

$-\frac{\pi}{3} < \arcsin x < \frac{\pi}{3} \quad -\frac{\pi}{3} < \arcsin y < \frac{\pi}{3}$

$\begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases}$ и $\begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$

Задание №4

В целом циферблат составляет $360°$. За каждую минуту минутная стрелка отклоняется на $6°$ от первоначального положения, а часовая $\frac{30°}{60 min} = 0{,}5°$ от первоначального положения. Тогда при кол-ве пройденных минут (X) $X < 60 min$ верно, что $6° x - 0{,}5° x = 2°$, однако $x = \frac{4}{11}$ - нецелое. Заметим, что часовая стрелка каждый новый час начинает проходить из положения, которое она заняла во время прошлого часа. Минутная же

каждый час начинает отходить из начального положения (12 часов).
Таким образом общее число пройденных часовой стрелкой минут будет складываться из пройденного до текущего часа и $0{,}5X$ (где X - кол-во минут, пройденных за текущий час).
Тогда верно: $6X$ - кол-во градусов, пройден часовой стрелкой до текущего часа $-0{,}5X = 2°$

Заметим, что $2°$ + кол-во градусов, пройденное часовой до текущего часа делится без остатка на $11°$.

Часовая проходит	1ч	2ч	3ч	4ч	5ч	6ч	7ч	8ч
за	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°...

Первое кол-во, делящееся без остатка на $11 = 242°$ (после полудня)

Тогда $6X - 0{,}5X - 240° = 2°$ $5{,}5X = 242$ $X = 44$ минуты

Итого прошло 8 часов 44 минуты.
Ответ: 8 часов 44 минуты или 20:44. (вечера).

Задание №5.
1). Вкладывать нужно во все 3 банка причем равные суммы, поскольку заранее неизвестно, какой именно принесёт доход, а какой разорится.
2). Нет смысла оставлять все деньги дома или хоть какую-либо сумму, поскольку даже в самом худшем исходе (при условии максимизации дохода), вложив равные суммы в 3 банка, вкладчик получит больше, чем без открытия вкладов.
Рассмотрим пример, Пусть в 1 случае он оставляет дома 300 тыс, во II 150 тыс, тогда в I случае деньги на руках ~~доход~~

Задание №5. (продолжение)

составит $300.000 + 100.000 \cdot 2 + 100.000 \cdot 3 + 100.000 \cdot 0 = 8.000.000$

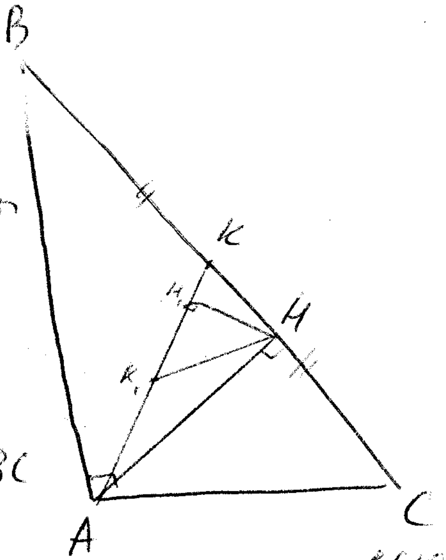
во II случае $150.000 + 2 \cdot 150$тыс $+ 3 \cdot 150$тыс $+ 0 \cdot 150$тыс $= 900.000$.

Видим, чем меньше денег оставляем дома, тем больше конечная сумма на руках.

Тогда max сумма $= 200$тыс$\cdot 2 + 200$тыс$\cdot 3 + 200$тыс$\cdot 0 = 1.000.000$

Ответ: 1.000.000.

Задание №6



① По св-ву медианы прямоугольного треугольника AK (медиана) $= \frac{1}{2}$ гипотенузы

$\Rightarrow AK = \frac{1}{2} BC = \frac{640}{2} = 320$

В каждом новом треугольнике проведенная медиана будет гипотенузой для следующего треугольника. (так медиана в ΔABC - гипотенуза для ΔAKH)

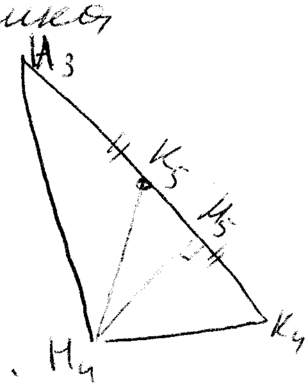
Поэтому гипотенуза 5-го треугольника $= \frac{640}{16} = 40$ м.

② По условию угол $\alpha = \frac{11}{24}\pi$, тогда $\beta = 180 - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

т.к. $AK = KC$ (по св-ву медианы), то $\angle KAC = \angle KCA = \frac{11\pi}{24}$

$\Rightarrow \angle AKC = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$, а $\angle KAH = \frac{5\pi}{12}$. Рассуждая таким же образом

острые углы 3-го треугольника равны $\pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$. Острые углы 4-го треугольника равны по $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$. Острые углы 5-го треугольника равны по $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$.



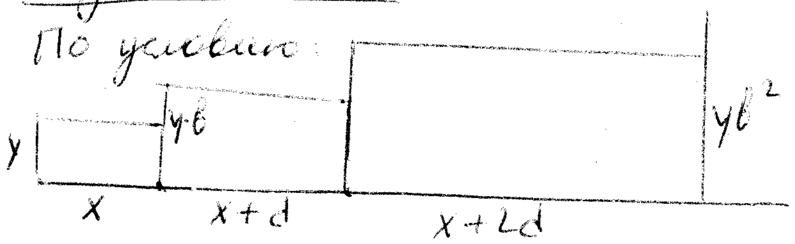
$S_\Delta = \frac{1}{2} K_5H_4 \cdot K_5H_5 \cdot \sin\angle H_4K_5H_5$. Из найденного $\angle K_5H_4H_5 = \frac{\pi}{6}$. $K_5H_5 = \frac{1}{2} H_4K_5$ (катет, лежащий против угла в $30°$) $K_5H_5 = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20$.

$S_{\Delta_5} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 40 \cdot \sin\frac{\pi}{3} = 200\sqrt{3}$

Ответ: 40м; $200\sqrt{3}$ м^2.

Задание №7

По условию:



x – длина I

y – высота I

Тогда:

$$\begin{cases} yx=15 \rightarrow y=\frac{15}{x} \\ (x+d)yb=60 \rightarrow (10-x+x)\cdot\frac{15}{x}\cdot b=60 \rightarrow b=\frac{2x}{5} \\ (x+2d)yb^2=180 \\ 3x+3d=30 \rightarrow x+d=10 \quad d=10-x \end{cases}$$

Из 3-его $(x+20-2x)\cdot\frac{15}{x}\cdot\frac{4x^2}{25}=180 \quad 12x-240+900=0$

$x^2-20x+75=0$

$k=-10$

$D_1=100-75=25$

$x=\frac{10\pm5}{1}$

$x_1=5$

$y_1=\frac{15}{5}=3$

$d_1=5$

$b_1=\frac{2\cdot5}{5}=2$

$x_2=15$

$y_2=\frac{15}{15}=1$

$d_2=-5$

$b_2=\frac{2(15)}{5}=6$

вариант с данными значениями не подходит, т.к. противоречит условию о том, что ступень с наименьшей длиной имеет наименьшую высоту.

Тогда для
первой ступени высота = 3, длина = 5
для второй ступени высота = 6, длина = 10
для третьей ступени высота = 12, длина = 15

Ответ: ~~a, 3 b,~~ 3 и 5; 6 и 10; 12 и 15.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 7111

Н-М-11-34

шифр

ФАМИЛИЯ ПИСКУНОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 03.02.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: 2 (ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ)

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 19.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-34

№1.

Для 100 сотр-в, исп. Монолайн (М):

100: $М \xrightarrow{129к} Г$; для 200 сотр-в, исп-х

$\downarrow 43к$ Грамсофон (Г): 200: $Г \xrightarrow{3к < 126к} М$

М $43к > xк \downarrow$ $(x \in Z)$

Г

$\Rightarrow$ т.к каждый из 100 исп-х М, звонит ост-м 99 исп. М и 200 исп-м Г, комп-я М со всех 100 зар-ет: $100\cdot(99\cdot 43к + 200\cdot 129) =$

$= 4300(99+600) = 4300\cdot 699 =$

$$\begin{array}{r} 4300 \\ \times\ 699 \\ \hline 38700 \\ +38700\ \\ 25800\ \ \\ \hline 3005700к \end{array}$$

Анал-но, комп-я Г зар-ет:

$(199\cdot x + 100\cdot 3к)\cdot 200 = 499x\cdot 200 = 99800x.$

Из усл-я задачи $\Rightarrow 99800x > 3005700 + 1000000 \;/:100$

$998x > 40057$

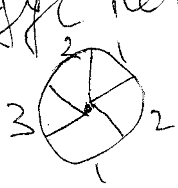
$$\begin{array}{r|l} 40057 & 998 \\ 3992 & 40,1\ldots \\ \hline 137 & \end{array}$$

т.к $\begin{cases} x \in Z \\ x < 43 \end{cases} \Rightarrow x \in \{41; 42\}.\ x > 40,1\ldots$

Ответ: 41 или 42 копейки.

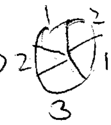
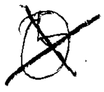
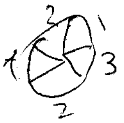
№2.

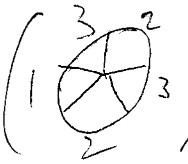
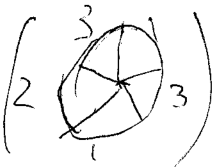
2^x цветов явно недостаточно, ибо они чер-ся, а дуг нечетн. кол-во. Но вот 3^x уже дост-но, например



цвета 1-2 можно сменить местами $\Rightarrow$ уже 2 вар-та; цвет 3 можно „вращать" см. на обороте

Лист из

по кругу ( =>  =>  +  и т.д.) => т.к. 5 дуг

это ещё 5 вар-в. Каждому из $2^х$ соотв. один из $5^и$ => всего их $5\cdot 2=10$. Но так-же можно взять ед. цвет 1 и ост-е – 2,3 (), или ед. цвет 2, а ост-е – 1,3 (). Каждому из трёх выборов ед-го цвета соотв-ет 10 указанных выше вар-в выбора. => всего их $3\cdot 10=30$.

Ответ: 3 цвета, 30 вариантов.

№4.

$$2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=2^{x+y+z}+2^{-x-y-z}=a;$$

$$2^{x}+(0,5)^{y}=2^{x}+2^{-y}=b;$$

$$2^{y}+(0,5)^{z}=2^{y}+2^{-z}=c;$$

Пусть $2^{z}+(0,5)^{x}=2^{z}+2^{-x}=d$.

Тогда $b\cdot c\cdot d=(2^{x}+2^{-y})(2^{y}+2^{-z})(2^{z}+2^{-x})=$

$$=2^{x+y+z}+2^{y}+2^{x}+2^{-z}+2^{z}+2^{-x}+2^{-y}+2^{-x-y-z}=a+b+c+d$$

$\Rightarrow bcd-d=a+b+c;\ d(bc-1)=a+b+c$

$d=\dfrac{a+b+c}{bc-1}$ – искомое.

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{bc-1}$

см. на листе 2.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-34

№6.

$[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$ Оценим левую часть:

$\cos\ldots \in [-1;1]$; $\cos^2\ldots \in [0;1]$, а $[\cos^2\ldots] =$

$= \begin{cases} 0, \text{ при } \cos\ldots \in (-1;1) \\ 1, \text{ при } \cos = \{-1;1\} \end{cases}$ $\cos h = \pm 1$, при $h = \pi k, k \in Z$

$\Rightarrow 2+3^x = h = \pi k$ (т.к. $\frac{3^x}{2} > 0$, ед. вариант слева 1).

$3^x = \pi k - 2$ т.к. $3^x > 0$, $\Rightarrow \pi k - 2 > 0 \Rightarrow k > 1$.

При $k=1$, $x = \log_3(\pi k - 2) = \log_3(\pi - 2)$, а $\frac{3^x}{2} = \frac{3^{\log_3(\pi-2)}}{2} =$

$= \frac{\pi - 2}{2} \approx 0{,}57$. но ф-я $f(k) = \frac{3^{\log_3(\pi k - 2)}}{2}$, при $k>1$

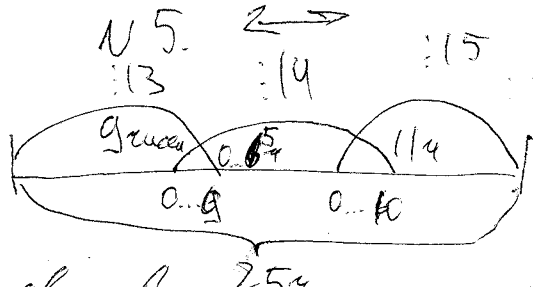
явл-ся возр-й (т.к. $f(k) = \frac{3^{\log_3(\pi k-2)}}{2} = \frac{\pi k - 2}{2}$ - лин. ф-я с пол. угл-м коэф-м. $\Rightarrow$ большему k соотв. бо́льшее f. При $k=2$ $f(k) = \frac{2\pi - 2}{2} \approx 2{,}14 > 1$, $\Rightarrow$

при $k > 1$ левая часть $=1$, а правая больше $1^{-ы}$ и возр-ет. $\Rightarrow$ при $k=1$ ед. решение $x = \log_3(\pi - 2)$

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$.

№5.

Возм-е вар-ты:



ф-ю отр-ть можно „двигать" влево-вправо

См. на обороте

но всегда найд-ся явно больше двух чисел

$\left[\begin{array}{l} :13, 14, \text{ но не } :15 \ (1) \\ :14, 15, \text{ но не } :13 \ (2) \end{array}\right.$

1) мин. число $= 13 \cdot 14 = 182$ (т.к. 13 и 14 не имеют общих дел-й)

2) НОК$(14, 15) = 210$ (анал-но, 14 и 15 не имеют общих дел-й)

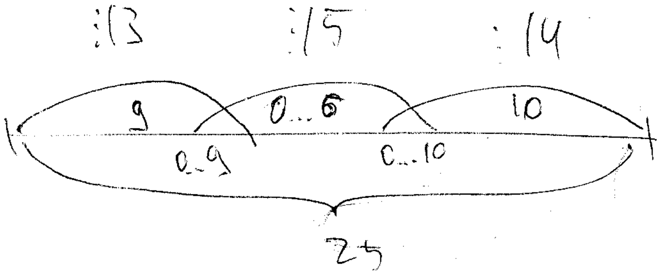
След-но такие числа в два раза больше (т.к. все числа $\in N$)

$\Rightarrow$ 1) мин $= 182 \cdot 2 = 364 > 395$

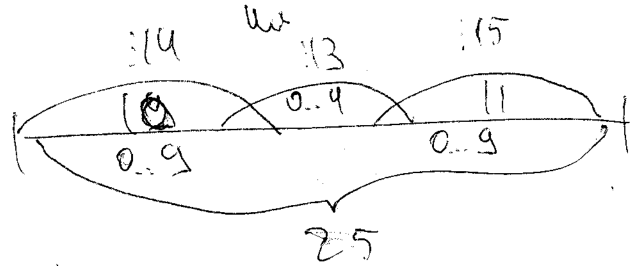
2) мин $= 210 \cdot 2 = 420 > 345$.

Эта грубая оценка уже дает нужный рез-т.

Возможен еще случай расп-я чисел $:13$ или $:15$ „по центру", но суть не изм-ся:



или



но очевидно, что 1 найд-ся более одно числа или $:13, 15$ (1')
или $:14, 15$ (уже рассм-но)
или $:13, 14$ (уже рассм-но)
или $:13, 15$ (2')

1') НОК$(13, 15) = 195$, т.к. чисел больше 1 $\Rightarrow$ мин-е $= 195 \cdot 2 = 390 > 395$

2') НОК$(13, 15)$, анал-но с 1'. $\Rightarrow$ всегда найд-ся число, большее 395, ч.т.д.

№3

см. на листе 3.

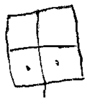
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-34

№3

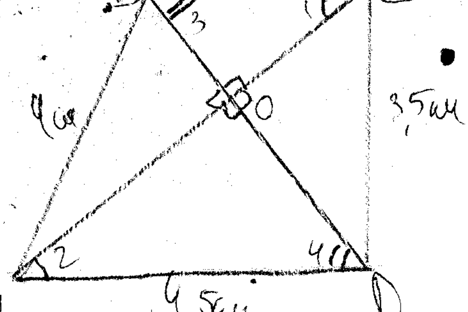
Т.к. и ~~столбцов~~ рядов и колонок n - это квадрат.
Т.к. в каждом ряду разное число гр-в, их кол-во равно 0...n-1 или 1...(n) в каждом, но не повт-ся.
Но т.к. кв-т симметричен отн-но центра и его можно вр-ть на 90°, при описанных выше условиях всегда найд-ся колонна, в которой гр-в 0...(n-1) или 1...n, что противоречит искомому условию => такое невозможно.

P.S 0...n-1, если один ряд пустой
1...n, если во всех рядах есть хотя бы один гр-р. Исключение: $n=2$: 

Ответ: только при $n=2$

№7

Очевидно, что соотн-е не зависит от размеров тр-ии => нарисуем сл-ю тр-ю, удовл-ю условиям и измерим ее:



=> $AB+CD=7,5$ см
$BC+AD=7,5$ см
=> они равны

$\angle 1=\angle 2$, $\angle 3=\angle 4$, как н/л =>
$\Delta OBC \sim \Delta ODA$

$S_{тр}=\frac{AC\cdot BD\cdot\sin 90}{2}=\frac{AC\cdot BD}{2}=\frac{(AD+BC)}{2}\cdot CD \Rightarrow AC\cdot BD=(AD+BC)CD$

$\Rightarrow AD+BC=\frac{AC\cdot BD}{CD}$

Ответ: они равны

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7112

Зелен М-21

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПЛИШКИН

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 03.07.1997

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 1.03.2015
(число, месяц, год)

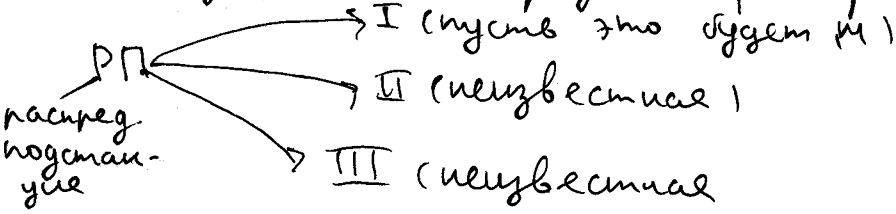
Подпись участника олимпиады: Плишкин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

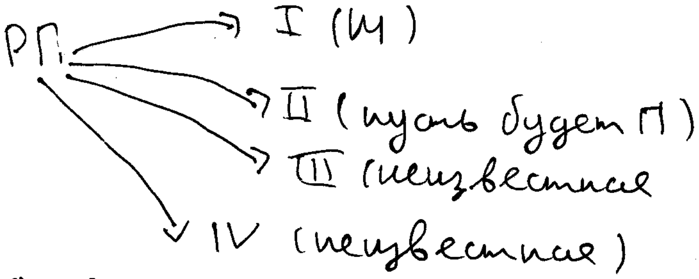
0411 171652
УФМС России в г. Зеленогорске по Красноярскому краю
01.08.2011

№1.

I. 1. У нас дано первое условие, что среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на предприятие города М, начертим это

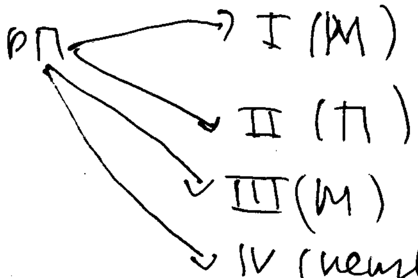


2. Второе условие, что среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на предприятие П



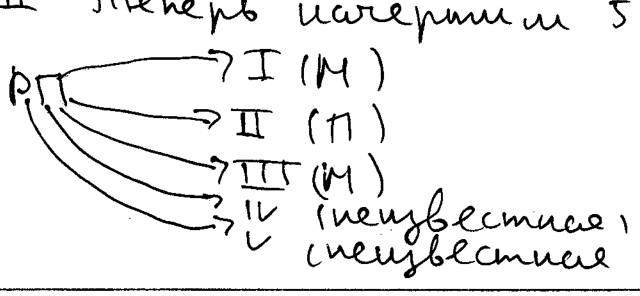
Заметим, что куда бы не поместили линию, ведущую на предприятие П, у нас не всегда найдется среди трех любых линий – линия, ведущая на предприятие М

Значит для четырех линий получается, такая схема

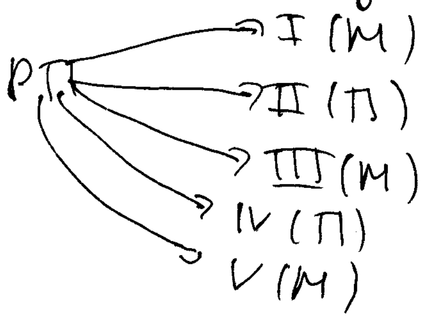


Получается, что число всех линий может быть меньше 5. (в данном случае 4)

II Теперь начертим 5 линий



Рассуждая как в предыдущем, исходя из 1 и 2 условия у нас получится рисунок.



По другому никак не получится, иначе у нас не выполнятся первые 2 условия, т.е. не найдутся среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П, т.к. обязательно линия будет вести или в М или в П.

Ответ: а) да, число всех линий может быть меньше 5 б) нет, не найдутся среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

№2.

Начнем рассуждать так.

tgx принимает целые значения, которые будут не всегда совпадать с целыми значениями tg2x

1) Пусть $tg x = -1$, тогда очевидно $tg 2x$ не будет целым числом

2) Пусть $tg x = 1$, тогда $tg 2x$ не будет целым числом

3) Пусть $tg x = 0$, тогда $tg 2x$ тоже будет целым числом и это будет все повторяться через 180° $\Rightarrow$ при $x = \pi n$, где $n \in Z$

$$2015^{tg \pi n} = 2015^0 = 1$$

Ответ: а) $x = \pi n, n \in Z$

б) 1

№5.

Т.к. мы не знаем, какой из банков, что делает, было целесообразней положить в каждый банк равную сумму денег, так, чтобы при самом плохом ходе событий

Иван Иванович был в плюсе.

а) Рассмотрим I случай, пусть И.И. положит в каждый банк по 200000, тогда даже при самом плохом исходе получите:

200 тыс · 3 + 200тыс · 2 + 200тыс · 0 = 1000000 (1млн)

б) Рассмотрим II случай, когда он оставит немного денег дома и положит в банк по 199000, тогда даже при самом плохом исходе получится:

199тыс · 3 + 199тыс · 2 + 199тыс · 0 + 1тыс (ост. дома) =

= 597 + 398 + 3 = 998 тыс, меньше чем в первом случае на 2 тыс

в) На всякий случай, рассмотрим III случай, когда он оставит снова дома немного денег и положит в банк по 198000, тогда даже при самом плохом раскладе получится:

198тыс · 3 + 198тыс · 2 + 0 + 6 тыс = 594 + 396 + 6 =

= 996 тыс.

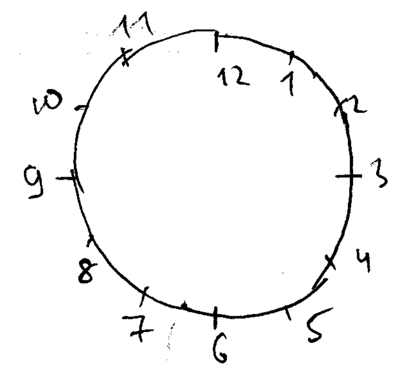
Видно, что максимально возможный доход уменьшается на 2 тыс. Если Иван Иванович разложит не поровну по банкам, то например банк куда он вложил большую сумму обанкротится и все.

Значит самый лучший вариант, если он положит в каждый банк по 200 тыс руб. и на руки через год он получит 1 миллион рублей.

Ответ. а) в каждый банк по 200 тыс руб б) 1млн рублей (1000000)

№4.

Начертим часы и начнем рассуждать



часы в данном случае это окружность $= 360^{\circ}$

В данных часах 12 часов $=$ $=$ 720 минут

Найдем сколько градусов составляет 1 минута

$360^{\circ} : 720$ мин $= 0{,}5^{\circ}$

Начнем рассуждать, подбирая часы и минуты

12:02 - пусть будет такое время

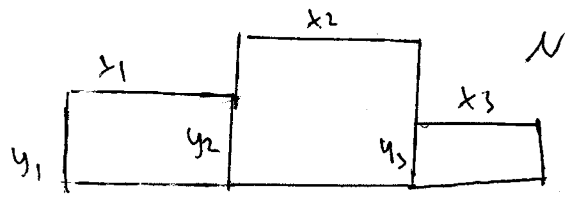
часовая 1°, минутная 12°

$12^{\circ} - 1^{\circ} = 11^{\circ} \neq 2^{\circ}$

Значит у нас время должно быть больше 12. Подбирая значение, я получил, что время будет 15:16 и наш разница будет равна 2. $98^{\circ} - 96^{\circ} = 2$

Ответ: часы покажут время 15:16

№7.



Пусть длина I $- x_1$, длина II $- x_2$, длина III $- x_3$; высота (ширина) I $- y_1$; II $- y_2$; III $- y_3$

$S_{\square} = a \cdot b$, в данном случае

$S_I = x_1 \cdot y_1$; $S_{II} = x_2 \cdot y_2$; $S_{III} = x_3 \cdot y_3$

Т.к. длины образуют арифметическую прогрессию и общая длина равна 30, то можно записать так

x - общая длина

$x = x_1 + (x_1 + d) + (x_1 + 2d)$

$30 = 3x_1 + 3d$, где d - коэффициент увеличения

Начнем подставлять x_1 и проверять, что получится

1) $x_1=1$, $d=9$ – не подходит, т.к. высоты не образуют геом. прогрессию

2) $x_1=2$, $d=8$ – не подходит, аналогично 1.

3) $x_1=3$, $d=7$ – не подходит, аналогично 1

4) $x_1=4$, $d=6$ – не подходит, аналогично 1

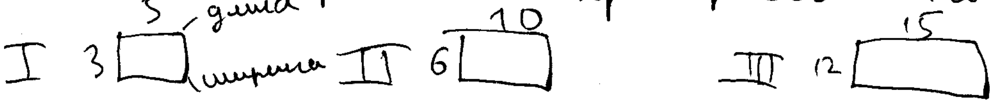
5) $x_1=5$; $d=5$ – подходит

Можно было не считать каждый случай, т.к. я предполагал, что получатся целые числа

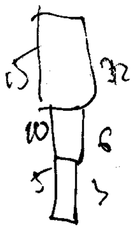
$x_1=5$ $x_2=10$ $x_3=15$ – арифметическая прогрессия

$y_1=15:5=3$ $y_2=60:10=6$ $y_3=180:15=12$ –

– геометрическая прогрессия ($d=2$)



Отв Теперь нам надо найти размеры пьедестала



длина = 30

высота = ~~2~~ 12

Ответ: $30 \times \cancel{21}\ 12$ (30 длина, ~~21~~ 12 высота)

№3.

$(\sin y - \arcsin x)\cdot(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Чтобы это неравенство было верным возможно 2 варианта, либо

$\sin y - \arcsin x \geq 0$ и $\sin x + \arcsin y \geq 0$,

либо $\sin y - \arcsin x \leq 0$ и $\sin x + \arcsin y \leq 0$

Возьмем значение x и y; попробуем решить в них

$y = \frac{\pi}{6}$ $x = \frac{\pi}{4}$

$(\sin\frac{\pi}{6} - \arcsin\frac{\pi}{4})\cdot(\sin\frac{\pi}{4} + \arcsin\frac{\pi}{6}) \geqslant 0$

$(\frac{1}{2} - \arcsin\frac{\pi}{4})\cdot(\frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin\frac{\pi}{6}) \geqslant 0$

Получается бред, возьмем $y=0$

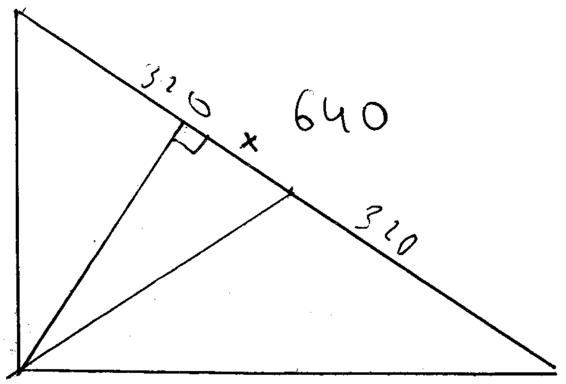
$(\sin 0 - \arcsin x)(\sin x + \arcsin 0) \geqslant 0$

$S = 1 \cdot \cancel{3},14 = 3,14$

Ответ: $S = 3,14$.

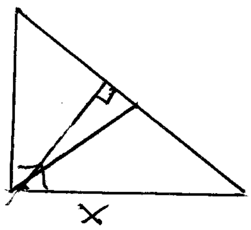
№6

I



Неизвестно какой из углов треугольника равен $\frac{11}{24}\pi$, для начала найдем гипотенузу 5 тр.

II



Можно рассуждать, так что у нас будут появляться всё равнобедренные треугольники и в них медиана будет являться гипотенузой, т.к мы же проводим высоту

Гипотенуза 5-го треугольника равна $\frac{640}{2}$ 320 $\frac{}{2}$ 160 $\frac{}{2}$ 80 $\frac{}{2}$ 40 $=40$

S_Δ ~~$=40$.~~ Угол в нашем $\Delta = 60°$

$S_\Delta = \frac{1}{2}$ катет 1 $\cdot$ катет 2 $= \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 50\sqrt{3}$

Ответ: гип. $=40$; $S_\Delta = 50\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

М10КАН w11

№ группы

Вариант № 7101

шифр

ФАМИЛИЯ Подоляк

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 26.03.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание № 1

1) Подсчитаем выручку сети Монолайн:

$43 \cdot 99 + 200 \cdot 43 \cdot 3 = 30057$ (коп) - тратит каждый сотрудник, использующий сеть Монолайн, ежедневно

$30057 \cdot 100 = 3005700$ (коп) - ежедневная выручка сети Монолайн.

3005700 копеек = 30057 рублей

2) Пусть сеть Граммофон за внутрисетевой звонок берет x копеек, тогда внешнесетевой звонок равен 3x копеек

Выручка Граммофона превышает $30057 + 10000 = 40057$ рублей = 4005700 копеек

Подсчитаем выручку Граммофона

$(x \cdot 199 + 3x \cdot 100) \cdot 200 > 4005700$

$99800x > 4005700$

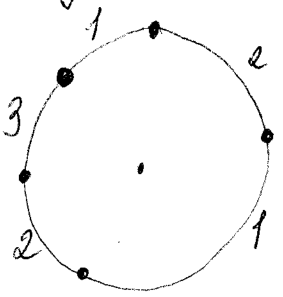
$x > \frac{4005700}{99800}$

$x > 40\frac{137}{998}$

Так как x - целое число и меньше 43, то $x = 41$ или $x = 42$ копейки

Ответ: 41 или 42 копейки

Задание № 2



Так как дуг нечетное количество, то раскрасть их, чередуя цвета нельзя, поэтому минимальное количество цветов - 3.

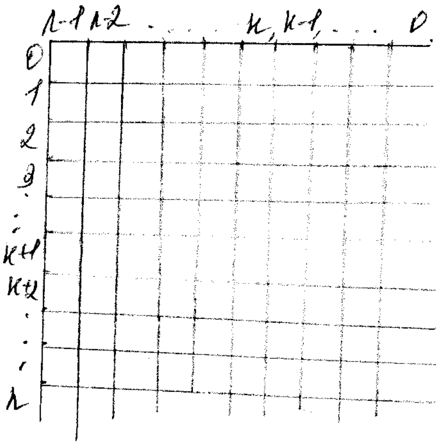
Подсчитаем количество способов раскраски: для 1 дуги - 3 выбора цвета, для 2 дуги - 2, т.к. он должен быть отличен от цвета 1 дуги, для 3 дуги - 2 выбора, для 4 дуги - 2 и для 5 дуги остается 1 выбор цвета

Таким образом, $3 + 2 + 2 + 2 + 1 = 10$ способов раскраски.

$$\underbrace{\begin{array}{cc} 31212 & 32121 \\ 23121 & 13212 \\ 12312 & 21321 \\ 21231 & 12132 \\ 12123 & 21213 \end{array}}_{10}$$

Ответ: минимальное количество цветов - 3.
способов раскраски - 10.

Задание №3

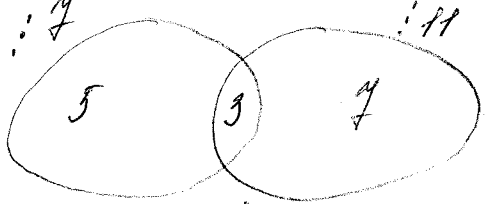


Так как во всех рядах число подстанций различно, то в каком-то ряду может не стоять подстанций и из набора 0,1,2,3... n какого-то количества подстанций может не быть, это количество назовем количеством k, где $k \le n$

Но карта разделена на квадраты $n \times n$, и количество k будет присутствовать в колонках и так как в каждом ряду разное количество подстанций, то и в каждой колонке они будут различны и совпадать с количеством в рядах

Ответ: не может

Задание №5



В 1 множестве числа кратные 7, во 2 множестве числа кратные 11, на их пересечении находятся числа кратные и 7 и 11.

Признак делимости на 7: $\overline{abc} = ab + 5\cdot c \vdots 7$ (продолжение 5 задачи смотрите на 3 листе)

Признак делимости на 11: $\overline{abc} = (a+c) - b \vdots 11$

Можно привести пример трёхзначного числа, превосходящее 220, где $a = 3$.

1) Пусть $c=0$, $b=3$, тогда $330 = 3-3=0 \vdots 11$ —
$33+0\cdot5=33 \not\vdots 7$

2) Пусть $c=1$, $b=4$, тогда $3+1-4=0 \vdots 11$ —
$34+1\cdot5=39 \not\vdots 7$

3) Пусть $c=2$, $b=5$, тогда $352 = 3+2-5=0 \vdots 11$ —
$35+2\cdot5=45 \not\vdots 7$

4) Пусть $c=3$, $b=6$, тогда $363 = 3+3-6=0 \vdots 11$ —
$36+3\cdot5=51 \not\vdots 7$

5) Пусть $c=4$, $b=7$, тогда $374 = 3+4-7=0 \vdots 11$ —
$37+4\cdot5=57 \not\vdots 7$

6) Пусть $c=5$, $b=8$, тогда $385 = 3+5-8 \vdots 11$ +
$38+5\cdot5=63 \vdots 7$

Число $385 > 220$
$385 \vdots 11$, $385 \vdots 7$, поэтому число больше 220

Задание № 5 (начало на листе 2)

Таким образом, ряд чисел, кратных и 7 и 11, следующий: 77, 154, 232...
Так как на доске написано 3 числа кратные и 7 и 11, то число, превосходящее 220, будет в любом случае.

Задание № 6

$[\cos^2(x+2)] \geq \frac{x}{\pi}$

$\cos(x+2) \in [-1; 1] \Rightarrow \cos^2(x+2) \in [0; 1]$

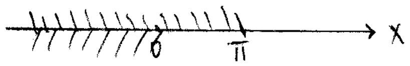
Значит целые значения, которые может принимать $\cos^2(x+2)$ это 0 и 1

$[\cos^2(x+2)] = 0, 1$

1) $0 \geq \frac{x}{\pi}$ 2) $1 \geq \frac{x}{\pi}$

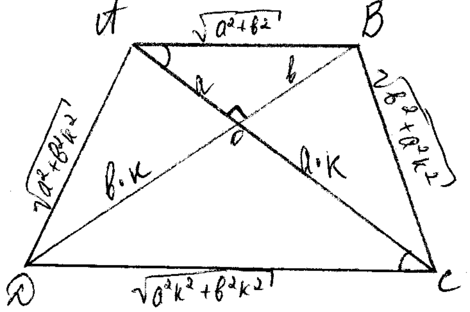
$x \leq 0$ $x \leq \pi$

$\left[\begin{array}{l} x \leq 0 \\ x \leq \pi \end{array}\right.$



Ответ: $(-\infty; \pi]$

Задание № 7



Дано: ABCD — трапеция
$AC \perp BD$

Сравнить: $BC+AD$ и $AB+CD$

Решение:

① Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$:
1) $\angle AOB = \angle DOC = 90°$
2) $\angle OAB = \angle OCD$ — накрест лежащие углы при $AB \parallel CD$ и секущей AC

$\triangle AOB \sim \triangle DOC$ (по 2 углам)

② Пусть $AO = a$, $OB = b$, а коэффициент подобия $\triangle AOB$ и $\triangle DOC$ равен K, тогда
$\frac{DO}{b} = k \Rightarrow DO = b \cdot k$; $\frac{OC}{a} = k \Rightarrow OC = a \cdot k$

③ В прямоугольном $\triangle AOB$ по т. Пифагора $AB = \sqrt{a^2+b^2}$

продолжение задачи 7 на листе 4

Задание №7 (начало на 3 листе)

④ В прямоугольном треугольнике DOC по т. Пифагора $DC=\sqrt{a^2k^2+b^2k^2}$

В $\triangle AOD$ – $AD=\sqrt{a^2+b^2k^2}$

В $\triangle BOC$ – $BC=\sqrt{b^2+a^2k^2}$

⑤ $BC+AD$ и $AB+CD$

$\sqrt{b^2+a^2k^2}+\sqrt{a^2+b^2k^2}$ и $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a^2k^2+b^2k^2}$

Возведу в квадрат обе суммы

$(\sqrt{b^2+a^2k^2}+\sqrt{a^2+b^2k^2})^2$ и $(\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a^2k^2+b^2k^2})^2$

$a^2+b^2+a^2k^2+b^2k^2+2\sqrt{(b^2+a^2k^2)(a^2+b^2k^2)}$ и

$a^2+b^2+a^2k^2+b^2k^2+2\sqrt{(a^2+b^2)(a^2k^2+b^2k^2)}$

Так как 4 первых слагаемых обоих выражений равны, то достаточно сравнить подкоренные выражения

$a^2b^2+b^4k^2+a^4k^2+a^2b^2k^4 \quad \Big| -(b^4k^2+a^4k^2)$

$a^4k^2+a^2b^2k^2+a^2b^2k^2+b^4k^2 \quad \Big| -(b^4k^2+a^4k^2)$

⇓

$a^2b^2+a^2b^2k^4=a^2b^2(1+k^4) \quad \Big| : a^2b^2$

$2a^2b^2k^2$

⇓

$1+k^4$ и $2k^2$

$1+k^4>2k^2 \Rightarrow$ 1 выражение > 2 выражение

Таким образом, $BC+AD>AB+CD$

Ответ: $BC+AD>AB+CD$

Задание 4

$xyz+\frac{1}{xyz}=a \Rightarrow (xyz)^2+1=a\cdot xyz \Rightarrow 1=xyz(a-xyz)$

$x+\frac{1}{y}=b \Rightarrow y=\frac{1}{b-x}$

$y+\frac{1}{z}=c \Rightarrow z=\frac{1}{c-y}$

$z+\frac{1}{x}=\frac{1}{c-y}+\frac{xyz(a-xyz)}{x}=\frac{1}{(c-y)}+\frac{a-xyz}{(b-x)(c-y)}=$

$=\frac{b-x+a-xyz}{(c-y)(b-x)}$

Ответ: $\frac{b-x+a-xyz}{(c-y)(b-x)}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	МП КАН №34	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	шифр	

Вариант № 7111

ФАМИЛИЯ Поляков

ИМЯ Глеб

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 25 марта 1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пол~

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

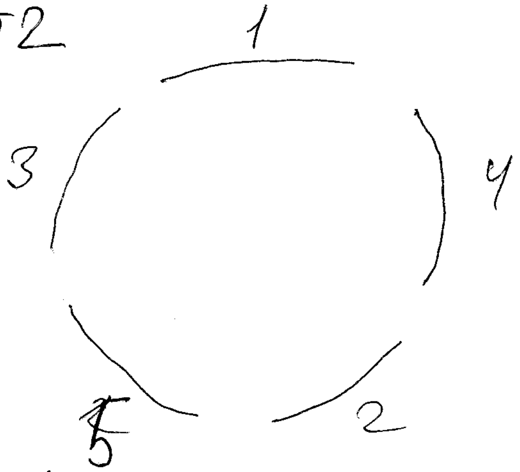
№3 Да, может. Если кол-во трансформаторов в колонках совпадает, а в одном из рядов нуль трансформаторов.

	10	5	6	4	4	4	3	5	4	2
0										
1	1									
2	1		1							
3	1		1	1						
4	1	1		1	1					
5	1	1				1	1	1		
6	1	1	1					1	1	1
7	1	1	1		1	1		1	1	
8	1		1	1	1	1	1	1	1	
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

число рядов и колонок равно 11 (в частном случае рядов и колонок 10)

~~И~~ С рядами в которых 0; 1; 7; 8; 10 не совпала ни одна из колонок.

№2



Мин. цветов: 5
Способов при 4 цветах: 5! = = 120

~~Мин. ц?~~

№1 Пусть в Грамофоне цена звонка x коп. Тогда в Грамофоне звонок на другую сеть $3x$ коп. Из условия задачи известно, что стоимость звонка в Монолайне 43 коп., а $x < 43$, так же $x \in \mathbb{Z}$. Входящие - бесплатные. Каждый сотрудник звонит каждому по одному разу. Найти стоимость звонка в Грамофоне. Доход Грамофона более чем на 10 тыс. руб. больше дохода Монолайна.

Решение:

1) $43 \cdot 99 \cdot 100 = 425700$ (коп) тратят ~~каждый~~ все клиенты Монолайн на внутрисетевые звонки

2) $43 \cdot 3 = 129$ (коп.) - цена звонка на другого оператора в Монолайн

3) $129 \cdot 200 \cdot 100 = 2580000$ (коп.) - тратят все клиенты Монолайн на внешнесетевые звонки.

4) $425700 + 2580000 = 3005700$ (коп.) - тратят клиенты Монолай всего.

5) $199x \cdot 200 = 39800x$ (коп) тратят клиенты Грамофона на внутрисетевые звонки

6) $3x \cdot 100 \cdot 200 = 60000x$ (коп) тратят клиенты Грамофона на внешнесетевые звонки...

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 71111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МIIКАН №34

7) $39800x + 60000x = 99800x$ (коп.) - тратят клиенты Грамофона всего.

Составим неравенство:

$99800x - 3005700 > 1000000$ (коп)

$99800x > 400$ (коп)

$x > \frac{4005700}{99800}$ (коп)

$40057 \mid 1998$
$3992 \quad 40,1\ldots$
1170

, а так как $x \in \mathbb{Z}$, то коп $x \geq 41$ коп, а так же из условия $x < 43$ коп, значит $x = 41$ или $x = 42$.

123 коп на внешн.

Проверка:

а) $99800 \cdot 41 = 4091800$ (коп)

$40918 - 30057 = 10861$ (руб.)

б) $99800 \cdot 42 = 4191600$ (коп)

$41916 - 30057 = 11859$ (руб.)

В соответствии с условием задачи доход Грамофона больше ~~более~~ чем на 10000 рублей и наиболее близким будет ответ под пунктом а), ~~но и второй ответ подхо~~

Ответ: стоимость звонка у оператора Грамофон на внутрисетевой звонок 41 копейку, а на внешнесетевой 121 копейки. Или на внутрисетевой звонок 42 копейки, а на внешнесетевой 126 копеек.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11 КАН ~34

№6 $[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}$

$$\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right] \geq \frac{3^x}{2}$$

Найдем ~~множ~~ множе. знач. лев. част.

$-1 \leq \cos\varphi \leq 1$

$0 \leq \cos\varphi + 1 \leq 2$

$0 \leq \frac{\cos\varphi + 1}{2} \leq 1$

$0 \leq \frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2} \leq 1$

Получаем, что $\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right] = 1$

или $\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right] = 0$

Но т.к. $\frac{3^x}{2} > 0$ для любого x, то

$\frac{3^x}{2} \leq 1$

$3^x \leq 2$

$x \leq \log_3 2$

Ответ: $(-\infty; \log_3 2)$

№5 $9 + 10 + 11 = 30 > 25$, а значит некоторые числа делятся на какие-либо 2 числа из этих чисел: 13; 14; 15. И при этом их 5 или более, т.к. $30 - 25 = 5$. Следовательно рассмотрим мин. числа $13 \cdot 14$, $13 \cdot 15$, $14 \cdot 15$, а следующее $13 \cdot 14 \cdot 2$, а оно больше, чем 345. Что и требовалось доказать.

№7 Пусть $2^x = t$, $2^y = k$, $2^z = u$, тогда

$2^{-x} = \frac{1}{t}$, $2^{-y} = \frac{1}{k}$, $2^{-z} = \frac{1}{u}$

Найти $u + \frac{1}{t} = m$

Получаем: $\begin{cases} tku + \frac{1}{tku} = a \\ t + \frac{1}{k} = b \\ k + \frac{1}{u} = c \end{cases}$

$\frac{tk+1}{k} = b$, $\frac{ku+1}{u} = c$

Умн. почленно $\frac{k^2tu + ku + tk + 1}{ku} = bc$

$\times$ $u + \frac{1}{t} = m$

$$\frac{(k^2tu + ku + tk + 1)(ut+1)}{tku} = bcm$$

$$\frac{k^2t^2u^2 + ku^2t + ut^2k + ut + k^2tu + ku +}{tku}$$

$$\frac{+ tk + 1}{} = bcm$$

$$tku + k + u + t + \frac{t}{k} + \frac{1}{t} + \frac{1}{u} + \frac{1}{tku} = bcm$$

$a + b + c + m = bcm$

$bcm - m = a + b + c$

$m(bc - 1) = a + b + c \ldots$

$$u = \frac{a+b+c}{bc-1}$$

$$u + \frac{1}{t} = \frac{a+b+c}{bc-1}$$

Ответ: $2^{z} + (0,5)^{x} = \frac{a+b+c}{bc-1}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	М11- 10 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Порошина

ИМЯ Снежана

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 18.09.1997 **Класс:** 11 Б

Предмет математика **Этап:** 2

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) Число всех линий может быть меньше пяти.

Пример, ММММП

• среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на предприятие города М

• среди любых четырёх обязательно есть линия, ведущая на предприятие посёлка П

Оба условия выполнены. Число всех линий равно 4.

Если число не меньше пяти, то среди любых пяти линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П, иначе будет повторение с вышесказанным.

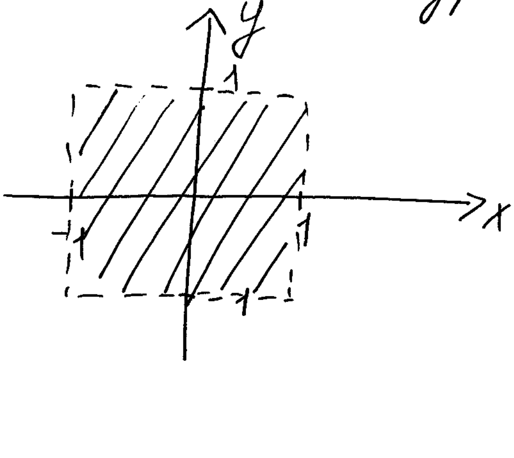
3) $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geqslant 0$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geqslant 0 \\ \sin x + \arcsin y \geqslant 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin y \geqslant \arcsin x \\ \sin x \geqslant -\arcsin y \end{cases}$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$

Фигура, состоящая из точек, координаты которых удовлетворяют условию $(\sin y - \arcsin x)$ •

• $(\sin x + \arcsin y) \geqslant 0$, очевидно при преобразовании координат $(x; y) \to (-y; x)$, а так как $-1 \leq \sin x \leq 1$, $-1 \leq \sin y \leq 1$, то S фигуры – это половина S квадрата



$S = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$

Ответ: 2

5) Пусть A, B, C - искомые вклады, причем самый плохой ход событий задан условием $A > B > C$ и они вложены:

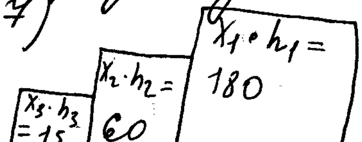
- В банк, который разорится и вкладчик потеряет свои деньги – A
- Банк, который удвоит вклад – B
- Банк, в котором вклад утроится – C

Отсюда, по истечении года будет получено $2B+3C$.

$$2B+3C=\frac{5}{3}(A+B+C)-\frac{4}{3}(A-C)-\frac{1}{3}(A-B)=\frac{5}{3}\cdot 600000-\frac{4}{3}(A-C)-\frac{1}{3}(A-B).$$

Отсюда, макс. выгода будет если $A=C$, $A=C$, т.е $A=B=C$, следовательно, при самом плохом ходе событий будет получено $\frac{5}{3}\cdot 600.000=1.000.000$ руб., а в каждый банк вложить $\frac{600.000}{3}=200.000$ руб.

Ответ: в каждый банк вложить по 200.000 рублей, через год получит 1.000.000 рублей.

7) 

1) По условию ~~[illegible]~~ длины образуют арифметическую прогрессию. Обозначим длины трех пьедесталов как: x_2-d, x_2, x_2+d.
Также по условию длина пьедестала $= 30$ дм $\Rightarrow$ $d>0$ (возраст.)

$x_2-d+x_2+x_2+d=30$
$3x_2=30$
$x_2=10$ | длина среднего пьедестала.
Также по условию $S_2=60$ дм^2 (средний пьедестал), поэтому $h_2=\frac{60}{10}=6$ дм.

2) По условию высоты образуют геометрическую прогрессию т.е обозначим высоту меньшего и большего пьедестала $h_3=\frac{6}{q}$; $h_1=6q$ соответственно.

3) Тогда $\frac{6}{q}(10-d)=15$ $(S_3=x_3\cdot h_3)$
$6q(10+d)=180$ $(S_1=x_1\cdot h_1)$

Итак $\begin{cases}\frac{6}{q}(10-d)=15,\\ 6q(10+d)=180\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2(10-d)=5q,\\ q(10+d)=30\ |\cdot 5\end{cases}$ $\quad 2q(10-d)(10+d)=150q$
$(10-d)(10+d)=75$
$100-d^2=75$
$-d^2=-25$
$d_1=-5$, $\underline{d_2=5}$
d_1 - постор.

$75=1\cdot 75=3\cdot 25=\underline{5\cdot 15}$

$x_1=x_2+d=10+5=15$; $h_1=\frac{S_1}{x_1}=\frac{180}{15}=12$

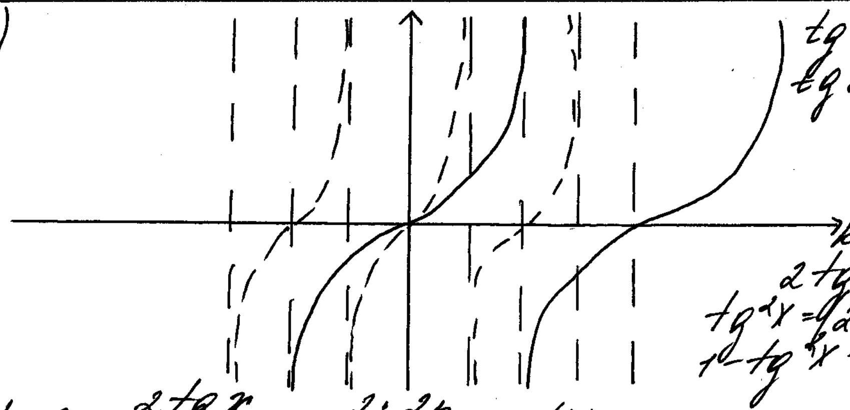
$x_3=x_2-d=10-5=5$; $h_3=\frac{S_3}{x_3}=\frac{15}{5}=3$

Ответ: при традиционной конструкции пьедестала (наим. размеров высших мест больших) размеры ступеней следующие:

	1	2	3
X	15	10	5
h	12	6	3

Случай нетрадиционного дизайнерского исполнения ступеней (например, $x_2 > x_1 > x_3$ и т.п.) не успела рассмотреть.

2)



$tg x \in Z$ и $tg 2x \in Z$

$tg 2x = \frac{2 tg x}{1-tg^2 x}$

1) Рассмотрим случай, когда $tg x = 2n$ (четное число), $n \in Z$.

$2 tg x$ - четное

$tg^2 x = (2n)^2 = 4n^2$ - четное

$1 - tg^2 x$ - нечетное

$tg 2x = \frac{2 tg x}{1-tg^2 x} = \frac{2 \cdot 2n}{1-4n^2} = \frac{4n}{1-4n^2} \in Z$

Очевидно, числитель не делится на знаменатель нацело.

2) Рассмотрим случай, когда $tg x = 2n+1$ (нечетное целое число)

$tg^2 x = (2n+1)^2 = 4n^2+4n+1$ - нечетное

$1 - tg^2 x = 1 - 4n^2 - 4n - 1 = -4n(n+1)$ - четное

$2 tg x$ - четное

$tg 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x} = \frac{2(2n+1)}{-4n(n+1)} = \frac{2n+1}{-2n(n+1)}$

Очевидно, числитель не делится на знаменатель нацело

3) Рассмотрим случай, когда $tg x = 0$, тогда

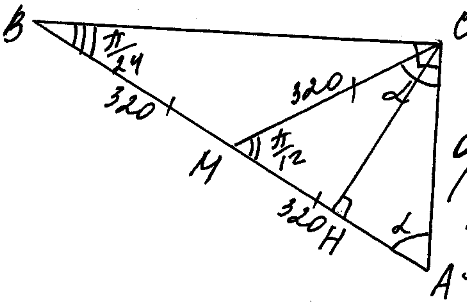
$tg 2x = \frac{2 \cdot 0}{1-0} = 0$ - верно

$tg x = 0$, $x = \pi n$, $n \in Z$; $tg \pi n = 0$

$2015^{tg x} = 2015^{tg \pi n} = 2015^0 = 1$

Ответ: 1

6) I.



△BCA

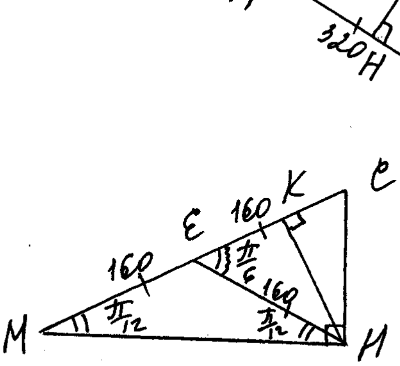
$\alpha = \frac{11}{24}\pi$, CH - высота

AB = 640, CM - медиана

Очевидно, $AM = MB = CM = \frac{AB}{2} = 320$ (по свойствам медианы прямоуг△)

$\angle ACM = \angle CAM = \alpha$, $\angle CMA = \pi - 2\alpha = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$

II.

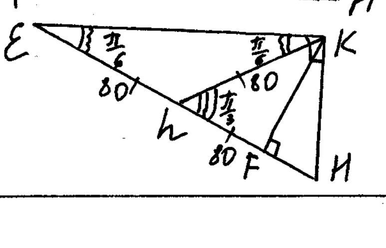


△CHM, HK - высота, HE - медиана,

ME = EC = EH = 160 => △EMH - равноб.

$\angle EMH = \angle MHE = \angle CEH = \pi - \angle MEH = \pi - (\pi - 2\angle EMH) = 2\angle EMH = \frac{\pi}{6}$

III.



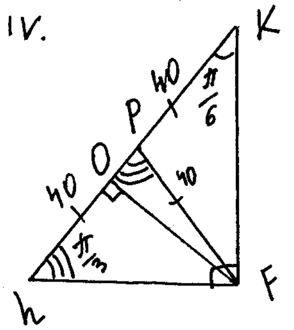
△EKH, Kh - медиана, KF - высота;

Kh = Eh = hH = 80

△hEK: $\angle EKh = \angle KEh = \frac{\pi}{6}$

$\angle KhF = \angle EKh + \angle KFh = \frac{\pi}{3}$

IV.



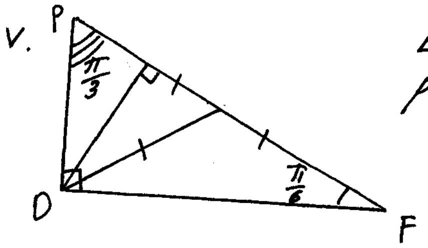
$\triangle hKF$, PF – медиана, OF – высота, $PF = Ph = PK = \frac{hK}{2} = 40$.

$\triangle hKF$: $\angle hKF = \pi - \angle KhF = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

$\triangle hPF$ – правильный, т.к $Ph = PF = 40$

$\angle PhF = \angle PFh = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \angle hPF = \pi - 2\cdot\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

V.



$\triangle OPF$, Очевидно $\angle PFO = \frac{\pi}{6}$

$PO = 20$ (катет, против $\angle \frac{\pi}{6}$)

$S_\triangle = \frac{1}{2} PF\cdot PO \sin \widehat{OPE} = \frac{1}{4} 40\cdot 20\cdot \sin\frac{\pi}{3} = 20\cdot 20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} =$
$= 200\sqrt{3}$

Ответ: гипотенуза пятого треугольника 40м, $S_{5\triangle} = 200\sqrt{3}$

4) Часовая стрелка проходит за 1 мин $\frac{360^\circ}{12\text{ час}\cdot 60\text{ мин}} = 0{,}5^\circ/\text{мин}$,
минутная $\frac{360^\circ}{60\text{ мин}} = 6^\circ/\text{мин}$

Пусть прошло x минут и n часов, тогда

$6x - 0{,}5x = 360n \pm 2$, где $n \in Z$, $x \in Z$

$5{,}5x = 2(180n \pm 1) \mid \cdot 2$

$11x = 4(180n \pm 1)$

$x = \frac{4(180n \pm 1)}{11}$

$x = 4\left(16n + \frac{4n \pm 1}{11}\right)$

Чтобы $x \in Z$, нужно, чтобы $\frac{4n \pm 1}{11} \in Z$ и n – наименьшее

Таким образом $4n \pm 1 = 11$

$4n = 10$ $\qquad$ $4n_2 = 12$

$n = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ $\qquad$ $n = \frac{12}{4} = 3$ (час)

$n \notin Z$ $\qquad$ $n \in Z$

$x = 4(16\cdot 3 + 1) = 4\cdot 49 = 196$ минут $= 3$ часа 16 минут.

Ответ: часы показывают 3 часа 16 минут, если такое событие произошло впервые после полудня.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		Ангарск М(11) – 9 408
№ группы	Вариант № 7111	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Провилков

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 09.10.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

	внутр. звонки,	внешние звонки, каждого сотрудника
М: 100 сотрудников	$99\cdot 43$ к	$200\cdot 43\cdot 3$ к
Г: 200 сотрудников	$199\cdot X$ к	$100\cdot X\cdot 3$ к

Пусть X - количество копеек, которое берет за звонок внутри сети Громофон, по условию $x<43$

Доход Г больше М на 10.000р, из условия,

Составим уравнение для прибыли компаний:

$$\frac{100(99\cdot 43+200\cdot 43\cdot 3)}{100}+10.000<\frac{200(199x+100\cdot x\cdot 3)}{100},\ x\in Z$$

$$99\cdot 43+200\cdot 43\cdot 3+10.000<2(199x+300x),\ x\in Z$$

$$\begin{array}{r} \times\ 99 \\ 43 \\ \hline 297 \\ +396\ \ \\ \hline 4257 \end{array}$$

$$4257+25800+10.000<998x\ ,\ x\in Z$$

$$\Downarrow$$

$$x>\frac{40.057}{998}\ ,\ x\in Z$$

$$\begin{array}{r} \times\ 998 \\ 40 \\ \hline 39920 \end{array} < 40.057$$

$$\Downarrow\ x\geqslant 41 \quad \Leftarrow\ 998\cdot 41>40.057$$

с условием $x<43$

получаем $x=41$ или $x=42$

⇓

Звонки с громофона стоят внутренние 41, внешние 123 или внутренние 42, внешние 126

Ответ: Звонки с громофона стоят внутрисетевые 41, внешние 123 или внутрисетевые 42, внешние 126, копеек.

№2. Представим забор в виде развертки боковой поверхности цилиндра, разделенной на 5 частей, линии разделения перпендикулярны основаниям цилиндра.

- крайние части разных цветов.

5 - нечетное ⇒ если взять 2 разных цвета ~~то~~ и чередовать их, то крайние части будут 1 цвета ⇒ 2 цвета не подходит.

возьмем 3 цвета, пусть б, г, з - разные цвета, раскрасим так: ⇐

б	г	з	б	з

достаточно 3 цвета.

2) Посчитаем кол-во способов:

3	2	2	2	1

1 часть можно раскрасить 3 красками, чтобы выполнялись условия задачи, 2,3,4 - 2 мя красками, а 5 - одной ⇒ $3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 1=24$ варианта

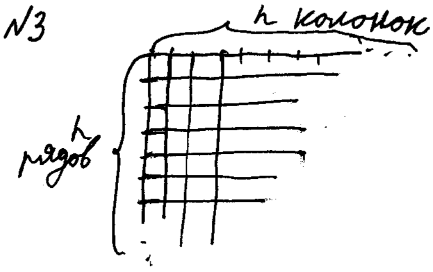
Ответ: 3 цвета, 24 способа.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 408 М(11)-9

№3



$n \in N$

Из условия: во всех рядах число подстанций различно.

В каждом ряду может быть количество подстанций $x \in [0; n]$, всего n рядов и в каждом ряду число подстанций различно $\Rightarrow$ из последовательности $0, 1, 2 \ldots n$, в рядах не встречается только одно количество трансформаторов,

Пусть это количество будет k, $k \in N$

Чтобы число подстанций в колонках (в любой из колонок) не совпадало ни с одним числом подстанций в рядах, число подстанций в каждой из колонок должно быть k, т.к. k не встречается ни в одном из рядов. (1)

Пусть S - ~~сумма~~ общее количество подстанций.

$S = 0+1+2+3+\ldots+n-k = \frac{n(n+1)}{2} - k$, из условия (1)

Эта сумма должна быть равна $k \cdot n$

$$\Downarrow$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - k = kn, \quad k, n \in N$$

$$n(n+1) - 2k = 2kn \quad k, n \in N$$

$$\frac{n(n+1)}{n+1} = 2k \quad k, n \in N$$

$$\Downarrow \; n = 2k, \; k, n \in N$$

$$\Updownarrow$$

$\Leftarrow$ n - четное. $n > 0$

Число подстанций в каждой колонке не совпадать ни с одним числом в ряду, может, при n - четном, $n>0$

Ответ: Может число подстанций в каждой колонке не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду, при n-четном, $n>0$.

№4

$$\begin{cases} 2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a \quad (1) \\ 2^x+(0,5)^y=b \quad (2) \\ 2^y+(0,5)^z=c \quad (3) \end{cases}$$

Выразить через a, b, c величину $2^z+(0,5)^x$.

$$\left.\begin{array}{l}(0,5)^x=2^{-x}\\(0,5)^y=2^{-y}\\(0,5)^z=2^{-z}\end{array}\right\} (4)$$

Умножим (2) на (3) с учетом (4):

$$(2^x+2^{-y})(2^y+2^{-z})=b\cdot c$$

$$2^x\cdot 2^y+2^{x-z}+2^0+2^{-y-z}=b\cdot c$$

$$2^{x+y}=bc-2^{x-z}-1-2^{-y-z}$$, подставим в (1):

$$(0,5)^{y+z}=2^{-y-z}=bc-2^{x+y}-2^{x-z}-1$$

$$2^z(bc-2^{x-z}-1-2^{-y-z})+(0,5)^x(bc-2^{x+y}-2^{x-z}-1)=a$$

$$2^z bc-2^x-2^z-2^{-y}+(0,5)^x\cdot bc-2^y-2^{-z}-(0,5)^x=a$$

$$2^z(bc-1)+(0,5)^x(bc-1)-2^x-2^{-y}-2^y-2^{-z}=a.$$

$$(bc-1)(2^z+(0,5)^x)-(2^x+2^{-y}+2^y+2^{-z})=a$$, с учетом:

$$(2)+(3)=2^x+2^{-y}+2^y+2^{-z}=b+c$$

$$(bc-1)(2^z+(0,5)^x)-(b+c)=a$$

$$(2^z+(0,5)^x)=\frac{a+b+c}{bc-1}$$

Ответ: $2^z+(0,5)^x=\frac{a+b+c}{b\cdot c-1}$

№5. 25 чисел среди них: есть большее 345?

9 ять $\vdots$ 13   11 ять $\vdots$ 15

10 ять $\vdots$ 14

13 - простое; $14=7\cdot 2$; $15=5\cdot 3$ ⇒ 1) 13, 14, 15 - взаимно простые числа.

2) $9+10+11=30>25$ ⇒ в этих числах есть числа делящиеся сразу на 13 и 14 или на 13 и 15 или на 14 и 15, т.к. 13, 14, 15 взаимно простые, то если число $\vdots$ на 2 из них, то оно делится на произведение этих 2х чисел, наименьшее произведение дает пара 13 и 14.

3) Среди этих 25 чисел есть числа делящиеся хотя бы на $13\cdot 14=182$, из (2) таких чисел, (2) $28=25+3$, где 3 числа $\vdots$ 14 и 15, $\vdots$ 13 и 15, хотя бы $30-28=2$, т.к. все они различные и $\in N$, то среди них есть число $\geq 182\cdot 1$, это число $\vdots\, 182\cdot K$, $K\in N$, $K>1$ варианты при $K=2$ $182\cdot 2=364>345$, ч.т.д., остальные числа будут еще больше.

№6

$$\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$$

Оценим левую и правую части неравенства

$$\begin{cases} [\cos^2(2+3^x)] \in \{0,1\} \\ \frac{3^x}{2} > 0 \quad \text{и т.к.} \\ [\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\cos^2(2+3^x)] = 1 \\ \frac{3^x}{2} \leq 1 \quad (1) \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \cos^2(2+3^x) = 1 \ (2) \\ x \leq \log_3 2 \end{cases}$$

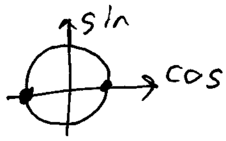
(1) $\frac{3^x}{2} \leq 1$

$3^x \leq 2$

$x \leq \log_3 2$

$\Downarrow$

(2) $\cos^2(2+3^x) = 1$



$\Updownarrow$

$$\left[\begin{aligned} \cos(2+3^x) = 1 \\ \cos(2+3^x) = -1 \end{aligned}\right.$$

$\Downarrow$

$2+3^x = \pi n, n \in Z$

$3^x = \pi n - 2, n \in Z$

$$\begin{cases} x = \log_3(\pi n - 2), n \in Z \\ x \leq \log_3 2 \end{cases}$$

$x = \log_3(\pi n - 2), n \in Z$ ОДЗ:

$\pi n - 2 > 0, n \in Z$

$\pi n > 2, n \in Z$

$\Downarrow$

$n \geq 1$

при $n = 1$

$$\begin{cases} x = \log_3(\pi - 2) \approx \log_3(3{,}14 - 2) = \log_3 1{,}14 \\ x \leq \log_3(2) \end{cases}$$

$1{,}14 < 2 \Rightarrow x = \log_3(\pi - 2)$

при $n = 2$ $\begin{cases} x = \log_3(2\pi - 2) \approx \log_3(6{,}28 - 2) \\ x \leq \log_3(2) \end{cases}$

$6{,}28 - 2 = 4{,}28 > 2 \Rightarrow n \geq 2$ не подходит

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7/11

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 408 М(11)-9

№7

Дано:

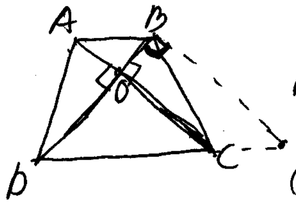
$ABCD$ - трап.

AB, CD - осн-я

$AC \perp BD$

$AD+BC \, ? \, AB+CD$

Решение



по т. Пифагора

$AB^2=AO^2+OB^2$ $\quad AD^2=AO^2+DO^2$ (2)

$DC^2=DO^2+OC^2$ $\quad BC^2=BO^2+OC^2$

⇓

(1) $AB^2+DC^2=DA^2+BC^2$

$(BC+AD)^2=BC^2+2BC\cdot AD+AD^2$

$(AB+CD)^2=AB^2+2AB\cdot CD+CD^2$

⇓ с учетом (1)

$AB+DC \; ? \; AD+BC$

⇓

$AB\cdot CD \; ? \; BC\cdot AD \; \cancel{(? AB)}$ — (3)

из (2) $AB\cdot CD=\sqrt{(AO^2+OB^2)(DO^2+OC^2)} \Rightarrow \sqrt{AO^2\cdot DO^2+AO^2\cdot OC^2+OB^2\cdot DO^2+OB^2\cdot OC^2}$

$BC\cdot AD=\sqrt{(AO^2+DO^2)(BO^2+OC^2)}$

⇓

$AB\cdot CD=BC\cdot AD$

⇓

из (3) $AB+DC=AD+BC$

Ответ: $AD+BC=AB+CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АНГАРСК 408
М(11) – 7

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7111 шифр

ФАМИЛИЯ ПРОСАНДЕЕВА

ИМЯ АНТОНИНА

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 04.03.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1. 100чел. - Мононайти внутри сети. на др. сеть.
200чел. - Граммофон. М: 43коп. $43 \cdot 3 = 129$коп.
Г: $(43-x)$коп. $((43-x)\cdot 3)$коп.

Пусть x - целое число копеек на которое стоимость звонка в Граммофоне меньше стоимости звонка в Мононайте.

всего за день совершается $(200+100)\cdot(200+100) = 90\,000$ звонков.

Причем:

по условию $S_M < S_Г$ более чем на 10000

$\Leftarrow \begin{cases} 100\cdot 100 = 10000 \text{зв - по } 43 \text{ коп. } (1) \\ 100\cdot 200 = 20000 \text{зв. - по } 129 \text{коп. } (2) \\ 200\cdot 200 = 40000 \text{зв. - по } (43-x) \text{коп.} \\ 200\cdot 100 = 20000 \text{зв - по } (43-x)\cdot 3 \text{ коп.} \end{cases}$

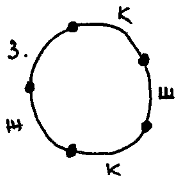
$(1) = 43.0000$
$(2) = 2580000$ +
3010000
+ 10000
3020000

$40000(43-x) + 20000(43-x)\cdot 3 \geq 3020000 \quad |:10000$.
$4(43-x) + 6(43-x) \geq 302$
$172 - 4x + 258 - 6x \geq 302$.
$-10x \geq -128$
$x \leq 12{,}8$.
$x = 12$.

43коп $- 12 = 31$коп.

Ответ: звонки с Граммофона стоят 31 коп.

№2.



Т.К. у нас получается нечётное число дуг, то наим. кол-во цветов для раскраски удовл. условию потребуется - 3.
кол-во способов - [illegible].30

Пусть к - 1 если всегда 1-первой, то.
ш - 2
з - 3

12123 12312 13232
12132 12323 12312
13122 13212
13132 13213

10 решений и 3 цвета
$10 \cdot 3 = 30$ способов.

Ответ: 3цвета; 30 способов.

№3.

	2	2	2	2
0				
4	x	x	x	x
3		x	x	x
1	x			

Возможно, если в одной колонн ряду не будет подстанций вообще тогда можно сделать так (см. рисунок) чтобы кол-во подстанций в колонке не равнялось ни одному кол-ву подстанций в строчке.

$0 \neq 4 \neq 3 \neq 1 \neq 2$.

№5. 25 чисел $\in N$

9чисел $\vdots 13$
10чисел $\vdots 14$
11чисел $\vdots 15$.

$9+10+11 = 30 \Rightarrow$ среди чисел есть такие которые делятся н-р и на 14 и на 15; и на 13 и на 14 ....

если число $\vdots 14 \Rightarrow \vdots 2$ и $\vdots 7$
если число $\vdots 15 \Rightarrow \vdots 5$ и $\vdots 3$. $\Rightarrow$ если число $\vdots 14$ и $\vdots 15$ $\Downarrow$ оно $\vdots 2 \vdots 3 \vdots 5 \vdots 7$

см на обороте →

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск 408 М(11)-7

№5 (продолжение).

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\, 15 \\ \hline 70 \\ 14 \\ \hline \boxed{210} \end{array}$$

$210 \vdots 14 \quad \vdots 15.$

$$\left.\begin{array}{l} 210\cdot 2 = 420 \\ 210\cdot 3 = 630 \\ 210\cdot 4 = 840 \\ \dots \end{array}\right\} > 345. \text{ (ч.т.д.)}$$

Т.е. в ряду мы берем 9 чисел кратных 13, 10 чисел $\vdots 14$ и $\vdots 15$ и ост. $\vdots 15$.

№7. Дано:

трапеция $ABCD$

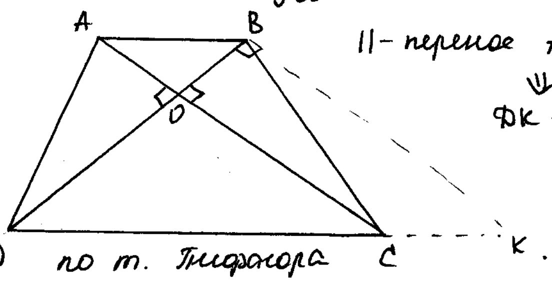
осн. AB и CD

$AC \perp BD$

Сравнить:

$BC + AD$ и $AB + CD$

Решение:



||-перенос AC на AB

$\Downarrow$

$DK = AB + CD$

по т. Пифагора

$AB^2 = AO^2 + OB^2 \qquad AD^2 = AO^2 + DO^2$

$DC^2 = DO^2 + OC^2 \qquad BC^2 = BO^2 + OC^2$

$\Downarrow$

$AB^2 + DC^2 = DA^2 + BC^2.$

$(BC + AD)^2 = BC^2 + 2BC\cdot AD + AD^2$

$(AB + CD)^2 = AB^2 + 2AB\cdot CD + CD^2$

$2BC\cdot AD = 2\sqrt{(BO^2+OC^2)(AO^2+DO^2)}$ (=).

$2AB\cdot CD = 2\sqrt{(AO^2+OB^2)(DO^2+OC^2)}$

$\Downarrow$

$BC + AD = AB + CD \Rightarrow$ в данную трапецию можно вписать окружность.

Ответ: $BC + AD = AB + CD$.

№6. $[\cos^2(2+3^x)] \geq \dfrac{3^x}{2}.$

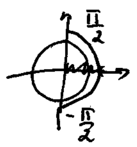
Пусть $3^x = t$, $t > 0$.

$[\cos^2(2+t)] \geq \dfrac{t}{2}. \qquad \left[\begin{array}{l} [\cos^2(2+t)] = 1. \\ [\cos^2(2+t)] = 0. \end{array}\right.$

$0 \leq \cos^2 x \leq 1.$

$\Downarrow$

$\begin{cases} \cos^2 x \geq 0 \\ \cos^2 x \leq 1 \end{cases}; \quad \left[\begin{array}{l} x = \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right],\ n \in z. \\ \cancel{x} \end{array}\right.$



см. на след. стр.

$$\left[\begin{cases} \frac{t}{2} \le 1 \\ \cos^2(2+t) = 1 \end{cases}\right.$$

$$\begin{cases} \frac{t}{2} \le 0. \\ \cos^2(2+t) = 0. \end{cases}$$ $\ominus$, т.к. у нас условие $t > 0$.

$$\begin{cases} \frac{t}{2} \le 1 \\ 2+t = \pi n, n \in Z. \end{cases} ; \begin{cases} t \le 2 \\ t = \pi n - 2, n \in Z \\ t > 0. \end{cases}$$

$3^x = \pi - 2$.

$x = \log_3(\pi - 2)$. $\Leftarrow$ $\begin{cases} \text{при } n = 0. \ -2 \quad t < 0. \\ \text{при } n = 1. \ \pi - 2 \quad t > 0. \\ \text{при } n = 2 \ \ 2\pi - 2. \quad t > 0., \text{ но. } t > 2, \ominus \text{ не уд. условию } t \le 2. \end{cases}$

Ответ: $x = \log_3(\pi - 2)$.

№4. $2^{x+y+z} + (0,5)^{x+y+z} = a$

$2^x + (0,5)^y = b$

$2^y + (0,5)^z = c$

$2^z + (0,5)^x - ?$

$\Rightarrow 2^x = b - \frac{1}{2^y} = b - \frac{1}{c - \frac{1}{2^z}} = b - \frac{2^z}{c \cdot 2^z - 1} = \frac{bc \cdot 2^z - b - 2^z}{c \cdot 2^z - 1} = \frac{2^z(bc-1) - b}{2^z c - 1}.$

$2^y = c - \frac{1}{2^z} = \frac{2^z c - 1}{2^z}$

$2^z + \frac{1}{2^x}$

$$2^{x+y+z} = 2^x \cdot 2^y \cdot 2^z = \frac{(2^z(bc-1) - b) \cdot \cancel{(2^z c - 1)}}{\cancel{(2^z c - 1)} \cdot \cancel{2^z}} \cancel{2^z} = 2^z(bc-1) - b.$$

$$2^z(bc-1) - b + \frac{1}{2^z(bc-1) - b} = a.$$ Пусть $2^z(bc-1) - b = A$.

$A + \frac{1}{A} = a$.

$\frac{A^2 + 1 - A \cdot a}{A} = 0.$

$A^2 - Aa + 1 = 0.$

$$2^z + \frac{1}{2^x} = 2^z + \frac{2^z c - 1}{2^z(bc-1) - b} = \frac{2^{2z}(bc-1) - b + 2^z c - 1}{2^z(bc-1) - b} = \frac{2^z(2^z(bc-1) + c) - (b+1)}{2^z(bc-1) - b}.$$

$$\frac{2^{2z}(b^2c^2 - 2bc + 1) - 2 \cdot 2^z b(bc-1) + b^2 + 1}{2^z(bc-1) - b} = a$$

$$\frac{2^z(bc-1)(2^z(bc-1) - 2b) + b^2 + 1}{2^z(bc-1) - b} = a.$$

$\Downarrow$.

$\frac{a+b+c}{bc-1}.$

Ответ: $2^z + (0,5)^x = \frac{a+b+c}{bc-1}.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Зелен М - 24 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ РАЗУМНЫЙ

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 15. 02. ~~2015~~ 1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 1. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Таун

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 074534

Выдан ОУФМС России по Красноярскому краю в гор.
Зеленогорске 14.03.2011

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен М - 24

② $tg\,x$ – может принять только 3 целых значения $0; 1; -1$ при этом x будет равен $\pi n, n\in Z$; $\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$; $-\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in Z$ соответственно. Рассмотрим данные случаи

1) $tg\,\pi = 0$, при этом $tg\,2\pi$ тоже будет равен $0 \Rightarrow$ πn – будет удовлетворять условию.

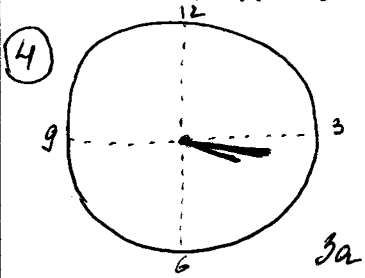
2) $tg\,\frac{\pi}{4} = 1$, но при $tg\,2\frac{\pi}{4} = tg\,\frac{\pi}{2}$, но это невозможно, т.к $tg\,\frac{\pi}{2} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0}$, а делить на 0 нельзя $\Rightarrow \frac{\pi}{4}+\pi n$ – не будет удовлетворять условию

3) $tg\,-\frac{\pi}{4} = -1$, при этом $tg\,2(-\frac{\pi}{4}) = tg\,-\frac{\pi}{2}$, что аналогично случаю (2) не будет удовлетворять условию.

Получается, что при значениях x, входящих в πn, т.е $0; \pi; 2\pi; 3\pi; \dots$ будут удовлетворять условию.

$2015^{-tg0} = 2015^{-0} = 1$

Ответ: $x = \pi n, n\in Z$; 1

④ 

Для начала найдем сколько градусов в одном часе и минуте.

1 мин $= 360° : 60° = 6°$; 1 ч $= 360° : 12 = 30°$

За 20 секунд минутная стрелка сдвинется на 2°. За время, когда минутная стрелка пройдет 6°, часовая сдвинется на 1°. Исходя из этого, данное событие произойдет в 15:16, т.к в 15:15 часовая стрелка будет находиться на 97°, а минутная на 90° и, как только минутная стрелка встанет на 16, часовая и минутная стрелки будут находиться на 98° и 96° соответственно.

$98° - 96° = 2°$, что удовлетворяет условию

Ответ: 15:16

⑤
I б – $x \to 2x$
II б – $y \to 3y$
III б – $z \to 0$

Самый выгодный ход событий для Ивана Ивановича – разделить сумму на 3 равных части и положить в банки, т.к. он не знает наверняка, что случится с его деньгами через год в этих банках.

Получим: 600000 руб : 3 = 200000 руб – в каждый банк

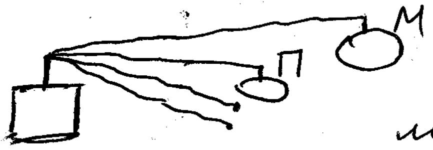
Итог: I б 200000 руб → 400000 руб
II б 200000 руб → 600000 руб => Иван Иванович, через год, получит на руки
III б 200000 руб → 0 руб

1 миллион рублей, что будет максимально возможным доходом при самом плохом ходе событий

Ответ: 2) 1000000 руб 1) по 200000 в каждый банк

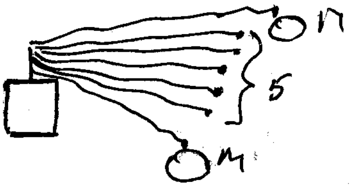
(1) 1) Известно, что ~~через~~ среди любых 3 линий обязательно есть 1, ведущая в некоторое предприятие и среди любых 4 линий обязательно есть 1, ведущая в другое предприятие.

Допустим случай когда в любые 4 линии будут входить 3, 1 из которых ведет в предприятие.



Данный случай не будет противоречить условию. Следовательно, число всех линий может быть меньше пяти, в данном случае их 4.

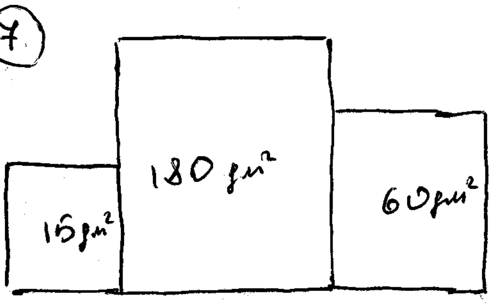
2) Предположим, что найдутся такие пять линий, которые не ведут ни в предприятие М, ни в предприятие П.



Но тогда это будет противоречить данным условиям: среди любых 3 обязательно есть 1 ведущая в М и среди любых 4 обязательно есть 1 ведущая в П. Следовательно таких случаев быть не может

Ответ: 1) да; 2) нет

(7)



арифметической прогрессией является ряд чисел, в котором разность 2 соседних чисел равна разности других 2 соседних чисел. Например: 1; 2; 3; 4; 5 $d=1$

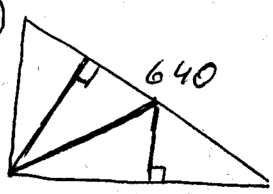
геометрической прогрессией является ряд чисел, в котором делитель 2 соседних чисел равен делителю 2 других соседних чисел. Например: 2; 4; 6; 8; 10 $q=2$

Возьмем 15 как 3×5, тогда по геометрической прогрессии получим 3; 6; 12, где 6 – высота 2 ступени, а 12 – высота 3

$S = a \cdot b$, где a - длина; b - высота. Следовательно длина 2 ступени: $60 : 6 = 10$ (дм²), а длина 3 ступени: $180 : 12 = 15$. Если представить в виде арифметической прогрессии: 5; 10; 15 - данные размеры будут удовлетворять, т.к $15 - 10 = ~~10-10~~ 5 = 5$. Получили размеры ступеней 3×5; 6×10; 12×15. Самая большая высота равна 12, а длина 30, как сумма длин всех ступеней. Отсюда размер пьедестала — 12×30

Ответ: 12×30 (высота 12 дм; длина 30 дм)

6



В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе равна половине гипотенузы. Получили 2 равнобедренных треугольника и после дополнительных построений получили, ~~что каждый получающий~~ треугольник в 4 раза меньше предыдущего, и таких треугольников будет 4. Их гипотенуза ~~меньше~~ в 2 раза <. Таким образом, искомая - гипотенуза 5го треугольника будет в 16 раз меньше данного.

$640 : 16 = 40$ - искомая длина гипотенузы

Ответ: 1) 40

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № 7091

М9Мии4 ← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

шифр

ФАМИЛИЯ Ратькевич

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Игоревна

Дата рождения 11.01.2000г

Класс: 9 «А»

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 15.03.2015 г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, **общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

(4) $\begin{cases} xyz=1 \\ x+\frac{1}{z}=5 \\ y+\frac{1}{x}=29 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{yz} \\ \frac{1}{yz}+\frac{1}{z}=5 \\ \frac{1}{xz}+\frac{1}{x}=29 \end{cases}$

$\frac{1}{yz}+\frac{1}{z}^{\cdot y}=5$

$\frac{1+y}{yz}=5 \;|\cdot yz$

$1+y=5yz$

$-5yz+y=-1 \;|\cdot(-1)$

$5yz-y=1 \;|:y$

$5z-1=\frac{1}{y}$

$\frac{1}{y}=5z-1 \Rightarrow z+5z-1=6z-1$

$\frac{1}{xz}+\frac{1}{x}^{\cdot z}=29$

$\frac{1+z}{xz}=29 \;|\cdot xz$

$1+z=29xz$

$29xz-z-1=0$

$z(29x-1)-1=0 \;|:z$

$29x-1-\frac{1}{z}$

$\frac{1}{z}=29x-1 \Rightarrow x+\frac{1}{z}=5$; $x+29x-1=5$

$30x=6$

$x=0{,}2$

$\Downarrow$

$0{,}2+\frac{1}{z}=5$

$\frac{1}{z}=4{,}8$

$\Leftarrow z=\frac{1}{4{,}8}=\frac{5}{24}$

~~$z+A$~~ б) $z+\frac{1}{y}=6z-1=$

$=6\cdot\frac{5}{24}-1=\frac{1}{4}=0{,}25$

Ответ: 0,25

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М9Мин4

(5.) 15 натуральных чисел. Док-ть: среди этих натуральных чисел, есть число, большее 220

8 из 15 делятся на 7

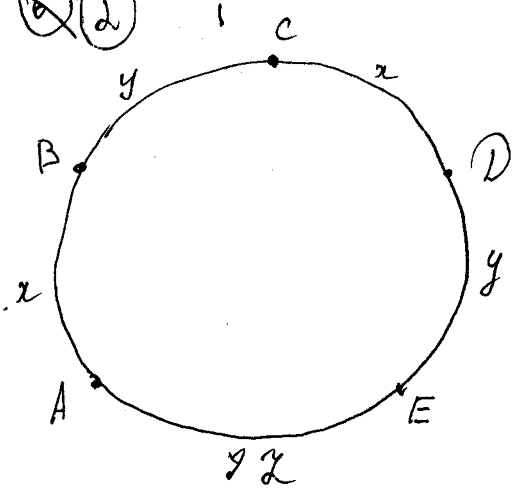
10 из 15 делятся на 11

$(10+8)-15=3$ ~~числа~~ чисел, т.е. минимум 3 числа делятся и на 7 и на 11

$3\cdot 7\cdot 11=231>220$ — что и требовалось доказать

Ответ: доказанно.

~~6~~ (2)



Пусть:

x - желтый цвет

y - синий цвет

z - красный цвет.

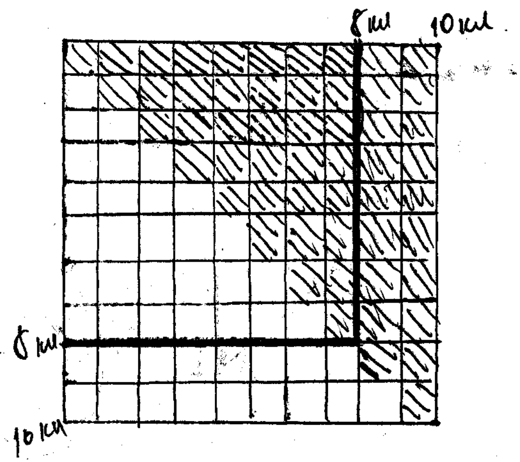
Если:

$\smile AB=x$; $\smile BC=y$; $\smile CD-x$; $\smile DE-y$ то AE не может быть ни x; ни y $\Rightarrow \smile AE-z$

~~Ответ: 3.~~ $3^2=9$ - возможных вариантов

Ответ: 3. ~~м~~ цвета; 3. вариантов

(3)



▨ - клетка с шашкой

Нет невозможно такой расстановки шашек т.к.

1) не хватит количества шашек ни на 64-клеточной, ни на 100-клеточной доске

2) при условии, что не цвет клеток, ни цвет ~~шашек~~ шашек значения не имеют, можно расставить шашки равнобедренным прямоугольным треугольником ~~т.е. если уменьшается или увеличивается одна его~~ т.к. поле - квадрат, то есть равным данному треугольнику и при уменьшении и увеличивании площади одного треугольника ~~для~~ площадь другого тоже будет уменьшатся или увеличиваться

Ответ: невозможно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М9Инч4

①

~~100 + 200 = 300~~ зв

100 · 43 = 4300 коп - тратит все на внутрисетевой звонки сотрудники ~~Громофоно~~ Чонолайна

200 · 43 · 3 = 25800 коп - тратит все сотруд ~~Громофона~~ Чонолайна за день на звонки на другую сеть

$$\begin{array}{r} 4300 \\ +\,25800 \\ \hline 30100 \end{array}$$ (коп) - ежедневный доход ~~Громофона~~ Чонолайна

Дохода Чонолайна меньше доходов Громофона на более чем 10000 ~~руб.~~ коп =>

=> доход Громофона равен 30100 коп + 10000 ~~к~~

≈ 40100 коп.

100 + 200 = 300 зв - делает Громофон

Пусть x (коп) - стоимость внутри сетевого звонка Громофона; $3x$ - в другую сеть то

$$\frac{40100 \text{ коп}}{43x + x} = 300$$

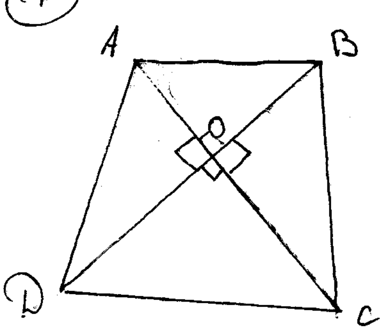
$$\frac{\cancel{40100}^{\,1025}}{4x} = 300$$

$$x = \frac{1025}{300}$$

$x \approx 34$ коп

Ответ: 34 коп.

④



ΔAOB $\angle O = 90^\circ$

$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2}$

ΔDOC $\angle O = 90^\circ$

$DC = \sqrt{OD^2 + OC^2}$

ΔAOD $\angle O = 90^\circ$

сравнить $AD = \sqrt{AO^2 + OD^2}$

ΔBOC $\angle O = 90^\circ$

$BC = \sqrt{BO^2 + OC^2}$

$AB \cdot DC =$ и $BC \cdot AD =$

$= \sqrt{AO^2 + OB^2} \cdot \sqrt{OD^2 + OC^2}$ и $= \sqrt{BO^2 + OC^2} \cdot \sqrt{AO^2 + OD^2}$

$\sqrt{AO^2 \cdot OD^2 + OB^2 \cdot OD^2 + AO^2 \cdot OC^2 + OB^2 \cdot OC^2}$ $\sqrt{BO^2 \cdot AO^2 + BO^2 \cdot OD^2 + AO^2 \cdot OC^2 + OD^2 \cdot OC^2}$

$AO^2 \cdot OD^2 + \cancel{OB^2 \cdot OD^2} + \cancel{AO^2 \cdot OC^2} + OB^2 \cdot OC^2$ и $BO^2 \cdot \cancel{AO^2 + BO^2 \cdot OD^2} + \cancel{AO^2 \cdot OC^2} + OD^2 \cdot OC^2$

$AO^2 \cdot OD^2 + OB^2 \cdot OC^2 \quad \leq \quad BO^2 \cdot AO^2 + OD^2 \cdot OC^2$

$AO^2 \cdot OD^2 - OB^2 \cdot OA^2 \quad \leq \quad - OB^2 \cdot OC^2 + OD^2 \cdot OC^2$

$AO^2 \cdot \cancel{(OD^2 - OB^2)} \quad \leq \quad OC^2 \cancel{(OD^2 - OB^2)}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ M9Ки4

(7) (Продолжение)

$AO^2 \gtreqless OC^2$.

$AO \gtreqless OC$.

$\Downarrow$

Ответ $BC \cdot AD \gtreqless AB \cdot CD$ равнозначно $AO \gtreqless OC$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Н-М-11-42 шифр	← Не заполнять Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ремизов

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 10.05.1998 Класс: 11 „А"

Предмет математика Этап: II (ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ)

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 19.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Рем

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-42

№1

	Ст-ть внутр.	др сеть
М - 100 сотрудников	43 коп	3·43
Г - 200 сотрудников	х коп	3х

Пусть х это стоимость внутр звонков сотр Г.

Сост ур-е.

~~100·43·99 + 100·43·200·3 +~~

$200 \cdot 199 \cdot x + 200 \cdot \cancel{x} \cdot 100 \cdot 3x - (100 \cdot 43 \cdot 99 + 100 \cdot 43 \cdot 200 \cdot 3) >$

> 10000

$99800x - 3005700 > 1000000$

$998x > 40057$

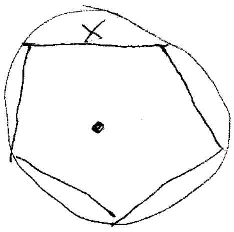
$x > 40{,}2$

~~стоимость~~ Ответ: внутр ст-ть звонков от ~~[41; 42]~~ 41 и 42

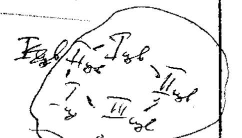
др сети 123 и 126.

~~др сети {93; 96; 99; 102; 105; 108; 111; 114; 117; 120; 123; 126}~~

№2

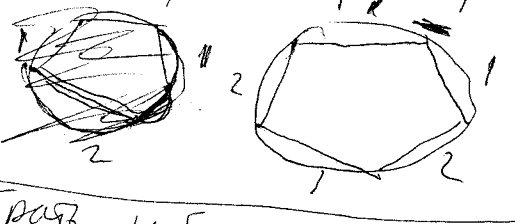


Минимальное число цветов это 3. Пример:



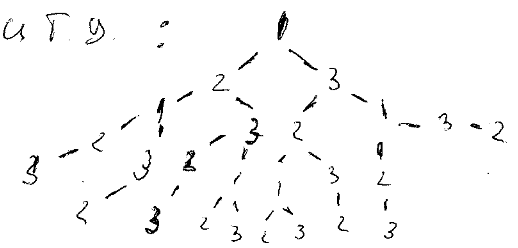
~~Если мы возьмем 2 цвета, то рядом будет~~ ~~Мы можем брать любым из цветов (из 3)~~ находиться одинак. 2 цвета, а это противоречит условию

Пример:



Часть х мы можем брать любым из 3 минимальных цветов. (1; 2; 3)

Пусть это 1, тогда резрыв можем брать только 2 и 3 и т.д:



Получается 10 вариантов для одного первого цвета, тогда для любого из трех цветов тоже 10. ⇒ Ответ: 30 вар. цв.

Лист 1 из

№3

Единственный случай, когда кол-во подстанций в каждой колонке будет не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду — это при $n=2$. Потому, что в этом случае мы можем один ряд полностью заполнить, а другой полностью не заполнить, тогда в каждой колонке будет по ~~одному~~ от одной подстанции.

В других случаях либо количество подстанций в ряду ~~или~~ будет одинаково, что противоречит условию, либо кол-во подстанций в колонке будет совпадать с числом подстанций в ряду, что противоречит вопросу.

Ответ: Да, может. При $n=2$.

№4.

$$2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a \quad (1), \qquad 2^{x}+(0,5)^{y}=b \quad (2), \qquad 2^{y}+(0,5)^{z}=c \quad (3)$$

$$\begin{cases} 2^x+0,5^y=b \ /\cdot 2^y \\ 2^y+0,5^z=c \ /\cdot 0,5^y \end{cases}; \quad \begin{cases} 2^x\cdot 2^y=b\cdot 2^y-1 \\ 0,5^z\cdot 0,5^y=c\cdot 0,5^y-1 \end{cases} \Rightarrow \text{в } (1)$$

$$2^z(b\cdot 2^y-1)+0,5^x(c\cdot 0,5^y-1)=a$$

$$2^z+0,5^x=a-b\cdot 2^y\cdot 2^z-c\cdot 0,5^x\cdot 0,5^y \quad (4)$$

$$\begin{cases} 2^x+0,5^y=b \\ 2^y+0,5^z=c \end{cases}; \quad \begin{cases} 0,5^y=b-2^x \\ 2^y=c-0,5^z \end{cases} \Rightarrow \text{в } (4)$$

$$2^z+0,5^x=a-b\cdot 2^z(c-0,5^z)-c\cdot 0,5^x(b-2^x)$$

$$2^z+0,5^x=a-bc\,2^z-bc\cdot 0,5^x+2$$

$$2^z+0,5^x=\frac{a+2}{1+bc}$$

№5.

Всего на доске 29 чисел, по 9 из них : 13, 10 из них : 14, 11 из них : 15

Получается, что всего чисел кратных 13 или 14 или 15 — 30
а это на 5 больше чем на доске => эти пять чисел должны быть одновременно кратны либо 13 и 14, либо 14 и 15, либо 13 и 15.

1) $13 \cdot 14 = 182$
2) $13 \cdot 15 = 195$
3) $14 \cdot 15 = 210$

} Возможные кратные числа меньшие 345

Остается еще 2 числа
Наименьший ~~их общий мно~~ простой множитель это 2

Если мы домножим на 2 любое из вышестоящих чисел, то полученное будет > 345, ~~но другие множители~~
Из одновременно кратных 13 и 14, 14 и 15 или 13 и 15 в любом случае будут числа больше 345. ч.т.д.

№6

$$\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$$

Из целых чисел $\left[\cos^2(2+3)^x\right]$ может быть равен только
1; 0 и -1

Заменим в уравнении

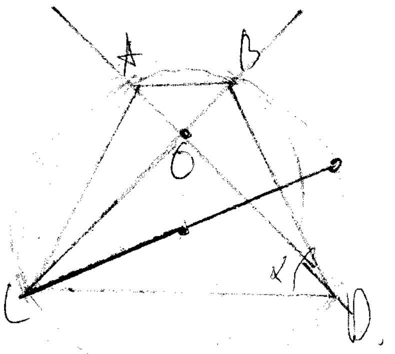
$-1 \geq \frac{3^x}{2}$ $\quad 3^x \leq -2$ — невозможно

$0 \geq \frac{3^x}{2}$ $\quad 3^x \leq 0$ — невозможно

$1 \geq \frac{3^x}{2}$ $\quad 3^x \leq 2$ $\quad x \leq \log_3 2$

Ответ: $(-\infty; \log_3 2]$

№7



$$\begin{cases} CD^2 = CO^2 + DO^2 \\ AD^2 = DO^2 + AO^2 \\ AB^2 = AO^2 + BO^2 \\ BC^2 = BO^2 + CO^2 \end{cases}$$

$$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$$

$$\frac{BC}{\sin\alpha} = 2R \quad ?$$

$\sin\alpha$.

Сумма противоположных сторон равна если вокруг 4-х-ка можно описать окружность. $\Rightarrow$ $AB + CD = AD + BC$ ч.т.д.

~~AD~~ из Δ-ков ABO и OCD подобны по н/и углам

$$\frac{BO}{OD} = \frac{AB}{DC}$$

$$AB + DC = \frac{DC \cdot DB}{OD}$$ Из подобия Δ-ков равны суммы

~~По~~

По Измерению можно док-ть что $AB + CD = AD + BC$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7102	Зелен М-15 — шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Рукосуев

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 22.08.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вик

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 287355

отделением УФМС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорску

02.09.2012.

2.) Ответ: $x=\pi n,\ n\in Z$; т.к. $tgx=\frac{\sin x}{\cos x}$, $\cos x\neq 0$. чтобы $tgx\in Z$, нужно, чтобы $\sin x\in Z$ и $\cos x\in Z$; $\cos x=1$ $\sin x=0$ $\sin x=1$

~~cosx~~ ~~$x=\frac{\pi}{\pi}$~~

$x=\pi n, n\in Z$ $x=\pi n, n\in Z$ $x=\pi+\pi n, n\in Z$

3.) $x^2+px+q=0$, имеет один корень => $D=0$, $p^2-4q=0$, $q=\frac{p^2}{4}$

$x=-\frac{p}{2}$

$T(x)=x^2+px+q$ ~~=0~~ – корень $x=-\frac{p}{2}$

$T(T(T(x)))=0$

$T(T(-\frac{p}{2})=0$

$T(-\frac{p}{2})=(-\frac{p}{2})^2+p\cdot(-\frac{p}{2})+q$ ~~=0~~

$\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}+\frac{p^2}{4}$ ~~=0~~ $=$

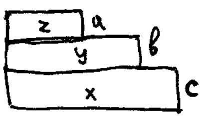
$=\frac{p^2}{2}-\frac{p^2}{2}$ ~~=0~~ $=0$ $-x=0$

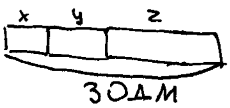
$T(0)=q=\frac{p^2}{4}$

Ответ: $-\frac{p}{2}; 0; \frac{p^2}{4}$.

5.) чтобы получить максимально возможный доход, ему нужно положить в банк, где утроится сумма большую часть, где удвоится среднюю и где прогорит минимальную. Т.к. угадать какой банк обанкротится невозможно, то ему следует разложить в банки по 200000 руб. Таким образом сумма, полученная подином через год будет равна 200000 руб $\cdot 3+200000$ руб $\cdot 2=$ $=1000000$ руб

Ответ: по 200000 руб в каждый банк, 1000000 руб.

7.) 



$x+y+z=30$
$a\cdot z=15$
$yb=60$
$x\cdot c=180$

$z=\frac{15}{a}$
$y=\frac{60}{b}$
$x=\frac{180}{c}$

1) $\frac{180}{c}+\frac{60}{b}+\frac{15}{a}=30$

$\frac{12}{c}+\frac{4}{b}+\frac{1}{a}=2$

2) $y=z+d$ $\quad b=qa$
$x=y+d=z+2d$ $\quad c=q^2a=qb$

3) $\frac{12}{q^2a}+\frac{4}{qa}+\frac{1}{a}=2$

$\frac{12}{q^2}+\frac{4}{q}+1=2a$

$q^2+4q+12=2a$

$a^2+4a+(12-2a)=0$

$D=16-48+8a=-32+8a$, т.к. должен получится один корень $D=0$

$8a=32$

$a=4$ (дм)

$z=\frac{15}{4}=3{,}75$ дм

4) $\frac{6}{ab}+\frac{2}{b}+\frac{0{,}5}{\frac{b}{a}}=1$

$\frac{6}{a}+2+0{,}5a=b$

$0{,}5a^2+2a+(6-b)=0$

$x+y+z=30$

$3{,}75+3{,}75+d+3{,}75+2d=30$

$3d+11{,}25=30$

$3d=18{,}75$

$d=6{,}25 \Rightarrow$

$\Rightarrow y=3{,}75+6{,}25=10$ дм

$x=3{,}75+12{,}5=16{,}25$ дм

$b=\frac{60}{10}=6$ дм

$a=\frac{6}{4}=1{,}5 \Rightarrow c=6\cdot 1{,}5=9$ дм

$a+b+c=4+6+9=19$ дм

Ответ: пьедестал размером 16.2,5 см в длину и 190 см в высоту

④ Через x часов и t минут, минутная стрелка будет находится на $\frac{360^\circ}{60}t=6t$

а часовая

$\frac{360}{12}x+\frac{30^\circ}{60}t=30x+\frac{t}{2}$

$6t-(30x+0{,}5t)=\pm 2$

$5{,}5t-30x=\pm 2$; t и $x\in Z$

$11t-60x=\pm 4^\circ$

$11t=60x\pm 4$

$11t=60x+4$ $\quad$ $11t=60x-4$

$t=\frac{60x+4}{11}$ – должно делиться на цело $\quad$ $t=\frac{60x-4}{11}$ – делится на цело

если $x=1$, то $t=\frac{64}{11}$ $\quad$ $t=\frac{56}{11}$

если $x=2$, то $t=\frac{124}{11}$ $\quad$ $t=\frac{116}{11}$

если $x=3$, то $t=\frac{184}{11}$ $\quad$ $t=\frac{176}{11}=16 \Rightarrow$ удовлетворяет условию $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ прошло 3 часа и 16 минут

полдень $=$ ~~15:0~~ 12:00 $\Rightarrow$ на часах 15:16

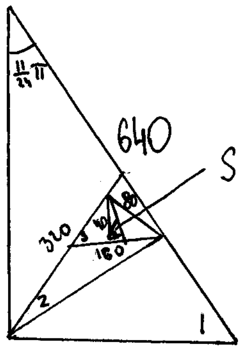
Ответ: 15:16.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен М-15

6.



S - ?, l - ?

т.к. медиана делит длину аллеи пополам, то длина 5 аллеи равна $l = 640 : 2^4 = 40$ м

т.к. один из углов равен $\frac{11\pi}{24}$, то второй $\frac{\cancel{180}}{90} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$ - угол 1 Δ. т.к. коэффициент подобия равен 2, то угол 5 Δ $= \frac{\pi}{6} = 30°$

$$S_5 = \frac{(40 \cdot \sin 30) \cdot (40 \cdot \cos 30)}{2} = \frac{40^2 \cdot \sin 60}{2} = 5\sqrt{3} \text{ м}^2$$

Ответ: 40 м, $5\sqrt{3}$ м²

1. Пусть n кол-во всех линий.

По условию максимум 2 линии не ведут в город М, максимум 3 линии не ведут в Поселок П

Число линий может быть меньше 5, когда 2 линии ведут в М и 2 линии ведут в П. В этом случае условие, что в М ведут $n-2$ линии, а в П $n-3$ выполняется.

Число свободных линий равно

$$(n-2) - (n-3) \leq n$$
$$2n - 5 = n$$
$$n = 5 \Rightarrow \text{свободных линий нет}$$

Ответ: 1) Число всех линий может быть меньше 5
2) Среди 5ти линий нет найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	шифр: Код М 10 – 3

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Сакпай

ИМЯ Айза

ОТЧЕСТВО Ак-ооловна

Дата рождения 08. 09. 1998г. **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** 2 заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: АА

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

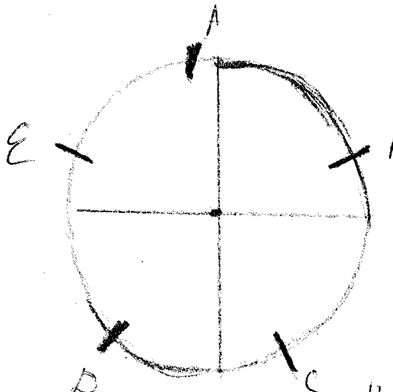
1) Дано:

100 сотрудников – Монолайн.
200 сотрудников – Громодон
внутрисетевой Мон. = 43 коп.
Монолайн > Громодон.
в другую сеть в 3 раза больше
звонки Громодона – ?

Решение:
① Монолайн
1 человек в внутрисетевой тратит = 4257 коп.
100 человек = 425700 коп.
1 человек в другую сеть тратит = 25800 коп.
100 человек = 2580000 коп =>
=> 425700 + 2580000 = 3005700 коп.

② Громодон.
Если внутрисетевой = 41 коп.
1 человек в внутрисетевой тратит = 8358 коп.
200 человек = 1671800 коп.
1 человек в другую сеть тратит = 12600 коп.
200 человек = 2460000 коп. =>
=> 1671600 + 2520000 = 4191600

③ 10000р = 1000000 коп.
Зн-т. 4091800 – 3005700 ≈ 1000000 коп.
Ответ: 41 копейки.

2)


Решение:
① ∃ AB – красного цвета
BC – зеленого цвета
DC – синего цвета
ED – красного цвета
EA – синего цвета.
Поэтому минимальное количество цветов 3.

② 2 красных, и 2 зеленых, и 1 синий можно использовать 5 способами.
Если 2 синих и 2 зеленых, 2 красных и 2 синих =>
=> 3 · 5 = 15

Ответ: минимальное количество цветов 3, 15 способами можно сделать.

5) Дано:

15 различных натуральных чисел.

8 чисел ⋮ 7.

10 чисел ⋮ 11

Доказать, что среди 15 чисел есть число больше 220.

Доказательство:

т.к. 10 чисел ⋮ 11 и 8 чисел ⋮ 7 => 18 чисел.

А по условию 15 натуральных чисел.

Значит, 3 числа делятся и на 11, и на 7.

① 77 ⋮ 7 и 77 ⋮ 11

77 - первое число

154 ⋮ 7 и 154 ⋮ 11.

231 ⋮ 7 и 231 ⋮ 11 =>

=> среди чисел есть число, которое больше 220.

② 77, 154, 231, 7, 14, 21, 28, 35, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77.

231 > 220.

ч.т.д.

7) Дано:

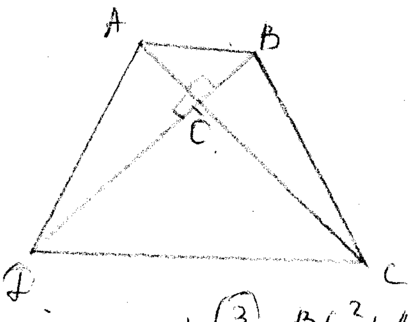
ABCD - трапеция

AB, CD - основания

AC ⊥ BD - диагонали

BC + AD и AB + CD - ?

Решение:



∃ AC ∩ BD = O.

① BC + AD, т.к. AC ⊥ BD, то по Th Пифагора $BC^2 = CO^2 + OB^2$ и $AD^2 = DO^2 + OA^2$

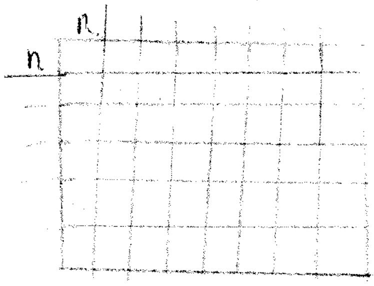
② AB + CD, т.к. AC ⊥ BD, то по Th Пифагора $AB^2 = AO^2 + OB^2$ и $CD^2 = CO^2 + DO^2$

③ $BC^2 + AD^2 = CO^2 + OB^2 + DO^2 + AO^2$ и $AB^2 + CD^2 = AO^2 + OB^2 + CO^2 + DO^2$

Зн-т, $CO^2 + OB^2 + DO^2 + AO^2 =$
$= AO^2 + OB^2 + CO^2 + DO^2$ =>
=> $BC^2 + AD^2 = AB^2 + CD^2$ сл-но,
BC + AD = AB + CD.

Ответ: BC + AD = AB + CD.

3) n^2 - квадраты.
n - колонки и ряды.



Решение:
Т.к. во всех рядах число подстанций различно. И в каждом „квадрате" располагают или не располагают одну трансформаторную станцию, то число подстанций в каждой колонке не может не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду. Ответ: не может.

4) x, y, z - положительные числа.

$xyz + \frac{1}{xyz} = a$, $x + \frac{1}{y} = b$, $y + \frac{1}{z} = c$.

Найти: $z + \frac{1}{x} = ?$

Решение:

$x = b - \frac{1}{y}$, $z = y - c + 1$ =>

=> $y - c + 1 + \frac{1}{b - \frac{1}{y}} = y - c + 1 + \frac{y}{by - 1} = by^2 - byc - y - c +$

$+ by - 1 + y = by^2 - byc - c + by - 1 = by(by - c) - by(c + b) - 1 =$

$= by(by - c) + (by - c) - 1 = (by - c)(by - c + 1) = b - c$

$z + \frac{1}{x} = b - c$

Ответ: $z + \frac{1}{x} = b - c$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск 401 М (11) 9 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Селиванов

ИМЯ Никита

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 11.12.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1| 100 чел в Моно – внутр. звонок 43 коп – внешн. 129 коп
200 чел. в Громо – внутр звонок X коп – внешний $3X$ коп.
Причем $X < 43$, тогда
В „Моно": за 1 день чел. звонит 299 – другим
из которых 99 – в Моно 200 – в Громо т.е.
В „Моно" за 1 день от одного чел. прибыль:
$99 \cdot 43 + 129 \cdot 200$, тогда от всей
компании $\dfrac{(99 \cdot 43 + 129 \cdot 200)\,100}{}$ коп. $= 99 \cdot 43 + 129 \cdot 200$ р.
В „Громо" в день с 1 чел: $199 \cdot x + 100 \cdot 3x$ коп.
т.е. со всей компании $200(499x)$ коп $= 998x$ р.
Т.к. прибыль Громо больше прибыли Моно более чем на 10000 р., то:

$$998x - 2057 - 25800 > 10000$$

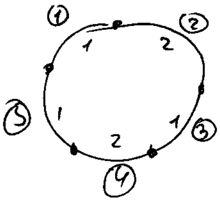
$$998x > 37857$$

$$x > \frac{37857}{998}$$

$$x > 37\frac{931}{998}$$

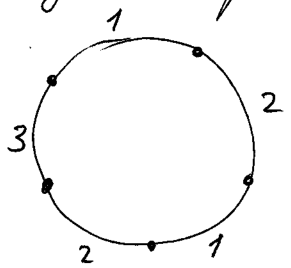
$x \geq 38$ => внутренний звонок с Громофона стоит 38, 39, 40, 41, 42 коп. А внешний соотв. 114, 117, 120, 123, 126 коп.

№2| Т.к. цветов хотя бы 2, то рассмотрим вариант с 2-мя цветами.
Пусть 1-ую дугу покрасили в первый => 2-ую во 2-ой, 3-ю в 1-ый, 4-ую во 2-ой => => 5-ую в 1-ый, но противоречие т.к. 1-ая тоже 1-ого цвета:



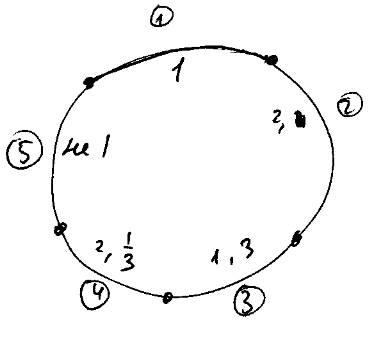
=> Цветов больше чем 2 => их хотя бы 3.
Этот вариант возможен

Приведем пример для 3-х цветов:



Теперь найдем кол-во разл. вариантов:

1-ую дугу можно покрасить 3-мя способами, соотв. вторую 2-мя способами.



] 1-ую мы покрасили в 1-ый цвет, ~~тогда~~, вторую во 2-ой цвет, тогда можем 3-ю покрасить либо в 1 либо в 3-ий цвета.

Если мы ее красим в 1-ый то 4-ую можем покрасить либо во 2-ой либо в 3-ий т.е. 2-мя способами => 5-ую одним т.к. 5-ая не 1-ого цвета => $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1$ способов.

Если мы 3-ю красим в 3-ий цвет, то 4-ую либо во 2-ой либо в 1-ый. Если во 2-ой то 5-ую одним способом т.е. в этом случае $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ вариантов. Если в 1-ый то 5-ую можем 2-мя способами => $3 \cdot 2 \cdot 2$, тогда всего вариантов $3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12 + 12 + 6 = 30$

Ответ: 30 способов, 3 цвета

№3) Т.к. всего n рядов и всего n колонок, то возможное количество подстановкой в ряду $n+1$ => т.к. во ~~которой~~ всех рядах x разл. кол-во подстановкой =>] x - то единств. кол-во, которого нет ни в 1-ом ряду => для вып. условия в каждой колонке должно быть по x, тогда всего подстановкой $n \cdot x$, а с другой стороны их $\frac{(n+1)n}{2} - x$ => $nx = \frac{(n+1)n}{2} - x$

$2(n-1)x = (n+1)n$

$x = \frac{(n+1)n}{(n-1)\cdot 2}$ => если $n-1 \equiv 0 \pmod m$, причем $m > 2$, то т.к. $(n-1), n, (n+1)$ – последоват. числа, то $n(n+1) \not\equiv 0 \pmod m$

=> $n-1$ – степень 2] $n-1 = 2^k$ => $n = 2^k+1$

$n+1 = 2^k+2$ =>

$x = \frac{2(2^{k-1}+1)(2^k+1)}{2^k\cdot 2}$ 2^k+1, $2^{k-1}+1$ – нечетные числа ~~при $k>1$ => если $k\neq 0$~~ =>

=> противоречие => $k=0$, т.е.

$n-1 = 1$

$n = 2$

$n+1 = 3$, тогда при $n=2$ $x = 3$, что невозможно =>

Такого не может быть никогда.

№4] $\begin{cases} 2^x\cdot 2^y\cdot 2^z + 2^{-x}\cdot 2^{-y}\cdot 2^{-z} = a \\ 2^x + 2^{-y} = b \\ 2^y + 2^{-z} = c \end{cases}$

] $2^z + 2^{-x} = d$ =>

$(2^x+2^{-y})(2^y+2^{-z})(2^z+2^{-x}) = bcd$

$2^x\cdot 2^y\cdot 2^z + 2^{-x}\cdot 2^{-y}\cdot 2^{-z} + 2^x + 2^{-y} + 2^y + 2^{-z} + 2^z + 2^{-x} = bcd$

$a+b+c+d = bcd$

$d(bc-1) = a+b+c$

$d = \frac{a+b+c}{bc-1}$

6. $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$

Т.к. $\cos^2(2+3^x) \geq 0$, но ≤ 1 $\Rightarrow$

$\left[\cos^2(2+3^x)\right]$ либо $=0$ либо $=1$

$\frac{3^x}{2} > 0$ при $\forall x \Rightarrow$ $\left[\cos^2(2+3^x)\right] = 1 \Rightarrow$

$\cos^2(2+3^x) = 1$

$\cos(2+3^x) = \pm 1$

$2+3^x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$\underline{3^x = \pi k - 2} > 0 \Rightarrow k > 0$ т.е. $k \geq 1$ (1)

$\Downarrow$

$1 \geq \frac{3^x}{2}$

$1 \geq \frac{\pi k - 2}{2}$

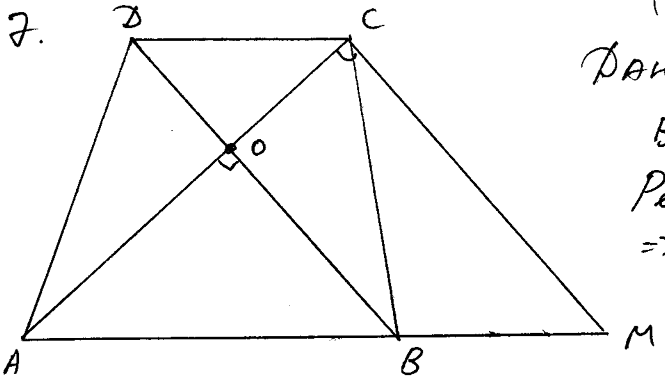
$2 \geq \pi k - 2$

$\pi k \leq 4 \Rightarrow k \leq 1$ (2)

Из (1) и (2): $\underline{k=1} \Rightarrow 3^x = \pi - 2$

$$\boxed{x = \log_3(\pi - 2)}$$

7.



Дано: ABCD – трапеция $BD \perp AC$

$BC + AD \vee AB + CD$

Решение: построим $CM \parallel DB$

$\Rightarrow \triangle ACM$ - прямоуг. $\Rightarrow$

$AM^2 = (AB + DC)^2 = AC^2 + DB^2$

А из $\triangle ADO$ и COB:

$AD^2 = DO^2 + AO^2$
$CB^2 = CO^2 + OB^2$ $\Rightarrow AD^2 + CB^2 = DO^2 + OB^2 + AO^2 + CO^2$

$AC = AO + OC \Rightarrow AC^2 > AO^2 + OC^2$
$DB^2 > DO^2 + OB^2 \Rightarrow AM^2 > AD^2 + BC^2$

А из $\triangle AOB$ и DOC: $AB^2 = AO^2 + BO^2$ $DC^2 = DO^2 + OC^2 \Rightarrow AB + DC = AD + CB$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ангарск М(11) 40 9

$(AB+DC)^2$. ~~$AB^2+DC^2=AD^2+BC^2$~~

№5) Т.к. чисел 25, а $9+10+11=30$ => есть 5 чисел, составленных из произведения

13, 14 ∃ каждое < 345

14, 15 А т.к. все числа натуральны и

13, 15 различны => т.к. $13\cdot14\cdot3>345$, $13\cdot15\cdot2>345$, $14\cdot15\cdot2>345$ то

есть числа $13\cdot14$, $13\cdot15$, $13\cdot14\cdot2$, $14\cdot15\cdot$ [illegible], ~~но если~~

~~[illegible]~~ 5-ятого такого числа нет < 345 =>

=> противоречие => есть число > 345

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы	Вариант № 7112	M2 -11 (22) шифр

ФАМИЛИЯ Семенова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 16.06.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ekat-

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

СЕМЕНОВА ЕКАТЕРИНА АНДРЕЕВНА 16.06.15 11 класс МАТЕМАТИКА

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н2-11(22)

№1 Пусть n-число линий, m-линий идут в М, k-линий идут в П и X-линий следуют в другие города. $n \geq 4$ (по условию)

Из условия следует, что $n-m \leq 2$, $n-k \leq 3$ или $m \geq n-2$, $k \geq n-3$

Если $n=4$, тогда $m \geq 4-2$, $m \geq 2$; $k \geq 4-3$, $k \geq 1$

3 линии в М и 1 линия в П
2 линии в М и 2 л. в П
2 линии в М, 1 в П и 1 в Х.

Если $n=5$, тогда $m \geq 5-2$, $m \geq 3$; $k \geq 5-3$, $k \geq 2 \Rightarrow m=3$, $k=2$ в другие города линий нет.

Если $n>5$, тогда ~~$m \geq n-2<4$~~ $n-k \leq 3$, $n-m \leq 2 \Rightarrow m \geq n-2<4$

Если $n \geq 5$, то $m \geq n-2$, $k \geq n-3$ и $n-2<4 \Rightarrow n<6$ и $n=5$, $m \geq 5-2$ $m \geq 3$, $k \geq 5-3$ $k \geq 2 \Rightarrow m=3$, $k=2$ и других линий нет

Ответ: n может быть меньше 5, $n \leq 5$; X-линий, ведущих в другие города нет.

№2. Если $tg x = 0 \Rightarrow x = \pi \cdot n \Rightarrow tg 2x = 0$ и $2015^{tg x} = 1$ при $x = \pi \cdot n$, $n \in Z$.

$tg 2x = \frac{2 tg x}{1-tg^2 x} \longrightarrow$ по условию: $tg x$ и $\frac{2 tg x}{1-tg^2 x}$ — целые числа

$tg x$ и $1-tg^2 x = (1-tg x)(1+tg x)$ взаимно простые числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2}{1-tg^2 x}$ — целое и $tg x \neq 0$

$|tg x| < 2$ (при $|tg x| \geq 2$ дробь несократима) $\Rightarrow |tg x| = 1$, но тогда $1-tg^2 x = 0$ (а на 0 делить ~~дробь~~ нельзя)

Ответ: $x = \pi \cdot n$, $n \in Z$; $2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

№3. Вкладывать в банки равные суммы не выгодно, т.к мы не знаем какой из банков разорится. Если в 3 банка положить одну сумму xр и дома оставить yр, то $3x+y = 600000$р и полученный доход $z = 5x + 600000 - 3x = 2x + 600000 \Rightarrow$ максимальный доход будет если $x = 200000 \Rightarrow$ в 3 банка по 200000р

$z = 2 \cdot 200000 + 600000 = 1000000$р

Ответ: нужно положить по 200000р в 3 банка, через год на руки получит 1000000р.

№4. Пусть t-число прошедших минут после 12^{00} и α-угол между часовой и минутной стрелкой.

№4 ... За 1 мин минутная стрелка проходит $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$, а часовая $\frac{360^\circ}{12\cdot 60}=0{,}5^\circ$. При $t=1$, $\alpha=6^\circ-0{,}5^\circ=5{,}5^\circ$. Нужно ждать до 13^{00}, т.е $t\geq 60^\circ$. В 13^{00} $\alpha=6^\circ\cdot 5=30^\circ \Rightarrow t\geq 60+5$

При $t=65$, $\alpha=5\cdot 0{,}5=2{,}5^\circ$

При $t=66$, $\alpha=6^\circ-3=3^\circ$

Следующий оборот с 14^{00} $t=120$, $\alpha=60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow t\geq 120+10=130$

В 14^{10}, $\alpha=0{,}5^\circ\cdot 10=5^\circ$

В 14^{11}, $\alpha=-0{,}5 \Rightarrow$ ждем след. оборот

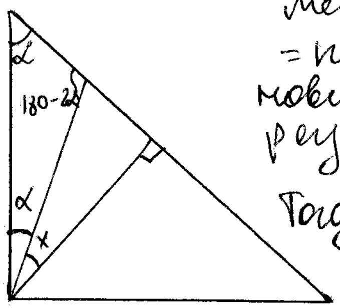
В 15^{00}, $\alpha=90^\circ \Rightarrow t\geq 180+15$

В 15^{15}, $\alpha=0{,}5^\circ\cdot 15=7{,}5^\circ$

После скачок в 15^{16}, $\alpha=7{,}5^\circ-6^\circ+0{,}5^\circ=2^\circ$

Ответ: Время 15:16 показывают часы.

№6.



Медиана, проведенная из вершины прямого угла = = половине гипотенузы и каждый раз медиана становится гипотенузой нового треуг. То каждый раз она становится меньше в 2 раза.

Тогда у последнего треуг. гипотенуза $=\frac{640}{2^5}=\frac{640}{32}=20$

$l=20$ - длина аллеи = гипотенузе

$\angle x$ каждый раз равен:

1 раз $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{11\pi}{24}=\frac{12\pi}{24}-\frac{11\pi}{24}=\frac{\pi}{24}$

2 раз: $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}=\frac{6\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{12}$

3 раз: $\alpha=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{6}-\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$

4 раз $\alpha=\frac{\pi}{6}$

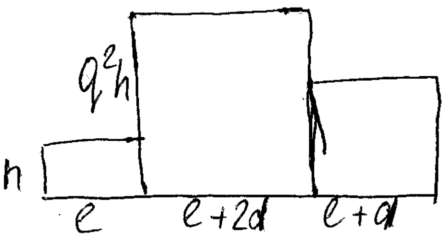
5 раз $\alpha=\frac{\pi}{6}$

$x=\frac{20}{2}=10$

$S=\frac{1}{2}\,20\cdot 10\sin\alpha=100\cdot\frac{\sqrt3}{2}=50\sqrt3$

Ответ: ~~Длина~~ $l_{аллеи}=20$, $S_{ал.}=50\sqrt3$

№7



$h\cdot l=15$

$h\cdot q(l+d)=60$

$h\cdot q^2(l+2d)=180$

$l+(l+d)+(l+2d)=30$

$l+d=10$, $h\cdot q=6$

№7 ...

$q = \frac{6}{h}$

если $h \cdot l = 15 \Rightarrow h = \frac{15}{l}$

$q = \frac{6}{h} = \frac{6 \cdot l}{15} = 0,\cancel{0}4l \Rightarrow 0,4l$

$h \cdot q^2(l + 2d) = 6q(l + 2(10 - l)) = 2,4l \cdot (20 - l)$

$2,4l(20 - l) = 180 \quad | : 2,4$

$l^2 - 20l + 75 = 0$

$D = 400 - 300 = 100 \quad \sqrt{100} = 10$

$l_1 = \frac{20 - 10}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$l_2 = \frac{20 + 10}{2} = \frac{30}{2} = 15$

$d = 10 - l$

$d_1 = 5$

$d_2 = -5$, $d > 0$ посторонний корень

$l = 5 \Rightarrow h = 3$ т.к. $h \cdot l = 15$

$hq = 6 \Rightarrow q = 2$

~~Итого~~ $l = 5, d = 5, h = 3, q = 2 \Rightarrow$

Ответ:

1 ступень $l = 5$, $h = 3$

2 ступень $l = 10$, $h = 6$

3 ступень $l = 15$, $h = 12$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант №	7091
шифр	Ангарск 105 М-9 28

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Ситусин

ИМЯ ВЛАДИМИР

ОТЧЕСТВО ИГОРЕВИЧ

Дата рождения 24.11.1998 Класс: 9

Предмет математика Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№5

Сложу количество чисел делящихся на 7 и количество чисел делящихся на 11.

10 + 8 = 15 чисел. Но по условию задачи сказано, что на доске было записано всего 15 чисел. Значит 3 числа делятся одновременно и на 77 и на 11. Поскольку числа в ряду все натуральные и различные, то 3 таких наименьших числа равны: 77; 154, 231. Других вариантов наименьших чисел нет => в этом ряду из 15 чисел найдётся число большее 220 (231>220), что и требовалось доказать.

№6

$[x^n - 1] = \frac{x}{2}$

$[x^n-1]$ - целое число => $\frac{x}{2}$ - целое число, значит x - чётное, целое число. Пользуясь выясненным фактом, мы можем убрать квадратные скобки и ничего не изменится: $x^n - 1 = \frac{x}{2}$

x^n-1 - нётное число (кроме $x=0$; $n=0$, тогда $0^0-1=0$), если x^n-1 - нечётное то и $\frac{x}{2}$ - нётное => x может быть равен: 0; ±2; ±6; ± 10... => $x = 2k$, где k-

Рассмотрю значения $|x|$ - модуля x.

Пусть $|x|=0 => x=0$ => $0^n-1=0$, т.к. $n \neq 0$, по условию, то $-1=0$, чего не может быть $=> |x| \neq 0$.

Пусть $|x|=2 => x=\pm 2$ => $x=2$: $2^n-1=1 <=> 2^n=2 => n=1$.

$x=-2$: $-2^n-1=1 <=> -2^n=2 => n=\varnothing$

Пусть $|x|=6 => x=\pm 6$ => $x=6$: $6^n-1=3 <=> 6^n=4 => n=\varnothing$

$x=-6$: $-6^n-1=-3 <=> -6^n=-2 => n=\varnothing$

Если мы дальше будем увеличивать $|x|$, то модуль левой стороны равенства будет всё больше и разность между левой и правой частями будет увеличиваться => равенство не будет достигнуто => есть только 1 верный ответ: $x=2$; $n=1$. Ответ: $n=1$; $x=2$.

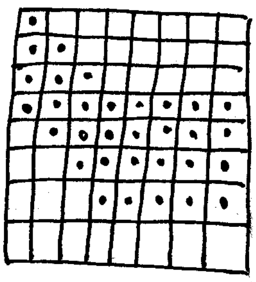
№3

~~Есть 2 варианта заполнения горизонтальных строк таблицы 8×8).~~

1.

В каждой горизонтальной строке может быть от 0 до 8 фишек. Так как у нас всего 8 строк, а чисел 9, то 1 число не будет использовано назовём его n. Заполним каждую строку разными числами фишек и у нас останется n. В каждом столбце должно быть количество фишек отличное от количества фишек в каждой строке, значит в каждом столбце должно быть количество фишек n. Но если в каждом столбце n фишек, то ~~во~~ на всей доске 8n фишек, но одновременно на доске находится (если считать горизонтальные строки):

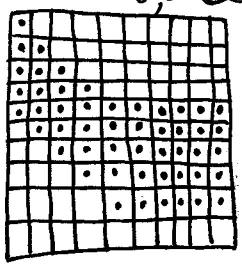
$36-n$ фишек $\Rightarrow 36-n=8n \Leftrightarrow 36=9n \Rightarrow n=4$, значит число которое мы не брали 4. Пример для доски 8×8:



Если я заменю поле 8×8, полем 10×10, то: $10n=55-n \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 11n=55 \Rightarrow n=5$

Ненужное число будет равно 5.



пример 10×10

Ответ: возможно

№1

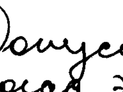
Пусть x стоит 1 звонок по внутренней связи у Граммофона. Монополия получает прибыль $100\cdot(43\cdot99+43\cdot600)$ в день, а Граммофон, когда получает $200\cdot(x\cdot199+300\cdot3x)$ в день (всё считаем в копейках). Прибыль Монополии в день равна: $100\cdot(43\cdot99+43\cdot600)=3005700$, значит прибыль граммофона превышает 4005700 копеек. $\Rightarrow$ справедливо неравенство: $219800\cdot x>4005700 \Rightarrow x>18\frac{493}{2198} \Rightarrow$

$\Rightarrow 43>x>18\frac{493}{2198}$, но, т.к. x - целое, то $43>x\geq19$

Ответ: $x=\{19; 20; 21; 22; 23; 24; 25 \ldots 41; 42\}$.

№2

Допустим, что забор можно раскрасить в 2 цвета (x и y), тогда эти 2 цвета должны чередоваться, но у нас 5 дуг - нечётное число $\Rightarrow$ при чередовании окажутся рядом 2 дуги одинакового цвета $\Rightarrow$ 3 цвета минимум:



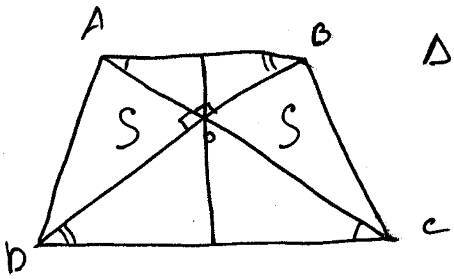
Теперь ответим на вопрос сколько способов раскраски, т.к. у нас всего 3 цвета, то пронумеруем 5 дуг: 1, 2, 3, 4, 5,

№2

Продолжение: первую дугу можно закрасить в 3 цвета, а вторую уже в 2 цвета, т.к. рядом не должно стоять 2 одинаковых цвета, третью тоже в 2; четвёртую - 2 и пятую тоже в 2

Ответ: 3 цвета; $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 48$ вариантов; 48 вариантов.

№7



$\triangle ABO \sim \triangle DOC \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO} \Rightarrow DO \cdot AO = BO \cdot CO$

$S_\triangle AOD = S_\triangle BOC$, т.к. DO и CO - высоты, а AO и BO - основания. ~~Поэтому~~

Трапеция ABCD - равнобедренная, т.к. в условии сказано, что диагонали перпендикулярны => произведение оснований равно произведению боковых сторон.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Ангарск 408
М(10)-10

шифр

№ группы

Вариант № 7101

ФАМИЛИЯ Соломатин

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 14.10.1998

Класс: 10

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 **листах**

Дата выполнения работы: 03.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① x – ~~кол-во~~ плата у Грамофона, где $x < 43$, ~~$x \in R$~~, $x \in \mathbb{Z}$
т.к. один сотрудник звонит только один раз $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ М: $43 \cdot 99 + 43 \cdot 200 \cdot 3 = 699 \cdot 43$ (коп.) – за одного сотр. М.

Г: $x \cdot 199 + x \cdot 3 \cdot 100 = 499x$ (коп.) – за одного сотр. Г.

М всего: $699 \cdot 43 \cdot 100 = 3005700$ (коп.)

Г всего: $499x \cdot 200 = 99800x$ (коп.)

$40057 < 998x$ (~~руб.~~) $40057 : 998 \approx$ ~~40~~ 41

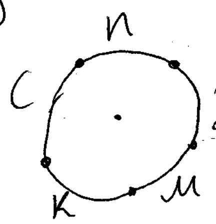
$x >$ ~~40~~ 41

т.к. $x \in \mathbb{Z}$, $x >$ ~~40~~ 41, но $x < 43 \Rightarrow$ ~~$x \in [40;$~~

~~$x = 40$~~ или $x = 41$ или $x = 42$.

Ответ: ~~$x = 40$ коп~~, $x = 41$ коп., $x = 42$ коп.

②



min – 5 цветов, т.к. при 4-х некоторые цвета будут пересекаться (совпадать).

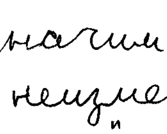
Обозначим цвета 5-ю буквами: с, п, к, м, з.
при неизменном положении „с" рядом будут меняться „п" и „к" с „м" и „з". Таких изменений будет 24.

А в общем $24 \cdot 5 = 120$ вариантов.

Ответ: min = 5 цв., 120 вариантов.

③ Т.к. кол-во трансформ. станций в ~~стр~~ строке не превышает n и кол-во различных вар-тов со строками должно быть равно n, так же и со столбцами. $\Rightarrow$ В ~~ст~~ столбцах неизменно появится значение из строки или наоборот. $\Rightarrow$

н-р:



$1' = 2$

$2' = 1$

$\Rightarrow$ Число подстанций в столбце ~~не~~ может не совпадать с любым не значением подстанций в строке.

Ответ: нет, не может.

④ ~~z~~ ~~y=~~ $y+\frac{1}{z}=c$ $\qquad x+\frac{1}{y}=b$

$\frac{1}{z}=c-y$ $\qquad x=b-\frac{1}{y}=\frac{by-1}{y}$

$z=\frac{1}{c-y}$ $\qquad \frac{1}{x}=\frac{y}{by-1}$

$xyz+\frac{1}{xyz}=a \mid \cdot yz$

$xy^2z^2+\frac{1}{x}=a\cdot yz$

$\frac{1}{x}=yz(a-xyz)$

⑤ т.к. чисел всего 15, а чисел, ~~двоо~~ делящихся на „7" или „11" в сумме ~~$~~ 8+10=18 =>

=> 3 из них (18-15) делятся и на „7" и на „11" но при том они ~~разные~~ => нужно рассматривать числа с ~~н~~ минимального => одно (самое большое) из этих 3-х чисел ~~раб~~ равно $7\cdot11\cdot3=231$ =>

=> на доске есть как минимум одно число, большее 220 ■.

⑥ $[\cos^2(x+2)]\geq\frac{x}{\pi}$

$\cos^2(x+2)=\cos(x+2)\cdot\cos(x+2)=(\cos x\cdot\cos2-\sin x\cdot\sin2)^2$

$x\in\mathbb{Z}$, т.к. $\frac{x}{\pi}\leq[\cos^2(x+2)]$ =>

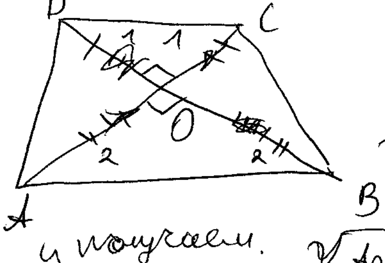
$\Rightarrow |x| \vdots \pi$ или $x=0$.

$\cos(2)$ - не сущ-ет.

$\sin(2)$ - не сущ-ет =>

$\Rightarrow x=\pi$

Ответ: $x=\pi$.

⑦ 

$AB=\sqrt{AO^2+OB^2}$, $DC=\sqrt{DO^2+OC^2}$,

$AD=\sqrt{AO^2+DO^2}$, $CB=\sqrt{CO^2+OB^2}$

$\sqrt{AO^2+OB^2}+\sqrt{DO^2+OC^2}$ ∨ $\sqrt{AO^2+DO^2}+\sqrt{CO^2+OB^2}$

после сокращаем.

и получаем. $\sqrt{AO^2BO^2+CO^2DO^2}$ ∨ $\sqrt{AO^2DO^2+BO^2CO^2}$ =>

т.к. $AC\perp BD$ => ABCD - г/б.

=> если представить, что DO = CO = 1, AO = OB = 2 => $\sqrt{4\cdot16+1}$ ∨ $\sqrt{5+5}$

$\sqrt{17}>\sqrt{10}$

Ответ: $AB+CD>AD+CB$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Ангарск – 408 М(11) 11	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

№ группы

Вариант № 7111

шифр

ФАМИЛИЯ Соснин

ИМЯ Петр

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 04.02.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Соснин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 Каждый сотрудник звонит каждому => каждый делает 299 звонков.

Один сотрудник с сетью М приносит

$99 \times 43 + 200 \times 43 \cdot 3 = 4257 + 25800 = 30057$ коп.

Один сотрудник с сетью Г приносит

$199x + 100 \cdot 3x = 499x$, где x – цена за звонок в сети Г

Доход М: $30057_{коп} \cdot 100 = 3005700_{коп}$

Доход Г: $499x \cdot 200 = 99800x$

$4005700 < 99800x$

$40057 < 998x$ при натур. x => $x \geq 41$ и т.к. по условию $x < 43$ =>

Ответ: звонки с Г стоит либо 41, либо 42 копейки.

№2 В 2 цвета раскрасить невозможно, т.к. кол-во дуг нечетно.

Для 3-ех цветов это возможно: (=> 3 – min. кол-во цветов)

3 2
1 3
2

причем не может быть 3-ех дуг одного цвета, т.к. 2 из них окажутся рядом => будет 2 парных цвета, чередующихся между собой и один непарный.

1-непарный 2, 3-парные
2-непарный 1, 3-парные
3-непарный 1, 2-парные

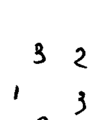
для каждого случая есть 5 позиций для непарного цвета, и для всех случаев возможна перемена парных цветов местами

Итого $(5+5+5) \times 2 = 30$ способов.

№5 Если ~~пересекаются все 3 множества, тогда будет хотябы 1 число~~ хотябы 1 число входит во все 3 множества, то оно $\geq 13 \cdot 14 \cdot 15$, что больше $345 = 23 \cdot 5 \cdot 3$.

Т.к $9+10+11=30$ => $30-25 = 5$ (не менее) чисел попадают на пересечение множеств

Max кол-во пересечений – 3 (случай с большим числом уже разобран выше)



=> хотя-бы в одно из пересечений попадет ≥ 2 числа

Рассмотрим минимальные такие 2 числа: $14 \cdot 13$ и $14 \cdot 13 \cdot 2 = 364$, что больше 345. ч.т.д.

№3 Всего n рядов; в каждом ряду может стоять от 0 до n ~~тр~~ подсвечн.

=> во всех рядах мы встретим каждое возможное кол-во подсв. кроме x

(x-натур.; $x \in [0; n]$).

Т.к. кол-во подстанций в каждом столбце не совпадает ни с одним кол-вом в ~~строках~~ рядах => в каждом ряду стоит x станций.

=> Всего подстанций xn

x является ср. арифметическим от кол-ва подст. в каждом ряду

$\frac{n+0}{2}\cdot(n+1)-x$ - сумма всех подстанций (из арифм. прогр. 0,1...n вычли x)

n - кол-во рядов

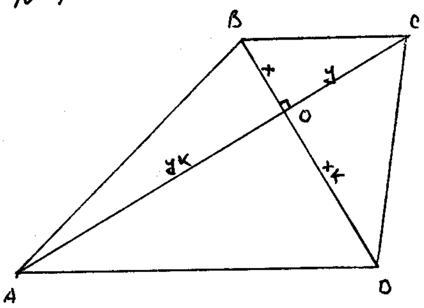
$x = \dfrac{\frac{n\cdot(n+1)}{2}-x}{n} = \frac{n+1}{2}-\frac{x}{n} = \frac{n}{2}+\frac{1}{2}-\frac{x}{n}$ = ~~целому~~ натуральному числу

$0<x<n \Rightarrow \frac{x}{n}\in(0;1)$ (т.к. x и n - натур.)

=> чтобы $\frac{n}{2}+\frac{1}{2}-\frac{x}{n}$ было ~~целым~~ натуральным необходимо потребовать $\begin{cases} n \vdots 2 \\ \frac{x}{n}=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x=\frac{n}{2}$

Ответ: это возможно, при условии, что n-четно, и кол-во подст. в колонке в таком случае равно $\frac{n}{2}$.

N 7



$\exists\, BD \cap AC = O \quad BO = x \quad OC = y$

$\triangle BOC \sim \triangle AOD \Rightarrow OD = kx \quad AO = yk$

$BC = \sqrt{x^2+y^2} \quad AD = \sqrt{x^2k^2+y^2k^2}$

$(BC+AD)^2 = x^2+y^2+x^2k^2+y^2k^2+2\sqrt{(x^2+y^2)(x^2k^2+y^2k^2)}$

$AB = \sqrt{y^2k^2+x^2} \quad CD = \sqrt{x^2k^2+y^2}$

$(AB+CD)^2 = x^2+y^2+x^2k^2+y^2k^2+2\sqrt{(y^2k^2+x^2)(x^2k^2+y^2)}$

$(x^2+y^2)(x^2k^2+y^2k^2) = x^4k^2+2x^2y^2k^2+y^4k^2 = k^2(x^4+y^4+2x^2y^2) = k^2(x^2+y^2)^2$

$(y^2k^2+x^2)(x^2k^2+y^2) = x^2y^2k^4+y^4k^2+x^4k^2+x^2y^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Зелен М - 3
№ группы	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 7112

ФАМИЛИЯ СТАРОДУБЦЕВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 16.01.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Стар

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 11 074153
Выдан Отделением УФМС России по Красноярскому
краю в г. Зеленогорске 02.02.2011

N2

$tg\,x \in Z$; $tg\,2x \in Z$

При $x = 180°$

$tg\,180 = 0, \in Z$ $tg\,360 = 0, \in Z$

Зн. $x = \pi n$, где $n \in Z$

$2015^{tg\,\pi} = 2015^0 = 1$

Ответ: при $x \in \pi n$, где $n \in Z$ $2015^{tg\,x} = 1$.

N5

600000 р

$N = 3$

Во все три банка нужно положить равную сумму $= \frac{600000}{3} = 200000$ р.

Тогда в одном из банков его сумма станет $= 400000$ р, во втором 600000 р и в третьем 0. $400000 + 600000 = 1$ млн

Итого его ~~доход~~ сумма станет = 1 млн руб.

Ответ: 1 млн рублей (1000000р)

N4

Пусть $x°$ - величина градусная часовой стрелки с осью ординат, т.е. где $0° = 12$ ч.

~~Пусть~~ • Известно, что скорость минутной стрелки больше в 12 раз часовой.

v минутной стрелки $= \frac{360°}{60 мин} = \frac{6°}{мин}$

v часовой стрелки $= \frac{360°}{12 \cdot 60 мин} = \frac{1°}{2 мин}$

В первый час после полудня ~~движение~~ координаты стрелок можно описать следующим образом:

$\begin{cases} 6t = x_0 + 2 \\ \frac{1}{2}t = x_0 \end{cases} \longrightarrow 6t = \frac{1}{2}t + 2$

$5,5t = 2$ $t = \frac{2}{5,5}$, что $\notin Z$, зн. это было не в первый час.

Во второй час движение можно описать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}t = x_0 \\ 6t - 360 = x_0 \pm 2 \end{cases} \Rightarrow 5{,}5t = 360 \pm 2$$

$t = \frac{358}{5{,}5}$ // $\frac{362}{5{,}5}$, но ни одно значение не принадлежит целому, зн. это было и не во второй час.

В третий движение следующее:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}t = x_0 \\ 6t - 720 = x_0 \pm 2 \end{cases} \Rightarrow 5{,}5t = 720 \pm 2$$

$t = \frac{718}{5{,}5}$; $\frac{722}{5{,}5}$ и опять не одно значение не удовлетворяет условию о принадлежности целым числам.

В четвёртый час:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}t = x_0 \\ 6t - 1080 = x_0 \pm 2 \end{cases} \Rightarrow 5{,}5t = 1080 \pm 2$$

$t = \frac{1078}{5{,}5} = 196, \in Z$

$t = \frac{1082}{5{,}5} \notin Z$, отсюда видим,

что $t = 196$ мин $= 3ч\ 16$ мин $= 15ч\ 16$ мин, т.к. после полудня

Ответ: 15:16

N 7

Дано
$S_1 = 15$ дм^2
$S_2 = 60$ дм^2
$S_3 = 180$ дм^2
$a_1 + a_2 + a_3 = 30$
$a - ?\ b - ?$

Пусть d - разность арифм. прогрессии
$a_2 = a_1 + d$
$a_3 = a_1 + 2d$
Пусть q - частное гео. прогрессии
$b_2 = b_1 q$ $\quad S_1 = b_1 a_1 = 15$
$b_3 = b_1 q^2$ $\quad S_2 = b_1(a_1 + d)\cdot q = 60$
$S_3 = b_1(a_1 + 2d)\cdot q^2 = 180$

$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 30$

$a_1 + d = 10$. т.к. $S_1 = 15 = a_1 b_1$, то найдем делители 15.

15: 1; 3; 5; 15. Предположим, что $a = 5$, тогда $d = 10 - 5 = 5$, тогда $b = \frac{15}{5} = 3$

Тогда найдем q

$(a+d)\cdot bq=60$

$10\cdot bq=60$

$q=\frac{60}{10b}=\frac{60}{30}=2$

Проверим на третьей площади

$S_3=(a+2d)\cdot bq^2=(10+5)\cdot 2^2\cdot 3=180.$

$180=180$

Отсюда следует, что $a=5$; $b=3$

Размеры пьедистала = высота на длину

длина - максимальная, равна $5+5+5=15$,

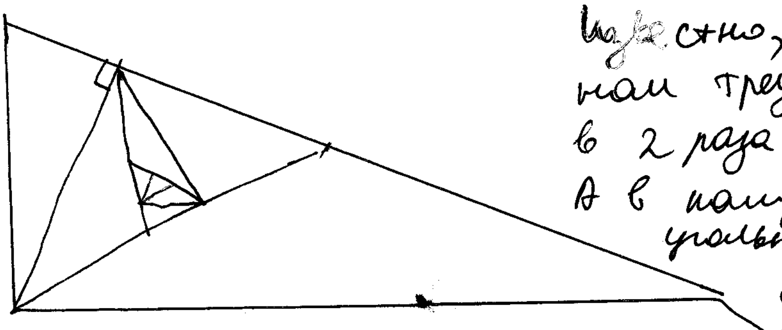
а высота $=3+3\cdot 2+3\cdot 2^2=3(1+2+4)=21$

Ответ: 15×21

N 1

Да, число всех линий может быть меньше 5-ти. Например 3 линии, из которых две ведут в город m, а одна в город n. Тогда среди любых трех будет та, которая ведет в город m и среди четырех (всех линий) соответственно есть та, которая ведет в город n.

N 6



Известно, что в прямоугольном треугольнике медиана в 2 раза меньше гипотенузы. А в каждом следующем треугольнике медиана будет явл. гипотенузой.

Зн. гипотенуза в пятом $=\frac{640}{2^4}=\frac{640м}{16}=40м$.

$S\approx 40м\cdot\cos\frac{11\pi}{24}\cdot 40\cdot\sin\frac{11\pi}{24}\cdot\frac{1}{2}=400\cdot\sin\frac{22\pi}{24}\approx 380\,м^2.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Земл М - 3

№3

$(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

Площадь фигуры $< \cancel{0}$

Приблизительно

$S \approx \frac{1}{4}$.

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск 408 М(11)-6 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ СТЕПАНОВ

ИМЯ РОМАН

ОТЧЕСТВО ВИТАЛЬЕВИЧ

Дата рождения 03.09.1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. $М - 100 = 0{,}43р = 1{,}29 р.$

$Г - 200 = x = 3x$

$x < 0{,}43 р.\ x \in Z$ коп

$М: 4300 + 25800 = 30100 р.$

$Г: 40000x + 60000x р.$

$100000x > 30100.$

$x > 0{,}301 р.$

$x \geq 31$ коп.

$x < 43$ коп.

Ответ: $x \in [31; 43)$

2. вытянем окр-сть в цепочку, сравнивая 1 и последний элементы, как ближние. пусть цвет это нат. число, тогда цепочка:

~~0101~~ 12123 удовлетворяет условию.

если поменять цвета, встречающиеся 2 р. цепочка остается верной: 21213

также цвет, который окрашивает 1 дугу можно поставить на любое место в цепочке, это будет

$5 * 2 = 10$ вариантов.

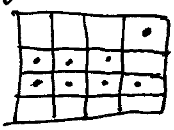
также можно менять значимость цветов, т.е.

31312 или 23231, тогда

10 вариантов начальных цепочек будет повторено 3 раза.

Ответ: 3 цвета, 30 вариантов.

3. в рядах число подстановок равно от 0 до n

необходимо чтобы ~~n~~ было чётное, тогда ни в одной строке не должно быть $\frac{n}{2}$ подстановок, а во всех столбцах должно быть, например:  где точки - это подстановки

4. логарифмируем исходные равенства:

$$\begin{cases} (x+y+z)\cdot-(x+y+z) = \log_2 a \\ x\cdot-y = \log_2 b \\ y\cdot-z = \log_2 c \end{cases}$$

$z\cdot-x - ?$

$$\frac{-xy}{-zy} = \frac{\log_2 b}{\log_2 c}.$$

$$x = \frac{z\cdot\log_2 b}{\log_2 c}.$$

$$z\cdot-\frac{z\cdot\log_2 b}{\log_2 c}.$$

5. 9ч : 13

10ч : 14

11ч : 15

всего 25ч.

$n > 345$.

будем рассматривать худший вариант, пусть числа кратные 15 не будут кратны 13 и 14, т.к $15*11<345$, то можем их отбросить.

осталось 14 чисел, где 9 : 13 и 10 : 14.

$14-10=4$ – числа не кратные 14, тогда чисел : 13 и : 14 будет $9-4=5$.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times\ 14 \\ \hline 52 \\ 13\ \ \\ \hline 182 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 182 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 910 \end{array}$$

$910 > 345$ ч.т.д.

6. $[\cos^2(2+3^x)] \ge \frac{3^x}{2}$ пусть $3^x = t$ $\quad t>0$

$[\cos^2(2+t)] \ge \frac{t}{2}$

т.к ~~$\cos^2 x \le 1$~~

$0 \le \cos^2 x \le 1$, тогда $\left[\begin{array}{l}[\cos^2 x]=0 \\ [\cos^2 x]=1\end{array}\right.$; при $\forall x \in R$.

расписываем наше нер-во на систему, учитывая ~~сово-стей~~ двух систем предыдущего умозаключения:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{t}{2} \le 1 \\ \cos^2(2+t)=1 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{t}{2} \le 0 \\ \cos^2(2+t)=0 \end{cases} \end{array}\right.$$ не уд. условию $t>0$

решаем оставшуюся систему:

$$\begin{cases} \frac{t}{2} \le 1 \\ 2+t = \pi n, n\in Z \end{cases} ; \quad \begin{cases} t \le 2 \\ t = \pi n - 2 \\ t > 0 \end{cases}$$

при $n=0$ $t=-2$ ⊖ ≤ 0

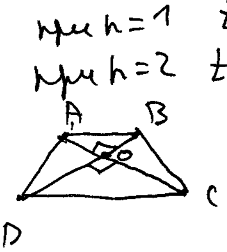
при $n=1$ $t=\pi-2$.

при $n=2$ $t=2\pi-2$ ⊖ >2.

$3^x = \pi - 2$. $\quad x = \log_3(\pi-2)$

ответ: $x = \log_3(\pi-2)$

7.



$DC^2 = OD^2 + OC^2$

$OD^2 = AD^2 - AO^2$

$OC^2 = BC^2 - OB^2$

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$\Rightarrow DC^2 = AD^2 + BC^2 - AB^2$.

$DC^2 + AB^2 = AD^2 + BC^2$.

$\Delta AOB \sim \Delta DOC \Rightarrow AB \sim DC$.

при увеличении AB будет ув-ся и DC и AD и BC $\Rightarrow$

$DC + AB = AD + BC$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск 406 М-11 (16) шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ТАРАСОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 28.05.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

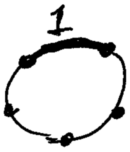
Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 3.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

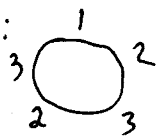
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

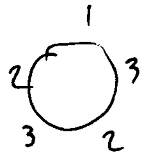
Понятно, что в один цвет покрасить нельзя. Если цвета два, то они чередуются: 12121, но тогда т.к. 5 - нечётно, то какие-то две дуги одного цвета будут рядом. Если цвета 3, то какого-то цвета ровно одна дуга т.к. если всех цветов хотябы 2, то дуг $\geq 2\cdot3=6$. Рассмотрим эту дугу:



Оставшиеся дуги чередуются ~~по очереди~~ по цвету т.к. осталось 2 цвета: либо так:

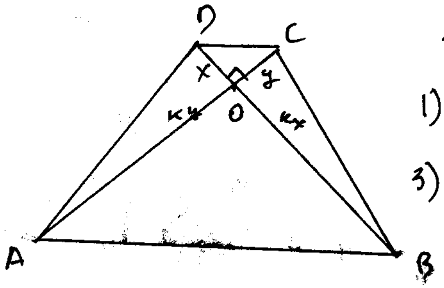


, либо так:



Первый цвет выбирается тремя способами $\Rightarrow$ всего вариантов $2\cdot3=6$

№7



Из Δ-ов AOB, BOC, OCD, AOD по Т Пифагора:

1) $AB^2=AO^2+OB^2$ 2) $DC^2=DO^2+OC^2$

3) $AD^2=AO^2+OD^2$ 4) $BC^2=BO^2+OC^2$

$$\left.\begin{array}{l} (1+2):\ AB^2+DC^2=AO^2+BO^2+OC^2+OD^2 \\ (3)+(4):\ AD^2+BC^2=AO^2+BO^2+OC^2+OD^2 \end{array}\right\} \Rightarrow AB^2+DC^2=DA^2+BC^2$$

Пусть $DO=x$, $OC=y$, $\Delta DOC\sim\Delta AOB$, $\frac{DC}{AB}=\frac{1}{k}$, пусть $AB>DC\Rightarrow k>1$

$OB=kx$, $AO=ky$

$DC=\sqrt{x^2+y^2}$ $AB=k\sqrt{x^2+y^2}$ $AD=\sqrt{k^2y^2+x^2}$ $BC=\sqrt{k^2x^2+y^2}$

$AB^2+DC^2=DA^2+BC^2 \Leftrightarrow (AB+DC)^2-2AB\cdot DC=(DA+BC)^2-2DA\cdot BC$.

$AB\cdot DC=k(x^2+y^2)$ $DA\cdot BC=\sqrt{(k^2y^2+x^2)(k^2x^2+y^2)}$

$k(x^2+y^2)\vee\sqrt{(k^2y^2+x^2)(k^2x^2+y^2)} \Leftrightarrow x^2+y^2\vee\sqrt{(y^2+\frac{x^2}{k^2})(x^2+\frac{y^2}{k^2})}$

т.к. $k>1$, то $y^2+\frac{x^2}{k^2}<y^2+x^2$ и $x^2+\frac{y^2}{k^2}<x^2+y^2\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+y^2>\sqrt{(y^2+\frac{x^2}{k^2})(x^2+\frac{y^2}{k^2})}\Rightarrow AB\cdot DC>DA\cdot BC\Rightarrow$

~~$\Rightarrow (DA+BC)^2<(AB+DC)^2\Rightarrow DA+BC<$~~

$\Rightarrow (AB+DC)^2<(DA+BC)^2 \Rightarrow AD+DC<DA+BC$

№6

$\cos^2 \alpha \in [0;1]$ $[\cos^2\alpha] = \begin{cases} 0, |\cos\alpha|<1 \\ 1 \ \cos\alpha = \pm 1 \end{cases}$

$\frac{3^x}{2} > 0 \Rightarrow [\cos^2(2+3^x)] = 1$

$\cos^2(2+3)^x = 1$ | $\frac{3^x}{2} \leq 1$ $3^x \leq 2 \Rightarrow 3^x + 2 \leq 4$

$\cos(2+3^x) = \pm 1$

$2+3^x = \pi k, k \in Z$

$0 \leq 2+3^x \leq 4 \Rightarrow k=1$

$2+3^x = \pi$

$3^x = \pi - 2$

$x = \log_3(\pi-2)$

Проверим $[\cos^2(2+3^{\log_3 \pi-2})] = [\cos^2\pi] = 1 \geqslant \frac{\pi-2}{2}$

Ответ: $x = \log_3(\pi-2)$

№5

Если есть число, кратное 14, 15 и 13, то оно > 345 т.к. $(13;14;15)=1$, $13\cdot14\cdot15 > 1000 > 345$

Пусть чисел, одновременно делящихся на 2 из чисел 13, 14, 15 не больше 4-х, тогда всего чисел $\geqslant 9+10+11-4 = 26 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ противоречие и таких чисел хотя бы 5. Тогда есть 2 числа, делящихся на одну и ту же пару чисел. Т.к. все числа различны, то большее из них ~~больше~~ не меньше: $2\cdot13\cdot14 = 364 > 345$ ч.т.д.

№3

В каждом ряду может быть от 0 до n подстаканций. Т.к. для каждого ряда это число различное, то есть всего одно «свободное» кол-во подстаканций. Пусть это x. Тогда число подстаканций:

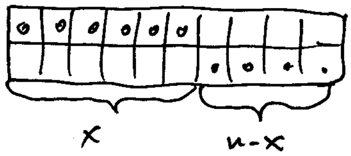
$S = 0+1+ .. + n - x = \frac{n(n+1)}{2} - x$, а по колонкам: $S = n\cdot x$

$nx = \frac{n(n+1)}{2} - x$ $x(n+1) = \frac{n}{2}$ $x = \frac{n}{2} \Rightarrow n \vdots 2$

Покажем, что при $n \vdots 2$ это возможно. Разобьём числа на пары с суммой n:

$1+(n-1)$ $\quad 0+n \quad$ $2+(n-2)$ и т.д.

и будем выставлять подсказки:



и так $\frac{n}{2}$ пар рядов.

Понятно, что данная расстановка удовлетворяет условиям.

№4

$2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a \qquad 2^x=p \qquad 2^y=q \qquad 2^z=s$

$pqs+\frac{1}{pqs}=a \qquad p+\frac{1}{q}=b \qquad q+\frac{1}{s}=c \qquad s+\frac{1}{p}=t$

$bct=(p+\frac{1}{q})(q+\frac{1}{s})(s+\frac{1}{p})=pqs+\frac{1}{pqs}+p+q+s+\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{s}=$

$=a+(p+\frac{1}{q})+(q+\frac{1}{s})+(s+\frac{1}{p})=a+b+c+t$

$bct=a+b+c+t$

$bct-t=a+b+c$

$t(bc-1)=a+b+c$

$t=\frac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $\frac{a+b+c}{bc-1}$

№1

Пусть x - стоимость звонка внутри Пронофона, тогда доход ~~М~~ Пронофона:

$(199x+100\cdot 3x)\cdot 200$, а мобайла: $(43\cdot 99+129\cdot 200)\cdot 100$, тогда:

$499x\cdot 200>1000000+699\cdot 43\cdot 100$

$499x\cdot 2>10000+699\cdot 43$

$998x>40057$

$x>\frac{40057}{998}=40\frac{137}{998}$

$x\geqslant 41$ Ответ: $x=41$ или $x=42$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	Ангарск 406 М-10 (14) шифр	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

ФАМИЛИЯ ТАТАРИНОВ

ИМЯ ДАНИЛ

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 31.01.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 03.03.2015 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

	Сотру.	Цена вн.	Цена др.с.
М	100	43к	43к·3=129к
Г	200	Zк	Zк·3

, $Z<43$, $Z\in\mathbb{Z}$

Ежедневний доход М. $= 43_к \cdot \underset{\text{кол. сотруд.}}{100} \cdot \underset{\text{количество звонков вн. сети}}{99} + 129_к \cdot \underset{\text{кол. сотр.}}{100} \cdot \underset{\text{количество звонков в др. сеть}}{200}$

Ежедневний доход Г. $= Z_к \cdot \underset{\text{кол. сотруд.}}{200} \cdot \underset{\text{количество звонков вн. сети}}{199} + 3 \cdot Z_к \cdot \underset{\text{кол. сотруд.}}{200} \cdot \underset{\text{количество звонков в друг. сеть}}{100}$

Составим уравнение:

Доход Г. - Доход М. $> 1000000_к$

$Z \cdot 39800 + z \cdot 3 \cdot 20000 - 43 \cdot 9900 + 129 \cdot 20000 > 1000000$

$Z \cdot (39800 + 60000) > 1000000 + 425700 + 2580000$

$Z > \dfrac{40057\cancel{00}}{998\cancel{00}}$

$$\begin{array}{r|l} 40057{,}0 & 998 \\ \hline -3992 & 40{,}1\ldots \\ 1370 & \\ -998 & \\ 372 & \end{array}$$

$\underline{Z > 40{,}1}$

По условию $Z < 43_к$ =>

$Z \in \mathbb{Z}$

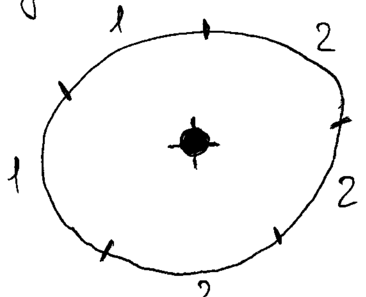
$\xrightarrow{\quad 40{,}1 \quad 41 \quad 42 \quad 43 \quad}$ z =>

=> $\left[\begin{array}{l} Z = 41 \\ Z = 42 \end{array}\right.$

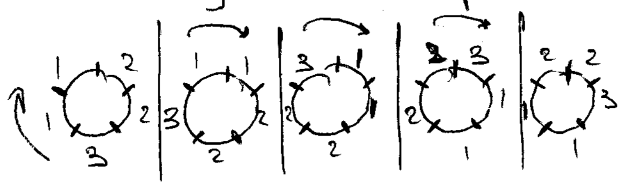
Ответ: звонки с Грамофона внутри сети стоят 41к или 42к.

№2

Обозначим цвета цифрами. Чтобы выполнить условия задачи достаточно минимум 3 цвета, при этом один цвет уникальный, как на рисунке 3, а два других повторяются 2 раза.



Цвета можно последовательно вращать по кругу и получить 5 расстановок



Цвета 1 и 2 можно поменять местами => 5 расстановок × 2, при этом уникальным цветом может быть, как 1, так 2, так и 3

=> Число расстановок $= 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

Ответ: достаточно минимум 3 цвета, покрасить забор можно 30 разными способами, используя 3 цвета.

№3

Количество чисел подстанций в одном ряду или колонке $= n+1$, т.к. количество станций может быть от n до 1 или 0, т.к. количество станций в рядах не повторяется => всего одно число остаётся на колонки => число станций в колонках должно быть одинаковым.

Условия задачи выполняются при $n = 4$

P \ k	2	2	2	2
4	1	1	1	1
1	0	0	0	1
3	1	1	1	0
0	0	0	0	0

№5

15 чисел всего; 8 чисел $\vdots$ 7, 10 чисел $\vdots$ 11 =>

=> $\underset{(3)}{8+10-15}$ чисел делится как на 7 так и на 11

3 числа делится на 7 и на 11

Наименьшее из этих чисел $= 77\ (7 \cdot 11)$

следующее за ним $= 154\ (14 \cdot 11)$

Следующее за ним $= 231$

77; 154; 231 — минимальные 3 числа, делящиеся на 7 и 11. $231 > 220 \Rightarrow$ среди всех 15 чисел точно есть, хотя бы одно число больше 220)

№6

$[\cos^2(x+2)] \geq \frac{x}{\pi}$, $\cos\alpha \in [-1; 1] \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos^2\alpha$ может быть равен 0 или 1 (−1 не может, т.к по определению чётной степени $\cos^2\alpha = -1$ не имеет смысла)

$\Rightarrow \cancel{\begin{cases} 0 \geq \frac{x}{\pi} \\ \cos^2(x+2) = 0 \end{cases}}$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} +1 \geq \frac{x}{\pi} \\ \cos^2(x+2) = 1 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} 0 \geq \frac{x}{\pi} \\ 1 > \cos^2(x+2) \geq 0 \end{cases} (2) \end{array}\right.$

(2) $0 \geq \frac{x}{\pi} \mid \cdot\pi$

$\underline{0 \geq x}$

$1 > \cos^2(x+2) \geq 0$

$1 > \cos(x+2) \geq 0$

$\Downarrow$

$(x+2) \in [-\frac{\pi}{2}; 0); (0; \frac{\pi}{2})$

$x \in [-2\frac{\pi}{2}; -2); (-2; \frac{\pi}{2} - 2]$

(1)

$1 \geq \frac{x}{\pi}$

$\underline{\pi \geq x}$

$\cos^2(x+2) = 1$

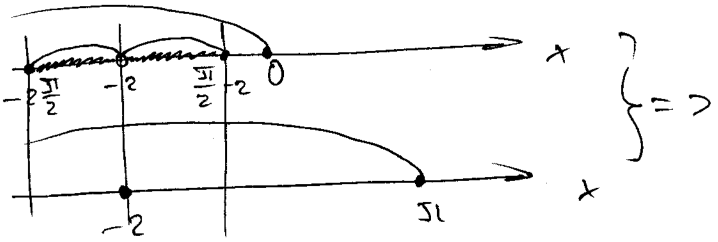
$\cos(x+2) = 1$

$\Downarrow$

$x + 2 = 0$

$\underline{x = -2}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \leq 0 \\ x \in [-2\frac{\pi}{2}; -2); (-2; \frac{\pi}{2} - 2] \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq \pi \\ x = -2 \end{cases} \end{array}\right.$



$\Rightarrow x \in [-2\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} - 2]$

Ответ: $x \in [-2\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} - 2]$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Антурси 406 М-10(14)

№7

Дано;

ABCD - трапеция;

AC и BD - диагонали;

$AC \perp BD$; $AC \cap BD =$ т. O

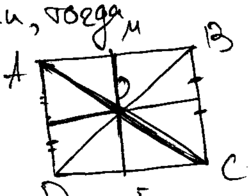
Сравнить:

BC + AD и AB + CD

Решение:

Рассмотрим 2 крайних случая нахождения т. O в трапеции.

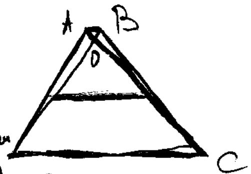
1) т. O находится на средней линии, тогда ABCD - превращается в квадрат* и



AD + BC = AB + CD

(*) ABCD является квадратом, т.к. MO = OF, ведь т. O находится на ср. линии трапеции => △ABO = △DOC и △BOC = △DOA по 2 сторонам и углу между ними.

2) При перемещении т. O над ср. линией, пока т. O практически ~~будет~~ будет касаться AB - трапеция ABCD - практически станет прямоугольным треугольником △DOC



AB будет такой маленькой, что её можно будет не учитывать при сравнении и DA ≈ DO, OC ≈ AB => по свойству треугольника DO + OC > DC =>

=> BC + AD > AB + CD

из ① и ② => BC + AD ⩾ AB + CD

Ответ: BC + AD ⩾ AB + CD

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Зелен М-23

шифр

№ группы

Вариант № 4082

ФАМИЛИЯ ТИХОНОВА

ИМЯ ЕКАТЕРИНА

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВНА

Дата рождения 22.02.2000 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ту–

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

04 13 562417

выдан отделением УФМС России по Красноярскому краю в г. Зеленогорске

дата выдачи: 18.03.2014.

Задача № 3.

Для решения задачи №3 составим таблицу:

	отец	сын	мама	сумма
было 4г назад	$9(x-4)$	$x-4$	$y-4$	
было 9лет назад	$9(x-4)-5$	0	$y-9$	40
сейчас	$9(x-4)+4$	x	y	65

25 лет

В графе „сын" и было 9лет назад стоит 0, т.к. тогда сын еще не родился, т.к. даже если 9лет назад сыну было 1 год, то сейчас 9лет, а отцу, значит, $9(9-4)+4=45+4=49$; $49+9=58$, но маме не может быть $65-58=7$ лет, поэтому 9 лет назад сын еще не родился.

Составим уравнение:

$9(x-4)-5+y-9+25=9(x-4)+4+x+y$, то есть $40+25=65$

$9x-36-5+y-9+25=9x-36+4+x+y$

$9x-25=10x-32$

$32-25=x$

$x=7$

Т.к. сейчас сыну 7лет, то отцу: $9(7-4)+4=27+4=31$ год.

Ответ: 31 год отцу.

Задача №2.

Чем меньше вращается (треугольник) фигура, тем меньше площадь получающейся фигуры, поэтому ось вращения должна проходить через центр треугольника на одинаковом расстоянии от сторон и углов треугольника.

Ответ: через центр треугольника.

Задача №4

Т.к. циферблат в виде круга, то весь циферблат $360°$,

а расстояние между $12_ч$ и $1_ч = 360:12 = 30°$.

Часовая стрелка за 1 час преодолевает расстояние от $12_ч$ до $1_ч$ $\Rightarrow 30° \Rightarrow$ за 1 минуту часовая стрелка продвигается на $\frac{30°}{60м} = 0,5°$.

Минутная стрелка преодолевает $360°$ за 1 час $\Rightarrow$ за 1 минуту минутная стрелка проходит $\frac{360}{60} = 6°$.

Чтобы получить $45°$ надо от расстояние в градусах, которое прошла минутная стрела, отнять расстояние, прошедшее часовой стрелой.

Пусть x – время, которое надо найти, тогда $6x$ – расстояние минутной стрелки, а $0,5x$ – расстояние часовой стрелки.

Составим уравнение: $6x - 0,5x = 45°$

$$5,5x = 45°$$
$$x = 8,(18)$$

Получилось $8,(18)$ минут, а в задаче указано, что прошло целое число минут. Если округлить $8,(18)$, то получится 8 минут.

Проверим: $8 \times 6 - 8 \times 0,5 = 48 - 4 = 44°$, а не $45°$.

То есть получается, что чтобы угол между часовой и минутной стрелой составлял ровно $45°$, надо, чтобы часы показывали 12 часов $8,(18)$ минут.

Ответ: 12 часов 8 минут.

Задача №1.

Чтобы выполнялось правило в задаче, линий не должно быть больше 5. Причем из них 3 идут в город М, чтобы не противоречить условию задачи, а 2 в поселок П, поэтому из пяти линий ни одна не идет в какое-то другое место.

Ответ: 0 линий.

Задача № 5.

1) С 8-00 до 16-00 прошло 8 часов, то есть 480 минут.

2) Найдем общее кратное 10; 15 и 25 — это 150 минут.

3) Рассчитаем кол-во тележек с грузом, у которых время поездки занимало 150 минут.

Сначала заметим, что через 30 минут погружают вместо письма, т.к. бандероль приходит реже.

Через 50 мин. посылку на письмо.

Через 60 мин. бандероль на письмо.

Через 100 мин. посылку на письмо.

Через 80 мин. бандероль на письмо.

Через 120 мин. бандероль на письмо.

Через 150 мин. посылку на письмо и бандероль.

Значит за 150 минут почтальон загрузил

15 − 8 = 7 писем, 10 − 1 = 9 бандеролей и 6 посылок. Но мы не учитывали время загрузки тележек, потому что кол-во тележек было загружено и отправлено за:

$150 + 5\times7 + 5\times8 + 5\times6 = 260$ мин.

У нас осталось еще $480 - 260 = 220$ минут рабочего дня.

Рассмотрим следующие 90 мин. работы:

за 90 мин.: $9 - 4 = 5$ писем
6 бандеролей
3 посылки

Просчитаем все время на загрузку и отправку:

$90 + 5\times5 + 5\times6 + 5\times3 = 160$ мин.

У нас осталось $220 - 160 = 60$ минут рабочего дня.

Рассмотрим последние 60 минут работы:

за 60мин: $6-4=2$ письма.
4 – бандероли
2 – посылки

Но мы не учли время загрузки.

Поэтому за 45минут: $4-1=3$ письма
3 – бандер.
2 – посылки,

но тогда $45+3\times5>60$.

Поэтому за 30минут 3 письма $-1=2$ письма
2 бандер.
1 посылка.

$30+5\times5=55$ минут.

В оставшиеся 5 минут придет посылка, и тогда общее число посылок будет:

писем: $7+5+2=14$ писем

бандеролей: $9+6+2=17$ бандеролей.

посылок: $6+3+2=11$ посылок.

<u>Ответ</u>: 14 писем; 17 бандеролей и 11 посылок.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Ангарск
М - 11 26

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы **Вариант №** 7111 шифр

ФАМИЛИЯ Томаз

ИМЯ Марина

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 10.06.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 3.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

		внутр	м/у
100	Моно	43 коп	129 коп
200	Гром	x	3x

$43 > x$

10 тыс. руб = 1000000 коп.

$100\cdot(99\cdot 43+129\cdot 200)=3005700$ – ежедневный доход Монолайн

$200\cdot(x\cdot 199+3x\cdot 100)=3005700+1000000$ – ежедневный доход Громофона

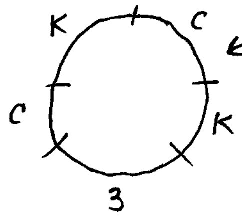
$99800x=4005700$ $\qquad x\in[41;42]$

$x=41$ – внутрисетевой звонок

$41\cdot 3=123$ (коп) – звонок на другую сеть ; $42\cdot 3=126$ коп.

Ответ: 41 ; 123 . или 42 ; 126

№2



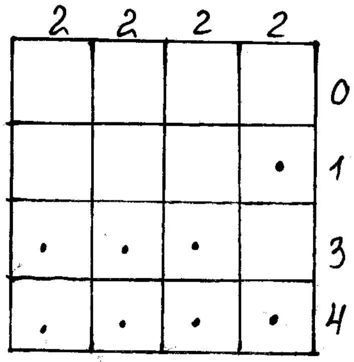
минимальное число цветов должно быть 3

Пусть синий = 0, красный = 1, зеленый = 2 $\Rightarrow$ 01012, 01021, 01201, 01202, 01212 – варианты при первых двух 0 и 1 (синий ; красный) ⇓ 5 вариантов

0 и 1 = 5
0 и 2 = 5
1 и 0 = 5
2 и 0 = 5
1 и 2 = 5
2 и 1 = 5
$\Rightarrow$ 30 вар.

Ответ: 3 цвета ; 30 вариантов.

№3



Если в каждой колонке кол-во подстанций будет равняться 2, а кол-во подстанций в ряду будет равняться либо 0, либо 1, либо 3, либо 4, но во всех рядах число подстанций будет различным, то тогда число подстанций в каждой колонке не совпадет ни с одним числом подстанций в ряду. $n=4$; $\Rightarrow$ n должно быть кратно 2

№5 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

13 13 13 13 13 13 13 13 13 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 15 15 15 15 15 15

15 15 15 15 15

$13 \cdot 15 = 195$

$195 \cdot 2 = 390$

$390 > 345$

ч.т.д.

5 чисел должно содержать множители либо 182, либо 195, либо 210, тогда среди 25 чисел найдется число > 345

№6 $m \le x$

$[\cos^2(2+3^x)] \ge \frac{3^x}{2}$

$[\cos^2 a] = 0$ при $[\cos^2 x] \in [0;1)$

$[\cos^2 a] = 1$ при $\cos^2 x = 1$

при $[\cos^2(3^x+2)] = 0$

$0 \ge \frac{3^x}{2}$ $\quad \frac{3^x}{2} > 0 \quad 3^x > 0$

$\Downarrow$

$[\cos^2(3^x+2)] \ne 0 \Rightarrow \cos^2(3^x+2) \notin [0;1) \Rightarrow$

$\cos^2(3^x+2) = 1$; $1 > \frac{3^x}{2}$; $2 > 3^x$; $\log_3 2 > \log_3 3^x$

$x < \log_3 2$

$3^x + 2 = \pi n$

$3^x = \pi n - 2$

$\log 3^x = \log_3(\pi n - 2)$

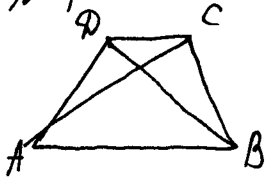
$x = \log_3(\pi n - 2)$

$$\begin{cases} x < \log_3 2 \\ x = \log_3(\pi n - 2) \end{cases}$$

2) при $x = 1$; $x = \log_3 1{,}14$

Ответ:

№7



$AC + AD \vee AB + CD$

$BC^2 = a^2 + b^2$

$AD^2 = c^2 + d^2$ $\vee$

$AB^2 = a^2 + d^2$

$CD^2 = c^2 + b^2$

$d > a > b > c$

$BC + AD = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2}$

$AB + CD = \sqrt{a^2+d^2} + \sqrt{c^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} \vee \sqrt{c^2+d^2}$ $\qquad$ $\sqrt{b^2+c^2} \vee \sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2} > \sqrt{c^2+d^2}$ $\qquad$ $\sqrt{b^2+c^2} < \sqrt{a^2+b^2}$

т.к $a>c$

т.к $d>>b \Rightarrow \sqrt{d^2+a^2} - \sqrt{d^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} - \sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{d^2+a^2} + \sqrt{b^2+c^2} > \sqrt{b^2+a^2} + \sqrt{d^2+c^2}$

Ответ: $AB+CD > BC+AD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	шифр: M11A5ач 5

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Трофимова

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 23.08.1997 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 13.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Трофим

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11 Абан Б

① 1.) 1 сотрудник, который пользуется Монолайтом, может позвонить 99 сотрудникам, пользующимся Монолайтом и 200 сотрудникам, пользующимся Трамофон. Следовательно,

$43 \times 99 = 4257$ (к) – 1 сотрудник тратит на звонки по Монолайту

$43 \times 3 \times 200 = 25800$ (к) – 1 сотрудник на звонки с Трамофон

$25800 + 4257 = 30057$ (к) – 1 сотрудник всего тратит.

$30057 \times 100 = 3005700$ (к) – тратят все сотрудники, пользующиеся Монолайт.

2) 1 сотрудник, пользующийся Трамофон, может позвонить 199 сотрудникам своей сети и 100 сотрудникам, пользующимся Монолайт.

Возьмем цену за x.

$199x$ (к) – 1 сотрудник тратит на звонки ~~по~~ Трамофону.

$3 \cdot 100x = 300x$ (к) – 1 сотрудник на звонки по Монолайту.

$499x$ (к) – всего тратит 1 сотрудник.

$499x \cdot 200 = 99800x$ (к) – тратят сотрудники, пользующиеся Трамофоном.

$10000 р = 1000000$ (к).

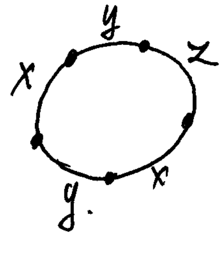
3) $99800x - 3005700 > 1000000$

$99800x > 4005700$

$x > 40,13$ (к). $40 < x < 43$.

Ответ: Трамофон может предоставлять своим абонентам звонки за 41 (к) или 42 (к).

②



Я считаю, что возможно использовать минимум 3 цвета. Значит, что количество вариантов рассчитывается как 3!

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ вариантов.

Ответ: 1) 3 цвета
2) 6 вариантов.

⑤ т.к. у нас в условии написано, что 9 чисел делятся на 13
10 чисел делятся на 14
11 чисел делятся на 15.

а чисел всего 25, то значит, что несколько чисел делятся сразу ~~на два~~ на два (13 и 14, 14 и 15, 15 и 13). Но таких в границах до 345 всего 3 ($13 \cdot 14 = 182$, $15 \cdot 14 = 210$, $13 \cdot 15 = 195$), а должно быть 5.

Ответ: Можно утверждать, что есть минимум 2 числа в написанных на доске, которые больше 345 (как вариант: 364, 390 или 420).

(6) т.к целой частью $[x]$ произвольного числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \le x$, то

$0 \le \cos^2(2+3^x) \le 1.$

$[\cos^2(2+3^x)] = 0$ или $[\cos^2(2+3^x)] = 1.$

если $\frac{3^x}{2} > 0$ следовательно, $\cos^2(2+3^x) = 1$

$1 \geq \frac{3^x}{2} \Rightarrow 3^x = 2 \Rightarrow \boxed{x \le \log_3 2.}$

(4) заменим $2^x = f$, $2^y = d$, $2^z = q$, а $2^x + (0,5)^y = b \Rightarrow (0,5)^y = b - f$

$2^y + (0,5)^z = c - \cancel{d} \Rightarrow (0,5)^z = c - d$

$2^z + (0,5)^x = X \Rightarrow (0,5)^x = x - q$

Получаем такое выражение:

$f \cdot d \cdot q + (b-f)(c-d)(x-q) = a.$

$(b-f)(c-d)(x-q) = a - fdq.$

$bc - bd - fc + fd(x-q) = a - fdq.$

$bcx - bcq - bdx + bdq - fcx + fcq + fdx - fdq = a - fdq.$

Находим подобные:

$(bcx - fcx) - (bcq - fcq) - (bdx - fdx) + (bdq - fdq) = a - fdq.$

$cx(b-f) - cq(b-f) - dx(b-f) + dq(b-f) = a - fdq$

$(b-f)(cx - cq - dx + dq) = a - fdq.$

$(b-f)(x-q)(c+d) = a - fdq$

$(x-q) = \frac{a-fdq}{(b-f)(c+d)}$

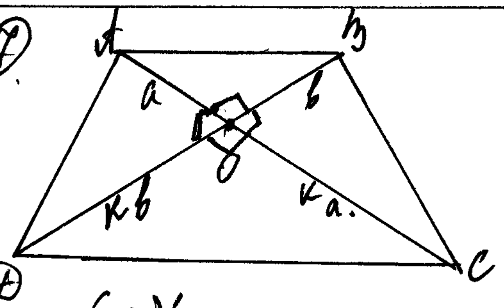
$x = \frac{a-fdq}{(b-f)(c+d)} + q.$

$X = 2^z + (0,5)^x = \frac{a - 2^{x+y+z}}{(b-2^x)(c+2^y)} + 2^z.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11 Абан 5

(7).



Δ AOB и Δ DOC – подобные.

$AO = a$; $OC = Ka$

$BO = b$; $OD = Kb$.

$(AD)^2 = a^2 + (Kb)^2 \Rightarrow AD = \sqrt{a^2+(Kb)^2}$

$(BC)^2 = b^2 + (Ka)^2 \Rightarrow BC = \sqrt{b^2+(Ka)^2}$

$(AB)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow AB = \sqrt{a^2+b^2}$

$(DC)^2 = (Kb)^2 + (Ka)^2 \Rightarrow DC = \sqrt{(Kb)^2+(Ka)^2}$

$AD + BC = \sqrt{a^2+(Kb)^2} + \sqrt{b^2+(Ka)^2}$

$AB + DC = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{(Kb)^2+(Ka)^2}$. Для удобства возведем в квадрат.

1) $a^2+K^2b^2+2\sqrt{(a^2+Kb^2)(b^2+K^2a^2)}+K^2a^2 = a^2+b^2+K^2a^2+K^2b^2 +$
$+2\sqrt{a^2b^2+K^2a^4+K^2b^4+K^4a^2b^2}$.

2) $a^2+b^2+2\sqrt{(a^2+b^2)(K^2b^2+K^2a^2)}+K^2b^2+K^2a^2 = a^2+b^2+Ka^2+K^2b^2$
$+2\sqrt{a^2K^2b^2+K^2b^4+Ka^4+K^2a^2b^2}$.

Сравниваем., т.к. числа, которые не под корнем в обоих выражениях одинаковы, то сравниваем корни.

$a^2b^2+K^2a^4+K^2b^4+K^4a^2b^2$ и $a^2K^2b^2+K^2b^4+Ka^4+K^2a^2b^2$

Ответ: ~~на~~ $3K^2$ разница между ~~второ~~ AB+CD и BC+AD.

(3). Ответ: проведя несколько опытов с разными рисунками, я не смогла найти вариант, где число подстанций в каждой колонне не совпало бы с одним числом подстанций в ряду, т.к. количество рядов и колонок одинаковое.

Такое возможно только если в какой-то колонне и в каком-то ряду не будет вообще подстанций.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	M11Кин11 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ТУРУНТАЕВА

ИМЯ Евгения

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 24.12.1996 **Класс:** 11 Б

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11Нин11

① Монолит Графон

1. внут. звон. доход

$43 \cdot 100 \cdot 99 = 4257$р

Вместе получится

$4257 + 25800 = 30057$

$3 \cdot 43 \cdot 100 \cdot 200 = 25800$р

Доход если цена была бы 42к. =>

$42 \cdot 200 \cdot 199 + 3 \cdot 42 \cdot 100 \cdot 200 = 16716 + 25200 = 41916$ => $41916 - 30057 = 11859$ =>

разница превышает 11.000т. рублей. >10000

Если доход был бы 41к, то

$41 \cdot 200 \cdot 199 + 3 \cdot 41 \cdot 100 \cdot 200 = 16318 + 24600 = 40918$ =>

$40918 - 30057 = 10861$ => соответствует условию. >10000

Ответ: 41 к.

⑤ 25 - чисел натуральных

9 - делятся : 13

10 - на 14

11 - 15

Из это следует, что 4 числа делятся на 2 числа из 3 которые даны. => что среди этих чисел 2 делятся на одну и ту же пару чисел, значит наибольшее из них не меньше, чем $2 \cdot 13 \cdot 14 = 364$.

④ $2^{x+y+z} + (0,5)^{x+y+z} = a$, $2^x + (0,5)^y = b$, $2^y + (0,5)^z = c$

Выразить через; a, b, и c величину $2^z + (0,5)^x$

Сделаем, что $2^z + (0,5)^x = d$, значит $bcd = a + b + c + b$ => что $d = \frac{a+b+c}{bc-1}$

Проверка: если знаменатель обращается в ноль.

↓

Лист из

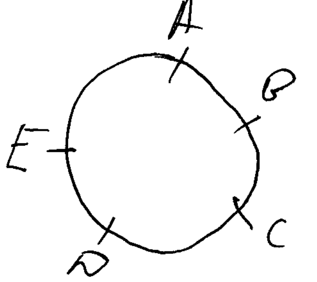
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М11Нич11

то получится $(2^x+(0,5)^y)(2^y+(0,5)^2)=1$ или будет $\underbrace{2^{x+y}}_{\text{слаг.}}+\underbrace{2^{x-2}}_{\text{слагаем.}}+2^{-y-2}=0$. Такого быть не может, потому что все слагаемые положительны.

②



Пусть сторона AB окрашена цветом 1(кр), а BC 2(зел.). Они должны быть разного цвета =>

Значит получится 5 возможных вариантов. Число перестановок 3 цветов равно 6, если менять значение цветов 1, 2 3, => 6·5 = 30 вариантов.

Например если:

сторона CD < 1, 3

сторона DE < 2, 3; 1, 2

Сторона EF — 3, 2, 2, 3, 3

Ответ: 3 цвета, 30 способов.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Ангарск М-11 18 шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Турусов

ИМЯ РОМАН

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 08.09.1997 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3. листах Дата выполнения работы: ______
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

① Пусть x (к) – стоимость внутрисетевого звонка в Гремофоне. Тогда: $3x$ – стоимость звонка ~~ц~~ из Граммофона в другую сеть.

М: $100\cdot(43\cdot 99 + 43\cdot 3\cdot 200)$ – доход в фирме Монолайн,

Г: $200\cdot(199x + 3x\cdot 100)$ – доход в фирме Граммофон.

Разность их доходов равна 10000р или 1000000 копеек.

Составим у-е:

$$200\cdot(199x + 300x) - 100(43\cdot 99 + 43\cdot 3\cdot 200) = 1000000$$

$$200\cdot(199 + 300x) - 100(4257 + 25800) = 1000000$$

$$99800x - 3005700 = 1000000$$

$$99800x = 4005700$$

$$x = \frac{4005700}{99800}$$

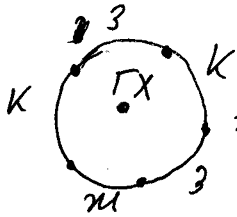
$$x = 41$$

$x = 41$ – стоимость внутрисетевого звонка, тогда

$3x = 3\cdot 41 = 123$ – стоимость звонка в другие сети.

Ответ: 41 и 123

②

1) 

⇒ минимальное кол-во цветов равно 3 (например Ж-желтый; З-зеленый; К-красный)

2) ~~К и З~~ К З К З Ж
К З К Ж З
К З Ж К Ж
К З Ж З Ж

при покраске сначала К и З ⇒ возможно 4 варианта.

3) К и З – 4 Вар.
К и Ж – 4 Вар.
З и К – 4 Вар.
З и Ж – 4 Вар.
Ж и З – 4 Вар.
Ж и К – 4 Вар

⇒ Что возможно 24 варианта покраски

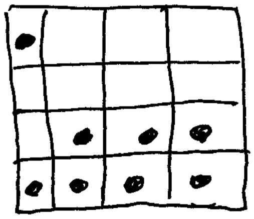
Ответ: 3 цвета и 24 варианта

③ $\boxed{\text{Условия:}}$

$n \geq 4$

n должно быть кратно 2

число(•) в колонке должно быть $\frac{n}{2}$ $\Rightarrow$



$\Rightarrow$

$\boxed{\text{Возможно}}$

Ответ: Возможно

⑥ $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$

1) $[\cos^2\alpha] = 0$ при $[\cos^2\alpha] \in [0;1)$

2) $[\cos^2\alpha] = 1$ при $\cos^2\alpha = 1$

$[\cos^2(3^x+2)] = 0$

$0 \geq \frac{3^x}{2}$; $\frac{3^x}{2} > 0$, т.к. $3^x > 0 \Rightarrow$

$[\cos^2(3^x+2)] \neq 0 \Rightarrow \cos^2(3^x+2) \in [0;1] \Rightarrow$

$\cos^2(3^x+2) = 1$

$1 \geq \frac{3^x}{2}$

$2 > 3^x$

$\log_3 2 > \log_3 3^x$

$\log_3 2 > x \log_3 3 \; {=1}$

~~log~~ $x < \log_3 2$

$\cos^2(3^x+2) = 1$

$\cos^2(3^x+2) = \pm 1$

$3^x + 2 = \pi n$

$3^x = \pi n - 2$

$\log_3 3^x = \log_3(\pi n - 2)$

$x = \log_3(\pi n - 2)$

$\begin{cases} x < \log_3 2 \\ x = \log_3(\pi n - 2) \end{cases}$; при $n=1$ $x = \log_3 1{,}14$

Ответ: $x = \log_3(\pi n - 2)$

⑤ ~~Всего~~ Всего 25 чисел:

9 чисел ⋮ на 13
10 чисел ⋮ на 14
11 чисел ⋮ на 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
13	13	13	13	13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	13
15	15	15	15	15	15	15																		

$\underbrace{}_{9:\ \text{на }13}$ $\underbrace{}_{10:\ \text{на }14}$ $\underbrace{}_{11\ \text{на }15}$

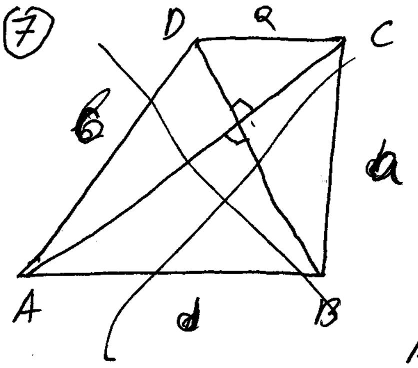
11 на 15

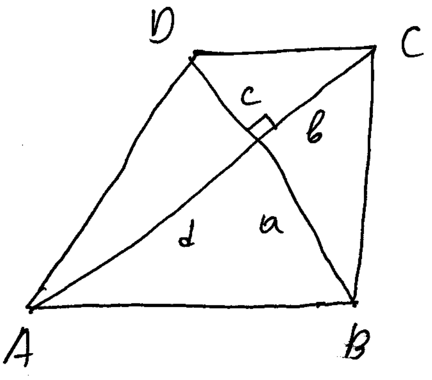
⇒ есть как минимум 2 числа, которые делятся на: 13 и 15 ⇒ $195:13=15$; $195:15=13$ и
14 и 15 такие $390:13=30$; $390:15=26$ ⇒
14 и 15

Доказано, что $390>345$ ⇒; $195\cdot 2=390$
есть числа больше 345.

Ответ: среди данных чисел есть числа больше 345.

⑦





$d>a>b>c$

$BC^2=a^2+b^2$

$AD^2=c^2+d^2$

$AB^2=a^2+d^2$

$CD^2=c^2+b^2$

$BC+AD=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$

$AB+CD=\sqrt{a^2+d^2}+\sqrt{b^2+c^2}$

$\sqrt{a^2+d^2}\ \vee\ \sqrt{c^2+d^2}$; $\sqrt{b^2+c^2}\ \vee\ \sqrt{a^2+b^2}$

$\sqrt{a^2+d^2}>\sqrt{c^2+d^2}$

$\sqrt{b^2+c^2}<\sqrt{a^2+b^2}$

т.к. как $d>>b$ ⇒ $\sqrt{d^2+a^2}-\sqrt{d^2+c^2}>\sqrt{b^2+a^2}-\sqrt{b^2+c^2}$

⇓

$\sqrt{d^2+a^2}+\sqrt{b^2+c^2}>\sqrt{b^2+a^2}+\sqrt{d^2+c^2}$ ⇒

~~Вс~~ $AB+CD>BC+AD$

Ответ: $AB+CD>BC+AD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	~~КАН~~ II МIIКАН № 33 шифр	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

ФАМИЛИЯ Федоренкова

ИМЯ Анна

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 22.09.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: An-lan

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

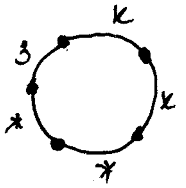
5.) 9 чисел ⋮13 + 10 чисел ⋮14 + 11 чисел ⋮15, значит из написанных на доске 25 чисел 5 чисел одновременно кратны либо 13 и 14, либо 13 и 15, либо 14 и 15, значит эти числа точно есть на доске.

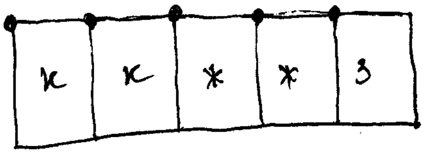
числа кратные 13: 13; 26; 39; 52; 65; 78; 91; 104; 117; 130; 143; 156; 169; $\boxed{182}$; $\boxed{195}$; 208; 221; $\boxed{234}$; 247; 260; 273; 286; 299; 312; 325; 338

числа кратные 14: 14; 28; 42; 56; 70; 84; 98; 112; 126; 140; 154; 168; $\boxed{182}$; 196; $\boxed{210}$; $\boxed{234}$; 248; 262; 276; 290; 304; 318; 332; $\boxed{360}$.

числа кратные 15: 15; 30; 45; 60; 75; 90; 105; 120; 135; 150; 165; 180; $\boxed{195}$; $\boxed{210}$; 225; 240; 255; 270; 285; 300; 315; 330; 345; $\boxed{360}$

Таким образом числа 182; 195; 210; 234; 360 точно написаны на доске, среди этих чисел есть число 360 > 345, ч.т.д.

2.) 



Для покраски забора, удовлетворяя условию, достаточно 3 цвета, допустим красный, желтый, зеленый

т.к. красным раскрашено 2 ячейки, то такими возможными комбинациями:

1)

К	К			

2)

К				К

(такое расположение удовлетворяет условию)

то для желтого и зеленого остается расположение таких комбинаций:

1)

К	К	Ж	Ж	З

2)

К	К	З	Ж	Ж

3)

К	Ж	Ж	З	К

4)

К	З	Ж	Ж	К

, значит для определенных ячеек возможны 4 варианта раскраски 3-мя цветами

но число комбинаций увеличивается в 2 раза если поменять направление последовательности цветов, значит получается 8 вариантов − 2 вар, которые совпадают (3 и 4)

но если комбинации начинать с различных ячеек из 5, то получается всего (5 · 6 = 30) ~~40~~ способов раскраски забора 3-мя цветами.

Ответ: минимальное число цветов − 3;

30 способов, которыми можно раскрасить 3-мя цветами.

б)

$$\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$$

$$\left[\frac{\cos 2(2+3^x)+1}{2}\right] \geq \frac{3^x}{2}$$

Пусть $2+3^x=\alpha$; ~~то~~ ~~$-1 \leq \frac{\cos 2(2+3^x)+1}{2} \leq 1$, т.к.~~

Если $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$, то $0 \leq \cos\alpha + 1 < 2$, то $0 \leq \frac{\cos\alpha+1}{2} \leq 1$

Значит $\left[\frac{1+\cos 2(2+3^x)}{2}\right]=1$ или $\left[\frac{1+\cos 2(2+3^x)}{2}\right]=0$

т.к. $\frac{3^x}{2}>0$ для x, то $\frac{3^x}{2} \leq 1$

$$3^x \leq 2$$

$$x \leq \log_3 2$$

ответ: $x \in (-\infty; \log_3 2]$

1)

		иход внутри	иходящ. иност.	
М	100 чел	43 коп, 0,43 р	3·0,43 руб	$100\cdot 99\cdot 0{,}43+100\cdot 200\cdot 3\cdot 0{,}43$
Г	200 чел	~~[illegible]~~ X руб, $x\in Z$	~~[illegible]~~ $3x)$ ~~[illegible]~~ р	$200\cdot 199\cdot x+200\cdot 100\cdot$ ~~[illegible]~~ $\cdot 3x$

$$\underline{100}\cdot 99\cdot 0{,}43+\underline{100}\cdot 200\cdot 3\cdot\cancel{0{,}43}+10000=200\cdot 199\cdot x+200\cdot 100\cdot 0{,}43\cdot 3x$$

4257

$$99\cdot 0{,}43+200\cdot 3\cdot\cancel{0{,}43}+100=2x\cdot 199+20\cdot 0{,}43\cdot 3x$$

$$99\cdot 0{,}43+200\cdot 3\cdot 0{,}43-20\cdot 0{,}43\cdot 3x=2x\cdot 199-$$

$$0{,}43(99+200\cdot 3-20\cdot 3x)=2x\cdot 199$$

$$0{,}43\cdot 3(233-20x)=2x\cdot 199$$

$$\frac{233-20x}{2x}=\frac{199\cdot 100}{43\cdot 3}$$

$$\frac{233}{2x} - \frac{20x}{2x} = \frac{199 \cdot 100}{43 \cdot 3}$$

$$\frac{233}{2x} = \frac{19900}{129}$$

$$2x \cdot 199 \cdot 100 = 233 \cdot 129$$

$$2x = \frac{233 \cdot 129}{199 \cdot 100}$$

$$x = \frac{233 \cdot 43 \cdot 3}{199 \cdot 100 \cdot 2} = \frac{233 \cdot 129}{398 \cdot 100}$$

$x \approx 0{,}75$, значит $x \leq 0{,}75$

Ответ: звонок с Простоквашино стоит ~~…~~ меньше 75коп.

4) Пусть $2^x = t$, $2^y = u$, $2^z = v$, тогда

$$2^{-x} = \frac{1}{t},\quad 2^{-y} = \frac{1}{u},\quad 2^{-z} = \frac{1}{v}$$

Пусть $v + \frac{1}{t} = m$

$$\begin{cases} tuv + \dfrac{1}{tuv} = a \\ t + \dfrac{1}{u} = b \\ u + \dfrac{1}{v} = c \end{cases}$$

$$\frac{tu+1}{u} = b,\quad \frac{uv+1}{v} = c$$

$$\frac{u^2tv + uv + tu + 1}{uv} = bc$$

$$v + \frac{1}{t} = m$$

$$\frac{(utv+uv+tu+1)(ut+1)}{tuv}=bcm$$

$$\frac{u^2t^2v^2+ut^2t+vt^2u+vt+u^2tv+uv+tu+1}{tuv}=bcm$$

$$\frac{u^2t^2v^2+utv(u+v+t)+vt+uv+vt+uv+ut}{tuv}=bcm$$

$a+b+c+m=bcm$

$bcm-m=a+b+c$

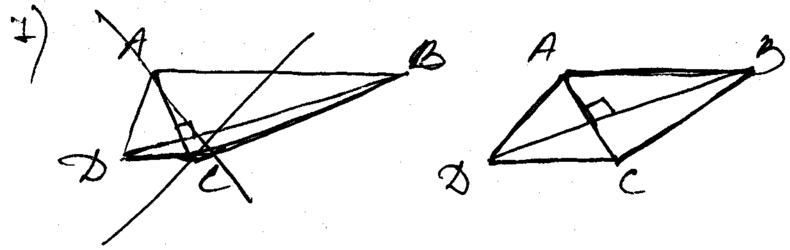
$m(bc-1)=a+b+c$

$$m=\frac{a+b+c}{bc-1}$$

значит $v+\frac{1}{t}=\frac{a+b+c}{bc-1}$, след-но $2^x+(0,5)^x=\frac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $2^x+(0,5)^x=\frac{a+b+c}{bc-1}$

7)



$BC+AD=AB+CD$,

т.к. площади соответственно равносильны, значит и сумма противоположных сторон равны

Ответ: $BC+AD=AB+CD$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Зелен М - 5

№ группы

Вариант № 7092

шифр

ФАМИЛИЯ Федотов

ИМЯ Богдан

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 10.11.1998 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ф

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

04 12 355283

Паспорт выдан отделением УМФС России по Красноярскому краю в гор. Зеленогорске

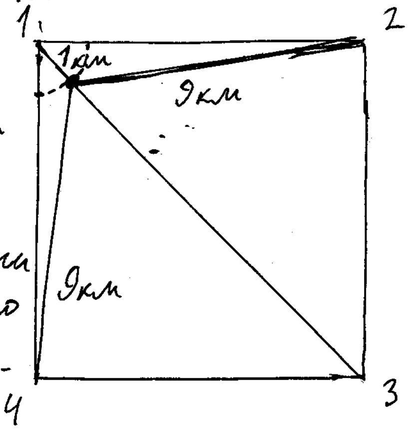
Дата выдачи: 19.12.2012

5. При самом плохом ходе событий если Иван Иванович вложит в каждый из банков разное кол-во денег, то разорится банк с наибольшим вкладом, удвоится средний вклад, а самый маленький из них утроится. Следовательно, ему необходимо в каждый банк вложить одинаковое кол-во денег (по 200000 рублей).

Тогда Иван Иванович потеряет 200000 рублей, 200000 рублей удвоятся и 200000 утроятся.

В итоге, на руки через год Иван Иванович получит 1 000 000 рублей.

Ответ: через год Иван Иванович получит 1000000 рублей.



7. Решу задачу графически. Нарисую квадрат, где каждая вершина будет обозначать радиостанцию.

Расстояние от первой радиостанции до советского радиопередатчика равно всего одному км, следовательно, расстояния второй и от четвёртой радиостанции до радиопередатчика не должны сильно различаться. Чтобы доказать это, нарисую диагональ между первой и третьей станцией.

Если радиопередатчик расположить на этой диагонали, то расстояния между второй радиостанцией и радиопередатчиком и четвёртой радиостанцией и передатчиком окажутся равны.

Пусть это будет 9 км. Если точку с радиопередатчиком на диагонали принять за одну из точек окружности вокруг первой радиостанции с радиусом 1 км, то можно будет увидеть, что разница между расстояниями от второй радиостанции и от четвёртой до любой из точек окружности будет небольшой, примерно 1-2 км.

А в докладе Штирлица разница между ними существенна, целых 4 км! Следовательно, Мюллер не должен верить этому сообщению.

Ответ: Мюллер не должен верить этому сообщению.

1. Число всех линий электропередач может быть меньше пяти, точнее быть равным четырём. Если любая из трёх линий будет вести в город, то с городскими предприятиями должно быть как минимум 2 линии, связанных с подстанцией. А если любая из четырёх линией ведёт в посёлок, то с подстанцией связано хотя бы одно предприятие из посёлка. Куда ведёт четвёртая линия, для нас не имеет значения.

Если число всех линий электропередач будет равно пяти, то по первому утверждению в городские предприятия должно вести хотя бы 3 линии, а по второму в предприятия посёлка - хотябы 2. Если в прошлый раз у нас осталась 1 лишняя линия, а при увеличении кол-ва линий электропередач на одну, ничего лишнего у нас не осталось. Следовательно, при дальнейшем увеличении кол-ва линий электропередач, их станет не хватать. Тогда при таких условиях нельзя связать все предприятия с подстанцией, не нарушив ни одно из утверждений, если линий будет больше пяти, следовательно эти варианты можно не учитывать при ответе на второй вопрос.

<u>Ответ</u>: число всех линий может быть меньше пяти. Если число линий не меньше пяти, то не найдётся таких линий, которые не ведут ни в город М, ни в посёлок П.

2. Чтобы площадь, полученного при вращения треугольника, круга получилась наименьшей, ось вращения должна проходить через точку пересечения биссектрис треугольника, т.к. расстояния от всех вершин треугольника до этой точки равны, а радиус полученного круга будет равен этим расстояниям, и он будет наименьшим.

<u>Ответ</u>: ось вращения должна проходить через точку пересечения биссектрис треугольника.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7092

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен Н-5

4. На часах со стрелками 12 часовых делений и 60 минутных, а полный оборот любой из стрелок = 360°. Следовательно, за 1 минуту минутная стрелка проходит 6°, часовая за 1 час - 30°, а за 1 минуту - 0,5°.

Решу задачу методом подбора.

Пусть время - 12:02. Тогда часовая стрелка за 2 минуты сдвинулась на 1°, а минутная на 12° от начала (от 12 часов). Разница получается 11°. Если брать варианты как 12:04, 12:10, и т.д., то разрыв будет только увеличиваться, следовательно, возьму на час больше.

Пусть время - 13:06. Тогда часовая стрелка за 66 минут сдвинулась на 33°, а минутная за 6 минут сдвинулась на 36°. Разница получается 3°.

Пусть время - 14:12. Тогда часовая стрелка за 132 минуты сдвинулась на 66°, а минутная за 12 минут на 72° от начала. Разница получается 6°.

Пусть время - 15:16. Тогда часовая стрелка за 196 минут сдвинулась на 98°, а минутная за 16 минут сдвинулась на 96° от начала. Разница получается 2°.

В подборе я использовал варианты при которых минутная стрелка оказывалась ближе всего к часовой.

Ответ: часовая стрелка указывает на 3, а минутная указывает на 16 (время 15:16).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	
Вариант № 7101	шифр: М10 КАН w20

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Филатова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 05.11.98 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Фил

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

кол-во звонков ~~входящих~~	Монолайн	Грамофон
внутри	9900	39800
в другие	20000	20000

1) Доходы Монолайн

а) $9900 \cdot 43 = 425700$ коп

б) $20000 \cdot 3 \cdot 43 = 2580000$ коп

в) Итого: 3005700 коп $= 30057$ р.

Значит, доходы Грамофона > 40057 р $= 4005700$ коп

$39800 \cdot y + 20000 \cdot y \cdot 3 > 4005700$

y коп - цена звонка в Грамофоне

$y(39800 + 60000) > 4005700$

$99800 y > 4005700$

$y > 40\frac{137}{998}$ коп

Значит $y \in [41; 42]$ Таким образом звонок в Грамофоне стоит 41 коп или 42 коп

Ответ. 41 коп. или 42 коп.

№5 8 чисел делятся на 7
+ 10 чисел делятся на 11

18 чисел, которые делятся или на 7 или на 11

но в условии дано 15 чисел, значит, 3 числа делятся и на 7, и на 11.

т.к 7 и 11 простые числа, то числа, делящиеся и на 7, и на 11 это: 77, 154, 231

Поэтому в этом ряду есть обязательно число $231 > 220$.

№4 1) $a = zyz + \frac{1}{xyz} = \frac{x^2y^2z^2+1}{zyx}$,

$b = x + \frac{1}{y} = \frac{xy+1}{y}$,

$c = y + \frac{1}{z} = \frac{yz+1}{z}$,

$f = z + \frac{1}{x} = \frac{zx+1}{x}$,

2) Найдем $b \cdot c \cdot f$ что

$\frac{xy+1}{y} \cdot \frac{yz+1}{z} \cdot \frac{zx+1}{x} =$

$= \frac{x^2yz + xz + xy^2z + xyz^2 + zy + yx + x^2y^2z^2 + 1}{xyz} =$

смотреть лист 2.

$b\cdot c\cdot f = \frac{(yx+1)\cdot(yz+1)\cdot(zx+1)}{xyz} = \frac{z^2y^2x^2+x^2yz+xy^2z+z^2yx+yx+yz+xz+1}{zyx} =$

$= \frac{z^2y^2x^2+1}{zyx} + \frac{xy^2z+yx}{xyz} + \frac{x^2yz+zx}{zyx} + \frac{xyz^2+yz}{zyx} =$

$= a+c+b+f$

Т.е. $b\cdot c\cdot f = a+c+b+f$

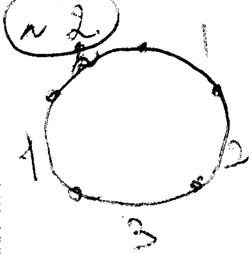
$b\cdot c\cdot f - f = a+c+b$

$f(b\cdot c-1) = a+c+b$

$\frac{a+c+b}{b\cdot c-1} = f = \frac{zx+1}{x}$

Ответ $\cancel{f}$ $\frac{zx+1}{x} = \frac{a+c+b}{bc-1}$

№2.

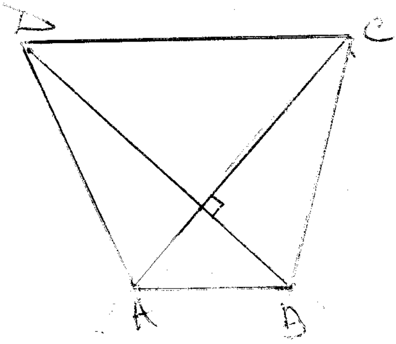


минимальное кол-во цветов: 3.

Всего вариантов покраски: 30

Ответ: 3, 30

№7.



$AC \perp BD \Rightarrow \underline{AD+CB=DC+AB}$ по св-ву трапеции с перпендикулярными диагоналями.

Это можно доказать, построив трапецию согласно условию.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	М10-18	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** 7102	шифр

ФАМИЛИЯ Фомин

ИМЯ Евгений

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 12.11.1997 **Класс:** 10

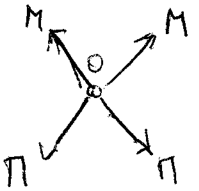
Предмет Математика **Этап:** ______

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ефл

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N1

Схема для 4: 

, где О = подстанция.

Пусть веток не меньше 5, ~~тогда веток в П не меньше~~ и равно a, тогда веток в П не меньше $a-3$, а в М не меньше $a-2$, тогда в М и П вместе ведут $a-3+a-2=$ $=2a-5$ Ясно, что это меньше a только при $a<5$ => при a не меньше 5 „свободных" веток нет.

N4.

При прохождении минутной 12°, часовая пройдёт 1°, Одна минута $= \frac{360}{60} = 6°$. Для выполнения условия необходимо $12k \pm 30n + k = 2$, где n кол-во целых часов (за час часовая продвигается на 30°), а k кол-во ~~[illegible]~~ раз сколько часовая стрелка двигалась на 1° за неполный час $\Rightarrow 11k \pm 30n \pm 2$. Т.к. числа n и k целые просто переберем n от 0 и до первого совпадения. При $n=0$ — отсутствует вуея и $2 \not\vdots 11$, $n=1 \Rightarrow 30 \pm 2 \vdots 11$, но $32 \not\vdots 11$, $28 \not\vdots 11$, $60 \pm 2 \vdots 11$ при $n=2$, но $62 \not\vdots 11$, $58 \not\vdots 11$, при $n=3$ $90 \pm 2 \vdots 11$, и $88 \vdots 11 \Rightarrow n=3$ $k=8 \Rightarrow 12k = \underset{= 96 \text{ мин}}{96} \Rightarrow$ время 3 часа 16 мин.

N5

Пусть он вложил все деньги, тогда в худшем случае он потеряет наибольшее вложение и утроит наименьшее т.е. при вкладе a b и c, где $a \geq b \geq c$ он получит $2b+3c$, соответственно при $a=b=c$ он получит $2 \cdot 200000 + 3 \cdot 200000 = 10^6$

Пусть он смог получить больше, тогда он вложил a', b' и c' и раз получил больше то $b' \geq b$ и $c' \geq c$, но тогда $a' \leq a$, соответственно

Наибольшим станет b или c и относительно равного соотношения мы получим уменьшение. Это верно т.к. при Равных мы имеем максимальное c, а следовательно если как-то перемещать деньги с c на другое их стоимость уйдет или до 0 или до 1 или до 2, но меньше 3 в любом случае. Пусть часть денег Иван оставил дома. Ценность монет, лежащей дома ≥ 1. Очевидно выгодно перемещать монеты с самого большого вклада домой, чтобы увеличить стоимость с 0 до 1, но в равном случае так просто нельзя, нужно будет убрать со всех вкладов $\Rightarrow$ из $\underset{\Delta}{3n+2n+0n}$ получим $3n$, что не выгодно $\Rightarrow \max = 1000000$.

№6

Каждый раз гипотенузой будет медиана предыдущего треугольника, а она равна половине гипотенузы $\Rightarrow$ гипотенуза пятого равна $\frac{640}{2^4} = 40$ м

№7

~~Заметим~~ Пусть длина средней равна n, а высота m, тогда длина меньшей $n-a$, а длина большей $n+a$, а так же $(n-a)+(n)+(n+a)=30 \Rightarrow 3n=30 \Rightarrow n=10$; $m \cdot n = 60 \Rightarrow m=6$

~~Пусть~~ Пусть шаг геом прогрессии равен b, тогда площади:

$$\begin{cases} \frac{(10-a)6}{b} = 15 \\ (10+a)6b = 180 \end{cases} \Rightarrow \frac{60-6a}{15} = b \quad 60b + 6ab = 180 \Rightarrow \text{подставляя } b \text{ во второе:}$$

$$900 - 360a + 360a - 360a^2 = 0$$

$$\Downarrow$$

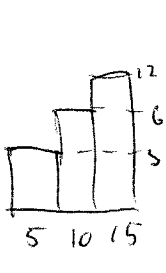
$$25 - a^2 = 0 \Rightarrow a = \pm 5$$

отриц невозможно $\Leftarrow$

$$\Downarrow$$

длина наибольшей $\Leftarrow a = 5$

15, наименьшей 5, Высота наибольшей 12, наименьшей 3



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М10-18

№3

$T(x)=0 \Rightarrow x^2+px+q=0$ При одном корне $D=0=p^2-4q=p^2=4q \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{-p}{2} \Rightarrow T(T(x))=T(\frac{-p}{2})=\frac{p^2}{4}-\frac{p^2}{2}-\frac{pq}{2}=-\frac{2p^2}{8}-\frac{p^3}{8}=-\frac{p^2(2-p)}{8} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow$ корни $p2$ $q\neq0$~~ $\Rightarrow T(T(T(x)))=\frac{p^4(2-p)}{64}-\frac{p^3(2-p)}{8}-q=0$

$\Rightarrow \frac{p^4(2-p)^2-8p^3(2-p)-16p^2}{64}=0 \Rightarrow p^2(p^2(2-p)^2-8p(2-p)-16)=0,$

очевидно один корень $p=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow 4q(2-p)^2-8p(2-p)-16=0$

имеет 2 корня $4q(4-2p+p^2)-16p+8p^2-16=0 \Rightarrow 16q-8pq+4p^2q-$

$-16p+8p^2-16=0 \Rightarrow 16q-8pq+16q^2-16p+32q-16=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2q-pq+2q^2-2p+4q-2=0 \Rightarrow 6q+q^2-pq-2p+2=0$

$q^2+(6-p)q-2(p+1)=0$

$D=36-12p+p^2-8p+8=28-20p+p^2\geq0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	M2 – 11 (12)	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** ______	шифр

ФАМИЛИЯ Легай

ИМЯ Дмитрий

ОТЧЕСТВО Игоревич

Дата рождения 21.07.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 1.03.2015г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

② $tg x = m$, $tg 2x = n$ m, n – целые числа.

$$tg 2x = \frac{2 tg x}{1 - tg^2 x}$$

$$\frac{2m}{1-m^2} = n$$

$$\frac{2m}{(1-m)(1+m)} = n$$

если $m = 2k$ четное число, то

$\frac{2 \cdot 2k}{(1-2k)(1+2k)} = n$ – не целое, т.к. в знаменателе нечетное число и знаменатель > числителя.

если $m = 2k+1$ – нечетное, то

$$\frac{2 \cdot (2k+1)}{(1-(2k+1))(1+(2k+1))} = n$$

$\frac{\cancel{2}(2k+1)}{-2k(2k+2)} = -\frac{2k+1}{2k+2} = n$ – не целое, т.к. в числителе нечетное число, а в знаменателе четное.

Единственное решение $m=0$; $n=0$.

Ответ: $2015^0 = 1$

③ $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$

$\sin y = \arcsin x$	$\sin x = -\arcsin y$
$-1 \leq \sin y \leq 1$	$-1 \leq \sin x \leq 1$
$-1 \leq \arcsin x \leq 1$	$-1 \leq \arcsin y \leq 1$
$-\sin 1 \leq x \leq \sin 1$	$-\sin 1 \leq y \leq \sin 1$

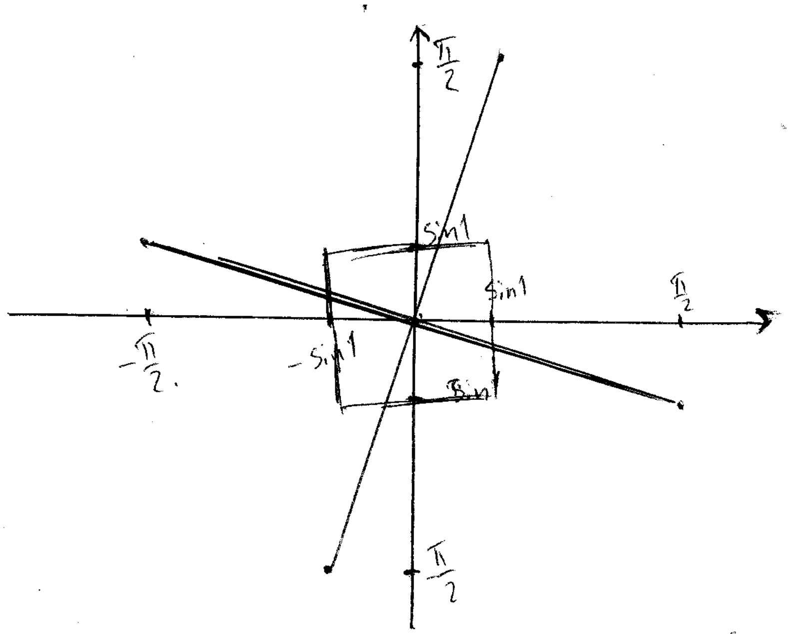
③ Построение графиков.

1)

x	$-\sin 1$	0	$\sin 1$
y	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$

2)

x	$\frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$
y	$-\sin 1$	0	$\sin 1$



Т.к. кривые делят на 4 равные части, то искомая площадь равна половине площади квадрата

$S = \frac{1}{2}(2\sin 1)^2 = 2\sin^2 1$

Ответ: $2\sin^2 1$

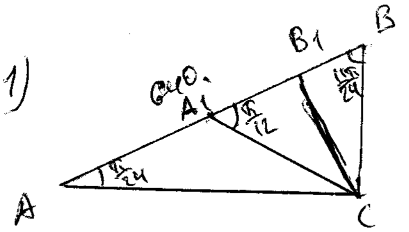
⑤ Если в 3 банка положить равные суммы xр и дома оставить yр, то $3x+y=600000$р и получаемый доход $z = 5x + 600000 - 3x = 2x + 600000 \Rightarrow$ максимальный доход будет если $x = 200000 \Rightarrow$ в 3 банка нужно положить по 200000р.

$z = 2 \cdot 200000 + 600000 = 1000000$р

Ответ: по 200000 в 3 банка, через год на руки получит 1000000р.

(8)

1)



т.к. медиана прямоуг. треугольника = $= \frac{1}{2}$ гипотенузы

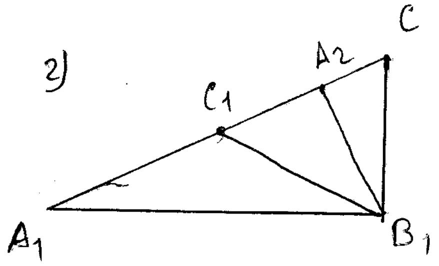
$A_1C = \frac{1}{2}AB = 320$

$\triangle AA_1C$ - равнобедренный

$\angle AA_1C_1 = \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$

$\angle B_1A_1C = \pi - \frac{11\pi}{12} = \frac{\pi}{12}.$

2)

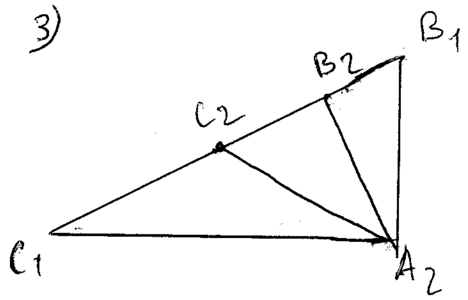


$\angle A_1C_1B_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$\angle A_2C_1B_1 = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}.$

$B_1C_1 = 160.$

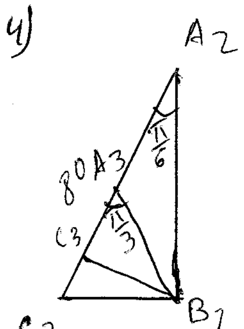
3)



$\angle B_2C_2A_2 = \frac{\pi}{3}$

$A_2C_2 = 80$

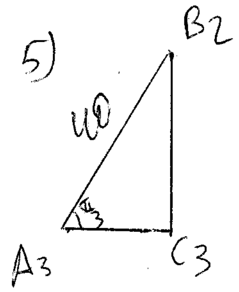
4)



$B_2A_3C_3 = \frac{\pi}{3}$

$A_3B_2 = 40.$

5)



$A_3C_3 = 40 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 20$

$S = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20 \sin\frac{\pi}{3} = 200\sqrt{3}.$

Ответ: длина = 20
площадь = $200\sqrt{3}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7091	Ку М 9-4 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Хертек

ИМЯ Артыш

ОТЧЕСТВО Шораанович

Дата рождения 29.04.2000г. **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** 2-ой заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015г.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хертек

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

5. Д-во:

1) Найдем число нат. чисел которые делятся и на 7, и на 11.

$$\begin{array}{r} -15 \\ 8 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} -10 \\ 7 \\ \hline 3 \end{array} \Rightarrow$$ 3 числа делятся и на 7, и на 11.

2) $7 \cdot 11 = 77$, найдем число большее 220, которое делится и на 7, и на 11, 154 − тоже делится и на 7, и на 11.

3) это число 231; $231 > 220$.

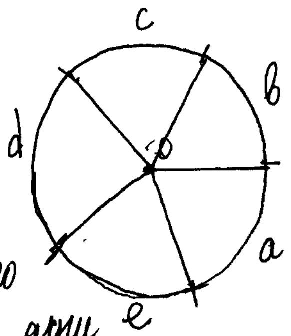
Проверка:

$231 : 7 = 33$

$231 : 11 = 21$.

ч.т.д.

2. Решение:



1) Обозначим буквами разные цвета (a, b, c, d, e)

2) т.к. число дуг равно 5, то мы не сможем чтобы каждая дуга была бы одного цвета, а любые две соседние дуги имели разные цвета.

3) Из 2-го. усл. следует что минимальное кол-во цветов равна 5.

4) Способов существует 25, т.к. кол-во цветов равна 5.

Ответ: 1) мин. кол-во = 5
2) Способы = 25.

4. Дано:

$xyz = 1$

$x + \frac{1}{z} = 5$

$y + \frac{1}{x} = 29$

Найти: $z + \frac{1}{y}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ш М 9-4

Решение:

1) из $x+\frac{1}{z}=5$ выразим z

$\frac{1}{z}=5-x$

$z=\frac{1}{5-x}$

2) из $y+\frac{1}{x}=29$ выразим y

$y=29-\frac{1}{x}$ $/\cdot$

$y=\frac{29x-1x}{x}$

3) Подставим в $xyz=1$.

$x\cdot\frac{29x-1x}{x}\cdot\frac{1}{5-x}=1$

$\frac{29x-1x}{5-x}=1.$

$29x-1=5-x$

$30x=6$

$x=\frac{1}{5}$

4) $\frac{1}{5}\cdot y\cdot\frac{1}{5-x}=1$

$\frac{1}{5}y\cdot\frac{1}{5-\frac{1}{5}}=1$

$\frac{1}{5}y\cdot\frac{1}{\frac{24}{5}}=1$

$y=\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{24}$

$y=\frac{1}{24}.$

5) $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{24}\cdot z=1$

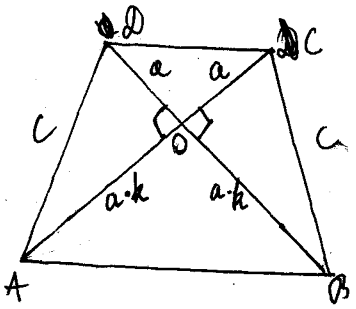
$z=\frac{5}{24}.$

6) $z+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}+\frac{1}{\frac{1}{24}}=\frac{1}{4}.$

Ответ: $z+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}.$

7. Дано:
ABCD – трапеция
AB и CD – основания
AC и BD – диагонали
$AC \perp BD$

$BC \cdot AD$? $AB \cdot CD$?
$BC \cdot AD = AB \cdot CD$?



Решение: 1) ABCD – трапеция, => $AB \parallel DC$ и $DB \perp AC$, значит ABCD – р/б трапец, $DO = OC$; $AO = OB$.

2) Найдем C:
$C = \sqrt{a^2 + (ak)^2}$ (по теореме Пифагора)
$CA = DB \Rightarrow DB = \sqrt{a^2+(ak)^2}$

3) Найдем DC
$DC = \sqrt{a^2+a^2}$ (по теореме Пифагора)
Найдем $BA = \sqrt{(ak)^2+(ak)^2}$ (по теореме Пифагора)

4) ~~Сравним BC·AD и AB·CD~~ Сравним BC·AD и AB·CD
~~$BC \cdot AD =$~~ $BC \cdot AD = \sqrt{a^2+(ak)^2} \cdot \sqrt{a^2+(ak)^2} = \sqrt{a^2+(ak)^2 \cdot a^2+(ak)^2}$
$AB \cdot CD = \sqrt{(ak)^2+(ak)^2} \cdot \sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{(ak)^2+(ak)^2 \cdot a^2+a^2}$
$\sqrt{a^2+(ak)^2 \cdot a^2+(ak)^2} = \sqrt{(ak)^2+(ak)^2 \cdot a^2+a^2}$, т.е.
$BC \cdot AD = AB \cdot CD$.

Ответ: $BC \cdot AD = AB \cdot CD$.

1. Дано:
$a = 100$ чел.
$b = 200$ чел.
$a \Rightarrow a = 43$ коп.
$a \Rightarrow b = 43 \cdot 3$

Найти: $b \Rightarrow b$?
$b \Rightarrow a$?

Решение: 1) 43 коп $=$ 0,43 руб.
0,43 руб $\cdot 3 =$ 1,29 руб.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Сез М 9-4

2) $0{,}43 \cdot 100 = 43$ руб — моно. → моно.

$1{,}29 \cdot 200 = 258$ руб — моно. → грам.

$258 + 43 = 301$ руб.

301 руб $\cdot 100 = 30100$ руб. — монолайн зарабатывает за 1 день.

3) Если Грамофон зарабатывает на 10000 руб. больше, то ≈ 40000 руб. в день.

$40000 : 200 = 200$ руб — 1 чел за 1 день.

4) Т.к. Грамофон берет целое число копеек, то 40 коп. Допустим что 40 коп. $b \Rightarrow b$.

Проверим:

$0{,}4$ руб $\cdot 200 = 80$ руб. — $b \Rightarrow b$.

$0{,}4$ руб $\cdot 3 = 1{,}2$ руб — $b \Rightarrow a$.

$1{,}2$ руб $\cdot 100 = 120$ руб.

80 руб $+ 120$ руб $= 200$ руб. — 1 чел за 1 день.

5) Из 4 ур. следует, что Грамофон берет 40 коп. внутри сети, а за другую сеть 120 коп.

Ответ: внутри сети = 40 коп., ~~все~~ другая сеть = = 120 коп.

6. Дано:

$[x^n - 1] = \frac{x}{2}$

$n \le x$

Найти: n-?

x-?

Решение: 1) ~~Пусть n и x~~

$[x^n - 1] = \frac{x}{2}$

при $x = 2$

$x^n - 1 = \frac{x}{2}$

$2^n - 1 = 1$

$2^n = 2$

$n = 1$

при $x = 6$

$6^n - 1 = 3$

$6^n = 4$

$n \varnothing$

при $x = 4$

$4^n - 1 = 2$

$4^n = 3$

$n \varnothing$

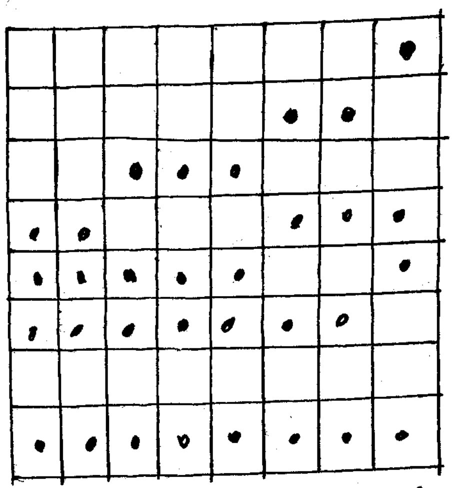
При $x > 2$, n — не имеет решений

Ответ: $x = 2$, $n = 1$

№3. Решение:

Да, возможно.

Во всех горизонтальных рядах число шашек различно. (1, 2, 3, 5, 6, 7, 8)
Не будем брать 4 шашки. Оставим полностью свободным одну горизонтальную линию.



Итак, рассмотрим вертикальные линии, можно заметить, что все они равны 4 шашкам. А в горизонтальной 4 шашек — нет.

Если изменить 64-клет. доску на 100-клеток, то ничего не изменится.

Т.е. возможно только тогда, когда одна горизонтальная линия пустая полностью. А в остальных случаях невозможно.

Ответ: 1) да, возможно.
2) не изменится, если 64-кл. поменять на 100кл.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	Код M10-4 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Хомушку ~~Анита~~

ИМЯ Анита

ОТЧЕСТВО Орлановна

Дата рождения 05.10.1998 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** II, заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 15.03.2015г
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 1.

Мохолайн – 100 сотр.; 43к – внутри сети; 129к – в другую сеть

Гранофон – 200 сотр.; x – внутри сети; 3x – в другую сеть.

В течении дня каждый звонит каждому по одному разу и от каждого один раз получает встречный звонок.

Решение: x – ?

Рассмотрим прибыль Мохолайна.

За звонки внутри сети: 99 · 43 · 100 = 425700 коп. (т.к. из 100 один будет звонить ~~к~~ 99 сотрудникам, и так все сотрудники, поэтому умножаем на 100).

За звонки в другую сеть: 100 · 129 · 200 = 2580000 коп. (т.к. каждый сотрудник, использующий Мохолайн, звонит каждому сотруднику, использующему сеть Гранофон за 129 коп).

~~Рассмотрим~~

Всего: 3005700 коп.

Рассмотрим прибыль Гранофона.

За звонки внутри сети: 199 · x · 200 = 39800x коп. (т.к. из 200 один звонит 199 сотрудникам, и так все 200 сотрудников)

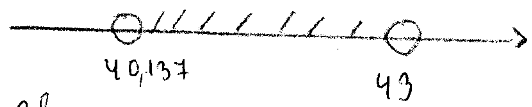
За звонки в другие сети: 3x · 200 · 100 = 60000x коп. (т.к. каждый сотрудник, использующий Гранофон, звонит каждому сотруднику, ~~использ~~ Мохолайн за 3x коп.)

Всего: 99800x коп.

По условию

$$\begin{cases} x < 43 \\ 99800x - 3005700 > 1000000 \rightarrow 99800x > 4005700 \end{cases}$$

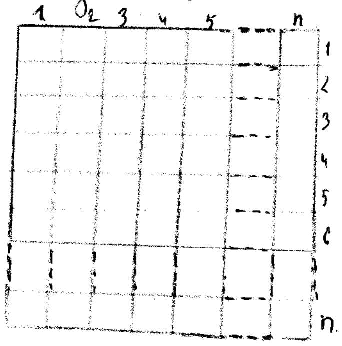
$x > 40{,}137$



Звонки с Гранофона могут стоить 41 и 42, но т.к. в условии сказано, что ежедневные доходы компании Гранофон более чем на десять тысяч рублей превышают доходы Мохолайн, то звонки стоят ~~42~~ 41. (если x = 41, то 99800 · 42 – 3005700 = = 1086100 коп)

Ответ: 41.

Задача 3.



Карта $= n^2$.

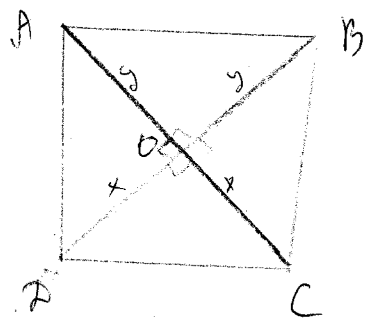
Т.к. во всех рядах число подстанций различно, то ~~подс~~ количество подстанций будет таковым: в каком-то ряду будет n подстанций, в другом, $n-1$, $n-2$, $n-3$, ... и до 1 подстанции. ~~Тогда~~ Или же может быть так, что в одном ряду не будет ни одной подстанции,

Т.к. карта является квадратом, поделенным на n^2 областей, то не всегда возможно такое, что число подстанций в каждой колонке не совпадает ни с одним числом подстанций в ряду, т.к. ещё во всех рядах число подстанций различно.

~~Задача 2~~. Числа не будут совпадать, если $n = 2, \cancel{3}, 4$.

При других n невозможно такого добиться ~~т.к.~~ из-за того, что во всех рядах число подстанций, обязательно найдётся ~~один~~ или более рядов, у которых число подстанций совпадает с их числом в какой-то колонке.

Задача 7.



Дано

$ABCD$ – трапеция, AB и CD – основание, $AC \perp BD$.

Сравните $BC+AD$ и $AB+CD$

Решение:

Т.к. в трапеции диагонали взаимно ~~перпен~~ перпендикулярны, значит, что трапеция равнобедренная, и диагонали точкой пересечения ~~делятся пополам~~ образуют равные стороны $DO = OC$, $AO = OB$,

$AB = \sqrt{y^2+y^2} = \cancel{2\sqrt{2}}\ \cancel{y\sqrt{2}} = \sqrt{2y^2}$; $DC = \sqrt{2x^2}$

$AD = \sqrt{y^2+x^2}$; $BC = \sqrt{y^2+x^2}$ по Т. Пифагора.

$$\frac{BC+AD}{AB+CD} = \frac{\sqrt{y^2+x^2}+\sqrt{y^2+x^2}}{\sqrt{2y^2}+\sqrt{2x^2}} = \frac{2\sqrt{y^2+x^2}}{\sqrt{2y^2}+\sqrt{2x^2}} = \frac{2\sqrt{y^2+x^2}}{y\sqrt{2}+x\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{y^2+x^2}}{\sqrt{2}(y+x)} =$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Сиз М 10-4

Задача 5.

15 различных чисел

8 чисел $\vdots$ на 7

10 чисел $\vdots$ на 11

Д-те, что среди них есть число большее 220

Док-во:

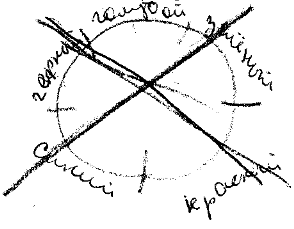
Т.к. чисел всего 15, а из них 8 $\vdots$ на 7, 10 $\vdots$ на 11, то 3 числа $\vdots$ и на 7, и на 11.

Числа 7 и 11 являются взаимно простыми, поэтому их наименьшее кратное число $7 \cdot 11 = 77$. В дальнейшем, чтобы найти оставшиеся 2 числа, которые $\vdots$ и на 7, и на 11 надо к 77 прибавить 77 и т.д.

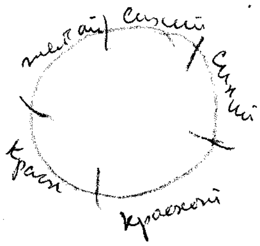
Мы выяснили, что первое число, которое $\vdots$ на 7 и на 11 - это 77. Второе число - это 154, третье - 231.

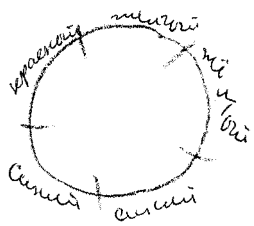
Таким образом, мы нашли 3 числа. Из них $231 > 220$, ч.т.д.

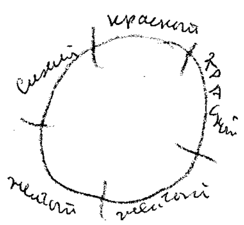
Задача 2.



Минимальное число ~~5~~ 3







Минимальное число не может быть меньше 2-х, т.к. тогда при любой послед-сти раскраски две соседние дуги окажутся одного цвета.

Способов раскраски, используя минимальное число, тоже 3, т.к. при другой раскраске невозможно сделать так, чтобы соседние дуги были разного цвета.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		Зелен М-29
№ группы	Вариант № 7112	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЦВЕТКОВ

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 28.08.1997 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2016
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

0411 192058

Выдан: Отделением УФМС России по Красноярскому
Краю в гор. Зеленогорске
05.09.2011

(№2) $tx, tg2x \in Z$

Известно, что tg имеет только следующие целые значения: $0; 1; -1$

Эти значения достигаются, если угол равен $\pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ или $\pi k, k \in Z$

Нам нужно, чтобы одновременно $tg\,x \in Z$ и $tg\,2x \in Z$

Проверим углы $\pm\frac{\pi}{4}$ и $\pm\frac{3\pi}{4}$

возьмём $\frac{\pi}{4}$

$tg\frac{\pi}{4} = 1$

$tg\frac{\pi}{2}$ – не определён $\Rightarrow$ исключаем $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

возьмём $-\frac{\pi}{4}$

$tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$

$tg\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ – не определён $\Rightarrow$ исключаем $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$

возьмём $\frac{3\pi}{4}$

$tg\frac{3\pi}{4} = -1$

$tg\frac{3\pi}{2}$ – не определён $\Rightarrow$ исключаем $\frac{3\pi}{4} + 2\pi l, l \in Z$

возьмём $-\frac{3\pi}{4}$

$tg\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 1$

$tg\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ – не определён $\Rightarrow$ исключаем $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi s, s \in Z$

Осталось проверить углы $0 + 2\pi \xi, \xi \in Z$ и $\pi + 2\pi p, p \in Z$

возьмём 0

$tg\,0 = 0$

$tg(2\cdot 0) = 0$

видим, что $tg\,0 \in Z$ и $tg(2\cdot 0) \in Z \Rightarrow$ угол $2\pi\xi, \xi \in Z$ подходит

возьмём угол $\pi + 2\pi p, p \in Z$

$tg\,\pi = 0$

$tg\,2\pi = 0$

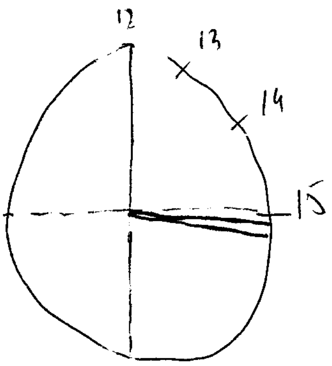
видим, что $tg\,\pi \in Z$ и $tg\,2\pi \in Z \Rightarrow$ угол $\pi + 2\pi p, p \in Z$ подходит

Итак, нам подходят угла $x = 2\pi f, f \in Z$ и $x = \pi + 2\pi p, p \in Z$

Мы уже знаем, что tg этих углов равен нулю
$x = \pi n, n \in Z$ - конечная формула удовлетворяюща условию, гласящему, что $tg x \in Z$ и $tg 2x \in Z$
При любом n в $x = \pi n$, $tg x = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2015^{tg x} = 2015^0 = 1$

Ответ: $x = \pi n, n \in Z$; 1;

№4



Для начала посчитаем; сколько градусов проходит минутная стрелка за 1 ~~час~~ минуту
$\frac{360^\circ}{60'} = 6^\circ$ за 1 минуту

Часовая за один час проходит $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ за 1 час
А за минуту часовая проходит $\frac{30^\circ}{60} = \frac{1}{2} = 0{,}5^\circ$ за 1 минуту
Если рассматривать первый и второй час после полудня, то ровно 2° не получается
Рассмотрим третий час после полудня.
15:00 часовая стрелка стоит ровно на 90°, а минутная на 0.
Через 16 минут минутная стрелка пройдет
$16 \cdot 6 = 96^\circ$
а часовая $0{,}5 \cdot 16 + 90 = 98^\circ$
видим, что $98^\circ - 96^\circ = 2^\circ \Rightarrow$ на часах 15:16
Ответ: 15:16

№5 Всего у нас 600 000 руб.
Для простоты будем считать в тыс. руб.
Значит всего у нас 600 тыс. руб.
~~Так. исход бу~~
Так как исход будет наихудший, то сгорит у нас самая большая сумма, а утроится самая маленькая. Значит самым лучшим выходом будет ~~разделить 600 тыс. руб. на три~~ положить в банки одинаковые суммы.
~~Пу~~]x – сумма положенная в один банк
Посмотрим как может варьироваться x

$x + x + x \leq 600$

$x \leq 200$

$x \in [0; 200]$, т.к. суммы в трёх банках одинаковые и мы можем оставить все деньги дома

Составим схему, что произойдёт через год:

$2x + 3x + 0 + (600 - 3x) = y$, где y – конечный результат

$2x + 3x + 0 + 600 - 3x = y$

$2x + 600 = y$

видим, чем больше x, тем больше мы получим. Возьмём наибольший $x = 200$

$2 \cdot 200 + 600 = y$

$y = 1000$ тыс. руб. $= 1000000$ руб.

Ответ: 1000 000

№1 1) Число всех линий может быть меньше 5. Например, если линий 4, то среди них ~~есть~~ обязательно есть такая, которая ведёт в ~~город~~ посёлок П, а среди остальных трёх линий обязательно есть такая, которая ведёт в город М

2) Нет, не найдутся. Среди этих любых пяти линий обязательно найдётся линия, ведущая в город М, т.к. ~~из~~ она есть в любых трёх линиях, и в остальных четырёх обязательно есть линия, которая ведёт в посёлок П, т.к. такая линия обязательно есть в и любых линиях.

Ответ: 1) Да
2) Нет

№7 Обозначим длины ~~треугольников~~ прямоугольников через $x_1; x_2; x_3$, соответственно длинам ~~трё~~ прямоугольников 1, 2, 3.

Обозначим высоты ступеней через $y_1; y_2; y_3$, соответственно высотам прямоугольников 1; 2; 3;

~~Есл~~ Мы знаем, что длины образуют арифметическую прогрессию

$x_1; x_2; x_3$. Пусть их разность равна d

$x_1; x_1+d; x_1+2d$

высоты образуют геометрическую прогрессию, Пусть их делитель равен b

$y_1; y_2; y_3$

$y_1; y_1 \cdot b; y_1 \cdot b^2$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 30 \\ x_1 \cdot y_1 = 15 \\ x_2 \cdot y_2 = 60 \\ x_3 \cdot y_3 = 180 \\ x_1 + d = x_2 \\ x_2 + d = x_3 \\ x_1 + 2d = x_3 \\ y_1 \cdot 6 = y_2 \\ y_2 \cdot 6 = y_3 \\ y_1 \cdot 6^2 = y_3 \end{cases}$$

Подставим x_2 и x_3 в $x_1 + x_2 + x_3 = 30$

$x_1 + x_1 + d + x_1 + 2d = 30$

$x_1 + d = 10$

$x_2 = x_1 + d = 10$

Подставим x_2 в $x_1 + x_2 + x_3 = 30$

$x_1 + 10 + x_3 = 30$

$x_1 + x_3 = 20$

получим следующую арифметическую прогрессию

x_1; 10; $20 - x_1$

Нам подойдёт $x_1 = 5$

5; 10; 15

$d = 10 - 5 = 5 = 15 - 10$

$x_1 = 5$;

$x_2 = 10$;

$x_3 = 15$;

Найдём $y_1; y_2; y_3$.

$x_1 \cdot y_1 = 15$

$x_2 \cdot y_2 = 60$

$x_3 \cdot y_3 = 180$

$5y_1 = 15$

$10y_2 = 60$

$15y_3 = 180$

$y_1 = 3$

$y_2 = 6$

$y_3 = 12$

видим, что высоты составляют геометрическую прогрессию с знаменателем 2 => условие выполняется

$3 \cdot 2 = 6$;

$6 \cdot 2 = 12$

Общий периметр равен:

$P = (5+3)\cdot 2 + (10+6)\cdot 2 + (15+12)\cdot 2 = 102$

Ответ: $x_1 = 5$; $y_1 = 3$

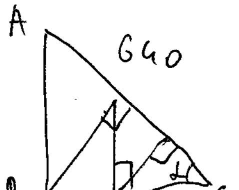
$x_2 = 10$; $y_2 = 6$

$x_3 = 15$; $y_3 = 12$

$P = 102$

Общий размер: $x = 30$; $y = 12$

№6



Имеем треугольник с гипотенузой равной 640. Проводя высоты, мы каждый раз получаем треугольник, который в 4 раза меньше предыдущего. Всего у нас будет получено 4 треугольника, т.к. 5-ый треугольник ран сразу. Четыре треугольника, которые в 4 раза меньше предыдущего треугольника, соответственно и гипотенуза тоже будет меньше в $4 \cdot 4 = 16$

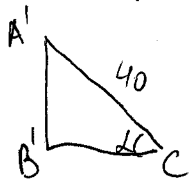
$640 : 16 = 40$ — длина гипотенузы 5-ого треугольника

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен Н-29

~~Аоль~~ Нарисуем 5-ый треугольник отдельно



$$\sin\alpha = \frac{A'B'}{A'C}$$

$$A'B' = A'C \cdot \sin\alpha = 40 \cdot \sin\frac{11}{24}\pi$$

$$B'C = A'C \cdot \cos\alpha = 40 \cdot \cos\frac{11}{24}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot A'B' \cdot B'C = 800 \sin\frac{11}{24}\pi \cdot \cos\frac{11}{24}\pi$$

Ответ: 40; $800 \sin\frac{11}{24}\pi \cdot \cos\frac{11}{24}\pi$

№3 $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geqslant 0$

$\sin y \in [-1;1]$

$\sin x \in [-1;1]$

$\arcsin x \in [-1;1]$

$\arcsin y \in [-1;1]$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	Н-М-11-38 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЧЕРНОНОГ

ИМЯ ВЯЧЕСЛАВ

ОТЧЕСТВО ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 14. 05. 1997. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** II (ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ)

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 19. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Черноног

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

I 100 сотр – Монолайн. 43 коп.

II 200 сотр – Громофон n коп, где n < 43 и n ∈ Z.

в др сети ~~две~~ цене ·3.

доход Громофона больше как мин на 10000 руб.

составим ур-ие дохода.

I $100(99\cdot43 + 200\cdot3\cdot43)$.

II $200(199\cdot n + 100\cdot3n)$.

I $100\cdot699\cdot43$; I 3005700 ~~руб~~ коп.

II $200\cdot499\cdot n$; II $99800\cdot n$ ~~руб~~ коп.

т.е доход Громофона как минимум ~~3015700~~ 4005700

30157 | 998
2994 | 30,2
2170
1996

40057 | 998
3992 | 40.1
1370

⇒ ~~цена~~ тариф Громофона > 40. (n > 40).

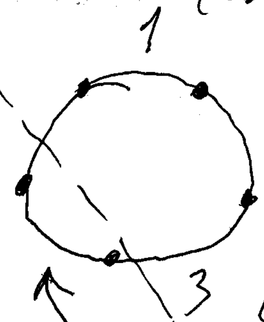
⇒ n ∈ (40; 43) где n ∈ Z. или n ∈ [41; 42].

Ответ: n ∈ [41; 42], где n ∈ Z.

№2. (~~не правильно прочитал условие, прошло, см после №3~~).

т.к. 3 стоящих подряд ~~дуг~~ дольки быть окрашены в разные цвета, то минимум ≥ 3 цвета

~~Докажем, что 3 цвета мало.~~

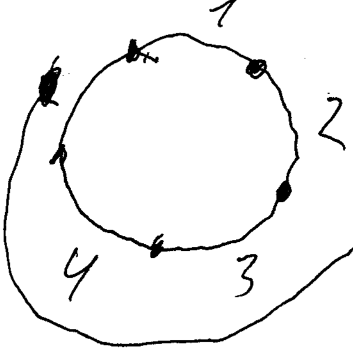


(ставим произвольно 1 цвет)

(затем 2й)

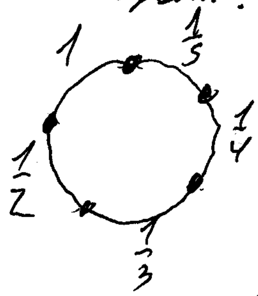
(затем 3й)

Здесь не может стоять 3й, т.к. соседний и не может 2 и 1 т.к. находятся через 1 ⇒ минимум > 3.



Отсюда, на этом месте не может стоять ни 1, ни 2, ни 3, ни 4.

⇒ минимум 5 цветов - на каждую дугу свой цвет.



~~в перв~~ (первую дугу мы можем закрасить 1 из 5 цветов, вторую 1 из 4, третью 1 из 3 и т.д.)

$$\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{120}.$$

⇒ 120 вариантов раскраски.

Ответ: 5 цветов, 120 вариантов.

№3.

Т.к. ~~в~~ каждой ~~клетке~~ (КВАДРАТЕ) не более 1 подстановки, то кол-во подстановок в ряде колеблется от 0 до n, всего n рядов ⇒ свободным остается лишь 1 число из промежутка от 0 до n.

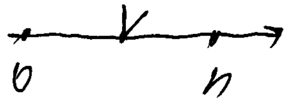
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

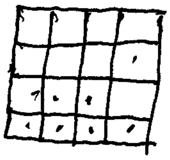
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-38

Мы не можем обеспечить в каждом столбце ни 0 ни n => эти числа обязательно ~~принадлежат~~ принадлежат к ~~за~~ числу станций в строке.

~~к тому же~~ - нетрудно понять, что искомое число подстанций в столбце есть середина



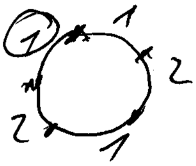
, а эта середина целая только при n - четном



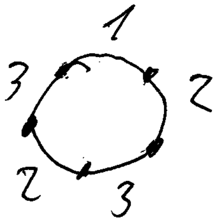
Ответ: возможно только при $n > 0$ и n - четное

N2.

Два цвета (чередование) невозможно.



=> минимум 3.



(как пример).

раскраски могут быть следующие

12312
12323
12123
12132
13132
13123
13213
13232

13212
~~12313~~
12313

=> умножаем это кол-во на 3 (можно начать с любого из 3 цветов).

Ответ: 3 цвета; 30 вариантов.

№4.

$2^{x+y+z}+(0{,}5)^{x+y+z}=a.$

$2^x+0{,}5^y=b$

$2^y+0{,}5^z=c$

$2^z+0{,}5^x-?$ (пусть $2^z+0{,}5^x=n$).

перемножим $b\cdot c\cdot n$.

$b\cdot c\cdot n=(2^x+0{,}5^y)(2^y+0{,}5^z)(2^z+0{,}5^x).$

$b\cdot c\cdot n=(2^{x+y}+1+0{,}5^z\cdot 2^x+0{,}5^{y+z})\cdot(2^z+0{,}5^x)$

$b\cdot c\cdot n=\underline{2^{x+y+z}}+\underline{\underline{2^z}}+2^x+0{,}5^y+2^y+\underline{\underline{0{,}5^x}}+0{,}5^z+\underline{0{,}5^{x+y+z}}$

— $-a$

= $-n$

~ $-b$

≈ $-c$

$b\cdot c\cdot n=a+n+b+c.$

$b\cdot c\cdot n-n=a+b+c$

$n(bc-1)=a+b+c.$

$n=\dfrac{a+b+c}{bc-1}.$

Ответ: $2^z+0{,}5^x=\dfrac{a+b+c}{bc-1}.$

№5.

9 чисел: 13.

10 чисел: 14

11 чисел: 15.

$9+10+11=30$

$30-25=5 \Rightarrow$ как минимум 5 чисел имеют 2 делителя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111. ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Н-М-11-38

№5 (продолжение)

минимальные такие числа: $13 \cdot 14 = 182$ (т.к 13, 14, 15 не имеют общих делителей).
$13 \cdot 15 = 195$
$15 \cdot 14 = 210$.

но нужно еще 2 числа.

$182 \cdot 2 = 364$ $(364 > 345)$

$195 \cdot 2 = 390$ $(390 > 345)$

$210 \cdot 2 = 420$ $(420 > 345)$

⇒ на доске как минимум 2 числа больших 345

ч.т.д.

$$\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}. \quad №6.$$

$[\cos^2(2+3^x)]$ – может принимать значения

0 или 1 (т.к $\cos^2$ лежит в пределах от -1 до 1).

причем 1 только при $2+3^x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

$2+3^x \neq 0$, т.к $3^x > 0$.

$2+3^x = \pi$ при $x = \log_3(\pi - 2)$

$2+3^x = 2\pi$ при $x = \log_3(2\pi - 2)$

заметим, что $\frac{3^x}{2}$ – возрастающая (монотонна)

и принимает значение < 1 при $x < \log_3 2$

$2\pi - 2 > 2$.

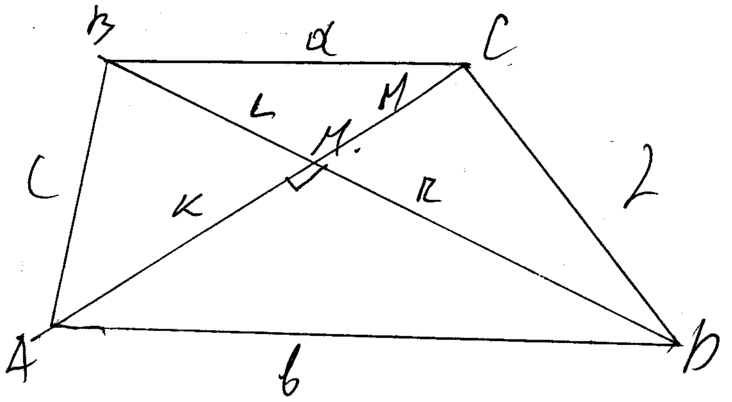
$\pi - 2 < 2$

⇒ ед корень $x = \log_3(2\pi - 2)$.

Ответ: $x = \log_3 2\pi - 2$.

Лист 3 из

№7.



Дано: $AC \perp BD$.

~~Найти~~ Сравнить

$BC+AD$ и $AB+CD$. ($a+b$ и $c+d$?

Решение:

1. пусть $AM = k$; $BM = L$; $MC = m$; $MD = R$.
2. $a = \sqrt{L^2+m^2}$; $b = \sqrt{R^2+k^2}$; $c = \sqrt{k^2+L^2}$; $d = \sqrt{m^2+R^2}$.
3. $a^2+b^2 = L^2+m^2+R^2+k^2 = c^2+d^2$.

   Т.Е $a^2+b^2 = c^2+d^2$.
4. $ab = \sqrt{L^2R^2+L^2k^2+m^2R^2+m^2k^2}$

   $cd = \sqrt{k^2m^2+k^2R^2+L^2m^2+L^2R^2}$.
5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	М2 - 11 (15)	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
№ группы	**Вариант №** ______	шифр

ФАМИЛИЯ Чижевский

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Денисович

Дата рождения 01.08.97 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.15 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. Число всех линий может быть меньше пяти.
Допустим : ММММП.
а) среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на предприятие города М.
б) а среди любых четырех есть линия, ведущая на предприятие поселка П.

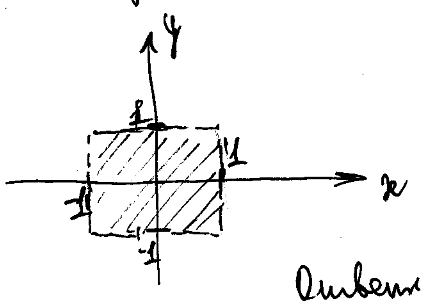
Условия задачи выполнены, линий может быть ровно 4.
Если оно не меньше 5, то среди любых 5 линий не найдутся такие, которые не ведут ни в М, ни в П, поскольку это противоречит тому что написано выше.

3. $(\sin y - \arcsin x)(\sin x + \arcsin y) \geq 0$ (1)

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \geq 0 \\ \sin x + \arcsin y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin y \geq \arcsin x \\ \sin x \geq -\arcsin y \end{cases}$

$\begin{cases} \sin y - \arcsin x \leq 0 \\ \sin x + \arcsin y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin y \leq \arcsin x \\ \sin x \leq -\arcsin y \end{cases}$

Фигура, состоящая из точек, координаты которых удовлетворяют (1), очевидно, при преобразовании координат $(x;y) \to (-y;x)$ переходит в свое дополнение, а т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$ и $-1 \leq \sin y \leq 1$, то площадь нашей фигуры - это половина площади квадрата.



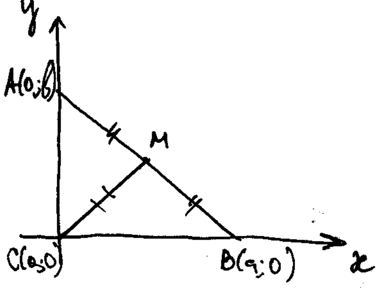
$$S = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

Ответ 2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2 - 11(15)

⑥ I Докажем, что середина гипотенузы прямоугольного треугольника равноудалена от вершин.



M – середина гипотенузы AB. Допустим $BC = a$; $AC = b$, то $C(0;0)$; $B(a;0)$; $A(0;b)$

По формуле координаты середины отрезка $M\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2}\right)$

$$MC=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}-b\right)^2}=$$

$= MA$.

Отсюда, $MA = MB = MC$, чтд.

II У 5-ого треугольника после 4 делений пополам длина гипотенузы равна $\frac{640}{16} = 40$

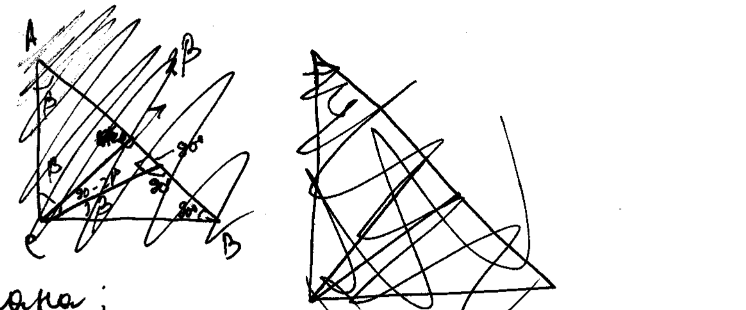
$640 : 16 = 40$

Теперь найдем углы треугольников

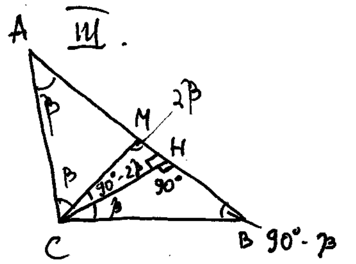
$$\alpha = \frac{11}{24}\pi = \frac{11}{24}\cdot 180° = \frac{1980°}{24} = 82{,}5°$$

$180 \cdot 11 = 1980$

$1980 : 24 = 82{,}5$



III.



CM – медиана;
CH – высота; β – наименьший угол прямоугольного треугольника: $\beta = \frac{\pi}{24}$

Новый прямоугольный имеет угол $90° - 2\beta$, 2β

Т.е. $90 - 2\beta = \frac{\pi}{2} - 2\cdot\frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$

$2\beta = 2\cdot\frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$

У третьего ~~трего~~ треугольника будет угол $2\cdot\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ и второй угол $\frac{\pi}{3}$ (угол удваивается как мы вычислили)

Очевидно, что и у 4-ого и у 5-ого треугольников будут ~~равны~~ $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{3}$. Мы знаем, что в прямоугольном Δ-ке против ~~угла~~ угла $\frac{\pi}{6}$ (30°) лежит катет, равный половине гипотенузы. Тогда гипотенуза у нас 40, значит один из катетов $\frac{40}{2} = 20$, второй: $\sqrt{40^2 - 20^2} = \sqrt{(40-20)(40+20)} = \sqrt{20\cdot 60} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ М2-11(15)

(6) Продолжение ...

Площадь 5-ого Δ-ка: $S_5 = \frac{20\sqrt{3}\cdot 20}{2} = 20\sqrt{3}\cdot 10 = 200\sqrt{3}$

Ответ: ~~длина гипотенузы - 40~~ площадь гипотенузы 5-ого треугольника - 40, площадь 5-ого треугольника $= 200\sqrt{3}$.

(2.) Пусть $tg\,x = n$, а $tg\,2x = m$. Существует формула для танген двойного аргумента: $tg\,2x = \frac{2\,tg\,x}{1-tg^2x}$

Значит: $m = \frac{2n}{1-n^2}$; $m = \frac{2n}{(1-n)(1+n)}$; $m = \frac{-2n}{(n+1)(n-1)}$ ~~...~~.

Очевидно что НОД $(n; n+1) = 1$ и НОД $(n; n-1) = 1$, то m будет целым числом только в том случае если знаменатель дроби равен 1, т.е. $n=0$. Значит $m=0$. В этом случае $tg\,x = 0$, $x = \pi n, n\in Z$.

$2015^{tg\,x} = 2015^0 = 1$.

Ответ 1.

(5) Пусть A, B и C – искомые вклады. Самый плохой ход событий будет задаваться следующим условием: $A \geq B \geq C$ и они вложены: а) в банк, который разорится и вкладчик потеряет свои деньги – (A).

б) в банк, где удваевается вклад – (B)

в) в банк, ~~где~~ в котором вклад утраевается – (C).

Отсюда по истечении года $2B + 3C$.

$2B + 3C = \frac{5}{3}(A+B+C) - \frac{4}{3}(A-C) - \frac{1}{3}(A-B) = \frac{5}{3}\cdot 600000 - \frac{4}{3}(A-C) - \frac{1}{3}(A-B)$

Из положительной величины (общей сумме) вычитаем неотрицательные величины, т.к. $A \geq C$, $A \geq B$. Отсюда максимальная выгода если $A = C$ и $A = B$, т.е. $A = B = C = 200000$ (руб).

Следовательно, при самом плохом ходе событий будет получено:

$\frac{5}{3}\cdot 600000 = \frac{3000000}{3} = 1000000$ (рублей).

Ответ: в каждый банк нужно положить 200000 рублей и через год получить 1000000 рублей, такую сумму получит вкладчик на руки.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы:

Вариант № ______

шифр: NN-13

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ШАГДУРОВ

ИМЯ ВЛАДИМИР

ОТЧЕСТВО ЧИМИТОВИЧ

Дата рождения 20.04.1998 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

[redacted]

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NN-13

Задание №1

X – внутрисетевой звонок Громофона (в копейках)

1) $(99 \cdot 43 + 200 \cdot 129) \cdot 100 = 3005700$ – ежедневний доход Монолайна

2) $(199 \cdot x + 100 \cdot 3x) \cdot 200 = 99800x$ – ежедневний доход Громофона

3) $99800x - 1000000 = 3005700$

4) $99800x = 2005700$

5) Но при делении 2005700 на 99800 целого числа не получается. Получается ≈ 20. Значит, надо рассмотреть числа 19; 20; 21.

6) При $x = 19$, из дохода Монолайна придётся вычесть 1109500 коп. А в условии сказано, что надо вычесть ≈ 1000000 коп. $X = 19$ не подходит.

7) При $x = 21$, из дохода Монолайна придётся вычесть 909900 коп. А в условии сказано, что надо вычесть ≈ 1000000 коп. $X = 21$ не подходит.

8) При $x = 20$, из дохода Монолайна придётся вычесть 1009700 коп. А это число примерно равно 1000000. $X = 20$ подходит

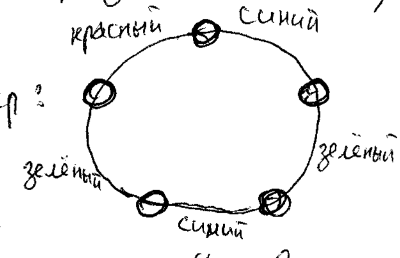
9) $20 \cdot 3 = 60$ коп

Ответ: внутрисетевой звонок стоит 20 копеек, а внешнесетевой звонок 60 копеек.

Задание №2.

1) Всего у нас 5 деревянных стен. 2 краски использовать невозможно, т.к. любые две соседние дуги должны быть разных цветов, а 5 на 2 нацело не делится.

2) Придётся использовать 3 краски. Например:



3) При использовании 3 красок необходимо, чтобы одна дуга была „1" цвета, две другие „2" цвета, а оставшиеся „3" цвета.

4) У нас получается 3 случая: когда „1" цвет используется один раз, когда „2" цвет используется один раз и когда „3" цвет используется один раз.

(смотри на обороте)

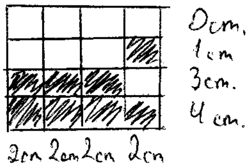
5) Тот цвет, который используется один раз, может быть на любой из 5 дуг, а таких цветов 3.
6) $5 \cdot 3 = 15$ способов

Ответ: достаточно 3 цветов; покрасить можно 15 способами.

Задание № 3

□ – нет подстанции; ▩ – есть подстанция

1) Может. Например:



$$2 \neq \begin{cases} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{cases}$$

2) Это будет выполняться, если n – чётное число, не равное 2.

3) Ещё, в каждом ряду не должно быть $\frac{n}{2}$ подстанций.

4) Ещё, располагать подстанции в рядах необходимо „зигзагом", т.е. сначала все ~~всех~~ подстанции влево, потом вправо, потом опять налево, потом опять направо и так далее.

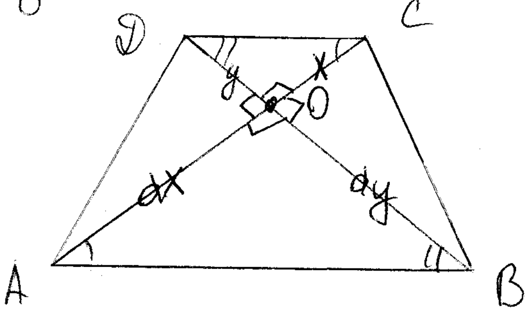
Задание № 5.

1) $9+10+11=30$ – чисел, казалось, должно было быть, но их 25
2) $30-25=5$, значит есть совпадения, т.е. 1 число (хотя бы) должно быть кратным либо (13;14), либо (13;15), либо (14;15).
3) 13, 14, 15 – попарно взаимнопростые числа
4) Допустим, что есть 1 число, которое не кратно ни 13; 14; 15.
$24-11-10=3$ – числа остаётся, которые ⋮ 13 (из 24 чисел я отнял те, которые ⋮ 14 и ⋮ 15), а нам нужно 9. $9-3=6$ – чисел необходимо домножить на 13. Если домножать на самые малые числа: 14; 15; 28; 30;. При умножении 13 и 28 уже получается 364, а $364 > 345$. Значит, каждое число должно быть ⋮ 13, либо ⋮ 14, либо ⋮ 15.
5) Рассмотрим 5 чисел из (2) действия:
Наименьшими числами этой 5 являются: $(13 \cdot 14)$; $(13 \cdot 15)$; $(14 \cdot 15)$; $(13 \cdot 14 \cdot 2)$; $(13 \cdot 15 \cdot 2)$. А $13 \cdot 14 \cdot 2 = 364$. $364 > 345$. Значит, в любом случае найдётся число, которое больше 345.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NN-13

Задание №7



$DC \parallel AB$; $AC \perp DB$

O – пересечение диагоналей

1) В любой трапеции одно из оснований больше другого

2) Допустим, что $AB > DC$

~~3) $\angle CAB = \angle BDC$~~;

3) $\angle CAB = \angle ACD$; $\angle ABD = \angle BDC$ – накрест лежащие

4) $\triangle AOB \sim \triangle COD$ – по 2 углам (подобен)

5) Пусть коэффициент подобия равен a, где $a > 1$.

6) Так как $AB > DC$, то тогда $AO > OC$ и $BO > OD$

7) Обозначим $OC = x$, а $OD = y$

8) Тогда, $AO = ax$ и $BO = ay$

9) По теореме Пифагора найдём стороны трапеции:

$AB = \sqrt{(ax)^2 + (ay)^2}$; $DC = \sqrt{x^2+y^2}$

$AD = \sqrt{y^2 + (ax)^2}$; $CB = \sqrt{x^2 + (ay)^2}$

10) $\sqrt{a^2x^2 + a^2y^2} + \sqrt{x^2+y^2}$ и $\sqrt{y^2+a^2x^2} + \sqrt{x^2+a^2y^2}$

11) возведём и левую и правую часть в квадрат

$a^2x^2+a^2y^2+2\sqrt{a^2x^4+2a^2x^2y^2+a^2y^4}+x^2+y^2$ и $y^2+a^2x^2+2\sqrt{a^2x^4+a^4x^2y^2+x^2y^2+a^2y^4}+x^2+a^2y^2$

12) $(a^2+1)(x^2+y^2)+2\sqrt{a^2x^4+2a^2x^2y^2+a^2y^4}$ и $(a^2+1)(x^2+y^2)+2\sqrt{a^2x^4+a^4x^2y^2+x^2y^2+a^2y^4}$

13) $(a^2+1)(x^2+y^2)$ можно вычесть:

$2\sqrt{a^2x^4+2a^2x^2y^2+a^2y^4}$ и $2\sqrt{a^2x^4+a^4x^2y^2+x^2y^2+a^2y^4}$

(смотри на обороте)

14) разделим на 2 и возведём в квадрат обе части
$a^2x^4+2a^2x^2y^2+a^2y^4$ И $a^2x^4+a^4x^2y^2+x^2y^2+a^2y^4$

15) вычтем и слева и справа $a^2x^4+a^2y^4$

$2a^2x^2y^2$ И $a^4x^2y^2+x^2y^2$

16) разделим обе части на x^2y^2

$2a^2$ И a^4+1

17) Значит, всё зависит от коэф. подобия a!

$2a^2$ И a^4+1

18) Если $2a^2>a^4+1$, то $AB+DC>AD+BC$

$2a^2-a^4-1>0 \quad / \cdot(-1)$

~~$2a^2-a^4>1$~~

~~$2-a^2>\frac{1}{a^2}$~~

$a^4-2a^2+1<0$

$a^2=b$

$b^2-2b+1<0$

$b_1+b_2=2$

$b_1 \cdot b_2=1$

$b=1$ - единственный корень, значит неравенство не имеет решений.

19) $AB+DC \not> AD+BC$ — неверно

20) $AB+DC<AD+BC$. Допустим что это так.

$2a^2-a^4-1<0$

$a^2=b$

$2b-b^2-1<0 \quad (\cdot(-1))$

$b^2-2b+1>0$

$b\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

$\left[\begin{array}{l} b<1 \\ b>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2<1 \\ a^2>1 \end{array}\right.$

$-1 \quad 1$

$-1 \quad 1$

$a\in(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

21) но $a>1$, тогда $AD+BC>AB+DC$

22) допустим $AB+DC=AD+BC$
$2a^2-a^4-1=0$, это возможно при $a=1$, но тогда $ABCD$ — это квадрат, а по условию он трапеция. Невозможно

Ответ: $AD+BC>AB+DC$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Д-Н7-М-11-047	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
№ группы	**Вариант №** ______	шифр

ФАМИЛИЯ ШАМШИЕВ

ИМЯ МАМАТ

ОТЧЕСТВО МАМБЕТОВИЧ

Дата рождения 06.06.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЦИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 20.03.2014
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Д-47-М-11-047

№1.

Монолайк — 100 чел.
43 коп/зв. в М.
129 коп/зв в Г.

Громофон — 200 чел.
x коп < 43 в Г
$3x$ в М

1) Доход Монолайка с 1 человека (ежедневный):
$99 \cdot 43 + 129 \cdot 200 = 30057$ коп.
Общий ежедневный доход Монолайка 30057 коп $\cdot 100 =$
$= 3005700$ коп $= 30057$ руб.

2) Доход Громофона с 1 человека:
$199x + 3x \cdot 100 = 199x + 300x = 499x$
Доход Громофона общий: $499x \cdot 200 = 99800x$ коп $=$
$= 998x$ руб.

3) Учитывая разницу в доходах более 10000 руб имеем: $998x - 30057 > 10000$.
$998x > 40057$.
$x > 40$, но также зная, что $x < 43$, получаем $40 < x < 43$. Значит, звонки с Громофона стоят либо 41 коп, либо 42 коп.

Ответ: 41 коп; 42 коп.

№2.

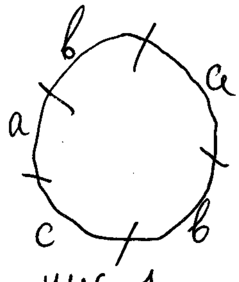


рис. 1.
a, b, c – различн. цвета.

Очевидно, что 1 и 2 цвета недостаточно для выполнения условия, а на примере, показаном на рисунке 1, не трудно убедиться, что 3 цвета достаточно.
Первый цвет мы можем выбрать ~~Это~~ тремя способами, 3 забора 2 мя способами

и 1 забор только 1 способом. Итого
$3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 1 = 24$ способа.
Ответ: 3 цвета; 24 способа.

№5.
1) Очевидно, что некоторым из 25 чисел приходится выполнять „двойную функцию" — быть кратными и 13, и 14; или и 13, и 15; или и 14, и 15. Поскольку в противном случае потребовалось бы $9+10+11=30$ чисел, что противоречит условию задачи.
2) Если на доске есть число, выполняющее „тройную функцию", то оно очевидным образом больше 345, т.к. $13\cdot 14\cdot 15 > 345$.
3) На доске должно быть минимум 4 числа, выполняющих „двойную функцию", чтобы удовлетворить условию задачи. Наименьшие из возможных (учитывая, что числа разные):
1 - $13\cdot 14 = 182$
2 - $13\cdot 15 = 195$
3 - $14\cdot 15 = 210$.
4 - $13\cdot 14\cdot 2 = 364 > 345$, что и требовалось доказать.

№6.
$$[\cos^2(2+3^x)] \geq \frac{3^x}{2}.$$
1. Т.к. $0 \leq \cos^2 x \leq 1$, то $[\cos^2(2+3^x)] = 0$ или $[\cos^2(2+3^x)] = 1$
2. Если $[\cos^2(2+3^x)] = 0$, то $0 \geq \frac{3^x}{2}$
$3^x \leq 0$, что быть не может.

Значит, $[\cos^2(2+3^x)] = 1 \Rightarrow \cos^2(2+3^x) = 1$.
3. $\cos^2(2+3^x) = 1$.
~~$\cos(2+3^x) = 1$ или $\cos(2+3^x) = -1$~~
~~$\frac{1+\cos 2(2+3^x)}{2} = 1$.~~
$1+\cos 2x = 2$

~~cos~~ $\frac{1+\cos(4+2\cdot 3^x)}{2}=1.$

$1+\cos(4+2\cdot 3^x)=2$

$\cos(4+2\cdot 3^x)=1.$

$4+2\cdot 3^x=2\pi n,\ n\in Z.$

$2+3^x=\pi n$

$3^x=\pi n-2.$

$x=\log_3(\pi n-2)$, где $\pi n-2>0.$

$\pi n>2$

$n\in(0;+\infty).$

4. $\frac{3^x}{2}\leq 1$

$3^{\log_3(\pi n-2)}\leq 2.$

$\pi n-2\leq 2.$

$\pi n\leq 4$

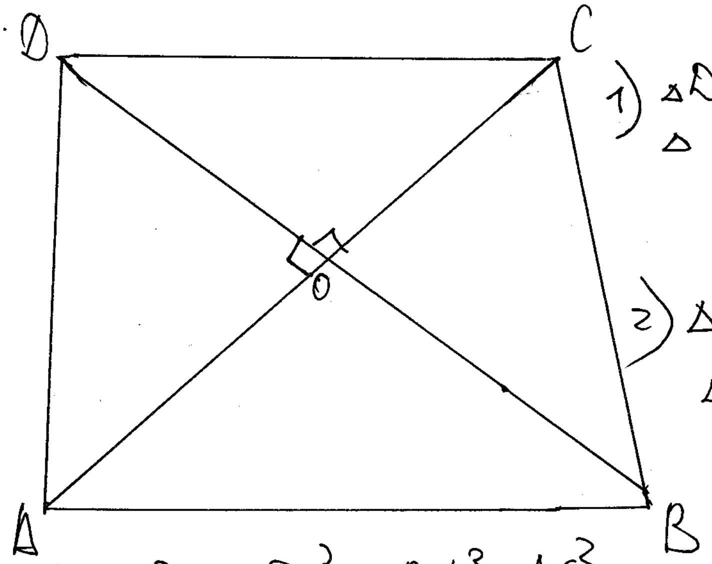
$n\in(-\infty;1]$

5. Соединяя 2 промежутка, получаем $n=1$,

$x=\log_3(\pi-2).$

Ответ: $\log_3(\pi-2).$

№7.



$BC+AD \overset{?}{и} AB+CD$

1) $\triangle DOC$ $\triangle AOB$ $+\begin{array}{l}DC^2=DO^2+OC^2\\AB^2=AO^2+OB^2\end{array}$

$AB^2+CD^2=AO^2+OB^2+DO^2+OC^2=$
$=DB^2+AC^2.$

2) $\triangle AOD$ $\triangle BOC$ $+\begin{array}{l}AD^2=AO^2+DO^2\\BC^2=BO^2+CO^2\end{array}$

$AD^2+BC^2=AO^2+DO^2+BO^2+CO^2=DB^2+AC^2$

3) $AB^2+CD^2=BD^2+AC^2$
$AD^2+BC^2=BD^2+AC^2$ $\Rightarrow AB^2+CD^2=AD^2+BC^2\Rightarrow$

$\underline{AB+CD=AD+BC}.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы

Вариант № ______

МII КАН ш38

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ШАТАЛОВ

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 05. 10. 1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 15. 03. 15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шатал

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

①

Кол-во людей	Сеть	Внутрисетевой	межсетевой
100	Монолайн	0,43 р	(0,43 · 3) р
200	Грамофон	Х р	3Х р

Монолайн Грамофон

Каждый делает по 299 звонков

99 по 0,43 р 199 по Х р

200 по (0,43 · 3) р 100 по 3Х р

Доход:

$100(99 \cdot 0{,}43 + 200 \cdot 0{,}43 \cdot 3) =$
$= 99 \cdot 43 + 200 \cdot 43 \cdot 3 =$
$= 4257 + 25800 = 30057$ р.

Доход:

$200(199 \cdot 200X + 200 \cdot 3X) =$
$= 39800X + 60000X =$
$= 99800x$

Составим уравнение:

$30057 + 10000 = 99800x$

$40057 = 99800x$

$x = \frac{40057}{99800} = 0{,}4$ р $\quad 3x = 3 \cdot 0{,}4 = 1{,}2$ р

Ответ: внутри сети больше 40 коп., но меньше 43 коп., между сетями - 120 коп.

⑥ $[x] = m \quad m \le x$

$$[\cos^2(2+3^x)] \ge \frac{3^x}{2} \Rightarrow \left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right] \ge \frac{3^x}{2}$$

Область значений левой части имеет вид:

$-1 \le \cos\alpha \le 1$

$0 \le 1+\cos\alpha \le 2$

$0 \le \frac{1+\cos\alpha}{2} \le 1$, значит

$0 \le \frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2} \le 1$

Т.к. $\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right]$ – целое число, значит

$\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right]=0$ или $\left[\frac{1+\cos(2(2+3^x))}{2}\right]=1$

Но т.к. $\frac{3^x}{2}>0$ (т.к. $3^x>0$), значит

$\frac{3^x}{2}\le 1$

$3^x\le 2$. Пралогорифмируем обе части:

$\log_2 3^x \le \log_2 2$

$x\log_2 3\le 1$

$x\le \frac{1}{\log_2 3}$

Ответ: $x\le\frac{1}{\log_2 3}$

5) $9+10+11=30>25$, т.е. 5 чисел находятся в 2-х или 3-х группах.

9 чисел $\vdots\, 13$

10 чисел $\vdots\, 14$ ($\vdots\, 7$; $\vdots\, 2$)

11 чисел $\vdots\, 15$ ($\vdots\, 5$; $\vdots\, 3$)

$$\begin{array}{r|l} 345 & 5 \\ 69 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

5 чисел: $13\cdot14$, $13\cdot15$ (345), $14\cdot15$ (>345), ...

Получается, что как минимум одно число больше 345

Ч.Т.Д.

(4) $$\begin{cases} 2^{x+y+z}+(0{,}5)^{x+y+z}=a \\ 2^x+(0{,}5)^y=b \\ 2^y+(0{,}5)^z=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x\cdot 2^y\cdot 2^z+2^{-x}\cdot 2^{-y}\cdot 2^{-z}=a \\ 2^x+2^{-y}=b \\ 2^y+2^{-z}=c \end{cases}$$

Введём новые переменные:

$2^x=t$, $2^y=v$, $2^z=u$, значит $2^{-x}=\frac{1}{t}$, $2^{-z}=\frac{1}{u}$, $2^{-y}=\frac{1}{v}$

$$2^z+(0{,}5)^x=2^z+2^{-x}=m \Rightarrow u+\frac{1}{t}=m \Rightarrow \frac{ut+1}{t}=m$$

Подставим новые переменные

$$\begin{cases} t\cdot v\cdot u+\dfrac{1}{t\cdot v\cdot u}=a \\ t+\dfrac{1}{v}=b \\ v+\dfrac{1}{u}=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} tvu+\dfrac{1}{tvu}=a & (1) \\ \dfrac{tv+1}{v}=b & (2) \\ \dfrac{vu+1}{u}=c & (3) \end{cases}$$

Умножим почленно (2) на (3)

$$\frac{(tv+1)(vu+1)}{vu}=bc$$

$$\frac{v^2tu+vu+tv+1}{vu}=bc \quad (4)$$

Умножим почленно (4) на $\frac{ut+1}{t}=m$, получим

$$\frac{(v^2tu+vu+tv+1)}{vu}\cdot\left(\frac{ut+1}{t}\right)=bc\cdot m$$

$$\frac{(vtu)^2+u^2vt+t^2vu+ut+v^2tu+vu+tv+1}{vut}=bcm$$

$$\frac{(vtu)^2+vtu(u+t+v)+ut+v\cdot u+t\cdot v+1}{vtu}=bcm$$

$$vtu+u+t+v+\frac{1}{v}+\frac{1}{t}+\frac{1}{u}+\frac{1}{vtu}=bcm$$

Заменяем значения и получаем:

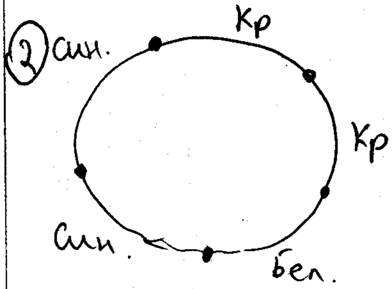
$a+b+c+m = bcm$

$a+b+c = bcm - m$

$m = \dfrac{a+b+c}{bc+1}$; $v + \dfrac{1}{t} = \dfrac{a+b+c}{bc+1}$; $2^z + (0,5)^x = \dfrac{a+b+c}{bc+1}$

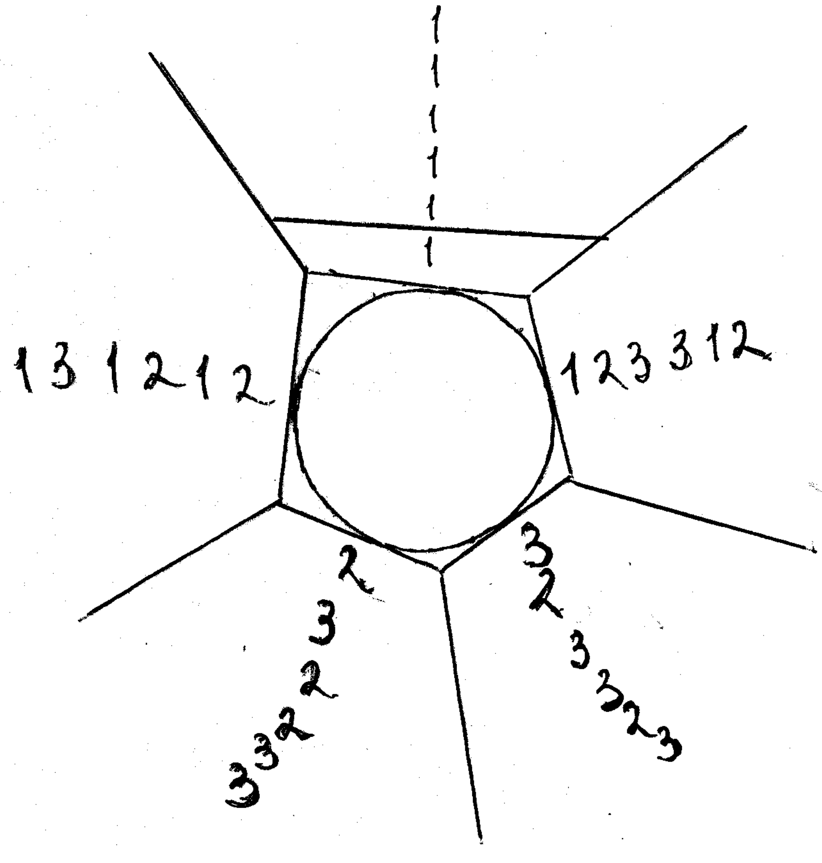
Ответ: $2^z + (0,5)^x = \dfrac{a+b+c}{bc+1}$

(2)



Кр - 1 Бел - 3

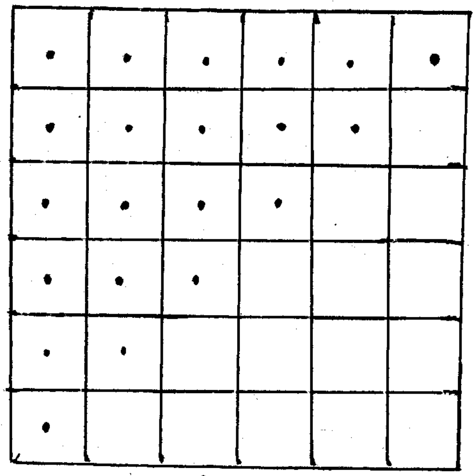
Син - 2



Ответ: нужно минимум 3 цвета

число комбинаций > 30

(3)



Рассмотри на примере поля 6 × 6 клеток („квадратов“)

Как бы мы не переставляли подстанции, число подстанций будет от 1 до 6, следовательно данное условие невозможно.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Зелен М-25 шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ШЕВЧЕНКО

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 01.11.1996 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: АШ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~УФМС Красноярского края по г. Зеленогорску~~

04 11 06 02 44

УФМС России по Красноярскому краю в г. Зеленогорске

Выдан 17.11.10.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7112

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Зелен 14 - 25

№1 У нас возможен 2 случая, описанные в задаче:

1 = [· | М | ·] (среди 3ех есть 1 ведущая в М.)

2 = [П | · | · | ·] (среди 4ех есть 1 ведущ. в П.)

Значит, если рассмотреть полную картину таких путей, то можно понять, что число всех линий может быть меньше 5, то есть равно 4 и меньше.

[М | П | · | · | ·] [М | · | · | · | П] [П | · | М | · | ·] ... Потому что здесь не важно то чтобы обязательно был город М. и не было Посёлка П. (и наоборот). Именно поэтому ответом на первый вопрос будет: Да. Теперь ответим на второй. [М | · | · | · | П], и здесь уже будет ответ: Нет, так как нас ограничили в 5 линиях, а как мы знаем, в любых трёх или четырех должны быть либо М., либо П. соответственно. Значит, как бы мы не расположили эти линии мы не сможем, чтобы в 5 любых линиях не было М. и П. - это невозможно

[П | · | М | · | ·], [П | · | · | · | М].

Ответ: 1. Да.
2. Нет.

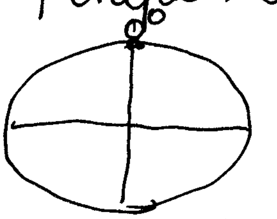
№4 Рассмотрим циферблат как окружность. У окружности 360°. Теперь создадим некое подобие таблицы, в которой напишем градусы и минуты для 12 часов. И градусы и минуты для часа (то есть оборот часовой и минутной соответственно).

Часовая	Минутная
$360° = 12$ часов $= 12 \times 60 = 720$ минут	$360° = 60$ минут
$1° = 2$ минуты $= \frac{2}{60}$ часа	$180° = 30$ минут
$30° = 60$ минут $= 1$ час	$90° = 15$ минут
	$6° = 1$ минута

То есть мы получили, что 1° для часовой это 2 минуты на циферблате (1 минуту мы брать не можем так как $0{,}5^\circ$ - это не целое число, которое не подходит к 2° (разница между часовой и минутной)). А для минутной 1 минута равна 6°. (минуты также должны быть целыми - условие задачи). Итак:

12 Часовая	Минутная
2 минуты = 1°	1 минута = 6°
	2 минуты = 12°

Теперь нарисуем циферблат: $\boxed{\text{где Ч = часовая стрелка, М. = минутная стрелка}}$



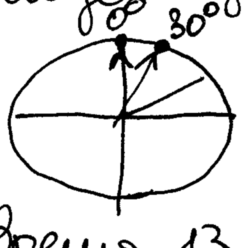
(старт на полудне). Итак прошло две минуты, значит

время 12:02 (часовая = 1°, минутная = 12°) [$12-1=11\neq 2$]

Идем дальше 12 часов, ибо у нас уже расстояние часовой с минутной будет только увеличиваться.

[12:04] (Ч. = 2°, М. = 24°) [$24-2=22^\circ \neq 2$].

Рисуем циферблат на 1 час времени:



Часовая = 30°
Минутная = 0° (поехали)

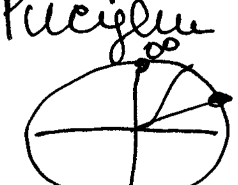
Время 13:02 (Ч. = 31°, М. = 12°) [$31-12=19^\circ \neq 2$]

Время 13:04 (Ч. = 32°, М. = $4\cdot 6=24^\circ$) [$32-24=8^\circ \neq 2$]

Время 13:06 (Ч. = 33°, М. = $6\cdot 6=36^\circ$) [$36-33=3^\circ \neq 2$]

Далее минутная стрелка уже будет только увеличивать отрыв от часовой, поэтому просчитывать время 13:08 и далее - нет смысла.

Рисуем циферблат на 2 часа:



Часовая = 60°
Минутная = 0°. (старт будет с 6 минут)

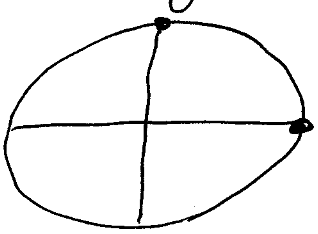
Время 14:06 (Ч. = 63°, М. = 36°) [$63-36=27\neq 2$]

Время 14:08 (Ч. = 64°, М. = 48°) [$64-48=16^\circ \neq 2$]

Время 14:10 (Ч. = 65°, М. = 60°) [$65-60=5^\circ \neq 2$]

Время 14:12 (Ч. = 66°, М. = 12×6 = 72) [72 − 66 = 6° ≠ 2]
Далее опять минутная будет только увеличивать расстояние, поэтому переходим к 15:00, но начнем мы с 15:10.

Чертим циферблат на 15:00:



Минутная на 0°
Часовая на 90°

Время 15:10 (Ч. = 95° М. = 60°) [95 − 60 = 35° ≠ 2]
Время 15:12 (Ч. = 96°, М = 72°) [96 − 72 = 24° ≠ 2]
Время 15:14 (Ч. = 97°, М. = 14×6 = 84) [97 − 84 = 13° ≠ 2]
Время 15:16 (Ч. = 98°, М. = 16×6 = 96°) [98 − 96 = 2° = 2]

Ответ: 15 часов 16 минут.

№5 Рассмотрим различные случаи, например, когда он ложит по 100к (и на деньги 300к) (где к = тысяча, т.е. 100к = 100.000 р.)

100 - 100 - 100, один прогорает, было у него 600, стало
100 - 100 - 0
↓ ↓ ↓
200 300 - 0

500 + 300 = 800 - хороший результат, но он хуже, чем если бы Иван разместил по 200к в банке (на деньги 0р.)

200 - 200 - 200, один прогорает, было 600, станет
↓ ↓ ↓
400 600 0

400 + 600 = 1000 - и здесь скорее всего и есть тот самый максимально возможный доход.

> ложить туда по 600к куда-либо означает либо прибыль в 1800, либо в 1200, либо в 0 р.

Оставлять по даму – тоже не очень выгодно по сравнению с вложением под 200-200-200.
> Проверим вложение под 250-250-100:

250 – 250 – 100
↓ ↓
500 750

если 100 сгорает, то получим
750+500 = 1250 (не всегда возможно)
если сгорает 200, то получим

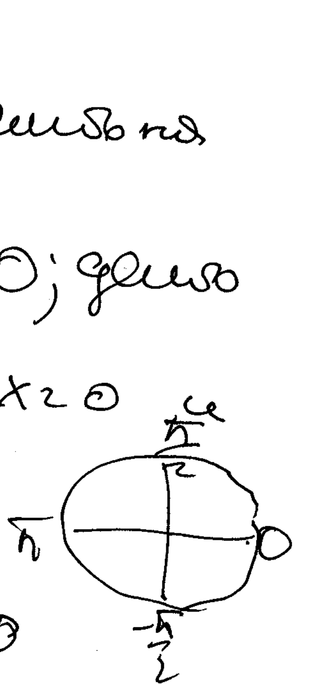
250 – 0 – 100
↓ ↓
750 200

750+200 = 950 к.р. –
меньше 1000 к.р.

Поэтому, Ответ: Разложить по 200 тыс. руб. в 3 банка. Через год Иван получит на руки 1000 тыс. руб. (это вместе с его изначальными деньгами).

$\boxed{№3}$ Я полагаю, что площадь фигуры будет равна $\sin x \cdot \sin y$, только в данной задаче $y = 0$.

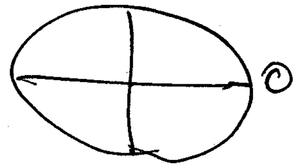
$\boxed{№2}$ Рассмотрим $tg\,x$ и $tg\,2x$, возможны лишь 4 случая, когда $tg\,x = 0$; $tg\,x = 1$, $tg\,x = -1$; $tg\,x = 0$.
$x = \frac{\pi}{2}$; $-\frac{\pi}{2}$; 0; π.
> При $x = \frac{\pi}{2}$, $\sin\frac{\pi}{2} = 1$, а $\cos\frac{\pi}{2} = 0$; делить на ноль нельзя.
> При $x = -\frac{\pi}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$, а $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$; делить на 0 нельзя.
> При $x = \pi n$, возможны 2 случая когда $x = 0$, $x = \pi$.
– При $x = \pi$, $tg\,\pi = \frac{\sin\pi}{\cos\pi} = \frac{0}{\cos\pi} = 0$.
$tg\,2\pi = tg\,0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{\cos 0} = 0$



поэтому $2015^0 = 1$.

То есть при $x = \pi$,

$2015^{tg\,\pi} = 2015^0 = 1$.



-> При $x = 0$, $tg\,0 = \frac{\sin 0}{\cos 0} = \frac{0}{\cos 0} = 0$.

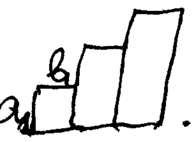
$tg\,2 \cdot 0 = tg\,0 = 0$

$2015^0 = 1$.

Ответ: > $x = \pi n$, где n - целое число.

$2015^{tg\,x} = 1$.

№ 7 Начертим это <shit>:



Известно, что $S_1 = 15$; $S_2 = 60$; $S_3 = 180$

Общая длина, то есть $b_1 + b_2 + b_3 = 30$.

Размеры пьедестала это 30 на X.

~~Но~~ Составим систему уравнений.

$S_{прямоугольника} = a \cdot b$, где a - высота, b - длина.

Значит, $\begin{cases} a_1 \cdot b_1 = 15 \\ b_2 \cdot a_2 = 60 \\ a_3 \cdot b_3 = 180 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 30. \end{cases}$

Выразим из 1ого $a_1 = \frac{15}{b_1}$, из 4ого $b_1 = 30 - b_2 - b_3$

$a_1 = \frac{15}{30 - b_2 - b_3} \Rightarrow 30a_1 - a_1b_2 - a_1b_3 = 15$

$a_1b_2 = 30a_1 - a_1b_3 - 15$

$b_2 = \frac{30a_1 - a_1b_3 - 15}{a_1}$

$\left(\frac{30a_1 - a_1b_3 - 15}{a_1}\right)a_2 = 60$

$30a_1a_2 - a_1a_2b_3 - 15a_2 = 60a_1 \Rightarrow a_1a_2b_3 = 30a_1a_2 - 15a_2 - 60a_1$

$b_3 = \dots$ (на другой стороне)

$$b_3 = \frac{30a_1a_2 - 15a_2 - 60a_1}{a_1a_2}$$

$$\left(\frac{30a_1a_2 - 15a_2 - 60a_1}{a_1a_2}\right) a_3 = 180$$

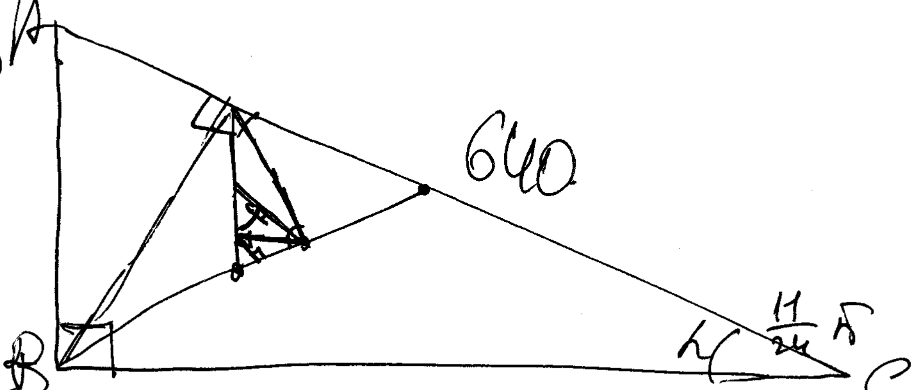
$$30a_1a_2a_3 - 15a_2a_3 - 60a_1a_3 = 180a_1a_2 \quad \Big|:15$$

$$2a_1a_2a_3 - a_2a_3 - 4a_1a_3 = 12a_1a_2 \ldots$$

Далее нужно найти каждую-то прогрессию, а точнее геометр. и арифметическую и дойти уже до решения. Найдя размеры зон X.

. . .

№ 6



Так как гипотенуза 640, то длина гипотенузы 5-ого треугольника будет равна $\frac{640}{(5-1)^2}$ – т.к. мы не принимаем во внимание △ABC, то есть 16 – будет уменьшена в 16 раз, потому что здесь замешана теорема Пифагора. Поэтому длина данной 5ой гипотенузы будет равна

$$\begin{array}{r|l} 640 & 16 \\ \underline{640} & 40 \\ 0 & \end{array}$$

(5 еще не берем, потому что 640/25 будет не целое число, а в таких задачах обычно целые решения)

Поэтому длина = 40. S_2 будет в 5 раз меньше, то есть $640 : 5 = 128$.

Ответ: длина 5ой = 40
площадь 5ого = 128.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7112	Зелен М – 20 шифр	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ШПОРТ

ИМЯ НАДЕЖДА

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВНА

Дата рождения 28.06.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

(5) Выгоднее всего во все 3 банка вкладывать одинаковую сумму. Обозначим её за x.
Тогда доход от банков равен:
было $x+x+x \to$ стало $2x+3x+0x$

$$3x \to 5x$$

$\Rightarrow 600\,000-3x+5x=600\,000+2x$, где

$$x=\frac{600\,000}{3}=200\,000$$

$\Rightarrow$ Общий доход от банков равен:
$600\,000+2x=600\,000+2\cdot 200\,000=1\,000\,000$

Ответ: Наибольший доход Иван получит, если разложит все деньги в банки поровну - по 200 000, и тогда он добъется максимальной суммы через год, равной 1 000 000.

(4) Скорость изменения часовой стрелки $V_ч=0{,}5°/мин$, а минутной стрелки $V_м=6°/мин$. Пусть расстояние, измеренное в градусах, $S_ч$ - часовой стрелки, а $S_м$ - минутной стрелки.
Тогда, ~~В~~ так как прошло целое число минут, кол-во минут должно оканчиваться на: 0, или 2, или 4, или 6, или 8, т.к. $V_ч=0{,}5°/мин$ и должно получится целое число.
За первые 60 минут такого не произойдет: так как наименьшее расстояние

между ними будет равно: $6° \cdot 2мин - 0{,}5° \cdot 2мин = \cancel{12}° 11°$ – наименьшее целое на 1ый час.

За 2ые 60 минут такого тоже не произойдёт. так как, рассмотрим:

прошло: 62 минуты: $S_ч = 31°$
$S_м = 372° - 360° = 12°$

64 минуты: $S_ч = 37°$
$S_м = 384° - 360° = 24°$

и т.д.

и наименьшее целое расстояние за ~~60~~ 2ые 60 минут будет 3° при 66 минут

За 3и 60 минут такого тоже не произойдёт, по той же схеме

А 4ые 60 минут такое произойдёт, когда пройдет 3 часа 16 минут, т.е по прошествии 196 минут:

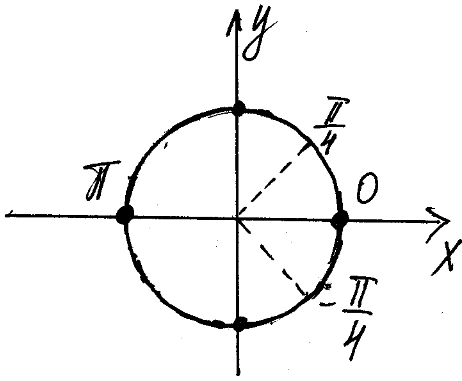
$S_ч = 98°$

$S_м = 1176° - 360° \cdot 3 = 1176 - 1080 = 96°$

$S_ч - S_м = 98° - 96° = 2°$

Ответ: по прошествии 196 минут (3ч 16мин) впервые после полудня угол между часовой и минутной стрелками будет 2° и на часах будет: 15:16

(2) Рассмотрим тригонометрическую окружность:



1) При $x=0°$: $\sin 0°=0$, $\cos 0°=1$
$\Rightarrow \operatorname{tg} 0°=0,\ 0\in Z$ - верно

2) При $x=180°$: $\sin 180°=0$, $\cos 180°=-1$
$\Rightarrow \operatorname{tg} 180°=0$

$\Rightarrow$ на тригонометрической окружности нам подходят точки 0 и π

Составим для них формулу:

$x=\pi n,\ n\in Z$

3) При $x=45°$: $\operatorname{tg} 45°=1$ (т.к. $\sin 45°=\cos 45°$)
$\Rightarrow 2x=90°$: $\operatorname{tg} 90°$ - не существует, т.к. $\cos 90°=0$

$\Rightarrow$ никакие больше значения нам не подойдут.

При других значениях x, значения ~~tgx~~ $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x$ будут нецелыми или не будут существовать.

Тогда найдём значение $2015^{\operatorname{tg} x}$, где $x=\pi n,\ n\in Z$.

При любых значениях x - $\operatorname{tg} x$ будет равен 0

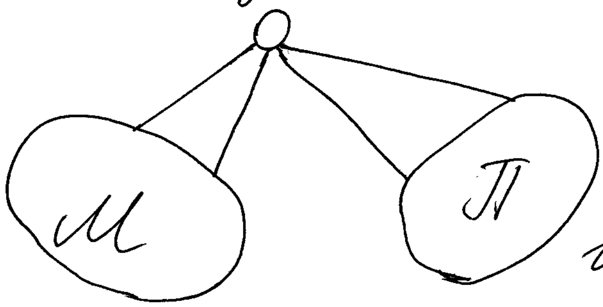
$\Rightarrow 2015^{\operatorname{tg} x}=2015^{0}=1$

Ответ: При $x=\pi n,\ n\in Z$ $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} 2x$ будут принимать целые значения, а именно 0. И тогда $2015^{\operatorname{tg} x}=1$ - всегда.

① Известно, что максимум 2 линии не ведут в город М, а остальные ведут в город М, т.к. из 3х линий хоть одна ведёт в город М.
Так же, известно, что максимум 3 линии не ведут в ~~город~~ поселок П., так как из 4х линий хотя бы одна ведёт в ~~город~~ посёлок П.

Число линий может быть меньше 5: приведём пример

подстанция



— один из возможных примеров, где:

2 линии - ведут в город М

2 линии - ведут в ~~город~~ + посёлок П

=> условие выполнено.

Согласно условию в город М должно идти $N-2$ линии, а в посёлок $N-3$ линии, где N - число всех линий.
Найдём какое N будет наибольшим:

$(N-2)+(N-3) \le N$

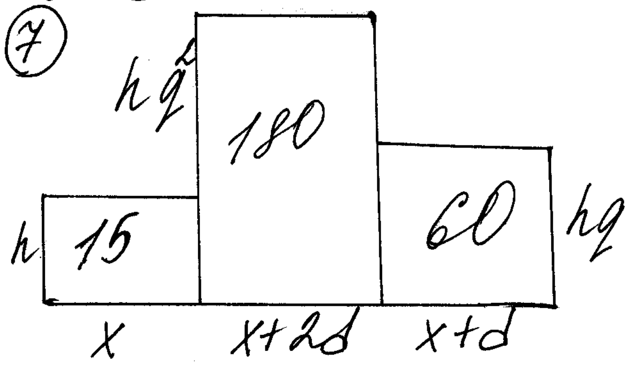
$(N-2)+(N-3)=N$

$2N-5=N$

$N=5$

Ответ: Наибольшее возможное количество монет — 5, причём из них 3 — в город М, а 2 — в посёлок П, свободных монет нет, а это значит, что при количестве монет не меньше 5 не найдется монеты, которые не ведут ни в М, ни в П.

7



h — высота маленькой ступени

x — длина маленькой ступени

q — знаменатель геометрической прогрессии

d — разность арифметической прогрессии

Тогда размеры:

1) маленькой ~~кубика~~ ступени: $x*h$

2) средней ~~кубика~~ ступени: $(x+d)*hq$

3) большой ~~кубика~~ ступени: $(x+2d)*hq^2$;

где $x, x+d, x+2d$ — арифм. прогрессия

$h, hq; hq^2$ — геометрическая прогрессия.

Тогда $x+x+2d+x+d=30$ — общая длина

$3x+3d=30$

$x+d=10$

$S_м = h \cdot x = 15$

$S_{ср} = hq(x+d)=60 \Rightarrow hq=6$, т.к $x+d=10$

$S_б = hq^2(x+2d)=180$

Найдём x:

$h = \frac{6}{q}$; $h = \frac{15}{x}$; $x = \frac{15}{h}$

$\Rightarrow x = \frac{15 \cdot q}{6} = \frac{5q}{3}$

Составим систему из Sм, Sср, Sб. и решим её:

$$\begin{cases} 6q \cdot (10+d) = 180 \\ h \cdot x = 15 \\ x + d = 10 \\ h \cdot q = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} q(10+d) = 30 \\ hx = 15 \\ x+d = 10 \\ 5hq = 30 \end{cases}$$

$\Rightarrow 5hq = q(10+d)$

$5h = 10+d$

$d = 5h - 10$

$\Rightarrow x + 5h - 10 = 10$

$x + 5h = 20$

$x = 20 - 5h$

$\Rightarrow h(20-5h) = 15$

$20h - 5h^2 - 15 = 0$

$-h^2 + 4h - 3 = 0$

$h^2 - 4h + 3 = 0$

$h_1 = 3 \quad h_2 = 1$

$h = 3$

$\Rightarrow q = \frac{6}{h} = 2$

$\Rightarrow hq^2 = 3 \cdot 2^2 = 4$ - высота пьедестала

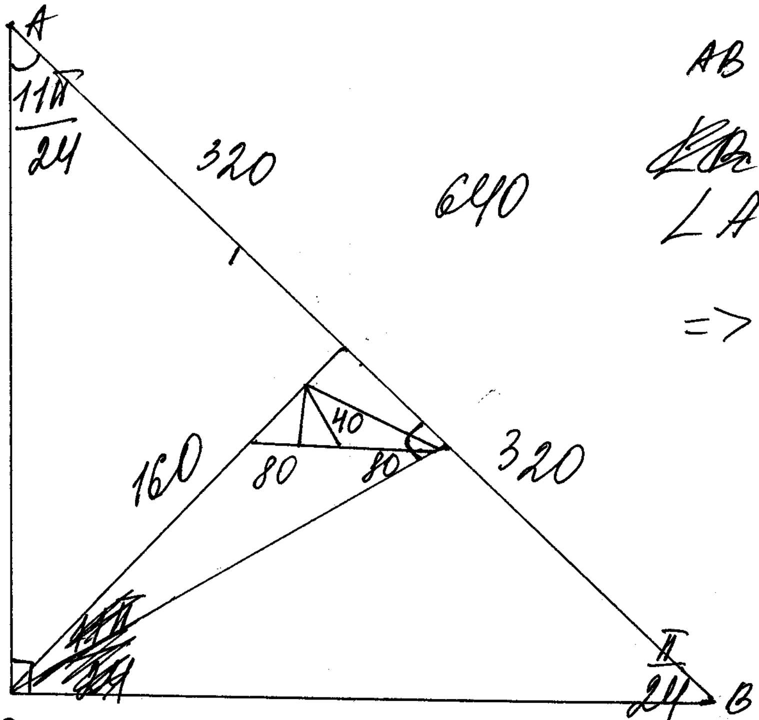
$h = 1$

$q = \frac{6}{h} = 6$

$hq^2 = 36$ - но это решение не подходит, т.к. ступень с меньшей длиной должна иметь меньшую высоту, и тогда $x = 15$, а $d = -5$ и величины будут наоборот (т.к $d < 0$)

Ответ: 12 × 30 дм - размеры пьедестала (12 - высота, 30 - длина)

⑥



$AB = 640$, $\angle C = 90°$

$\angle A = \frac{11\pi}{24}$

$\Rightarrow \angle B = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} = \frac{\pi}{24}$

Так как медиана, проведённая из угла 90° в 2 раза меньше гипотенузы, то гипотенуза 2го треугольника будет $\cancel{\frac{640}{320}}$ $\frac{640}{2} = 320$., а угол $\frac{\pi}{12}$

Тогда 3го тр-ка: гипотенуза 160, а угол $\frac{\pi}{6}$

Мы видим закономерность, что гипотенуза уменьшается в 2 раза, ~~а угол увеличивается~~ а угол увеличивается в 2 раза

$\Rightarrow$ гипотенуза 5го треугольника $= 40$ и площадь равна $= \frac{40^2 \cdot \cos 60° \cdot \sin 60°}{2} = 50\sqrt{3}$,

т.к $\angle 5 = \frac{\pi}{3}$, гипотенуза 5 = 40м

Ответ: $S_5 = 50\sqrt{3}$; ; гипотенуза 5 = =40м

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		1ЖМ10
№ группы	Вариант № 7102	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЩЕРБАКОВА

ИМЯ ЕЛИЗАВЕТА

ОТЧЕСТВО Петровна

Дата рождения 20.10.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 01.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Щ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7102

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1ЖМ10

N1. 1) Да, число всех линий может быть меньше 5.

4 – обязательно есть линии, идущие в Н и П

3 – обязательно есть линия, идущая в Н, и есть вероятность, что есть линия, идущая в П.

2 – есть вероятность, что эти 2 линии идут в Н и П.

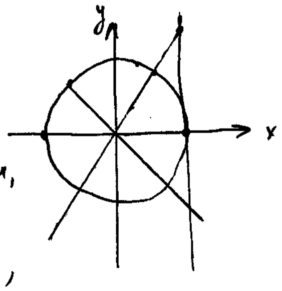
2) Нет, т.к. среди 3 линий обязательно найдется линия, идущая в Н, а среди 4 линий есть обязательно линия, идущая в П.

линий 5 => обязательно найдутся линии идущие в Н и П.

N2. $\operatorname{tg} x \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{tg} 2x \in \mathbb{Z}$

$x = \pi k$. ($\operatorname{tg}\pi = 0$, $\operatorname{tg} 2\pi = 0$)



Больше таких значений нет, т.к. если например по x брать число, у которого $\operatorname{tg} x = 2(..)$, то $\operatorname{tg} 2x < 0 \Rightarrow \notin \mathbb{Z}$.

N4 1 минута – 6° из 360°

1 минуте – 0,5° из 30° – 1 час = 30°

~~[illegible]~~

130 мин	мин – 60°	час – 65°	(5°) –
66 мин	мин – 36°	час – 33°	(3°) –
196 мин	мин – 96°	час – 98°	(2°)

=> прошло 196 мин – 3 часа 16 мин.

N5 1) Если рассматривать вариант, где И. Н. оставляет некоторую сумму дома, то этот вариант будет для него самым невыгодным, т.к. при самых неблагоприятных условиях наибольшая сумма будет в банке, ~~[illegible]~~ который должен разориться => он выиграет не так уж и много (получит не самую большую сумму денег).

2) 100 000 200 000 300000 – при самых неблагоприятных условиях получается
200 000 400 000 0, и в итоге он получит 600 000, т.е. никак не увеличит сумму.

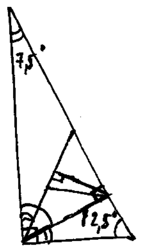
Если еще как-то по-другому делить сумму, доход будет ~~не~~ максимальным.

3) Самый выгодный вариант – это если во все банки положить одинаковую сумму денег, и ничего не оставлять дома =>

$\frac{200\,000}{0}$ | $\frac{200000}{400\,000}$ | $\frac{200000}{600\,000}$ в любом случае он получит 1000 000 рублей.

№6. Гипотенузой каждого следующего треугольника будет медиана предыдущего треугольника, т.к. Δ – прям. => медиана = ½ гип. =>.

1 гип = 640 м
2 гип = $\frac{1}{2}$ 640 м
3 гип = $\frac{1}{4}$ 640 м
4 гип = $\frac{1}{8}$ 640 м.
5 гип = $\frac{1}{16} \cdot \frac{640}{1} = 40$ м.



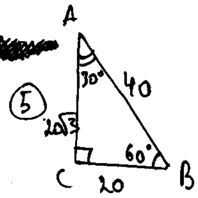
$\frac{11\pi}{24} = \frac{11 \cdot 180^\circ}{24} = 82{,}5^\circ$

По рисунку видно, что острый угол следующего(2) Δ будет равен
$82{,}5^\circ - 7{,}5^\circ = 75^\circ$

Дальше пойдем все по той же схеме.

в 3 Δ – $75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$
в 4 Δ – $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$
в 5 Δ – $60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

=> в 5Δ острые углы будут равны 30° и 60°

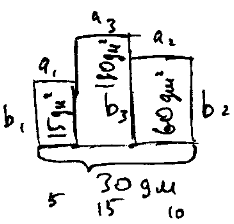


$\angle A = 30^\circ \Rightarrow BC = \frac{1}{2} AB = 20$ м.
по т. Пифагора:
$AC^2 + BC^2 = AB^2$
$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{1600 - 400} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$ м.

$S_{\Delta 5} = \frac{20\sqrt{3} \cdot 20}{2} = \frac{400\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$ м²

Ответ: 40 м; $200\sqrt{3}$ м²

№7



Предположим, что
$a_n = 5 + 5(n-1)$, то
$a_1 = 5$дм => $b_1 = 3$дм ($S = 3 \cdot 5 = 15$ дм²) +.
$a_2 = 10$дм => $b_2 = 6$дм ($S = 10 \cdot 6 = 60$ дм²) +.
$a_3 = 15$дм => $b_3 = 12$дм. ($S = 15 \cdot 12 = 180$ дм²) +.

$S_3 = \frac{a_1 + a_1 + 2d}{2} \cdot 3$

$30 = \frac{2a_1 + 2d}{2} \cdot 3$

$30 = (a_1 + d) \cdot 3$

$a_1 + d = 10.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы	**Вариант №** 7111	ШМ11-5 шифр

ФАМИЛИЯ ЮРЕВИЧ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 04.10.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 04.03.15
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Юрееву

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 1. x - оплата за сеть Грамофон.

$100 \cdot 0{,}43 + 0{,}43 \cdot 3 \cdot 200$ - оплата за Монолайн одним человеком.

$200x + 3 \cdot 100x$ - оплата за Грамофон одним человеком, составим уравнение:

$(200x+300x) \cdot 200 - (43+258) \cdot 100 > 10000$

$100000x - 30100 > 10000$

$100000x > 40100$

$x > \frac{401}{1000}$ $\qquad \frac{401}{1000} \approx 0{,}41$

$0{,}43 > x \geq 0{,}41$

0,41 0,43 x Ответ: 41 или 42 копейки.

Задача 5.

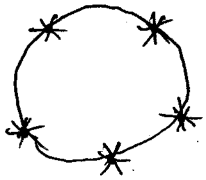
$9+10+11=30$; $30-25=5$; 5 чисел - те числа, которые должны удовлетворять нескольким условиям. Например $13 \cdot 14$, $13 \cdot 15$, $14 \cdot 15$

это три ~~цифры~~ числа, которые меньше 345,

$5-3=2$; 2 числа - те числа, которые должны удовлетворять нескольким условиям; минимальное из них равно $2 \cdot 13 \cdot 14 = 364$

Следовательно два числа на доске больше 345. $364 > 345 \Rightarrow$ Доказано.

Задача 2.



Забор делим на 5 дуг, то чтобы его покрасить используем 3 цвета, чтобы не повторяться, т.к.: 2 цветами мы в любом случае 2 дуги покрасим одинаково.

1- первый цвет

2- второй цвет

3- третий цвет

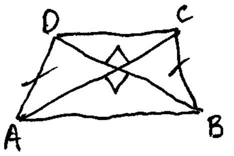
Всего дуг 5 то начальные цвета будут: 12; 21; 13; 31; 32; 23 и сопоставить с конечными цветами: 123; 132; 312; 321; 213; 231

Что в результате получим таблицу:

12 123	21231	13123	31231	23132	32132
12 132	21213	13132	31321	23 231	32321
12312	21321	13213	31312	23213	32312

Ответ: 3 цвета; 18 способов.

Задача 7.



Дано: ABCD - трапеция, $AC \perp BD$

Сравнить: $BC+AD$ и $AB+CD$

Решение: Если в трапеции диагонали перпендикулярны, то трапеция равнобедренная (свойство трапеции). Значит в нее можно вписать окружность. У четырехугольника, в который можно вписать окружность, суммы противоположных сторон равны. $BC+AD=AB+CD$ <u>ч.т.д.</u>

Задача 4.

$a=2^{x+y+z}+(0{,}5)^{x+y+z}$

$b=2^x+(0{,}5)^y$

$c=2^y+(0{,}5)^z$

1) $\boxed{b\cdot c}$; $(2^x+(0{,}5)^y)(2^y+(0{,}5)^z)=2^{x+y}+2^x\cdot(0{,}5)^z+1+(0{,}5)^{y+z}$

2) $\boxed{b\cdot c\cdot(2^z+(0{,}5)^x)}$; $(2^{x+y}+2^x\cdot(0{,}5)^z+1+(0{,}5)^{y+z})(2^z+(0{,}5)^x=$

$=2^{x+y+z}+2^x+(0{,}5)^{y+z}\cdot 2^z+2^z+2^y+(0{,}5)^z+(0{,}5)^x+(0{,}5)^{x+y+z}=$

$=2^{x+y+z}+2^x+(0{,}5)^y+2^z+2^y+(0{,}5)^z+(0{,}5)^x+(0{,}5)^{x+y+z}$

3) $\boxed{b\cdot c\,(2^z+(0{,}5)^x)-b-c}$; $2^{x+y+z}+2^x+2^y+2^z+(0{,}5)^{x+y+z}+(0{,}5)^x+$

$+(0{,}5)^y+(0{,}5)^z-2^x-(0{,}5)^y-2^y-(0{,}5)^z=2^{x+y+z}+2^z+(0{,}5)^{x+y+z}+(0{,}5)^x$

4) $\boxed{bc\,(2^z+(0{,}5)^x)-b-c-a}$; $2^{x+y+z}+2^z+(0{,}5)^{x+y+z}+(0{,}5)^x-2^{x+y+z}-(0{,}5)^{x+y+z}=$

$=2^z+(0{,}5)^x$

$bc\,(2^z+(0{,}5)^x)-b-c-a=2^z+(0{,}5)^x$

$bc\,(2^z+(0{,}5)^x)-(2^z+(0{,}5)^x)=a+b+c$

$(2^z+(0{,}5)^x)(bc-1)=a+b+c$

$2^z+(0{,}5)^x=\dfrac{a+b+c}{bc-1}$

Ответ: $\dfrac{a+b+c}{bc-1}$.

Задача 3.

	1	2	3	4	5	6
а		X		X		X
б	X	X	X	X		X
в		X	X			
г	X		X	X		X
д	X					
е	X	X	X	X	X	X

Всегда совпадает число в колонке с числом в ряду (т.к $n\cdot n=n^2$)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7111	шифр: Ангарск М-11 13	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЮРЧЕНКО

ИМЯ ЛЕОНИД

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 24. 04. 1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 03. 03. 2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Юрченко

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Пусть X коп. стоит внутренний звонок с Громофона, тогда $3x$ коп - стоит внешн звонок с Громофона. $X < 43$ коп, $x \in \mathbb{Z}$

т.к. в Монол.: 100 сотр, а в Громо: 200 сотр, и доходы Громоф > дох Монол. на 10 000 руб = 1000000 коп. =>

$$\Rightarrow \underbrace{100\cdot 99\cdot 43}_{\text{все внутр звонки Монол.}} + \underbrace{100\cdot 200\cdot 3\cdot 43}_{\text{все внешн звонки Монол.}} < \underbrace{200\cdot 199\cdot x}_{\text{все внутр звонки Громо.}} + \underbrace{200\cdot 100\cdot 3x}_{\text{все внешн звонки Громо}} - 10\cdot 10^5$$

~~400~~

$$100\cdot 43(99+600) + 100\cdot 10^4 < 200x(199+300)$$

$$100(43\cdot 699 + 10000) < 200x\cdot 499$$

$$100(30057 + 10000) < 200x\cdot 499$$

$$x > \frac{\cancel{100}\cdot 40057}{\cancel{200}_{2}\cdot 499} = \frac{40057}{998} = 40\frac{137}{998}$$

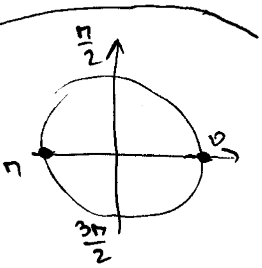
т.е. $x > 40\frac{137}{998}$

но по условию: $x \in \mathbb{Z}$ и $x < 43$ $\Bigg\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 41 \Rightarrow 3x = 123 \text{ коп} \\ x = 42 \Rightarrow 3x = 126 \text{ коп}\end{array}\right.$

Ответ: внутр звонок с Громофона стоит 41 коп, а внешний = 123 коп, либо внутр = 42 коп, а внешний 126 коп.

№6.

$$\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geq \frac{3^x}{2}$$



$|\cos a| \leq 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}[\cos a] = 0 \\ [\cos a] = 1\end{array}\right.$

для любого a

I. $\cos^2(2+3^x) = 1$

$$\left[\begin{array}{l}\cos(2+3^x) = 1 \\ \cos(2+3^x) = -1\end{array}\right.$$

т.е. $\cancel{\cos}(2+3^x) = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$$3^x = \pi k - 2$$

$$x = \log_3(\pi k - 2), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

тогда $\left[\cos^2(2+3^x)\right] = 1 \Rightarrow 1 \geq \frac{3^x}{2}$

$$3^x \leq 2 \Rightarrow x \leq \log_3 2$$

т.е. $\left\{\begin{array}{l} x = \log_3(\pi k - 2), \text{ где } k \in \mathbb{Z} \\ x \leq \log_3 2\end{array}\right. \Rightarrow x = \log_3(\pi - 2)$

II. $\cos^2(2+3^x) < 1$

$$\begin{cases} \cos x(2+3^x) > -1 \\ \cos x(2+3^x) < 1 \end{cases}$$

тогда:

$[\cos^2(2+3^x)] = 0 \Rightarrow 0 \geq \frac{3^x}{2}$

$3^x \leq 0 \Rightarrow x \in \varnothing.$

Совместим I и II:

$$\left[\begin{array}{l} x = \log_3(\pi-2) \\ x \in \varnothing \end{array}\right. \Rightarrow x = \log_3(\pi-2)$$

Ответ: $x = \log_3(\pi-2)$

№5.

Т.к. всего на доске записано 25 чисел, а чисел кратных 13 или кратных 14 или кратных 15 всего 30, значит на доске есть число (число) которые (которое) $\vdots\ 13 \cdot 14$ (кратны) или $\vdots\ 13 \cdot 15$ (кратны) или $\vdots\ 14 \cdot 15$ (кратны)

т.е. $\vdots\ 182$ или $\vdots\ 195$ или $\vdots\ 210$

(т.к. таких чисел несколько)

1) предположим, что чисел $\vdots\ 182$ несколько (>1), но тогда, т.к. числа, записанные на доске все разные $\Rightarrow$ большее из них (допустим $182 \cdot 2 = 364$) будет > 345.

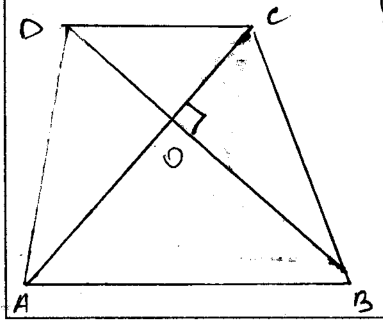
2) предположим, что чисел $\vdots\ 195$ несколько (>1), аналогично предыдущему варианту большее из них будет > 345

3) предположим, что чисел $\vdots\ 210$ несколько (>1). Аналогично предыдущему варианту большее из этих чисел будет > 345.

Т.к. всего 25 чисел на доске и (30 чисел $\vdots\ 13$ или $\vdots\ 14$ или $\vdots\ 15$) $\Rightarrow$ чисел $\vdots\ 13$ или $\vdots\ 14$ или $\vdots\ 15$ в любом случае будет > 1, а это значит, что среди этих 25 чисел будет число > 345.

док-во выше.

№7.



Дано: $ABCD$ - трапеция

$AC \perp BD$

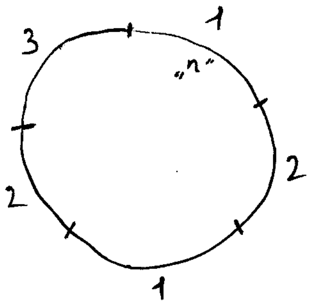
$(BC+AD) \vee (AB+CD)$

Решение: $\exists\ AC \cap BD = O$

По т. Пифагора: $DC^2 = DO^2 + OC^2$, $AB^2 = AO^2 + OB^2$, $BC^2 = CO^2 + OB^2$, $AD^2 = DO^2 + OA^2$ $\Rightarrow DC^2 + AB^2 = AD^2 + BC^2$

$(DC+AB)^2 - 2DC\cdot AB = (AD+BC)^2 - 2AD\cdot BC$

№ 2.



Обозначим различные цвета за цифры.

min кол-во цветов: 3, чтобы можно где соседние дуги имели разные цвета.

Запишем все варианты раскраски с дуги „n" по часовой стрелке:

12123	21323	31212
12132	21313	31231
12312	21213	31321
13212	21231	31232
13213	21321	31312
13132	23121	32121
12323	23213	32321
12313	23123	32312
13123	23231	32132
13232	23131	32131
10	10	10

Ответ: 30 способов

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	ШМ 10 - 2	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
	шифр	

Вариант № 7101

ФАМИЛИЯ ЮРЬЕВ

ИМЯ ИВАН

ОТЧЕСТВО ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 30.04.1998. **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 04.03.15.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Юрьев.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Будущее Сибири»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ШМ10-2

№1. Так как 100 сотрудников Мономайна звонят в другую сеть, то стоимость звонка утраивается. $100 \cdot 43 \cdot 3 = 17900$ коп. ≈ 130 руб.
А Грамофон звонит 100 раз в другую сеть и сто раз в свою.

$100 \cdot x \cdot 3$ +
$100 \cdot x$

$300x$ +
$100x$

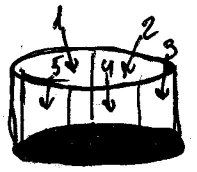
$400x$

Так как сказано, что Грамофон превышают доходы Мономайна более чем на 10000 рублей, то получаем 10200 руб. Примерно получает Грамофон. Но это ведь невозможно. Так как всего лишь 100 сотрудников Мономайна берут в день 130 руб. при стоимости звонка 43 коп. Тем более Грамофон за звонок берёт меньше. Скорее всего доходы ежедневные Грамофона превышают не из-за того, что сотрудники перезваниваются. Наверное сюда включены не только сотрудники, но и все пользователи сети Грамофон.

Что значит целое число копеек? Целое число это то, которое делится без остатка. А монетки меньше 43 копеек есть только „10" и „5". Но здесь наверное не об этом речь идёт. 43 разве не целое число? Если они, кто составлял задачу, не считают 43 целым числом, то наверное целое, это монетки для них: 50 коп., 10 коп., 5 коп.,. Но так как Грамофон берёт меньше 43 коп. значит скорее всего 10 коп.. Но тогда их прибыль составляет намного меньшее значение.

$100 \cdot 10 \cdot 3$
$+ 100 \cdot 10$ $= 4000$ коп. $<$ 17900 коп.. Скорее всего здесь под целым числом подразумевается число, которое делится на 10. Значит мой ответ: 40 копеек - стоимость звонка с Грамофона.

№2



Самое минимальное значение - это 5
Т.к. Если мы покрасим участок „1" в жёлтый, то два соседних должны быт другими. 2 и 5 участки красный и синий соответственно.
Если даже я покрашу 4 участок в красный, то этого не может быть, т.к у 3 участка два соседних с одинаковыми цветами

смотрите на обороте.

и для других участков аналогично. Каждый цвет можно покрасить в пяти разных ~~дугах~~. А остальные 4 цвета могут перемещаться в 16 разных порядках. Т.е. $16 \cdot 5 = 80$ разных комбинаций возможных.

№ 4.

$$a - \frac{1}{xyz} = xyz \qquad x + \frac{1}{y} = b \qquad 1 = (b-x)\cdot y = by - xy.$$

$$\frac{axyz - 1}{x^2y^2z} = z \qquad 1 = (c-y)\cdot z = cz - yz$$

$$z + \frac{1}{x} = \frac{axyz-1}{x^2y^2z} + \frac{cz-yz}{b-\frac{1}{y}} = \frac{axyz - by - xy}{x^2y^2z} +$$

$$+ \frac{cz-yz}{b - \frac{by-xy}{y}} = \frac{\cancel{y}(axz\cancel{y} - b - x)}{x^2y^2z} + \frac{cz-yz}{\frac{\cancel{by}-\cancel{by}-xy}{by}} =$$

$$= \frac{axz-b-x}{x^2yz} + cz - yz \cdot \left(-\frac{by}{xy}\right) = \frac{axz-b-x}{x^2yz} + \left(-\frac{bcz-yzb}{x}\right)^{xyz} =$$

$$= \frac{axz-b-x}{x^2yz} - \frac{bcxyz^2 + y^2z^2bx}{x^2yz} = \frac{(axz - bcxyz^2) + (y^2z^2bx - x)}{x^2yz}$$

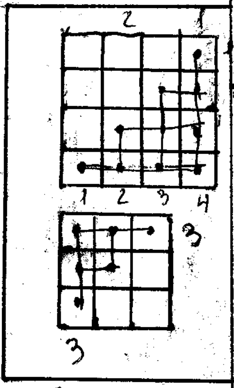
$$- \frac{b}{x^2yz} = \frac{x(ax - bcyxz) + x(y^2z^2b-1)}{x^2yz} =$$

$$= \frac{(x+x)\cdot(ax - bcyxz + y^2z^2b - 1)}{x^2yz} = \frac{z\cdot(ax - bcyxz + y^2z^2b-1)}{xyz}.$$

$$xyz = a - \frac{1}{xyz} \qquad \frac{z\cdot(ax - bcyxz + y^2z^2b - 1)}{a - \frac{1}{xyz}}$$

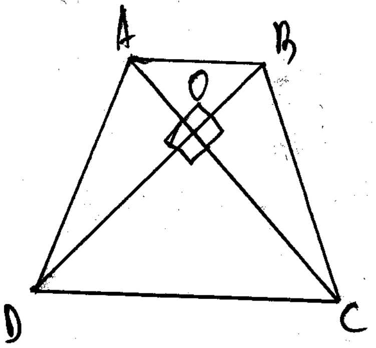
Подставим

№3. Во многих случаях подстанции в колонке и ряду будут не совпадать. А совпадать они будут лишь в том случае, на мой взгляд, когда из подстанций получится ~~некая~~ некий „треугольник". Так как во всех рядах у меня число подстанций различно, значит если мы построим „треугольник" в колонках оно тоже будет различно. И в таком случае число подстанций в колонке и ряду совпадает. А в большинстве других случаях число подстанций будет не одинаково.



№5. Из условия сказанно, что 8 чисел делятся на 7 и 10 чисел делятся на 11, в общем 18. А так как чисел написанно всего 15, ~~следо~~ значит из них как минимум 3 делятся на 11 и 7 одновременно. Это самое маленькое 77. $77 \cdot 2 = 154$. ~~77~~ $77 \cdot 3 = 231$. Вот все минимальные числа, которые кратны 11 и 7. $231 > 220$. Значит, то, что я сказал выше и есть доказательство, что на доске есть число большее 220.

№7



Дано: $ABCD$ - трапеция. AB и CD - основания. $AC \perp BD$.

Сравнить: $BC + AD$ и $AB + CD$

Д-во:

Рассмотрим $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ — они подобны. т.к. $\angle AOD = \angle BOC$. По признаку перпендикуляров. $AO = OB$, $DO = OC$. следовательно $\triangle AOD \sim BOC$. Значит $AD = BC$ и трапеция $ABCD$ равнобедр. А в равнобедренную трапецию можно вписать окружность и по этому свойству: ~~А~~ сумма противоположных сторон трапеции, в которую можно вписать окружность, равны. Следовательно: $AB + DC = BC + AD$. Доказано!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Вариант № 7101	Н-М-10-25 шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЯНГИЛЬДИН

ИМЯ ИВАН

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 25.06.1998 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:**

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 19.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Янгильдин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3

Пусть k в ~~ря~~ ряду, тогда в каком-либо другом ряду $n-k$. То есть, если к каждой строке k найдется такое p, что $k+p=n$, то это возможно $\Rightarrow n=2x,\ x\in Z$, ~~т.к. в рядах рядов можно~~ т.к. для каждого ряда k найдется ряд p, заполненный так, чтобы соответственные пустые в ряду k клетки были в ряду p заполнены (например, ). Тогда максимально в столбике будет число $\frac{n}{2}$, которое можно пропустить, т.к. ряд может быть пустым полностью.

Ответ: это невозможно при условии, что $n=2x+1$, $x\in N$

№4

$xyz+\frac{1}{xyz}=a$;

$x+\frac{1}{y}=b$; $y+\frac{1}{z}=c$;

$(x+\frac{1}{y})(y+\frac{1}{z})(z+\frac{1}{x})=(xy+\frac{x}{z}+1+\frac{1}{yz})(z+\frac{1}{x})=$

$=xyz+x+z+\frac{1}{y}+y+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{xyz}$

$ab(z+\frac{1}{x})=a+b+c+z+\frac{1}{x}$

$(ab-1)(z+\frac{1}{x})=a+b+c$

$z+\frac{1}{x}=\frac{a+b+c}{ab-1}$

№5.

15 – всего чисел; 8 чисел : на 7; 10 чисел : на 11

$10+8=18>15 \Rightarrow 18-15=3$ (числа, делящиеся на 77), ~~Предположим, что все числа меньше 220~~ самые для них значение $a_1=77$, $a_2=154$, $a_3=231\geq 220 \Rightarrow$ малое ~~из них меньше~~ $\Rightarrow$ всегда найдется число, большее, чем 220.

№6.

$[\cos^2(x+2)]\geq\frac{x}{\pi}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=1\end{array}\right.$

очевидно, что $x\leq 0$ – подходит; если $m=1$, то $x=\pi-2$ (вариант $-\pi-2$ учитываем $x\leq 0$, как и -2)

$1\geq\frac{\pi-2}{\pi}\Rightarrow -2<0\Rightarrow x=\pi-2$ – подходит

если $m=0$, то $x\in(0;\pi-2)\cup(\pi-2;\pi)$ (подходящие решения $x\leq 0$ усвоены, а $x>\pi$ не подходит, т.к. $\frac{x}{\pi}>1$, что не подойдет)

$0\geq\frac{x}{\pi}\Rightarrow x\leq 0$, что не подходит для промежутка

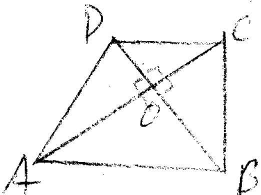
Ответ: $x\in(-\infty;0]\cup[\pi-2;\pi-2]$

№2

1) Цветов должно быть 5. Предположим, что это не так. Пусть одна из дуг цвета 1, тогда соседние — 2 и 3. Тогда соседние для 2 и 3 не могут быть 1 (оставшиеся пустые), следовательно нужен ещё цвет 4, но 4 и пустая — соседние и значит, не могут совпадать. Пустая аналогично не может быть 1, 2 или 3, т.к. иначе у дуги две соседние будут одного цвета, и значит, цветов нужно 5.

2) дуг 5. Для первой возможно 5 цветов, тогда для соседней — 4, её соседней — 3 и т.д. Тогда для дуги выбор: $N = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 240$. Но с какой дуги начать, неважно $\Rightarrow$ всего 150 вариантов

№7



Дано: $ABCD$ — трапеция; $AC \perp DB$

Найти: $(DC+AD):(AB+CD)$

Решение: $\left.\begin{array}{l} AO^2+OB^2=AB^2 \\ CD^2+OC^2=DC^2 \end{array}\right| \Rightarrow AB^2+DC^2=AD^2+CB^2$

$\cancel{\left.\begin{array}{l} OB=AB\cdot\cos B \\ OC=DC\cdot\sin B \end{array}\right| \Rightarrow CB^2=OB^2\left(\frac{AB^2}{DC^2}\cdot tg^2B+1\right)}$

$\left.\begin{array}{l} OB=AB\cdot\cos B \\ OC=DC\cdot\sin B \end{array}\right| \Rightarrow \frac{OC}{OB}=\frac{DC\cdot\sin B}{AB\cdot\cos B}=\frac{DC}{AB}\cdot tgB$

$\frac{OD}{OA}=\frac{DC}{AB}\cdot tg\alpha \Rightarrow$

$CB^2=OC^2+OB^2=OB^2\cdot\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2B+OB^2=AB^2\cdot\cos^2B\left(\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2B+1\right)$

$AD^2=OD^2+OA^2=OA^2\cdot\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2\alpha+OA^2=AB^2\cdot\cos\alpha\left(\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2\alpha+1\right)$

$CB=AB\cdot\cos B\cdot\sqrt{\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2B+1}$

$AD=AB\cdot\cos\alpha\sqrt{\frac{DC^2}{AB^2}\cdot tg^2B+1}$

$\cancel{AB^2+DC^2=AB^2\cos^2\alpha\left(\frac{DC^2}{AB^2}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+1\right)+AB^2\cdot\sin^2\alpha\left(\frac{DC^2}{AB^2}\cdot\frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}+1\right)}$

$\cancel{AB^2+DC^2=DC^2\sin^2\alpha+AB^2\cos^2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

		N-8
№ группы	**Вариант №** ______	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ЯНЖИМАЕВ

ИМЯ Борис

ОТЧЕСТВО Юрьевич

Дата рождения 11.02.1999 **Класс:** 9

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на ______ **листах** **Дата выполнения работы:** 07.03
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задание 1.

	кол-во абонентов	цена входящих	цена исходящих своему провайдеру	цена исходящих чужому провайдеру.
Монолайт	100 чел	0р	0,43р	1,29р
Грамофон	200 чел	0р	$x \le 0{,}43$р, $x \in Z$	3x

Расчитаем прибыль Монолайта за один день от этой энергетической компании

$100(0{,}43 \cdot 99 + 1{,}29 \cdot 200) = 30057$ рублей

Расчитаем прибыль Грамофона за один день от этой энергетической компании

$200(3 \cdot 100 \cdot x + 199x) = 99800x$

Теперь решим неравенство

$99800x - 30057 > 10000$

$99800x > 40057$

$x > \frac{40057}{99800}$

$x > 0{,}4013$

Теперь решим объединение 2-ух неравенств

0,4013 0,43 x $\Rightarrow x_1 = 0{,}41$р или $x_2 = 0{,}42$р

Ответ: стоимость исходящего звонка своему провайдеру у абонента стоит 41 копейку или 42 копейки и чужому провайдеру 1,23р или 1,26р.

Задание 5

Всего чисел 15, но среди них 8 чисел ⋮ 7 и 10 чисел ⋮ 11

$\Rightarrow 10 + 8 - 15 = 3$ числа ⋮ 7 и ⋮ 11, т.е мы должны доказать, что среди чисел от 1 до 220 не существует 3 таких числа

Это можно проверить опытным путем: Мы должны найти 1 число, которое делится на 11 среди чисел, которые делятся на 7: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168, 175, 182, 189, 196, 203, 210, 217, 224, 231

$\Rightarrow$ каждое 11-ое число среди тех, которые делятся на 7 начиная с 7 $\Rightarrow$ ~~...~~ делится на 7 и на 11

~~если нам нужно 3 числа, которые делятся на 7 и 11,~~
~~чтобы найти 3-ье минимально число, которое делится на 7 и 11, то нам нужно умножить его порядковый номер (3-ье) на 7 и на 11.~~

~~$3 \cdot 7 \cdot 11 = 231 > 220$ чтд~~

Задание 5.

Всего чисел 15, но среди них 8 чисел $\vdots\ 7$ и 10 чисел $\vdots\ 11$

$\Rightarrow 10+8-15 = 3$ числа, которые $\vdots\ 7$ и $\vdots\ 11$

Представим все числа, которые делятся на 7 и на 11 в виде $n \cdot 7 \cdot 11$, где $n \in N$

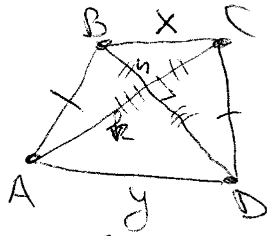
Мы должны док-ать, что среди чисел от 1 до 220 не существует три таких проверим

при $n=1$ – 77

при $n=2$ – 154

при $n=3$ – 231, но $231 > 220$ что и требовалось доказать.

Задание 7.



$BC \cdot AD \vee AB \cdot CD$

$AD \cdot BC = x \cdot y$

$AB \cdot CD = n^2 + k^2$

$AB^2 = n^2 + k^2$, но $AB^2 = AB \cdot CD = n^2 + k^2$

но $x = \sqrt{2n^2}$ $\quad y = \sqrt{2k^2}$

$\Rightarrow \sqrt{2n^2} \cdot \sqrt{2k^2} \vee n^2 + k^2$

$n\sqrt{2} \cdot k\sqrt{2} \vee n^2 + k^2$

$2(n \cdot k) \vee n^2 + k^2$

при $n = k = 1$ $AD \cdot BC = AB \cdot CD$

при $n > 1$ и $k > 1$ $AD \cdot BC < AB \cdot CD$

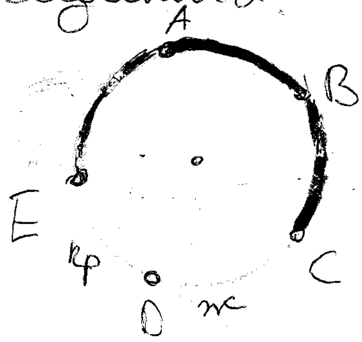
при $n < 1$ и $k < 1$ $AD \cdot BC > AB \cdot CD$.

Ответ: при $n = k = 1$ $AD \cdot BC = AB \cdot CD$

при $n > 1$ и $k > 1$ $AD \cdot BC < AB \cdot CD$

при $n < 1$ и $k < 1$ $AD \cdot BC > AB \cdot CD$.

Задание 2



Закрасим ∪AB в ~~красного~~ зелёный цвет. ∪EA и ∪BC мы соответственно должны закрасить в 2 разных цвета, например ~~синий~~ ~~серый~~ и серый.

⇒ ∪ED нельзя закрашивать в зеленый и синий
∪DC в синий и зеленый, также обе эти дуги нельзя закрашивать в серый.
~~Ох~~ Для них нужно два новых цвета, например желтый и красный

Всего возможных ~~вариантов~~ способов при этих фиксированных цветах:

$5^5+2^4+1^3+2^2+1^1=25+32+1+4+1=25+32+6=$

$=63$ способа.

Ответ: 63 способа, 5 цветов.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

№ группы

Вариант № 1111

6ХТМ11

шифр

ФАМИЛИЯ ЯРЖОМБЕК

ИМЯ ПАВЕЛ

ОТЧЕСТВО ГЕОРГИЕВИЧ

Дата рождения 07.08.1997 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2015
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ярж

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. 1) прибыль монолайн с 1 сотр. $= 99 \cdot 43 + 200 \cdot 199 = 300{,}57$ руб,
прибыль монол. с ком $= 300{,}57 \cdot 100 = 30057$ руб

2) прибыль грамоф. с 1 сотр $= 199 \cdot 40 + 100 \cdot 120 = 199{,}60$ руб.
при цене 40 коп за ~~минуту~~ звонок прибыль с ком $= 199{,}60 \cdot 200 = 39920$ руб

$39920 - 30057 \leq 10000 \Rightarrow$ цена за разговор больше 40 коп.

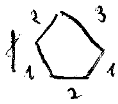
по усл. цена разг. в Грамофоне < 43 копеек $\Rightarrow$ цена 41 копейка либо 42

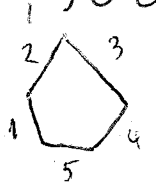
$0{,}01(99 \cdot 41 + 100 \cdot 123) \cdot 200 = 20459 \cdot 2 = 40918$

Ответ: 41 копейка; 42 копейки

2. минимум 3 цвета, 30 способов

1 цвет - реш. нет
2 цвета - реш. нет





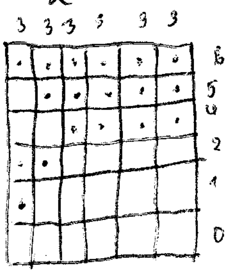
a - первый цвет
b - второй цвет
c - третий цвет

1	2	3	4	5
a	b	a	b	c
a	b	a	c	b
a	b	c	a	b
a	b	c	a	c
a	b	c	b	c
a	c	a	c	b
a	c	a	b	c
a	c	b	a	b
a	c	b	a	c
a	c	b	c	b

= 10 вариантов · 3 цвета = 30 способов

3. Можно при n - четное, и кол-во подстанций в колонке равно $\frac{n}{2}$ пример; невозможно при n - нечет.

n=6



4. 2^{x+1} $2^{x+y+z}+(0,5)^{x+y+z}=a$; $2^x+(0,5)^y=b$; $2^y+(0,5)^z=c$

найти: $2^z+(0,5)^x=q$

$0,5=2^{-1}$

$(2^x+(0,5)^y)(2^y+(0,5)^z)(2^z+(0,5)^x)=b\cdot c\cdot q$

$(2^x+2^{-y})(2^y+2^{-z})(2^z+2^{-x})=(2^{x+y}+2^{x-z}+1+2^{-y-z})(2^z+2^{-x})=$

$=\underset{a}{\underline{2^{x+y+z}}}+\underset{b}{2^x}+\underset{q}{2^z}+\underset{b}{2^{-y}}+\underset{c}{2^y}+\underset{c}{2^{-z}}+\underset{q}{2^{-x}}+\underset{q}{\underline{2^{-x-y-z}}}$

$a+b+c+q=q\cdot b\cdot c$

$a+b+c=q\cdot b\cdot c-q$

$a+b+c=q(b\cdot c-1)$

$q=\dfrac{a+b+c}{bc-1}$

5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
13	13	26	39	52	65	78	91				
14	182	14	28	42	56	70	84	98	112		
15	195 (13)	210	15	30	45	60	75	90	105		

13 - простое $\quad 14 \mid 2, 7 \quad 15 \mid 3, 5$

не хватает кратных для 15 => => должно быть больше общих кратных, которые больше 345

$13\cdot15=195 \quad \cdot2=390$

$13\cdot14=182 \quad \cdot2=364$

$14\cdot15=210 \quad \cdot2=420$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 7111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 6ХТМ11

6. $\left[\cos^2(2+3^x)\right] \geqslant \frac{3^x}{2}$

$\cos^2(2+3^x)=1$

$2+3^x=\pi n,\ n\in \mathbb{Z}$

$3^x=\pi n-2,\ n\in \mathbb{Z}$

$x=\log_3(\pi n-2),\ n\in\mathbb{Z},\ n\geqslant 1$

$\cos^2(2+3^x)<1$

$[\cos^2(2+3^x)]=0$, $\frac{3^x}{2}$ - всегда >0

$\Rightarrow$ нет реш. при $\cos^2(2+3^x)<1$