

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

ВАРИАНТ 42111 для 11 класса

Вспомним старинный карпатский способ ловли Змея Горыныча: зимой заманить гада в колодец-западню и вызвать лавину, которая наглухо засыпет колодец снегом. Был ли этот способ когда-либо использован, неизвестно. Но известно мнение скептиков, утверждавших, что огнедышащий Змей растопит накрывший его снег и выберется на волю.

Попробуем разобраться в этом процессе.

Будем считать, что над Змеем, сидящим на дне колодца, расположен цилиндрический столб снега, имеющий высоту  $H = 10$  м и площадь поперечного сечения  $S = 4$  м<sup>2</sup>. Плотность снега  $\rho = 300$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота плавления  $\lambda = 334 \cdot 10^3$  Дж/кг.

Также будем считать, что Змей Горыныч обладает начальным запасом теплорода (создающего выдыхаемое пламя)  $M = 40$  кг, удельная теплота сгорания которого  $W = 400 \cdot 10^5$  Дж/кг. За один огнедышащий выдох Змей извергает ровно треть оставшегося запаса теплорода. Поскольку, как известно из биологии, Горынычи не теплокровные и, находясь под снегом, могут впасть в спячку, то при каждом огнедышащем выдохе Змею необходимо тратить количество теплоты  $E = 10^5$  Дж на собственный обогрев. Все остальное тепло полностью идет на плавление снега, при этом каждый раз снег плавится по всей своей площади, и высота снежного цилиндра уменьшается на некоторую величину.

1. Найдите высоту слоев снега, растопленных при первом и при втором огнедышащих выдохах.
2. Найдите общее количество огнедышащих выдохов, тепло которых пойдет на плавление снега.
3. Определите, сможет ли Змей Горыныч выбраться из западни.
4. Найдите (с точностью до 1 кг), какой минимальный запас теплорода нужен для спасения из западни.

Дополнение

В приведенном выше описании никак не учитывается, что происходит с водой, в которую превращается расплавленный снег. Например, можно считать, что вся вода моментально впитывается в стенки колодца и не участвует в тепловых процессах. Это весьма сильное допущение, но его приходится делать, чтобы упростить модель. Полученные числовые результаты будут грубым, но, тем не менее, адекватным приближением к правильным показателям.

## РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА 42111 для 11 класса

Будем считать все выдохи, о которых пойдет речь ниже, огнедышащими.

1. Пусть Змей Горыныч имеет запас теплорода  $M_1$ . За первый выдох он истратит  $\frac{1}{3}M_1$  теплорода, выделив при этом количество теплоты  $Q_1 = \frac{W M_1}{3}$ . Согласно условию, из всего выделенного тепла на плавление снега пойдет  $Q_1 - E$ .

Обозначим массу расплавленного снега через  $m_1$ . Тогда  $Q_1 - E = \lambda m_1$ , откуда

$$m_1 = \frac{Q_1 - E}{\lambda}.$$

В соответствии с условием, расплавленная масса снега представляет собой цилиндр с основанием  $S$ , высотой  $D_1$  и плотностью снега в нем  $\rho$ . Таким образом,

$$m_1 = S D_1 \rho.$$

Поэтому за первый выдох Змей растапливает часть снежного столба высотой

$$D_1 = \frac{m_1}{S \rho} = \frac{Q_1 - E}{\lambda S \rho}.$$

Подставив в эту формулу числа, получим ответ на самый первый вопрос.

Обозначим высоту снежного столба в колодце перед первым выдохом через  $x_1$  (по условию  $x_1 = H$ ). После выдоха она станет равна  $x_2 = x_1 - D_1$ .

2. После первого выдоха Горыныч будет обладать запасом теплорода

$$M_2 = \frac{2}{3}M_1,$$

поскольку одна треть уже истрачена.

Дальнейшие рассуждения аналогичны пункту 1 (но все величины теперь будут иметь индекс 2). Поэтому за второй выдох растопится вторая часть снежного столба высотой

$$D_2 = \frac{m_2}{S \rho} = \frac{Q_2 - E}{\lambda S \rho},$$

где  $Q_2 = \frac{W M_2}{3}$ . Подставив в эту формулу числа, получим вторую часть ответа на первый вопрос.

3. Дальнейшие рассуждения будут циклически повторять описанное выше.

На  $k$ -ом шаге цикла будем вычислять высоту очередной растопленной части

$$D_k = \frac{Q_k - E}{\lambda S \rho}, \quad \text{где} \quad Q_k = \frac{W M_k}{3},$$

и затем пересчитывать остаток теплорода  $M_{k+1}$  и высоту оставшегося снежного столба  $x_{k+1} = x_k - D_k$ .

Если величина  $x_{k+1}$  получится отрицательной, то это будет означать, что весь снег растоплен и Горыныч свободен.

Если же запас  $M_{k+1}$  окажется таким, что  $Q_k = \frac{W M_{k+1}}{3} \leq E$ , то тепла для топления снега не останется. Это будет означать, что Горыныч навсегда останется в снежном плену.

4. После всего сказанного можно написать алгоритм вычислений.

Будем использовать переменную-ключ  $Key$  для хранения информации о состоянии процесса и о том, чем он завершился.

Если  $Key = 0$ , то Горыныч бодр и продолжает процесс плавления снега.

Если  $Key = 1$ , то Горыныч истратил все силы и не может продолжать плавить снег.

Если  $Key = 2$ , то Горыныч расплавил весь снег и выбирается на волю.

### Начало алгоритма

Положить  $k := 1$ ;  $Key = 0$ ;  $E := 10^5$ ;  $W = 400 \cdot 10^5$ ;  
 $H = 10$ ;  $S = 4$ ;  $\rho = 300$ ;  $\lambda = 334 \cdot 10^3$ ;  
 $M_1 = 40$ ;

ПОКА  $Key = 0$ ;

Вычислить количество теплоты  $Q_k = \frac{1}{3}WM_k$ ;

ЕСЛИ  $Q_k < E$  ТО  $Key := 1$ ;

ИНАЧЕ

Вычислить высоту растопленного слоя  $D_k = \frac{Q_k - E}{\lambda S \rho}$ ;

Вычислить высоту оставшегося снега  $x_{k+1} = x_k - D_k$ ;

Вычислить остаток теплорода  $M_{k+1} = \frac{2}{3}M_k$ ;

Увеличить счетчик  $k := k + 1$ ;

ЕСЛИ  $x_k < 0$  ТО  $Key := 2$ ; КОНЕЦ\_ЕСЛИ

КОНЕЦ\_ЕСЛИ

КОНЕЦ\_ПОКА

Сохранить количество выдохов  $N = k - 1$ ;

Вывести  $D_1$  и  $D_2$ ;

Вывести  $N$ ;

Вывести  $Key$ ;

**Конец алгоритма**

6. Для получения ответа на 4-й вопрос можно действовать подбором. Будем запускать программу при различных значениях  $M_1$  и следить за тем, когда значение ключа  $Key$  на выходе станет равным 2. Например, можно сначала запускать программу при  $M_1 = 50, 60, 70$  и т.д. Так мы узнаем, что при  $M_1 = 100$  спасения нет, а при  $M_1 = 100$  есть. Затем в найденном диапазоне можно уточнить начальный запас с точностью до 1 кг.

7. Если провести расчеты по приведенным алгоритмам, то получим следующий округленный

### Ответ:

1.  $D_1 = 1.33$  м,  $D_2 = 0,89$  м.

2. Змей не выберется (растопит лишь 4 м снега) и истратит на плавление снега 22 выдоха.

3. При указанных данных Змей не спасется (растопит лишь  $\approx 4$  м снега).

4. Минимально необходимое количество теплорода 101 кг.