ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 73991 для 9 класса

Для заданий 1, 2, 4, 5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке

1. Для проверки, является ли большое целое простым, может использоваться вероятностный тест Ферма. Пусть $p > 2$ – проверяемое число. Тогда:
   - случайно выбираем a: $2 \le a \le p - 2$;
   - если $a^{p-1} \ne 1 \ \{\mathrm{mod}\ p\}$, то p – составное.

   В тесте Ферма эти проверки выполняются для t случайно выбираемых a.
   Написать алгоритм проверки вводимого числа на простоту по тесту Ферма.
   Примечание: $x = y \ \{\mathrm{mod}\ n\}$, если существует целое k, для которого $x = y + k \cdot n$.

Схема решения. В цикле t раз выбираем число a в заданном диапазоне. Для каждого a проверяем условие $a^{p-1} \ne 1 \ \{\mathrm{mod}\ p\}$. Для того чтобы при возведении в степень не получилось слишком большого числа (выходящего за пределы чисел, представимых в компьютере), можно применять операцию вычисления остатка от деления после каждого умножения на a. Если для какого-то значения a результат не равен 1, то число – составное, и проверку можно прекращать.

2. В доме у Николая есть длинная наклонная лестница с большим числом крупных ступеней L. На ступенях сверху-вниз любят прыгать дети со двора. На каждой ступеньке нарисован вес – натуральное число. Николай спустился по лестнице прыжками. Прыгать можно только на 1, 3 или 4 ступеньки. Каков суммарный вес ступенек, по которым спустился Николай?

Схема решения. Пусть у нас есть массив из L элементов, в которых записан вес каждой ступени. Запишем результат спуска Николая в виде массива из L элементов, причём элемент равен 1, если Николай наступал на данную ступеньку, и 0 – в противном случае. Для проверки соблюдения правил будем вычислять разницу между индексами элементов, содержащих значение 1. Для этого положим сначала номер предыдущей использованной ступени 0, затем при нахождении в массиве значения 1 вычисляем разницу. Если она не равна 1, 3 или 4, значит, правила была нарушены. Иначе прибавляем к общему результату вес текущей ступени и запоминаем номер текущей ступени как номер предыдущей.

3. Школьник Сережа любит играть с калькулятором. Он часто сначала делит вещественные числа a и b друг на друга, а затем результат умножает на b. Выполнив эти действия много раз (сначала много делений, а затем столько же умножений), Сережа получил в результате не исходное число. Объясните, почему?

Ответ. Возникающая в процессе вычислений погрешность, обусловленная округлением вещественных чисел при представлении в ЭВМ, изменит результат.

4. Не используя дополнительный массив или простые методы сортировок, найти в одномерном массиве номера трех первых минимальных элементов.

Схема решения. Найдём минимальный элемент массива. Далее проходим по массиву, ищем элементы, равные минимальному, и переставляем их в начало массива. Если в массиве есть три равных минимальных значения, значит, поиск можно закончить. Если же таких значений меньше трёх, надо снова найти минимальное значение, не рассматривая первые один или два элемента массива.

5. Числа Фибоначчи – натуральные числа, удовлетворяющие следующим соотношениям: $F_0 = 1$, $F_1 = 1$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, $n \ge 2$. Период Пизано $\pi(m)$ – это длина периода

последовательности Фибоначчи по модулю заданного целого положительного числа m. Разработайте алгоритм нахождения периода Пизано для чисел m в диапазоне от P до Q.

Схема решения. Понятно, что надо строить последовательность Фибоначчи и искать остатки от деления элементов последовательности на m. Последний элемент в периоде равен 0, но не каждое значение 0 заканчивает период. Поэтому надо найти 0, которые заканчивает второй период. Т.е. если остаток от деления F_k на m (k должно быть нечётным) равен 0, то надо убедиться, что для всех i от 0 до k / 2 выполняется $F_i = F_{i+k/2+1}$ (используем целочисленное деление).
Проблема в том, как определить количество чисел Фибоначчи, которых будет достаточно для решения задачи. В принципе, известно, что длина периода Пизано для некоторого числа m не больше, чем $6 \cdot m$. Поэтому можно построить последовательность из $12 \cdot Q$ чисел Фибоначчи и несколько раз пройти по массиву, ища период Пизано для всех m в диапазоне от P до Q. Но если мы этого не знаем, то надо просто в цикле строить последовательность чисел Фибоначчи, пока не будет найден период Пизано. Можно строить эту последовательность несколько раз для каждого значения m, а можно для каждого нового числа Фибоначчи находить остаток от его деления на все m в диапазоне от P до Q и продолжать цикл, пока мы не найдём период Пизано для всех m.