

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17091 для 9 класса

1. При проектировании электростанции возникла необходимость решить уравнение

$$4x^4 + 4px^3 = (p - 4)x^2 - 4px + p,$$

где p — целочисленный параметр, задаваемый разработчиком. Для быстрого и надежного решения требуется, чтобы корни уравнения были рациональными числами. При каких p это верно?

2. В Царстве Колдовской Энергии на плоской равнине стоит заколдованная трансформаторная будка: наблюдателю, смотрящему параллельно земле, она видна только под углом 90° . В поперечном сечении будка квадратная со стороной L локтей. Опишите геометрическое место точек на равнине, из которых будка видна, и определите минимальное и максимальное расстояние, с которого видна заколдованная будка. Углом, под которым фигура F видна из точки P , называется наименьший угол с вершиной P , содержащий фигуру F . В данном случае этот угол расположен в плоскости поперечного сечения будки.

3. Найдите все функции $f(x)$, определенные на всей числовой оси и удовлетворяющие условию

$$f(x - y) = f(x) \cdot f(y) \quad \text{при всех } x, y.$$

4. Целой частью $[x]$ вещественного числа x называется наибольшее целое M такое, что $M \leq x$. Например, $[\sqrt{2}] = 1$, $[2] = 2$, $[\pi] = 3$. Найдите все положительные вещественные числа x , для которых

$$x[x[x[x]]] < 2018.$$

5. Найдите количество всех упорядоченных троек (x, y, z) чисел множества $\{1, 2, \dots, 70\}$, для которых сумма

$$x^2 + y^2 + z^2$$

кратна 7.