Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11113 для 11 класса

1. За год цены на энергоносители изменились по закону

$$y(a,x) = ax^3 + 3ax,$$

где x — прежняя цена, y — новая цена, a — параметр, задаваемый энергопроизводителем. Могут ли при этом все цены, находившиеся в интервале $(33,99)$, остаться в нём же?

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 = 2x_2^3 + 1,\ 3x_2 = 2x_3^3 + 1, \\ 3x_3 = 2x_4^3 + 1,\ 3x_4 = 2x_1^3 + 1. \end{cases}$$

3. Боковая грань пирамиды представляет собой треугольник ABC. Две его стороны имеют длины b и $b+2$, медиана к третьей стороне имеет длину $b-1$. Найдите площадь треугольника ABC и выясните, может ли его угол, образованный наиболее длинными сторонами, быть равным $45°$.

4. Целой частью $\lfloor x \rfloor$ числа x называется наибольшее целое число m такое, что $m \le x$, например, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1,\ \lfloor -0.9 \rfloor = -1$. Решите уравнение:

$$\lfloor \sqrt{x/2+3} \rfloor = \sqrt{\lfloor x/2+3 \rfloor}.$$

5. Решите в целых числах следующее уравнение:

$$-20x + 17y = 2017.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. В некоторой области для обеспечения электричеством удаленных районов работают гидрогенераторы двух типов, суммарной мощностью 7000 кВт. Если бы все генераторы были первого типа, то суммарная мощность была бы на 1000 кВт больше. Если бы все генераторы были второго типа, то суммарная мощность была бы на 3000 кВт меньше. Какова суммарная мощность генераторов первого типа и какова суммарная мощность генераторов второго типа?

2. Что больше: $\sin\left(\cos\dfrac{\pi}{2017}\right)$ или $\cos\left(\sin\dfrac{\pi}{2017}\right)$?

3. Сумма квадратов корней функции $f(x) = x^2 + bx + c$ равна 5, а расстояние между корнями равно 3. Найдите минимальное значение m функции $f(x)$ и решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{x+y} = 9^m, \\ 3^{x-y} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{f(0)}. \end{cases}$$

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным $n^3/2 - 1$?

5. Над плоским прямоугольным чемоданом с соотношением сторон $2:3$ проезжает прямоугольная рамка интровизора, которая имеет ширину H и достаточно большую длину (можно считать ее бесконечной). Взаимное положение чемодана и рамки таково, что продольная ось рамки всегда остается параллельной диагонали чемодана. При каком расстоянии между осью рамки и параллельной ей диагональю чемодана площадь, покрываемая рамкой, будет максимальна?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13111 для 11 класса

1. Техническое устройство состоит из трех агрегатов, их энергопотребление $E_1(\rho,t)=\sqrt{t^2-\rho+1}$, $E_2(\rho,t)=\sqrt{3t^2+2\rho-3}$, $E_3(\rho,t)=\sqrt{4t^2+\rho+1}$ зависит от плотности ρ и температуры t окружающей среды. Каково минимальное суммарное энергопотребление всех трех агрегатов и при каких значениях параметров ρ, t оно достигается?

2. Число 1/7 разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней 2018-ю цифру после запятой повторили еще раз. Получили число x. Сравните $(1/7)^x$ и $(1/7)^{1/7}$.

3. Вершины усеченной треугольной пирамиды требуется раскрасить так, что концы любого ребра имеют разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколькими способами можно получить такую раскраску с минимальным числом цветов?

4. В две пустые емкости начали в разное время одинаковыми насосами закачивать горючее. В настоящий момент в первой емкости горючего в два раза больше, чем было во второй емкости в момент t_0. В тот же момент t_0 в первой было столько же горючего, сколько во второй в настоящий момент. В обеих емкостях вместе в настоящий момент 49 тонн горючего. Сколько горючего в каждой емкости в настоящий момент и в момент t_0?

Если все горючее в обеих емкостях в настоящий момент перелить в цилиндр, а все горючее в обеих емкостях в момент t_0 перелить в другой цилиндр с тем же основанием, то каково будет отношение уровней горючего в этих цилинрах?

5. Орнаментом в декоративно-прикладном искусстве принято называть повторяющееся изображение одного и того же рисунка. Орнамент на плоской поверхности (на стене, потолке, полу здания или помещения, на ткани, бумаге и пр.) часто образует "замощение" плоскости одинаковыми геометрическими фигурами. Можно ли "замостить" плоскость одинаковыми правильными 5-угольниками так, что любые два соседних 5-угольника имеют ровно одну общую сторону?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14111 для 11 класса

1. Через точку $O(0;0)$ проведены прямые, касающиеся параболы

$$y = (x-4)(x-9)$$

в точках A и B. Коробка для новогодних подарков имеет вид пирамиды с треугольником AOB в основании и высотой 1. Найдите угол AOB и объем коробки.

2. Решите уравнение

$$3^{x^3}(1-(3^x-\sqrt{3})^{13}) = 3^{x^3}+3^x-\sqrt{3}.$$

3. Многочлен $f(x) = x^2+px+q$ имеет корни $f(0)$ и $f(1)$. Найдите все такие многочлены $f(x)$ и решите неравенство

$$(0,01)^{f(x)} < 10.$$

4. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что

$$\sin n^\circ = \sin 2017n^\circ.$$

5. В выпуклом 2017-угольнике $A_1A_2\ldots A_{2017}$ (не обязательно правильном) две стороны A_1A_2 и A_3A_4 продолжили до пересечения в точке B_2; то же сделали с парами сторон A_2A_3 и A_4A_5 (получили точку B_3), … , $A_{2016}A_{2017}$ и A_1A_2 (получили точку B_{2017}), $A_{2017}A_1$ и A_2A_3 (получили точку B_1).

В итоге получилась ”звёздочка” $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4\ldots B_{2017}A_1$. Найдите сумму углов $B_1,\ B_2,\ \ldots,\ B_{2017}$ этой ”звёздочки”.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11103 для 10 класса

1. За год цены на энергоносители изменились по закону

$$y(a,x) = (a^4 - 2a - 12)(x^{16} + 12/x^2) + 2|x/a|,$$

где x — прежняя цена, y — новая цена, a — параметр, задаваемый товаропроизводителем. Могут ли при этом все цены, находившиеся в интервале $(12, 16)$, остаться в нём же?

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 = 2x_2^3 + 1, \ 3x_2 = 2x_3^3 + 1, \\ 3x_3 = 2x_4^3 + 1, \ 3x_4 = 2x_1^3 + 1. \end{cases}$$

3. Основанием призмы является треугольник ABC. Две его стороны имеют длины b и $b+2$, медиана к третьей стороне имеет длину $b-1$. Найдите площадь треугольника ABC и выясните, может ли его угол, образованный наиболее длинными сторонами, быть равным $45°$.

4. Целой частью $\lfloor x \rfloor$ числа x называется наибольшее целое число m такое, что $m \le x$, например, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor -0.9 \rfloor = -1$. Решите уравнение:

$$\lfloor \sqrt{x/2+3} \rfloor = \sqrt{\lfloor x/2+3 \rfloor}.$$

5. Решите в целых числах следующее уравнение:

$$-20x + 17y = 2017.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12102 для 10 класса

1. В офисе фирмы горят лампочки двух типов общей мощностью 3000 вт. Если бы все лампы были первого типа, то суммарная мощность увеличилась бы на 400 вт. Если бы все лампы были второго типа, то суммарная мощность стала бы равной 2040 вт. Найдите суммарную мощность ламп первого типа и суммарную мощность ламп второго типа.

2. Что больше:
$\underbrace{\sin(\sin(\ldots(\sin}_{17\text{ раз}}(\cos(17^\circ))\ldots)$ или $\underbrace{\sin(\sin(\ldots(\sin}_{2017\text{ раз}}(\cos(2017^\circ))\ldots)$?

3. Уравнение $x^2+b|x|+c=0$ имеет 4 попарно различных корня. Их произведение равно P, сумма модулей корней равна S. Найдите коэффициенты b и c и решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x+y=b, \\ x+2y=c^2. \end{cases}$$

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным $n^3/2-1$?

5. Над плоским прямоугольным чемоданом с соотношением сторон $3:4$ проезжает прямоугольная рамка интровизора, которая имеет ширину H и достаточно большую длину (можно считать ее бесконечной). Взаимное положение чемодана и рамки таково, что продольная ось рамки всегда остается параллельной диагонали чемодана. При каком расстоянии между осью рамки и параллельной ей диагональю чемодана площадь, покрываемая рамкой, будет максимальна?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13102 для 10 класса

1. Техническое устройство состоит из трех агрегатов, их энергопотребление $E_1(\rho, t) = \sqrt{\rho^2 - t + 1}$, $E_2(\rho, t) = \sqrt{3\rho^2 + 2t - 3}$, $E_3(\rho, t) = \sqrt{4\rho^2 + t + 1}$ зависит от плотности ρ и температуры t окружающей среды. Каково минимальное суммарное энергопотребление всех трех агрегатов и при каких значениях параметров ρ, t оно достигается?

2. Число $1/13$ разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней вычеркнули 2018-ю цифру после запятой. Получили число x. Сравните $\sqrt[13]{x}$ и $\sqrt[13]{1/13}$.

3. Грани усеченной треугольной пирамиды требуется раскрасить так, что любые две смежные грани (т. е. имеющие хотя бы один общий отрезок) получают разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколькими способами можно получить такую раскраску с минимальным числом цветов?

4. Два одинаковых генератора начали в разное время вырабатывать электроэнергию. В настоящий момент первый генератор выработал энергии в два раза больше, чем второй в момент t_0. В тот же момент t_0 первый выработал столько же электроэнергии, сколько второй в настоящий момент. Первый генератор в настоящий момент выработал энергии в k раз больше, чем второй. Найдите число k.

Если взять такие два шара, что объем одного в найденное число k раз больше другого, то каково отношение радиусов этих шаров?

5. Орнаментом в декоративно-прикладном искусстве принято называть повторяющееся изображение одного и того же рисунка. Орнамент на плоской поверхности (на стене, потолке, полу здания или помещения, на ткани, бумаге и пр.) часто образует "замощение" плоскости одинаковыми геометрическими фигурами. Можно ли "замостить" плоскость одинаковыми правильными 8-угольниками так, что любые два соседних 8-угольника имеют ровно одну общую сторону?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14103 для 10 класса

1. Через точку $O(0;0)$ проведены прямые, касающиеся параболы

$$y = (x-9)(x-16)$$

в точках A и B. Коробка для новогодних подарков имеет вид призмы с треугольником AOB в основании и высотой 1. Найдите объем коробки.

2. Решите уравнение

$$\left(1 - (\operatorname{tg}^2 x - 3)^3\right) \cos^2 3x = \cos^2 3x + \operatorname{tg}^2 x - 3.$$

3. Многочлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет корни $f(0)$ и $f(-1)$. Найдите все такие многочлены $f(x)$ и решите неравенство

$$\sqrt{f(x)} \leq \sqrt{x}.$$

4. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что

$$\sin 2n^\circ = \sin 2017n^\circ.$$

5. В выпуклом 2018-угольнике $A_1A_2\ldots A_{2018}$ (не обязательно правильном) две стороны A_1A_2 и A_3A_4 продолжили до пересечения в точке B_2; то же сделали с парами сторон A_2A_3 и A_4A_5 (получили точку B_3), … , $A_{2017}A_{2018}$ и A_1A_2 (получили точку B_{2018}), $A_{2018}A_1$ и A_2A_3 (получили точку B_1).

В итоге получилась "звёздочка" $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4\ldots B_{2018}A_1$. Найдите сумму углов $B_1,\ B_2,\ \ldots\ ,\ B_{2018}$ этой "звёздочки".

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11991 для 9 класса

1. За год цены на энергоносители изменились по закону

$$y(a,x) = (a^3-1)\sqrt[3]{x^3+1} + \sqrt{a}\cdot x,$$

где x — прежняя цена, y — новая цена, a — параметр, задаваемый энергопроизводителем. Могут ли при этом все цены, находившиеся в интервале $(1,30)$, остаться в нём же?

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2y = x^2+1, \\ 2z = y^2+1, \\ 2x = z^2+1. \end{cases}$$

3. Медиана AD треугольника ABC имеет длину m, стороны AB и AC — длины $m+1$ и $m+3$ соответственно. Найдите площадь треугольника ABC и выясните, может ли его угол A быть равным $30°$.

4. Целой частью $\lfloor x \rfloor$ числа x называется наибольшее целое число m такое, что $m \le x$, например, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor -0.9 \rfloor = -1$. Решите уравнение:

$$\lfloor \sqrt[3]{2x} \rfloor = \sqrt[3]{\lfloor 2x \rfloor}.$$

5. Имеется два одинаковых кубических ящика, каждый из которых заполнен шарами. Шары касаются друг друга, крайние шары касаются стенок, они уложены предельно плотно. В первом ящике 27 одинаковых больших шаров, во втором 64 одинаковых меньших. Шары в обоих ящиках состоят из одного вещества. Может ли какой-то ящик быть тяжелее другого, и если может, то насколько?

Для решения используйте формулу объёма шара радиуса $R:\ V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12993 для 9 класса

1. Горючее на складе хранится в бочках двух типов (разной емкости), их общий объем 800 м^3. Если бы все бочки были первого типа, то их общий объем стал бы на 200 м^3 больше. Если бы все бочки были второго типа, то общий объем сократился бы на 300 м^3. Каков суммарный объем бочек каждого типа?

2. Имеется два аккумулятора одинаковой емкости. На первом техническом устройстве аккумулятор разряжается за 40 ч работы, а на втором — за 60 ч. Аккумуляторы можно менять местами. Какое наибольшее время работы двух установок могут обеспечить два аккумулятора?

3. Сумма квадратов корней квадратного трехчлена $f(x) = x^2 + bx + c$ в 2,5 раза больше расстояния между ними, дискриминант равен 16. Найдите отношение большего из чисел $f(4)$ и $f(-4)$ к меньшему.

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным $2n + 2$?

5. Андреевский флаг в виде синего креста, расположенного вдоль диагоналей белого прямоугольника с соотношением сторон $2:3$, является с 1992 г., как и в 1699 – 1917 годах, официальным военно-морским флагом России. (Он назван в честь апостола Андрея Первозванного, покровителя мореплавателей и рыбаков, распятого, по христианскому преданию, на косом кресте.) Толщина каждой перекладины синего креста в 10 раз меньше длины флага, а ось перекладины совпадает с диагональю флага. Найдите отношение площадей белых треугольников флага.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13993 для 9 класса

1. Техническое устройство состоит из трех агрегатов, их энергопотребление $E_1(\rho,t) = \sqrt{\rho - 2t - 1}$, $E_2(\rho,t) = \sqrt{2\rho + 3t}$, $E_3(\rho,t) = \sqrt{3\rho + t - 1}$ зависит от плотности ρ и температуры t окружающей среды. Каково минимальное суммарное энергопотребление всех трех агрегатов и при каких значениях параметров ρ, t оно достигается?

2. Число $1/11$ разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней 2017-ю цифру после запятой заменили на 1700-ую. Получили число x. Сравните $\sqrt{x}$ и $\sqrt{1/11}$.

3. Точка E — центр квадрата $ABCD$. Она соединена отрезками со всеми вершинами квадрата кроме A. Требуется раскрасить точки A, B, C, D, E так, что любые две точки из этих пяти, соединенные отрезком, имеют разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколько существует различных способов раскраски в минимальное число цветов?

4. В текущем году возраст брата вдвое больше возраста сестры в году t_0. В том году t_0 брату было столько же лет, сколько сестре в текущем. Найдите возраст брата и сестры в текущем году, если им вместе 21 год.

Пусть один прямоугольный треугольник имеет катеты, длины которых равны возрасту брата и сестры в текущем году, а у другого прямоугольного треугольника длины катетов равны возрастам брата и сестры в году t_0. Подобны ли эти треугольники?

5. Орнаментом в декоративно-прикладном искусстве принято называть повторяющееся изображение одного и того же рисунка. Орнамент на плоской поверхности (на стене, потолке, полу здания или помещения, на ткани, бумаге и пр.) часто образует "замощение" плоскости одинаковыми геометрическими фигурами. Можно ли "замостить" плоскость одинаковыми правильными 9-угольниками так, что любые два соседних 9-угольника имеют ровно одну общую сторону?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14994 для 9 класса

1. Через точку $O(0;0)$ проведены прямые, касающиеся параболы

$$y = 3(x-1)(x-4)$$

в точках A и B. Найдите площадь треугольника AOB.

2. Решите уравнение

$$x^4(1-(1-|1-x|)^7) = 1 + x^4 - |1-x|.$$

3. Многочлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет корни $f(0)$ и $f(2)$. Найдите все такие многочлены $f(x)$.

4. Зимний дворец (четвертый) в Петербурге возведен Франческо Бартоломео Растрелли в 1754–1762 гг. для императрицы Елизаветы Петровны. Суммарное число комнат и лестниц в нем на 169 меньше числа дверей, а суммарное число лестниц и дверей равно 1903. Если число дверей увеличить в 10 раз, то результат будет на 330 меньше числа комнат. Найдите количество лестниц, комнат и дверей.

5. В выпуклом 1111-угольнике $A_1A_2\ldots A_{1111}$ (не обязательно правильном) две стороны A_1A_2 и A_3A_4 продолжили до пересечения в точке B_2; то же сделали с парами сторон A_2A_3 и A_4A_5 (получили точку B_3), … , $A_{1110}A_{1111}$ и A_1A_2 (получили точку B_{1111}), $A_{1111}A_1$ и A_2A_3 (получили точку B_1).

В итоге получилась ”звёздочка” $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4\ldots B_{1111}A_1$. Найдите сумму углов $B_1,\ B_2,\ \ldots\ ,\ B_{1111}$ этой ”звёздочки”.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11884 для 8 класса

1. Автобус от города A до города B доехал за X минут $(0 < X < 60)$. В момент отправления автобуса угол между минутной и часовой стрелками был равен X градусам. В момент прибытия в конечный пункт этот угол стал в 1,5 раза больше. Найдите X.

2. На стоянке число грузовых машин составляет от $2,1\%$ до $2,2\%$ от общего количества машин. Со стоянки уехала одна машина, и это число составило от $2,2\%$ до $2,3\%$. Какое минимально возможное общее число машин было на стоянке первоначально?

3. В деревне проживает 88 человек, каждый из которых либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Путешественник, попавший в эту деревню, попросил всех жителей выстроиться по окружности, встал в её центре и попросил каждого повернуться лицом к себе. У каждого жителя путешественник спросил, является ли лжецом его сосед слева. Услышав все ответы, он быстро определил, сколько жителей являются лжецами, а сколько – никогда не врут. Каково же это число и как он его рассчитал?

4. Квадроцикл находился в пути 4 ч. Сначала он ехал по равнине, потом дорога пошла в гору. Поднявшись на гору, он тем же путем вернулся домой. По равнине он ехал со скоростью 60 км/ч, в гору поднимался со скоростью 45км/ч, с горы спускались со скоростью 90 км/ч. Какой путь проехал квадроцикл за указанное время?

5. В целых числах решите следующее уравнение с двумя неизвестными:

$$20(x+1)^2 + 17(y-2)^2 = 2017.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12881 для 8 класса

1. В некоторой области для обеспечения электричеством удаленных районов работают гидрогенераторы двух типов, суммарной мощностью 7 000 кВт. Если бы все генераторы были первого типа, то суммарная мощность была бы на 1 000 кВт больше. Если бы все генераторы были второго типа, то суммарная мощность была бы на 3 000 кВт меньше. Генераторов какого типа больше и во сколько раз?

2. В пакетике 100 леденцов красного, зеленого, желтого и оранжевого цвета. Если наугад вынуть из него 90 леденцов, то среди них непременно будут леденцы всех четырех цветов. Какое наименьшее количество леденцов наугад следует вынуть из пакетика, чтобы среди них с гарантией были леденцы трех цветов?

3. Одна и та же покрышка на передних колесах автомобиля выходит из строя через 24 тысячи км, а на задних — через 36 тысяч км. Передние и задние колеса можно менять местами. Какое наибольшее расстояние может пройти автомобиль на одном комплекте покрышек?

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным $n^2 + 1$?

5. Флаг международной гуманитарной организации "Красный крест", созданной в 1906 г. по инициативе гражданина Швейцарии, является "обратным" флагу Швейцарской конфедерации. Флаг "Красного креста" представляет собой белый прямоугольник с соотношением сторон $2 : 3$. Крест находится в центре прямоугольника, ширина каждой из четырех крестовин относится к ее длине как $6 : 7$ и к общей длине креста как $3 : 10$. Расстояние от концов креста до верхней и нижней границ флага составляет $2/3$ ширины крестовины. Найдите отношение площадей красной и белой частей флага.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13882 для 8 класса

1. Число 1/13 разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней вычеркнули 2018-ю цифру после запятой. Получили число x. Сравните $-13x$ и -1.

2. Всем известен кубик Рубика, в нем все грани окрашены в разные цвета. Пусть грани куба $ABCDD_1C_1B_1A_1$ раскрашиваются так, что любые две смежные грани (т. е. имеющие хотя бы одно общее ребро) получают разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколькими способами можно получить такую раскраску с минимальным числом цветов?

3. Два одинаковых генератора начали в разное время вырабатывать электроэнергию. В настоящий момент первый генератор выработал энергии в два раза больше, чем второй в момент t_0. В тот же момент t_0 первый выработал столько же электроэнергии, сколько второй в настоящий момент. Первый генератор в настоящий момент выработал энергии в k раз больше, чем второй. Найдите число k.

4. 27 участников проводят круговой турнир по армрестлингу (каждый должен ровно один раз встретиться в поединке с каждым из остальных).

А. Сколько поединков должно состояться?

Б. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по 9 поединков?

В. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по различному количеству поединков?

5. На каждой ветке чудо-яблони несколько чудо-яблок, причем их одинаковое количество на каждой ветке. Каждая чудо-яблоня имеет одно и то же число веток, которое больше числа яблок на ветке, но меньше числа яблонь в чудо-саду. Сколько веток имеет чудо-яблоня и сколько яблок на каждой ее ветке, если во всем чудо-саду 385 чудо-яблок?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14881 для 8 класса

1. В ночь с 3 на 4 декабря состоялось "суперлуние": полная Луна находилась около самой близкой к Земле точки своей эллиптической орбиты. В прессе сообщалось, что размер видимого с Земли лунного диска увеличился на 15 %, но не уточнялось, какой именно размер. Если предположить, что размером является радиус, то на сколько процентов возросла площадь?

2. Решите уравнение

$$(x^2 - x + 1)(1 - (x+1)^{2017}) = (x+1)^{2017} + x^2 - x + 1.$$

3. В некоторой компании из 8 человек есть люди, знакомые между собой и не знакомые, однако каждый имеет хотя бы одного знакомого среди присутствующих. Возможно ли, что для каждого из 8 присутствующих все его знакомые имеют различное число знакомых?

4. Зимний дворец (четвертый) в Петербурге возведен Франческо Бартоломео Растрелли в 1754–1762 гг. для императрицы Елизаветы Петровны. Окон в нем на 445 больше, чем комнат, дверей — на 286 больше, чем комнат, а суммарное число комнат и дверей равно 3731. Найдите количество комнат, окон и дверей.

5. Пусть a и b — заданные ненулевые числа, дробь

$$\frac{ax+b}{ax-b}$$

принимает значение k при некотором числовом значении x_0 переменной x, т. е. при $x = x_0$. Может ли эта дробь принимать значение 1 при $x = 1/x_0$?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11774 для 7 класса

1. Возьмите любое двузначное число. Удвойте его и припишите к нему справа 0. К результату прибавьте исходное число. Теперь умножьте полученное число на 481. У вас получится шестизначное число, в записи которого трижды повторяется исходное число. Объясните, почему так происходит?

2. Число перегоревших ламп в помещении составило от $1,4\%$ до $1,6\%$ от общего числа ламп. Найдите максимальное возможное общее число ламп, если известно, что оно кратно 7.

3. В деревне проживает 40 человек, каждый из которых либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Путешественник, попавший в эту деревню, попросил всех жителей выстроиться по окружности, встал в её центре и попросил каждого повернуться лицом к себе. У каждого жителя путешественник спросил, является ли лжецом его сосед слева. Услышав все ответы, он быстро определил, сколько жителей являются лжецами, а сколько – никогда не врут. Каково же это число и как он его рассчитал?

4. Квадроцикл находился в пути 4 ч. Сначала он ехал по равнине, потом дорога пошла в гору. Поднявшись на гору, он тем же путем вернулся домой. По равнине он ехал со скоростью 60 км/ч, в гору поднимался со скоростью 45км/ч, с горы спускались со скоростью 90 км/ч. Какой путь проехал квадроцикл за указанное время?

5. В целых числах решите следующее уравнение с двумя неизвестными:

$$20(x+1)^2 + 17(y-2)^2 = 2017.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12772 для 7 класса

1. В офисе фирмы горят лампочки двух типов общей мощностью 3000 вт. Если бы все лампы были первого типа, то суммарная мощность увеличилась бы на 400 вт. Если бы все лампы были второго типа, то суммарная мощность стала бы равной 2040 вт. Лампочек какого типа больше и во сколько раз?

2. В новогоднем подарке 20 конфет с четырьмя типами начинки. Известно, что, если наугад взять 17 конфет, то среди них непременно будут конфеты со всеми четырьмя типами начинок. Какое наименьшее количество конфет следует взять наугад, чтобы можно было быть уверенным, что среди выбранных есть конфеты с тремя типами начинки?

3. Стандартный фильтр на первой энергетической установке требует замены через 800 ч, а на второй — через 1200 ч. Фильтры на установках можно менять местами. Какой наибольший срок работы сразу двух энергетических установок могут обеспечить два новых фильтра?

4. Под куполом цирка n артистов идут с одинаковыми постоянными скоростями по канату. Навстречу им с такими же скоростями движутся еще n канатоходцев. При встрече лицом к лицу любых двух канатоходцев они пожимают друг другу руки, разворачиваются и движутся в противоположные стороны с прежней скоростью. Дойдя до какого-либо конца каната, артист покидает его и спускается. Может ли число всех рукопожатий на канате быть равным 30?

5. Почти все современные государства имеют флаги в форме прямоугольников с различными сторонами, исключение составляют Швейцарская конфедерация и Ватикан (их флаги квадратные), а также королевство Непал (флаг в форме двух треугольных вымпелов). Флаг Греческой республики представляет собой прямоугольник с соотношением сторон $2 : 3$, разделенный на 9 чередующихся по цвету продольных полос равной ширины, 5 синих и 4 белых. В левом верхнем углу находится синий квадрат, сторона которого равна ширине 5-ти полос. В квадрате расположен белый крест, доходящий до границ квадрата. Ширина каждой крестовины равна ширине одной полосы флага. Найдите отношение площадей белой и синей частей флага Греции.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13774 для 7 класса

1. Число $1/13$ разложили в бесконечную десятичную дробь. В ней повторили еще раз 2017-ю цифру после запятой. Получили число x. Сравните x и $1/13$.

2. В квадрате $ABCD$ проведена диагональ AC и отмечена ее середина — точка E. Требуется раскрасить отрезки AB, BC, CD, AD, BE, DE так, что любые два отрезка, имеющие общую точку, получают разные цвета.

А. Каково минимальное число цветов, достаточное для такой раскраски?

Б. Сколько существует различных способов раскраски в минимальное число цветов?

3. Два танкера вышли из одного порта в разное время и пошли одним постоянным курсом. В настоящий момент первый танкер находится на расстоянии от порта вдвое большем, чем была удаленность от порта второго танкера в момент t_0. В тот же момент t_0 первый был удален от порта на то же расстояние, что второй в настоящее время. Каково отношение k расстояний, пройденных первым и вторым танкерами к настоящему времени?

4. На пост мэра Цветочного города претендуют 15 коротышек. Каждый кандидат должен ровно один раз встретиться с каждым из остальных и провести с ним предвыборные дебаты — спор о смысле жизни в Цветочном городе.

А. Сколько всего встреч (дебатов) должно состояться?

Б. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по 3 встречи?

В. Может ли в некоторый момент оказаться, что все участники провели по различному количеству встреч?

5. Электробатареи для электровеников упакованы в одинаковые коробки. Перевозку коробок осуществляет одна машина, каждый раз загружаясь полностью, причем количество загружаемых в нее коробок меньше, чем количество батарей в каждой из них, но больше, чем количество рейсов, сделанных машиной. Сколько перевезено коробок и сколько батарей в одной коробке, если за несколько рейсов перевезено 399 электробатарей?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 14772 для 7 класса

1. В ночь с 3 на 4 декабря состоялось "суперлуние": полная Луна находилась около самой близкой к Земле точки своей эллиптической орбиты. В прессе сообщалось, что размер видимого с Земли лунного диска увеличился на 16 %, но не уточнялось, какой именно размер. Если предположить, что размером является площадь, то на сколько процентов увеличился радиус?

2. Решите уравнение

$$x^{2018}(1-(2x)^{2017})=(2x)^{2017}+x^{2018}.$$

3. В некоторой компании из 9 человек есть люди, знакомые между собой и не знакомые, однако каждый имеет хотя бы одного знакомого среди присутствующих. Возможно ли, что для каждого из 9 присутствующих все его знакомые имеют различное число знакомых?

4. Зимний дворец (четвертый) в Петербурге возведен Франческо Бартоломео Растрелли в 1754–1762 гг. для императрицы Елизаветы Петровны. Окон в нем на 1828 больше, чем лестниц, а комнат и лестниц вместе 1617. Если число лестниц увеличить в 10 раз, то результат будет на 775 меньше числа окон. Найдите количество комнат, окон и лестниц.

5. Пусть a и b — заданные ненулевые числа, дробь

$$\frac{ax+b}{bx+a}$$

принимает значение k при некотором числовом значении x_0 переменной x, т. е. при $x=x_0$. Какими должны быть числа a, b и k, чтобы эта дробь принимала значение $1/k$ при $x=1/x_0$?