# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

№ группы

**Вариант №** 17061

UI 36-45

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

**ФАМИЛИЯ** Лаптева

**ИМЯ** Варвара

**ОТЧЕСТВО** Павловна

**Дата рождения** 28.11.2007

**Класс:** 6

**Предмет** МАТЕМАТИКА

**Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 4 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Лап

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИТ 36-45

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

~~Если прав Сиропчик, то тогда не прав Торопыжка, ибо Пончик. Тогда Но Пончик тоже прав~~

Если прав Сиропчик, то тогда корм съел Торопыжка, ведь Пончик тоже прав (он говорит то же, что и Сиропчик).

Если прав Торопыжка, а Сиропчик тоже сказал правду, то Пончик ~~(лжец) (врёт)~~ должен соврать, ведь из 3 человек правы только 2 человека. Но если Пончик врёт, то врёт и Сиропчик. Если прав Торопыжка, а Пончик тоже сказал правду, то Сиропчик должен был соврать. Но он говорит то же, что и Пончик. ⇒ Если врёт Пончик, то врёт и Сиропчик, но у нас врёт 1 человек ⇒ если Сиропчик или Пончик говорит правду, то не прав Торопыжка. И Сиропчик, и Пончик говорят правду, т.к. они не могут ~~быть~~ врать. ⇒ врёт Торопыжка. ⇒ Торопыжка съел кулёк

Ответ: куль собачьего корма съел Торопыжка.

+

№2

$6^{2020}+2019^{2020}=(6+2019)^{2020}=2025^{2020}$

~~(5 в любой степени)~~ Если 5 возвести в любую степень, то результат будет оканчиваться на 5. ⇒ Если число оканч. на 5 возвести в любую степень, то ~~х~~ результат будет оканчиваться на 5.

202<u>5</u>

оканч. на 5.

$2025^{2020}=*\ldots5$

Ответ: эта сумма оканчивается на 5.

∓

Лист 1 из 4

№4

Можно. Если несколько букв обозначить 0.

ПЯТЬСОТ Подчёркнутые буквы отсутствуют в слове „СТО". Чтобы сумма всех этих закодированных букв ~~была~~ в слове „ПЯТЬСОТ" была ≤

СТО

сумме ~~&~~ закодированных букв в слове „СТО" нужно буквы П, Я, Ь и можно Т закодировать 0. Мы должны закодировать буквы С, О, Т любыми цифрами, ~~но~~.

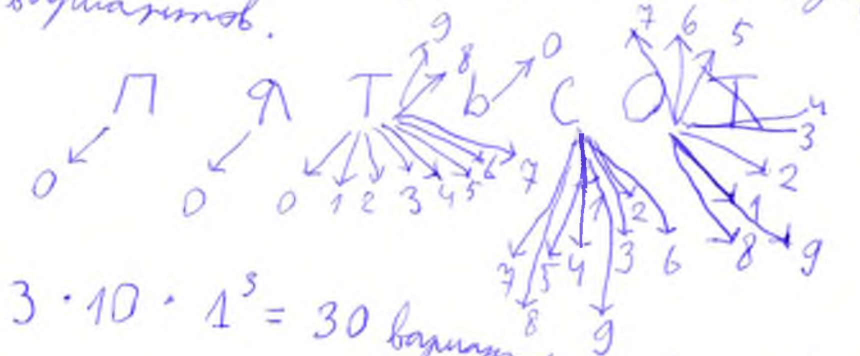
Например:

П-0, Я-0, Т-~~0~~1, Ь-0, С-1, О-2

$0+0+0+\cancel{0}1+1+2=1+2+\cancel{0}1$

$3=3.$

Теперь посмотрим, сколько существует таких вариантов.



$3\cdot 10\cdot 1^3 = 30$ вариантов — всего вариантов кодирования.

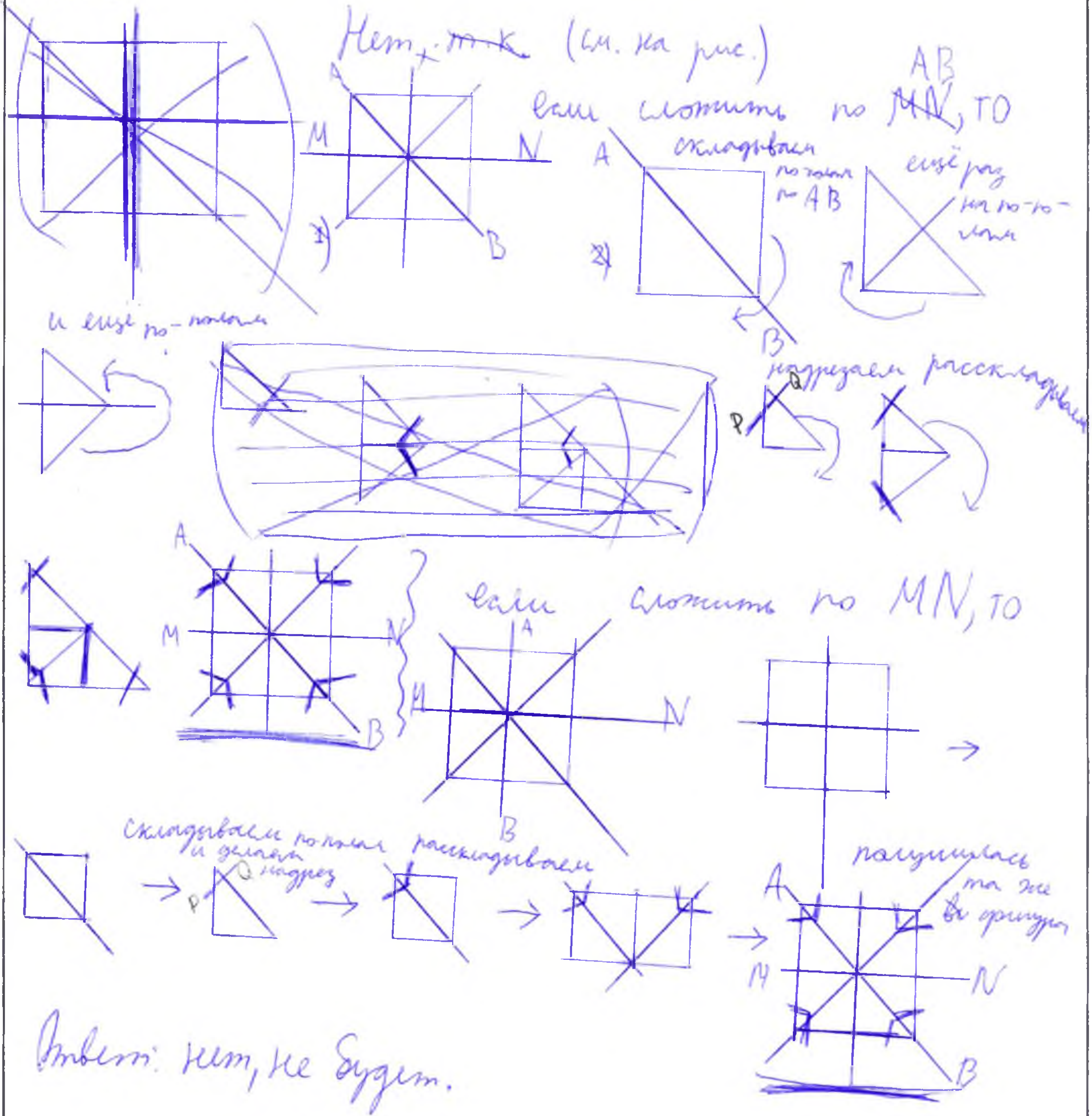
±

Однозначное восстановление слова по его коду ~~Этом случае~~ невозможно, т.к. несколько букв можно закодировать 1и той же цифрой.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ (к №4): да, возможно. Существует 30 вариантов. Однозначное восстановление слова не возможно.

№3




Ответ: нет, не будет.

№ 5

(~~Ж~~ ~~Найдем числа,~~ :) Найдём сумму чисел =35, в которой 1 из ~~них~~ слагаемых :3, а другое – 5. 1,5ч. = 90мин.

$\underbrace{30}_{\text{Саша}}+\underbrace{5}_{\text{Женя}}=35$ Женя, т.к. 5 ⋮̸ 3, но ⋮ 5.

$30:3\cdot10+35:5\cdot10\neq90$ ⇒ не подходит

$\underbrace{20}_{\text{Женя}}+\underbrace{15}_{\text{Саша}}=35$ т.к. 20 ⋮̸ 3, но ⋮ 5.

$20:5\cdot10+15:3\cdot10=90$ ⇒ подходит

⇒ Саша съел 15 ватрушек, а Женя – 20.

Ответ: Саша съел 15 ватрушек, а Женя – 20.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

УЦ Ростов

Место проведения

ЯЦ 24-40

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** Ларин

**ИМЯ** Александр

**ОТЧЕСТВО** Романович

**Дата рождения** 03.08.2004

**Класс:** 9

**Предмет** математика

**Этап:** финальный

**Работа выполнена на** 4 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ЛА

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Составим условную схему:

МИ ИИ АВ ≠ ПП

Предположим, что МИ сидит в ВК, тогда в ВК должны сидеть ИИ и АВ, т.к. ИИ и ПП сидят одновременно, то в ВК сидит и ПП. Но т.к. АВ и ПП не могут сидеть в ВК одновременно, можно утверждать, что МИ не сидит в ВК ⇒ ИИ сидит в ВК ⇒ ПП сидит в ВК; ⇒ АВ не сидит в ВК.

Ответ: ВКонтакте сидят Иван Ильич и Петр Петрович. +

№2

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=1,5 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=1,5-2[x_1] \\ 3[x_1]-2(1,5-2[x_1]=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=1,5-2[x_1] \\ 7[x_1]=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=-0,5 \\ [x_1]=1 \end{cases}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЯЦ 24-40

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $[x_1] = 1$; $x_2 = -0,5$.

№4

~~Т.к.~~ Исходя из усл. задачи мы можем сделать вывод, что в первый ? день сделали 50 взносов по нечетному кол-ву тысяч, а во второй - 50 по четному кол-ву тысяч, или же наоборот, т.к. только в этих случаях взносы не различаются ровно на 100 тыс. Теперь мы можем посчитать сумму для каждого дня, а затем получить общую сумму.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

не все случаи

1 случай:

$S_{50} = \frac{1+99}{2} \cdot 50 = 2500$ (т) — 1 день

$S_{50} = \frac{102+200}{2} 50 = 7550$ (т) — 2 день

$S_1 + S_2 = 10\,050$ т $= 10\,050\,000$

2 случай:

$S_{50} = \frac{2+100}{2} 50 = 2550$ (т) — 1 д.

$S_{50} = \frac{101+199}{2} 50 = 7500$ (т) — 2 д.

$S_1 + S_2 = 10\,050$ т $= 10\,050\,000$

Ответ: $10\,050\,000$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

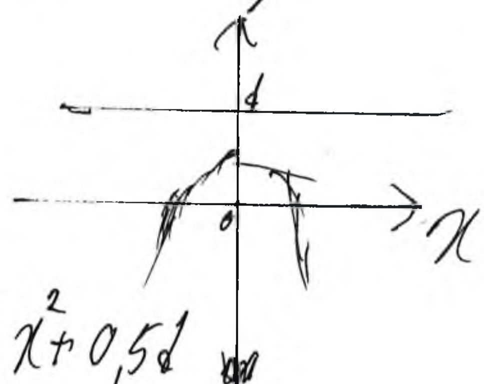
Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Я Ц 24-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Исходя из условий задачи, мы можем утверждать, что дорога представляет собой параболу, ветви которой направлены от ЛЭП, вершина находится в точке $0;0,5d$, пересекает ось $x$ в точках $-d;0$ и $d;0$.



$\Rightarrow \quad -ax^2+0,5d=0$

$-ad^2+0,5d=0$

$a=\dfrac{0,5d}{d^2} \Rightarrow y=-\dfrac{0,5d}{d^2}x^2+0,5d$

A: Т.к. точка удалена на $5d$ от завода, она удалена на $5d$ и от ЛЭП $\Rightarrow y=d-5d=-4d$

$$\begin{cases} y=-\dfrac{0,5d}{d^2}x^2+0,5d \\ y=-4d \end{cases}$$

$-\dfrac{0,5}{d}x^2+0,5d=-4d$

$4,5d^2=0,5x^2$

$9d^2=x^2$

$x=\pm 3d$

Ответ: $(\pm 3d; -4d)$

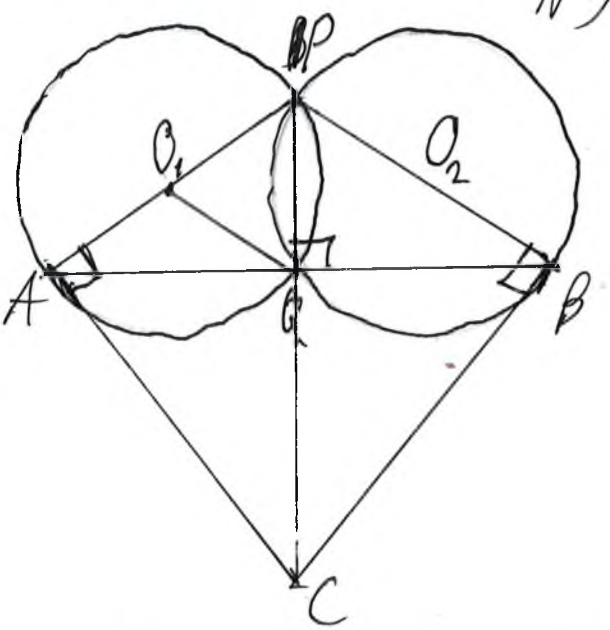
B: Т.к. дорога - неограниченная парабола, существует точка

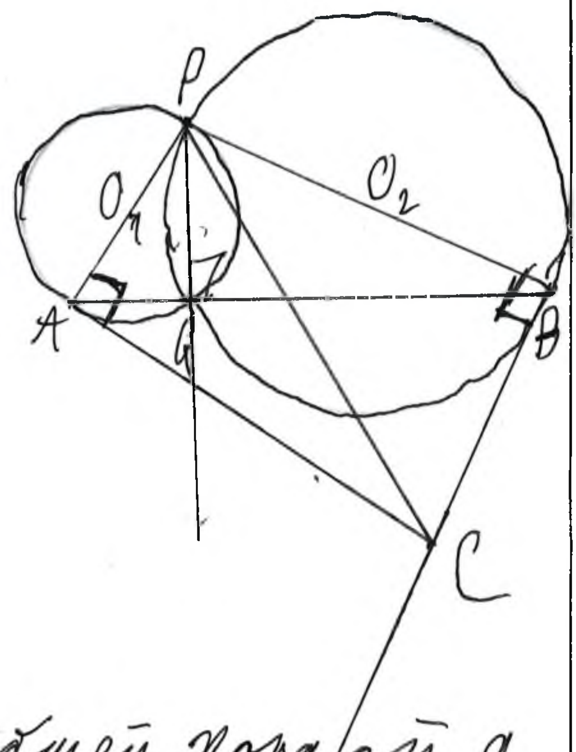
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

удалённая от завода на 4n, при $n \geq 0,5$.

±

N3




$\angle PAC = \angle PBC = 90°$

т.к. PQ является общей хордой, а CA и CB касательными, PQ перпендикулярна AB, можно утверждать, что $\Delta CAP$ и $\Delta BQP$ подобные $\Rightarrow \angle QPB = \angle APC$; $\Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$ — ч.т.д.

$(APQ = CPB = \frac{\angle QPB + \angle APC - 2\angle QPC}{2})$

Также на построениях можно наблюдать, что доказательство верно, AQ и CB видны из точки P под одним углом.

∓

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №12" ауд. 102

Место проведения

АQ 79-66

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17101

**ФАМИЛИЯ** Лоншакова

**ИМЯ** Ангелина

**ОТЧЕСТВО** Александровна

**Дата рождения** 05.04.2003 **Класс:** 10

**Предмет** Математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Лон

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\boxed{2}$ $\begin{cases} 2[x]+y=1{,}5 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$ Найти $p$, система должна иметь решение.

$\begin{cases} 2[x]-1{,}5=-y \quad |\cdot 2 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$ $\begin{cases} 4[x]-3=-2y \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$

$3[x]+4[x]-3=p$

$7[x]=p+3$

$[x]=\dfrac{p+3}{7}$

$[x]$ – число целое, значит $\dfrac{p+3}{7}$ – тоже число целое, то есть $\dfrac{p+3}{7}=n$, $n\in Z$

Откуда,

$p=7n-3$

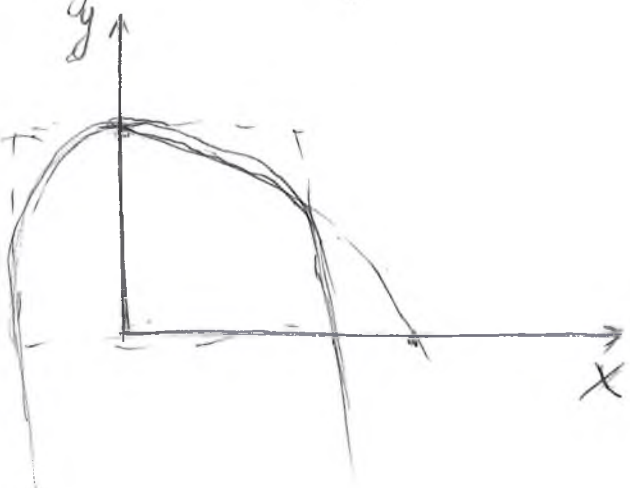
Ответ: $p=7n-3$, $n\in Z$

+

$\boxed{1}$ Ответ: Для того, чтобы каждая точка нашей кривой была удалена от завода и от ЛЭП, наша кривая должна быть ~~параболой~~ гиперболой, а уравнение принимает $y=\dfrac{x^2}{2d}+\dfrac{d}{2}$

∓

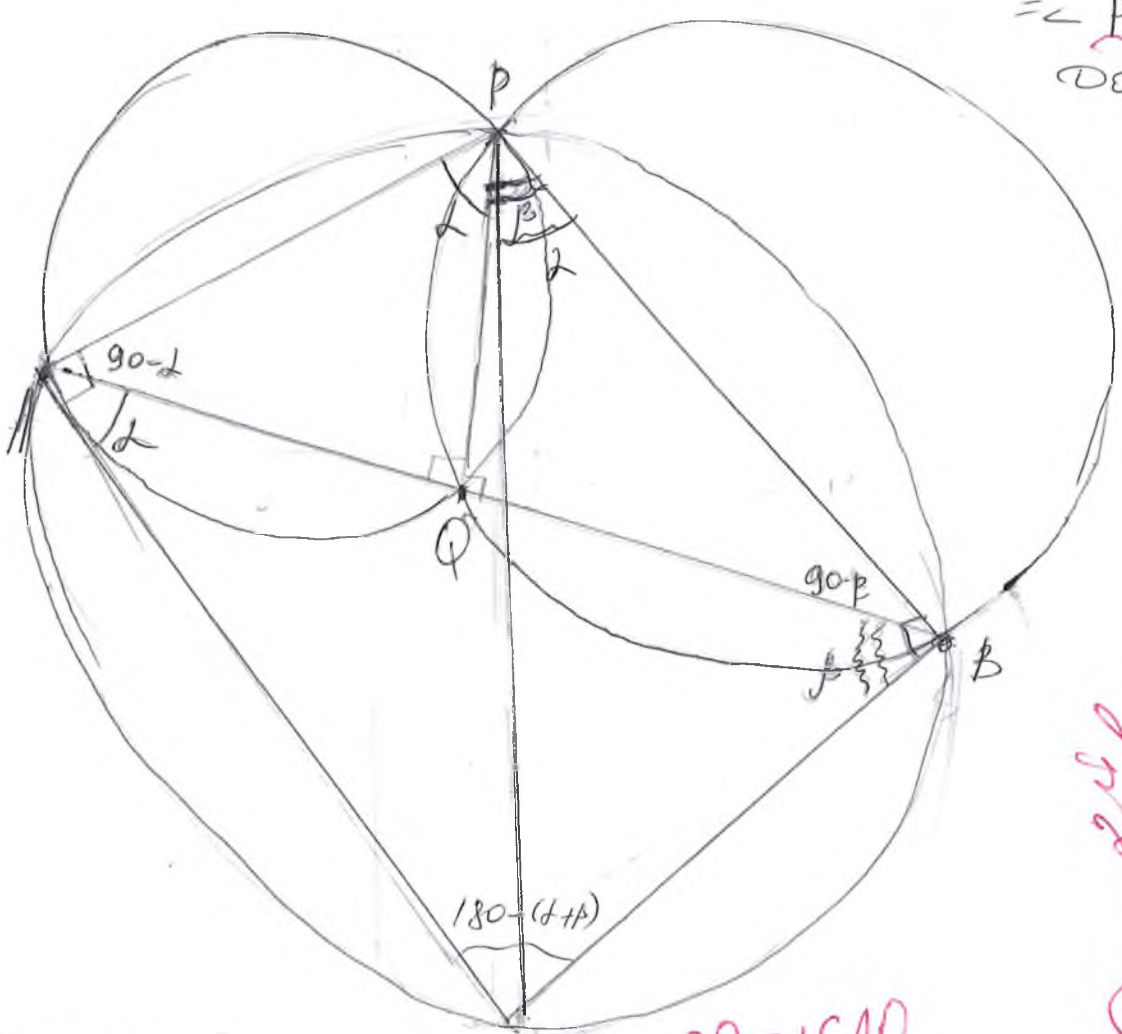
откуда взялось?



3

Док-ть: $\angle APQ = \angle PCB$ сра

Док-во:




$\angle APQ = \angle CAQ$ $CAB$

1) Пусть $\angle CAB = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, тогда $\angle APC = \angle CAB$, $\angle CPB = \angle ABC$, т.к. угол между касательной и хордой равен вписанному углу, опирающемуся на эту хорду. Отметим на рисунке все углы, которые знаем.

2) из $\triangle AQP$, т.к. он прям-ный ($PQ \perp AB$) $\angle PAQ = 90^\circ - \alpha$, тогда $\angle PAC = 90^\circ$

из $\triangle PQB$, т.к. он прям-ный (по условию $PQ \perp AB$) $\angle PBQ = 90^\circ - \beta$, $\angle PBC = 90^\circ$

3) Получили чет-к $APBC$ у которого сумма противоположных углов равна $180^\circ$, значит вокруг данного чет-ка можно описать окружность; опишем.

4) т.к. вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду равны, то $\angle CAB = \angle CPB$, т.к. опираются на хорду $CB$)

И $\angle CAB = \angle APQ$, тогда $\angle APQ = \angle PCB$ ч.т.д.

2 увер-?

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\boxed{14.}$ $a \circ x = b$ (1), Найти множества $X$, что $\forall a, b \in X$, ур-ие (1) имеет единств-ое решение $x$, $x \in X$.

$$a \circ x = \frac{a + x + |a - x|}{2}$$

I) $\begin{cases} a \geq x \\ a \circ x = \dfrac{a+x+a-x}{2} \end{cases}$ II) $\begin{cases} a \leq x \\ a \circ x = \dfrac{a+x-a+x}{2} \end{cases}$

∓

$\begin{cases} a \geq x \\ a \circ x = a \end{cases}$ $\begin{cases} a \leq x \\ a \circ x = x \end{cases}$

$a \circ x = b$

$a \circ x = x$ значит $a = x = b$ +

$a \circ x = a$ В множестве $\forall x$, $x \in R$

Ответ: $X \in \{x\}$

$\boxed{5}$ а) $x+2$ и $y-1$. $x$ – кол-во «5» Исходные

б) $x+5$ и $y+2$ дусь $y$ - кол-во «2» данные $x = 3$

в) $x-2$ и $y+1$ $y = 30$

г) $x-1$ и $y-2$

Возможно, ли используя операции а, б, в, г, получить $x = 30$, $y = 3$

Операция а вместе с операцией в дают 0, то есть если мы будем использовать их, то ни к чему они не приведут., тогда будем смотреть на операции б и г.

в сумме $x+5$ и $x-1$, это $x+4$, то есть

За операции б и г мы будем прибавлять по «5», но зато мы не сможем убрать «2» $y+2$ и $y-2$, то есть кол-во «2» не будет меняться.

Получим, кол-во «5» растет, а вот кол-во «2» нет, от того не «5» растут +4, а $4 \not| 27$ $(30-3)$

∓

Ответ: Нет, хакер не сможет.

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

XJ 73-63

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17101

**ФАМИЛИЯ** Лукин

**ИМЯ** Максим

**ОТЧЕСТВО** Сергеевич

**Дата рождения** 17.05.2003 **Класс:** 10

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Лукин

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 ~~Х - линии электропередач~~

~~А ... 8~~

№2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$$

1) $+\begin{cases} 4[x]+2y=3 \\ 3[x]-2y=p \end{cases}$

$7[x]=p+3$

$p=7[x]-3.$

2) $-\begin{cases} 6[x]+3y=\frac{9}{2} \\ 6[x]-4y=2p \end{cases}$

$7y=\frac{9}{2}-2p$

$p=\frac{\frac{9}{2}-7y}{2}=\frac{9-14y}{4}.$

$p=7[x]-3$ – целое число $\Rightarrow$

$p$ принимает значения, при которых решима система уравнений, если $\frac{9-14y}{4}$ – целое число.

+

$\frac{4(2{,}25-3{,}5y)}{4}$ – целое, если $2{,}25-3{,}5y$ – целое

$y=\frac{3+4a}{2}$, где $a$ – целое число.

$2{,}25-\frac{3{,}5(3+4a)}{2}=2{,}25-\frac{10{,}5+14a}{2}=2{,}25-5{,}25+7a=7a-3$ – целое

$p=\frac{9}{4}-\cancel{\frac{14(7a-3)}{}}-\frac{14(3+4a)}{8}=\frac{18-42-56a}{8}=-7a-3.$

Ответ: при $p=-7a-3$; где $a$ – целое число.

№4

∓

$a\circ x=b$

$\frac{a+x+|a-x|}{2}=b$

Если $a>x$.

$\frac{a+x+a-x}{2}=b$

$2a=2b$

$a=b \Rightarrow x$ имеет бесчисленное множество значений, ~~[illegible]~~

в каком мн-ве X?

Если $a\le x$.

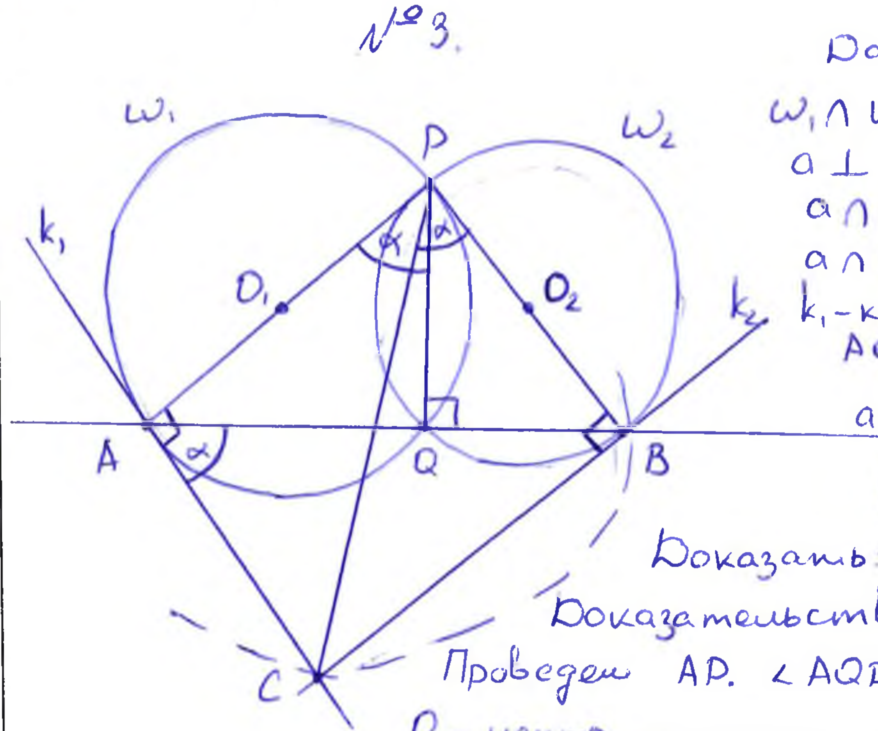
$\frac{a+x+x-a}{2}=b$

$2x=2b$

$x=b$

Ответ: $x$ имеет единственный корень, при условии, что $x=b$ и $x\geq a$, нужно для $\forall a,b$!

№3.




Дано: $\omega_1$ и $\omega_2$ – окружности

$\omega_1 \cap \omega_2 \to$ т. P и т. Q

$a \perp PQ$

$a \cap \omega_1 \to$ т. A

$a \cap \omega_2 \to$ т. B

$k_1$ – касательная к $\omega_1$

$A \in k_1$

$k_2$ – касательная к $\omega_2$

$B \in k_2$

$k_1 \cap k_2 \to$ т. C

Доказать: $\angle APQ = \angle CPB$.

Доказательство:

Проведем AP. $\angle AQP = 90° \Rightarrow$ AP – диаметр.

$O_1$ – центр окружности $\omega_1 \Rightarrow O_1 \in AP$.

Аналогично: $O_2$ – центр окружности $\omega_2$.

$\angle PQB = 90° \Rightarrow$ PB – диаметр $\Rightarrow O_2 \in PB$

$\angle O_1AC = 90°$, так как $k_1$ – касательная к $\omega_1$

$\angle O_2BC = 90°$, так как $k_2$ – касательная к $\omega_2$

$\angle O_1AC + \angle O_2BC = 180° \Rightarrow$ APBC – лежат на одной окружности

Проведем PC. $\angle CAB = \angle CPB$, т.к они опираются на одну дугу $\cup BC$. Обозначим $\angle CPB$ – $\alpha \Rightarrow$ $\angle CAB = \alpha$.

Т.к. $\angle O_1AC = 90°$, то $\angle PAB = 90° - \alpha$.   2 л ел.?

$\angle AQP = 90° \Rightarrow \angle APQ = 90° - (90° - \alpha) = \alpha$   ±

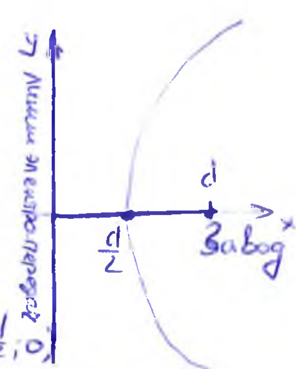
$\left.\begin{array}{l}\angle APQ = \alpha \\ \angle CPB = \alpha\end{array}\right\} \Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$, что и требовалось доказать.

Теорема доказана   ∓

№1

Данная линия не будет являться прямой, т.к прямая соединяющая дорогу и ЛЭП – есть перпендикуляр к ЛЭП, а прямая соединяющая дорогу и завод – есть просто отрезок от точки на дороге до завода. Уравнение: $|y| = \frac{d}{2} + \sqrt{x}$   откуда?

Т.е. дорога – парабола, вершина которой имеет координаты $(\frac{d}{2}; 0)$



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

а) $5_{+2}$ $2_{-1}$

б) $5_{+1}$ $2_{+2}$

в) $5_{-2}$ $2_{+1}$

г) $5_{-1}$ $2_{-2}$

Число вида $a_{\pm b}$ означает, что количество оценок $a$ увеличилось (+) или уменьшилось (−) на $b$.

В варианте а) сумма оценок увеличивается на $5\cdot2-2\cdot1=\underline{8}$

В варианте б) $5\cdot1+2\cdot2=\underline{9}$

В варианте в) $5\cdot(-2)+2\cdot1=\underline{-8}$

В варианте г) $5\cdot(-1)+2\cdot(-2)=\underline{-9}$

Сумма оценок изначально $=5\cdot3+30\cdot2=75$

Сумма, которую мы должны получить: $30\cdot5+3\cdot2=156$

Сумма оценок увеличится на $156-75=81$.

Варианты а и в – зеркальные (т.е. используя их одинаковое число раз, количество „5" и „2" не уменьшится)

Аналогично, варианты б и г – зеркальные => нет смысла использовать все 4 варианта, достаточно 2.

Т.к сумма должна увеличиться, а количество оценок не уменьшиться, мы не сможем получить новую сумму не используя зеркальные варианты.

Пример: обращаем внимание только на сумму:

1) 7 раз вариант а (сумма +72)
1 раз вариант в (сумма +81), тогда пятерок 18
двоек 25

2) 9 раз вариант б (сумма +81), тогда пятерок 12
двоек 48

3) Использовать б и в вместе не имеет смысла (хоть сумма +1), т.к. кол-во двоек увеличивается, а количество пятерок уменьшается.

Ответ: не может

7

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

город Новочебоксарск
Место проведения

FL 37-47
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Максимов

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 17.01.2005

Класс: 8А

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 03 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мак

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$2019^{2020} + 2020^{2019}$

$2019^{2020} = n^m$

$2020^{2019} = m^n$

(+)

$2019^m$ заканчивается либо на 9 либо на 1, если m - чётная, то последняя цифра 1, если m нечётная, то послед. цифра 9. Т.к. $2020 \vdots 2 \Rightarrow$ m - чётная $\Rightarrow$ послед. цифра 1

$2020^n$ при любом n последняя цифра 0. а почему?

Последняя цифра суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$ равна $1+0=1$

Ответ: 1

№1

Марья Ивановна - М

Иван Ильич - И

Александра Варфоломеевна - А

Пётр Ильич - П

✓ - знают Вк

X - отрицают Вк

(X)

| М | И | А | П | |
|---|---|---|---|---|
| ✓ | ✓ | ✓ | X | - противоречит последнему условию |
| X | ✓ | ✓ | ✓ | - противоречит второму условию |
| X | ✓ | X | ✓ | - подходит всем условиям |

1) Согласно последнему условию П и И либо ✓✓ либо XX

2) Если П и И XX, то по 3 условию М ✓ => по 1 усл. И и А тоже ✓, но И X => так быть не может

3) Если П и И ✓✓ -> по 2 усл А X, а по 1 усл. М X, иначе будет противоречие 1 условию

⇓

Существует только 1 вариант, когда все условия не нарушены, это:

| М | И | А | П |
|---|---|---|---|
| X | ✓ | X | ✓ |

Ответ: я смогу.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

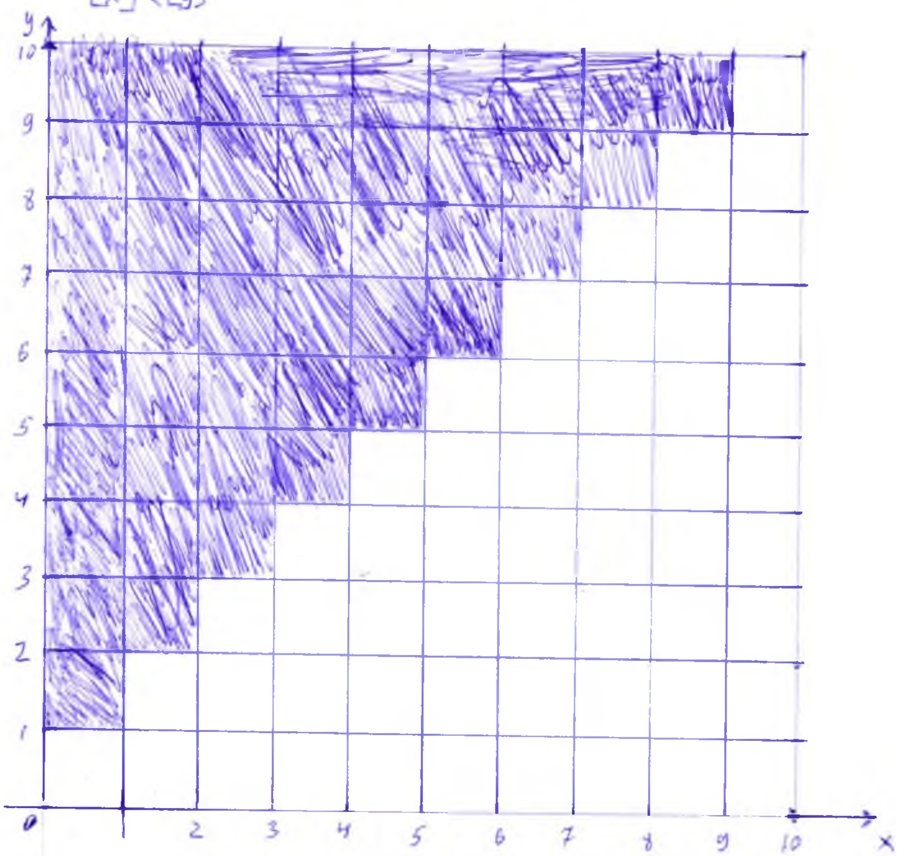
Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FL 37-47

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3

[x] < [y]




$S_K = 10 \cdot 10 = 100$

$S_M = 9 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 +$

$+ 2 + 1 = 45$

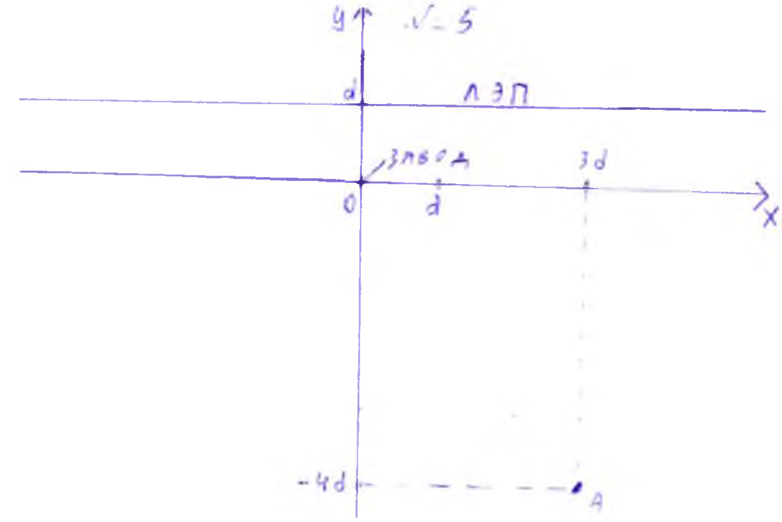
$\frac{S_M}{S_K} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20} = 0{,}45$

4

ответ: $\frac{S_M}{S_K} = 0{,}45$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5




т. A - т. на дороге

A (3d; -4d)

Ответ: (3d; -4d)

№4

По условию вложили ≤ 50 · 100 000, т.е. ≤ 5 000 000 р

~~вкладчики в 1 день~~ вложили 50 000 · 49 р, а во второй 1 · 99 999 р, значит

~~вкладчики собрали~~ 50 000 · 4а

в 1-ый день мог вложить 1 человек 50 000 р, а во второй день могли вложить 49 чел по 99 999 р. вкладчики собрали:

50 000 + 49 · 99 999 р = 50 000 + (50-1)(100 000-1) = 50 000 + 4 899 998 =

= 4 949 998 р.

Ответ: 4949998 р.

частич. справ

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

QG 30-31

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** МАСЛЕННИКОВА

**ИМЯ** МАРИЯ

**ОТЧЕСТВО** ЯРОСЛАВОВНА

**Дата рождения** 31.01.2005 **Класс:** 8

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020

(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Масл

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.

Марья Ивановна – m
Иван Ильич – i
Александра Варфоломеевна – a
Петр Петрович – p

~~Сначала~~ Если человек сидит вконтакте, его переменной мы будем присваивать 1, нет – 0.

Если $m=1$, $i=1$ и $a=1$.

Только один из a и p сидит в контакте ⇒
$a+p=1$ (или $a=1$, тогда $p=0$), $a=0$, тогда $p=1$

Хотя бы один из i и m сидит ⇒ $i+m=1$ или 2 – как минимум 1, или оба.

p и i либо оба сидят, либо оба не сидят ⇒
$p+i=0$ или 2, или $p=1$, $i=1$, или $p=0$, $i=0$ ⇒

$a+p=1$
$i+m=1$ или 2
$p+i=0$ или 2.

1. Допустим, $m=1$ ⇒ $i=1$, $a=1$.
т.к. $i=1$, $p+i=0$ или 2 ⇒ $p=1$, т.к. мы можем присвоить только 0 или 1.
т.к. $p=1$, $a=1$, $a+p=2$, но по условию $a+p=1$ – невозможно, наше предположение неверно ⇒

2. $m=0$. т.к. $i+m=1$ или 2, $i=1$.
т.к. $i=1$, $p=1$, т.к. $p+i=0$ или 2
т.к. $p=1$, $a=0$, т.к. $a+p=1$ ⇒
$m=0$, $i=1$, $p=1$, $a=1$

F

Ответ: сидит в вк Иван Ильич, Петр Петрович, Александра Варфоломеевна.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

Цифра, на которую оканчивается значение суммы кол-во единиц. Кол-во единиц суммы - кол-во единиц суммы единиц 2 чисел.

1) В произведении кол-во единиц является количеством единиц произведения единиц 2 чисел.

Рассмотрим число $2019^{2020}$.

~~При перемнож~~ Если 2019 возвести во 2 степень - $2019^2$ - ее можно представить как $(2010+9)^2$, то есть количество десятков $\cdot 10$ + количество единиц. разложим и получим (кол-во десятков $\cdot 10)^2$ + единицы$^2$ + 2 $\cdot$ кол-во десятков $\cdot 10 \cdot$ кол-во единиц. Так как кол-во единиц этого числа - ~~суммы~~ количеств единиц суммы единиц слагаемых, рассмотрим единицы, так как в 1 и 3 слагаемом присутствует 10, единицы будут равны 0 $\Rightarrow$ кол-во единиц числа зависит только от квадрата единиц. Так как у нас кол-во единиц - 9. Рассмотрим степени 9. $9^0 = 1$, $9^1 - 9$, ~~от~~ $9^2 - 81$ ... Если у нас есть четная степень, при перемножении на 9 получаем 9, а если нечетная, то 1 $\Rightarrow$ т.к. $2019^{2020}$ можно представить как $2019^{2 \cdot 1010}$, то есть 2020 - четное число, оканчиваться и $2019^{2020}$ будет на 1.

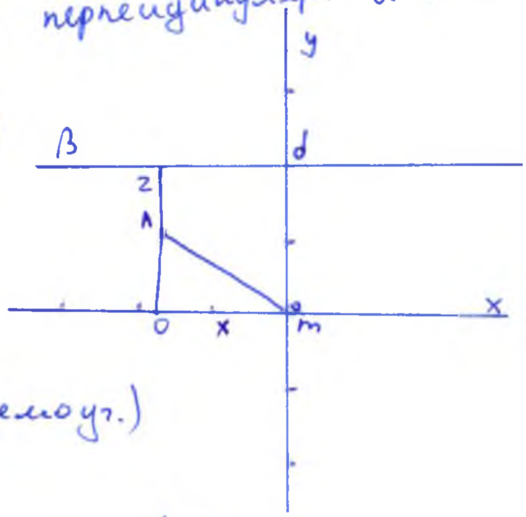
Рассмотрим $2020^{2019}$, $2020 = 202 \cdot 10 \Rightarrow$ в любой степени кол-во единиц 0.

$1+0=1 \Rightarrow$ оканчиваться сумма будет на кол-во единиц $1 \Rightarrow$ 1

Ответ 1

5.

~~Допустим~~ Нам нужно найти все точки, равноудаленные от $(0;0)$ и прямой с $y=d$. Т.к. расстояние между точкой и прямой – перпендикуляр, ЛЭП $\parallel$ координате $X$ (смотрите рис. 1) $\Rightarrow$ перпендикуляр $\perp$ пр. $X$. Рассмотрим произвольную точку $A$, равноудаленную от прямой $\beta$ и т. $(0;0)$. координаты $A(x,y)$. проведем перпендикуляр к прямой $\beta$ от $X$ через точку $A(?)$ $\Rightarrow$ обозначим расстояние от $(0,0)$ до пересечения перпендикуляра и н. $X$ – $X$, так как это расстояние – к. $X$ т. $A$.




Обозначим расстояние от. $A$ до $(0,0)$

Т.к. ~~пер~~ $z \perp X$, угол $AOM = 90^\circ \Rightarrow$

$\triangle AOM$ – прямоуг.

Т.к. $zA = AM \Rightarrow$ по условию,

$AO+Az=d$

~~$AO=d-Az$~~ (так $y \perp X \Rightarrow z\,d\,mo$ - прямоуг.)

$AO$ – координата $y$ т. $A$, $AO+Az=d$,

$AM = Az \Rightarrow AO+AM=d \Rightarrow AM = d-AO$ ~~...~~ $= d-y$

По теореме Пифагора $OM^2+AO^2=AM^2 \Rightarrow x^2+y^2=(d-y)^2 \Rightarrow$

$X = \sqrt{d^2+y^2-2d\cdot y-y^2} = \sqrt{d^2-2\cdot d\cdot y}$

Т.к. т. $B$ – удалена от дороги и завода $5d$ $y_{т.B} = -4d$, т.к. если т. $B$ будет находиться на другой полуплоскости относит. пр. $\beta$, она не может быть равноудалена, т.к. ~~дальше наклонная~~ ~~перпендикуляр всегда меньше наклонной~~, расстояние от т. до завода будет $d+X$, а от ЛЭП до т. – перпендикуляр, т.к. $d \neq 0$, $X$ – либо перпендикуляр, либо наклонная, наклонная $>$ перпендикуляра, это невозможно. $\Rightarrow$ завод и т. $B$ в одной полуплоскости $\Rightarrow B(x;-4d)$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.к. $x = \sqrt{d^2 - 2 \cdot d \cdot y}$, $y = -4d$.

$x = \sqrt{d^2 - 2 \cdot d \cdot (-4d)} = \sqrt{9d^2} = 3|d| \Rightarrow$

координаты точки В либо $(3d; -4d)$, либо $(-3d; -4d)$.

Ответ: $(3d; -4d)$, $(-3d; -4d)$.

+

3.

Т.к. мы всегда уменьшаем x и y в меньшую сторону каждому квадрату (разделим ~~его~~ квадрат 10×10 на квадраты 1×1) будет соответствовать точка левого нижнего угла (кроме точки правого верхнего, она будет соответствовать следующему квадрату (по результатам неравенства)) следовательно квадраты с соответствующими точками с координатами x=y в область M не входят, а входит все, что сверху ⇒ площадь M равна площадь квадрата − площадь „серединных" квадратов (квадратов чьи соответствующие точки x=y) :2 $= \frac{100-10}{2} = 45 \Rightarrow$ $\frac{M}{K} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

+

Ответ: $\frac{9}{20}$, или 45%

4.

Посчитаем максимальное кол-во средств.

1 финансист в I день сдал 4899 тысяч, так как если он сдаст ~~4900~~ 50, люди во II день не могут сдать 100 тысяч, разница между результатами 98 тысяч ⇒ max возможное пожертвование − 4949 тысяч.

?

минимальное количество ⇒ 1 день − ~~??~~ 49 человека 1 тысяча, 2 день − один человек 52 тысяча, т.к. если бы во II день 51 тысяча, то в I − ~~??~~ 2 тысяча, больше на 48 ⇒

min средства − 101 тысяча

Ответ: средства от 101 ~~тысяча~~ 000 до 4949 000.

∓

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Новочебоксарск
Место проведения

CD 82-90
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Матвеева

ИМЯ Карина

ОТЧЕСТВО Айкатовна

Дата рождения 15. 10. 2002

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 08. 02. 20
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МКА

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№5

Пусть „5" (оценка) − $x$; а „2" (оценка) − $y$, тогда: а) $2x-y$
б) $x+2y$
в) $-2x+y$
г) $-x-2y$

Было: $3x$ и $30y$
Стало: $30x$ и $3y$ ⇒ произошедшее изменение: $27x-27y$

Пусть операцию а) хакер выполнил $k$ раз, операцию б) − $z$ раз операцию в) − $c$ раз, операцию г) − $d$ раз, где $k, z, c, d \in Z$ и $k, z, c, d \in [0; +\infty)$

$27x-27y = k\cdot(2x-y)+z(x+2y)+c\cdot(-2x+y)+d\cdot(-x-2y)$

$27x-27y = 2kx-ky+zx+2zy-2cx+cy-dx-2dy$

$27x-27y = x\cdot(2k+z-2c-d)+y\cdot(-k+2z+c-2d)$

Т.к. $x$ и $y$ − не числа, а элементы, то:

$\begin{cases} 2k+z-2c-d=27 \\ k-2z-c+2d=27 \mid \cdot 2 \end{cases}$

$-\begin{cases} 2k-4z-2c+4d=54 \\ 2k+z-2c-d=27 \end{cases}$

$-5z+5d=27$

$5\cdot(d-z)=27$

$d-z=\frac{27}{5}$ ⇒ хакер не сможет это сделать, т.к. $d$ и $z \in Z$, а $(d-z)$ − целое число.

Ответ: нет

+

№2.

$\begin{cases} 2[x]+y=1,5 \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$, где $k\in Z$ ⇒ $([x]-x)^2 \in Z$, т.к.

$-2[y]\in Z$ ⇒ $([x]-x)\in Z$ ⇒ $x\in Z$ ⇒ $-2[y]=k$

$[y]=\frac{-k}{2}$, где $k$ − чётное, если $k$ − нечётное, то

$[y]$ − нецелое, что противоречит условию ⇒ при $k$ нечётном $y=\varnothing$, $x=\varnothing$

$2[x]=2x$, т.к. $x$ − целое

$2x+y=1,5$ ⇒ $y=\{\pm 0,5; \pm 1,5; \ldots\}$, т.к. $2x\in Z$ ⇒ $y=[y]+0,5$

$y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}=\frac{-k+1}{2}$, где $k$ − целое чётное

продолжение на листе 2

$2x = 1,5 - y$

$x = \frac{1,5 - \frac{-k+1}{2}}{2} = \frac{3+k-1}{4} = \frac{2+k}{4}$, где $k$ - целое чётное

Ответ: при $k$ - целое чётное: $x = \frac{2+k}{4}$
$y = \frac{-k+1}{2}$

при $k$ - целое нечётное: $x = \varnothing$
$y = \varnothing$

не любое четные

+

№ 3.

Дано:

окр. $(O_1; R)$

окр. $(O_2; R)$

окр. $(O_1; R) \cap$ окр. $(O_2; R) = P$ и $Q$

$Q \in AB$

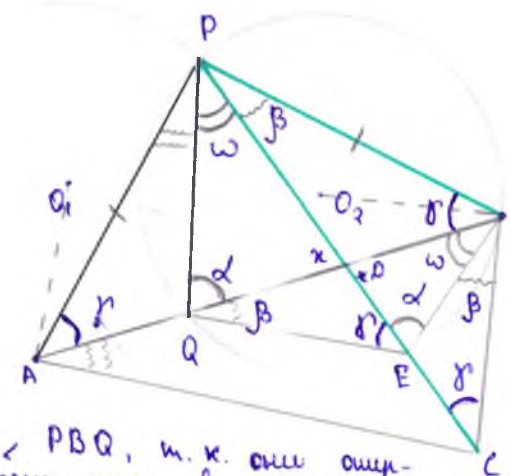
$A \in$ окр. $(O_1; R)$

$B \in$ окр. $(O_2; R)$

$CA$; $CB$ - кас.

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$

Решение:




1) $\angle PAQ = \angle PBQ$, т.к. они опираются на одну хорду в равных окружностях $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle PAB$ - равноб., т.к. углы при основании равны $\Rightarrow$
$AP = PB$ (т.к. дуги равны)

2) $\angle QPE = \angle QBE$, т.к. опир. на одну дугу
$\angle QPE = \angle QBE = \omega$
$\angle PQB = \angle BEP = \alpha$, т.к. опир. на одну дугу
$\angle QEP = \angle PBQ = \gamma$, т.к. опир. на одну дугу
$\angle BPE = \angle BQE = \angle CBE = \beta$, т.к. опир. на одну дугу
$\angle PCB = \frac{\smile PB - \smile EB}{2} = \alpha - \beta = 180° - 2\beta - \omega - \gamma$
$x = \beta + \gamma$
$\gamma = \alpha - \beta \Rightarrow \alpha = \gamma + \beta = x \Rightarrow \triangle PQD$ - равноб. $\Rightarrow \angle BDP =$
$= \angle PQA \Rightarrow \angle APQ = \angle DPB = \angle CPB$ ■

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-90

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

$x^3 - 3x = t$

$y_1 = x^3 - 3x$

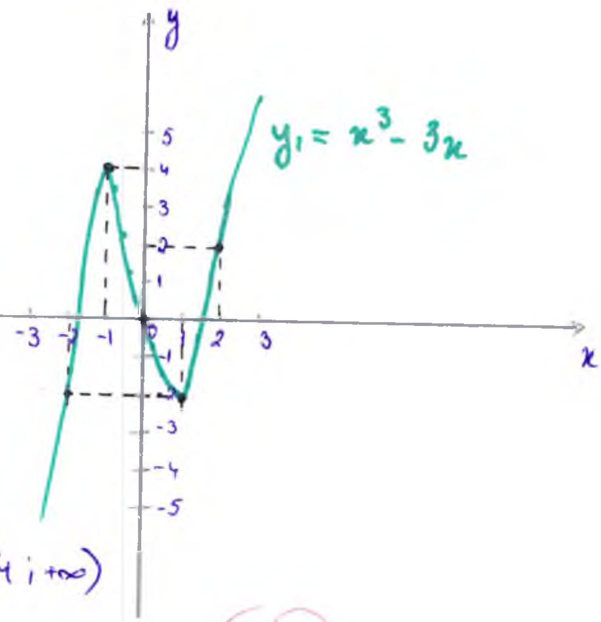
$y_2 = t$

$y_1' = 3x^2 - 3$

$y_1' = 0 \Rightarrow \quad 3\cdot(x^2-1)=0$

$\left.\begin{matrix} x = 1 \\ x = -1 \end{matrix}\right\}$ – экстремумы функции

| $x$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_1$ | -18 | -2 | 4 | 0 | -2 | 2 | 18 |




$y_2 = t$ – прямая $\parallel$ оси $Ox \Rightarrow$

1 корень при $t \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

±

нет оценки снизу для абс. величины ед.-го корня!

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| | | |
|---|---|---|
| АТЛ | | NH 63-64 |
| № группы | Вариант № 17071 | шифр |

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ Михайлов

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Вячеславович

Дата рождения 02.11.2006 Класс: 7

Предмет Математика Этап: Финальный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ав

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Задание 1
Если М.И. - ВК, то И.И., А.В. - ВК
А.В. или П.П. - ВК
хотя бы 1 И.И. или М.И. - ВК
П.П. и И.И. либо оба - ВК, либо оба - не ВК
верные

Если М.И. - ВК, то
И.И., А.В. - ВК $\Rightarrow$ П.П. - не ВК, но П.П. и И.И. - оба - ВК, либо оба - не ВК $\Rightarrow$ противоречие
Если М.И. - не ВК, то
И.И. - ВК, $\Rightarrow$ П.П. - ВК, $\Rightarrow$ А.В - не ВК
Если М.И. - не ВК, то
И.И. - ВК, АВ - ВК $\Rightarrow$ П.П. - не ВК $\Rightarrow$ противоречие.
~~ответ: И.И~~ Если М.И - не ВК, то И.И - всегда ВК
ответ: И.И., П.П - ВК; М.И., А.В. - не ВК.

+

Задание 2
$2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots 1 + \ldots 0 = \ldots 1$
$2019^{2020} = \cancel{2019^{2018} \cdot 2019^2} = (2019^2)^{1010} = \ldots 1$
$2019^1 = 2019$ $\quad 2020^{2019} = \ldots 0$
$2019^2 = \ldots 1$ $\quad 2020^1 = 2020$
$2019^3 = \ldots 9$ $\quad 2020^2 = \ldots 0$

+

Ответ: будет оканчиваться 1.
4. ШЕСТЬСОТ - 1Ш + 1Е + 2С + 2Т + 1Ь + 1О
СТО = 1С + 1Т + 1О
Ш, Е, С, Т, Ь, О = 0 - 9
ШЕСТЬСОТ $\leq$ СТО $\Rightarrow$ 1Ш + 1Е + 1С + 1Т + 1Ь $\leq$ 0, но $\geq 0 \Rightarrow = 0 \Rightarrow$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NH 63-64

Ш, Е, С, Т, Ь=0

О = 0 – 9

Возможно закодировать при Ш, Е, С, Т, Ь=0 и О = 0 – 9

Можно осуществить способами 10 (0–9) • 1 (0) = 10

Не допускает, т. к. Ш, Е, С, Т, Ь = 0 ⇒ невозможно определить в какой последовательности стоят эти буквы.

(+)

Ответ: можно, 10 способами, не допускает.

5. Ж – 10 мин – 5 в.

С. – 10 мин – 3 в.

3 ч. = 180 мин

180 : 10 = 18 (ч.) – из 5 в. и 3 в.

5 в. – ≤ 13, т. к. 5 • 14 = 70, 3 • 4 = 12, + = 82

3 в. – ≥ 5

5 в. – ≥ 8, т. к. 5 • 7 = 35, 3 • 11 = 33, = 68

3 в. – ≤ 10

40 : 5 • 10 = 80 мин

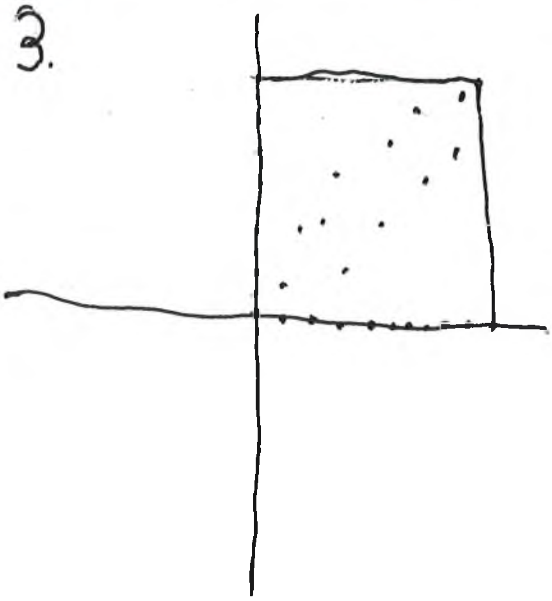
30 : 3 • 10 = 100 мин

100 + 80 = 180 мин = 3 ч.

| | 5 в. | 3 в. | = |
|---|---|---|---|
| к | 13 | 5 | 18 |
| кол. | 65 | 15 | 80 |
| к | 12 | 6 | 18 |
| кол | 60 | 18 | 78 |
| к | 11 | 7 | 18 |
| кол | 55 | 21 | 76 |
| к | 10 | 8 | 18 |
| кол. | 50 | 24 | 74 |
| к | 9 | 9 | 18 |
| кол | 45 | 27 | 72 |
| к | 8 | 10 | 18 |
| кол | 40 | 30 | 70 |

± 8

3.



Т.К. ~~$[x] \geq x$~~, $[y] \geq y$; то их будет (0 – 10 целые числа) = 11 ⇒ будет 11 точек ⇒ будет занимать $S = \frac{11}{100}$

Ответ: $\frac{11}{100}$.

−

$[3,1] = 3 \Rightarrow [3,1] < 3,1$

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей №42"

Место проведения

ЦС 79-15

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** Мухаметшин

**ИМЯ** Рамиль

**ОТЧЕСТВО** Ильдарович

**Дата рождения** 20.04.2005

**Класс:** 8

**Предмет** математика

**Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 5 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** М

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦС 79-15

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Составим таблицу и будем соблюдать правила:

| | И.И. | М.И | А.Ф | П.П |
|---|---|---|---|---|
| Да | ✓ | × | × | ✓ |
| Нет | ✓ | ✓ | ✓ | × |

✓ - сидит
× - не сидит

Да - верный вариант
Нет - неверный. Почему? (Почему неверный)
Отталкиваемся вот от чего:
Либо М.И. сидит ВКонтакте, либо нет
1) М.И сидит ⇒ И.И и А.Ф тоже
2) т.к. А.Ф сидит ⇒ П.П. не сидит
3) И.И сидит (ну и М.И. тоже)
4) П.П не сидит ⇒ И.И не сидит. Противоречие
Значит, что вариант, где М.И. сидит ВКонтакте неверен. Проверим второй случай (случай „Да")
1) т.к. М.И не сидит, ничего не изм.
3) Т.к. М.И не сидит ⇒ И.И. сидит
4) И.И. сидит ⇒ П.П тоже
2) П.П сидит ⇒ А.Ф не сидит
Последовательность „1-3-4-2" удобнее, т.к. 2 пункт неопределён после 1 ⇒ про него ничего нельзя было сказать, пока не выясним про И.И.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: Да, я смогу определить:
Иван Ильич и Петр Петрович сидят ВКонтакте

## №2

$2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots ?$

Последняя цифра суммы чисел равна сумме последних цифр слагаемых, поэтому разберём степени 9 и 0

$2019^1 = \ldots 9$

$2019^2 = \ldots 1 \Rightarrow 2019^{2n} = \ldots 1$ (всё решает последняя цифра. Далее внутри числа. Очевидно)

$2019^3 = \ldots 9$

Если не очевидно:

$(2010+9)^n = \ldots 0 + \ldots 0 + 9^n = \ldots 9$ или $\ldots 1$

$2010^n = \ldots 0$

$2 \cdot 9 \cdot 2010$ хоть сколько раз... $2010 \cdot x = \ldots 0$

$+ \ldots 0$ хоть сколько раз. $n \in N$

$2020^y = \ldots 0$ (0 в $\forall$ степени 0)

$2020^{2019} = \ldots 0$

$\ldots 1 + \ldots 0 = \ldots 1$

Ответ: 1.

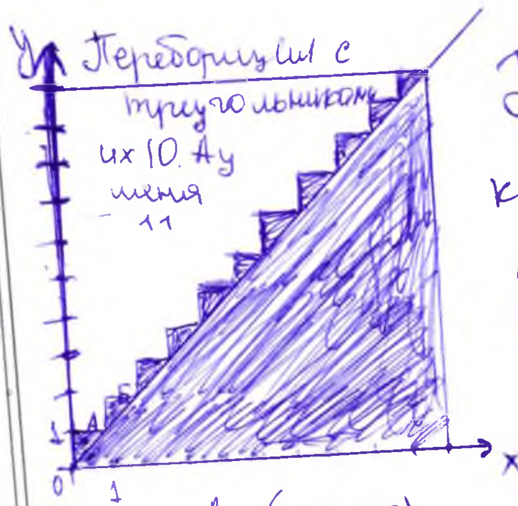
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦС 79-15

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3




т. А: (0,3; 0,8)

т. Б: (1,1; 1,8)

Прямая $x=y \Rightarrow [x]=[y]$, которая разделяет 2 мира: нужный (белый: $[x]<[y]$) ненужный (черный: $[x]>[y]$) но $[a] \neq a \Rightarrow$ тут есть подвох.

например точка A: $y>x$, но $[x]=[y]$.

точка Б: тоже самое.

Есть полуинтервалы: $[0,1)$ по $O_x$ и на 1 по $O_y$, $[y]>[x]$, но площадь они не имеют (их 10, как и ◤)

◤ имеют площадь (в %) от общей $\approx 0,5\%$ (из-за полуинтервала) Поэтому мы приблизим всё-таки к $0,5\% \Rightarrow$ 10 таких злых ◤ имеют 5% у себя.

$$S_{белого} \cdot 100\% = 100\% - 50\% - 5\% = 45\%$$

всего − черного (большого) − черных (10 маленьких) = белый)

Ответ: 45% или же $\frac{9}{20}$

№4.

Комментарий: Нет доп. информации, огранич. варианты взносов. Точное число не найти. Например: если одинаковым взносам быть, то у нас большой интервал. Да и с разными тоже. Тут только так. Искать разные условия, решить кучу задач со всеми вариантами условий не буду. Что дано, то дано. Ничего не нарушало.

$S_{мин} = 0 \cdot 49 + 51.000 = 51000$ если 0 неверно

$0 \in Z$. $51.000 - 0 \neq 50.000$

$0 - 0 \neq 50\,000$.

$51.000 > 50\,000$

$50\,000 > 0$ ?

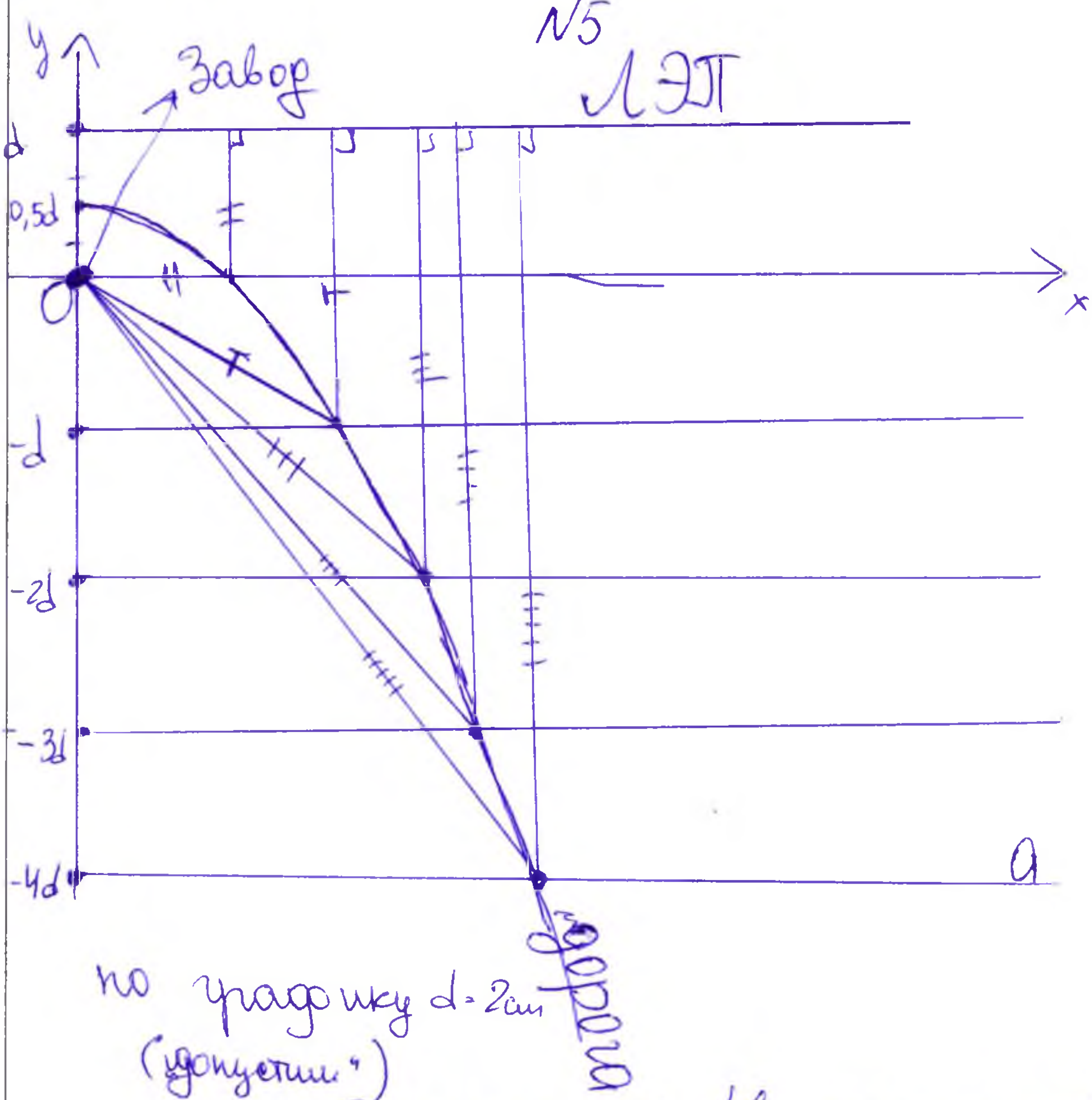
$S_{макс} = \underbrace{100\,000 \cdot 49}_{второй\ день} + \underbrace{49.000}_{первый} = 4\,949\,000$

Ответ: $51.000 \leqslant S \leqslant 4\,949\,000$

S - сумма.

∓

№5




по графику d=2см ("допустим")

строим большое кол/во прямых, a//ЛЭП, на $\rho = d$. И графически по линейке находим отрезок длиной 5d, конец которого – т. O, а другой – принадлежит прямой a, которая a//ЛЭП, $a \cap O_y =$ ~~(...)~~ (0, -4d)

Такая точка дома (!!!)

Ответ: (3d; -4d)

±

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

MD 90-32

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 12111

**ФАМИЛИЯ** Недочин

**ИМЯ** Владимир

**ОТЧЕСТВО** Дмитриевич

**Дата рождения** 14.10.2002 **Класс:** 11

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020.
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МD 90-32

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$x^3-3x=t$

Имеет один корень когда они ~~все~~ совпадают, т.е. есть $x^3-3x-t$ представляет собой выражение вида $(x-a)^3$ где $a$ - любое число, но это невозможно, т.к. второй член отсутствует.

Значит это выражение ~~представляет~~ имеет вид $(x-p)(x^2+ax+q)$ где $a^2-4q<0$.

Имеем 2 варианта.

$(x-t)(x^2+bx+1)$

$x^3-tx^2+bx^2-btx-t+x$

$1-bt=-3$

$-t+b=0$

$-t=-b$

$t=b$

$-t^2=3$

$t=\pm\sqrt{3}$

$(x+1)(x^2+bx-t)$

$x^3+1x^2+bx^2+bx-tx-t.$

$b-t=-3.$ $\quad 1-t=-3$

$1+b=0.$ $\quad t=2.$

$b=-1$

$(x-1)(x^2+bx+t).$

$x^3-x^2+bx^2-bx+tx-t-$

$x^2(-1+b)=0x^2$

$b=1.$

$-bx+tx=-3x$

$-1+t=3$

$t=4.$

$(x+t)(x^2+bx-1)$

$x^3+tx^2+bx^2+btx-t-x$

$t+b=0$

$bt-1=-3.$

$bt=-4.$

$t=\pm2$

Ответ: $-2$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 11 1

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MD 90-32

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$2[x]+y=3/2$.

$([x]-x)^2-2[y]=k$

k целое

$2[y]$ - целое

значит $|[x]-x|$ целое

$|[x]-x|$ - дробная часть числа

значит $x=[x]$.

$2[x]+y=\frac{3}{2}$.

$k=-2[y] \Rightarrow k \bmod 2=0$. т.к. x целое, то дробная часть y равно 0,5.

$-\frac{k}{2}+0{,}5=y$.

или $y=-\frac{k}{2}-0{,}5$

$2x-\frac{k}{2}+0{,}5=\frac{3}{2}$

$2x-\frac{k}{2}-0{,}5=\frac{3}{2}$

$4x-k+1=3$.

$4x-k-1=3$

$x=\frac{k+2}{4} \Rightarrow k \bmod 4=2$.

$x=\frac{k+4}{4} \Rightarrow k \bmod 4=0$.

Ответ: $k \bmod 4=2$ $x=\frac{k+2}{4}$ $y=-\frac{k}{2}+0{,}5$

$k \bmod 4=0$ $y=-\frac{k}{2}-0{,}5$ $x=\frac{k+4}{4}$

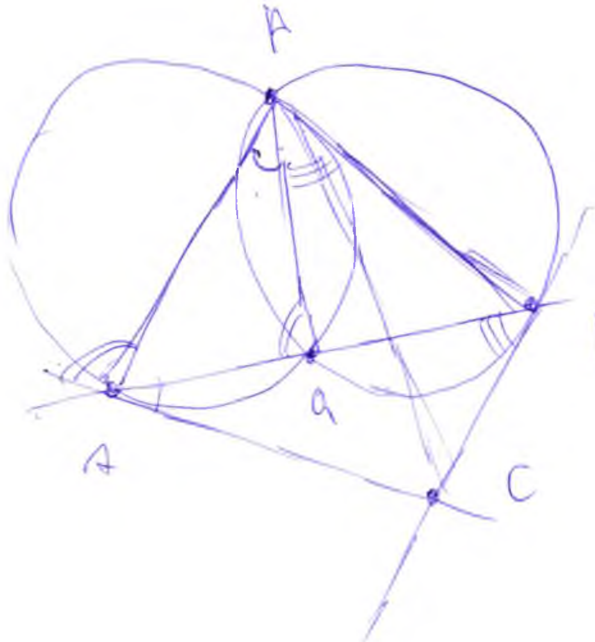
$k \bmod 4 \neq 2$ нет

$k \bmod 4 \neq 0$ решений

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3




$\alpha$ одна дуга

$\beta$ - две дуги

$\gamma$ три дуги.

$\angle PBC = B$.

~~$\angle C = -\angle APB\ 180 =$~~

$$\left.\begin{aligned} &\frac{AP}{\sin B} = 2R \\ &\frac{PB}{\sin(180-B)} = 2R \end{aligned}\right\} AP = BP \Rightarrow \angle PAB = \angle PBA.$$

$$\left.\begin{aligned} &\angle C = 180 - \alpha - \gamma. \\ &\angle P = \gamma + \alpha \end{aligned}\right\} P\,ABC \text{- вписанный}$$

$\angle BAC = \angle CPB$ опир на ~~дугу~~ дугу BC $= \alpha$,

$\angle APQ = \alpha = \angle\ \angle CPB$ т.т.д.

+

№4.

Для модуля a, b, t $S(a,\cancel{b},\cancel{x}) = \cancel{b}$.

Возьмём множество из трёх чисел

p q r

$$\begin{cases} \frac{p+q}{2} = r \\ \frac{p+r}{2} = q \\ \frac{r+q}{2} = p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p+q = 2r & (1) \\ p+r = 2q & (2) \\ r+q = 2p & (3) \end{cases}$$

вычтем уравнения 1 и 2,

$$q - r = 2r - 2q$$

$$3q = 3r \Rightarrow q = r$$

подставим r в 3

$$q + q = 2p$$

$$\begin{cases} q = p \\ q = r \end{cases} \Rightarrow q = p = r$$

Значит такое возможно, только когда все три члена одинаковы.

+

Все ~~коне~~ Множества X это множества из n элементов где $n \to \infty$, где $\cancel{x}_n = t$, где ~~t∈R~~ t любое.

№5.

У нас есть 4 операции

| | двойки | пятёрки |
|---|---|---|
| 1 | ↓1 | ↑2 |
| 2 | ↑2 | ↑1 |
| 3 | ↓2 | ↓1 |
| 4 | ↑1 | ↓2 |

Нам надо получить 27 пятёрок и убрать 27 двоек пусть 5 это $x$ а двойки $y$ а $n$ и $k$ кол-во операций. $3 = \bar{2}$ комбинация 3 и 4 не даёт пятёрок

$4 = \bar{1}$ то есть проигрышна.

Рассмотрим возможные варианты.

1 и 2

$n(2x-y)+(x+2y)k$ при этом коэффициенты перед $x$ и $-y$ должны быть равны.

$2xn-ny+kx+2ky$

$(2n+k)x-y(n-2k)$ $n$ и $k>0$.

$2n+k=n-2k.$

$3k=-n$

2 и 4.

$n(-2x+y)+k(x-2y)$

$x(k-2n)\ y(-2k-n)$

$k-2n=-2k-n$

$3k=n.$

то есть. ~~9~~ 30 33.

~~6+3~~

3 и −6

5 и −5, то 30−3 не кратно 5, то есть не подходит

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МД 90-32

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1 и 3.

$(2x - y)n + (-x - 2y)k$.

$x(2n - k) - y(n + 2k)$.

$2n - k = n + 2k$.

$n = 3k$.

5 2

6 -3.

4 -4.

$\frac{30 - 3}{4}$ не кратно 4. то есть способ не подходит

1 и 4 $T = 4$ не возможно.

2 и 3 $T = 3$ не возможно.

Можно короче

Ответ: нет. +

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

QG 30-95

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Немцов

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 12.04.2005

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вл.Нем

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QG 30-95

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Обозначим имена педагогов для удобства как МИ, ИИ, АВ и ПП, а ~~вкон~~ ВКонтакте - ВК.

Рассмотрим несколько ситуаций:

1) Пусть МИ сидит ВК, тогда ИИ и АВ тоже сидят ВК. Т.к. ИИ сидит ВК, то и ПП должен сидеть ВК, однако только один из АВ и ~~ПП~~ ПП сидит ВК ⇒ Получаем противоречие.

2) Пусть ИИ и ПП не сидят ВК. Тогда т.к. хотя бы один из ИИ и МИ сидит ВК, то МИ там сидит. Из-за этого ИИ и АВ должны там сидеть, но ИИ там не сидит ⇒ получаем противоречие.

3) Пусть МИ не сидит ВК, тогда т.к. хотя бы один из МИ и ИИ сидит ВК, то ИИ сидит ВК. Из-за этого ПП ~~то~~ тоже там сидит. Т.к. только один из АВ и ПП сидит ВК, то АВ там не сидит. Всё сходится.

Все остальные случаи сводятся к одному из вышеперечисленных ⇒ ВК сидят ИИ и ПП.

Ответ: Иван Ильич; Петр Петрович. +

№2

1) Рассмотрим последние цифры числа, оканчивающегося на 9 при возведении его в степень:

| Последние число | Степень |
| --- | --- |
| ...9 | 1 |
| ...1 | 2 |
| ...9 | 3 |

Видно, что каждая нечётная степень оканчивается на 9, а чётная – на 1.

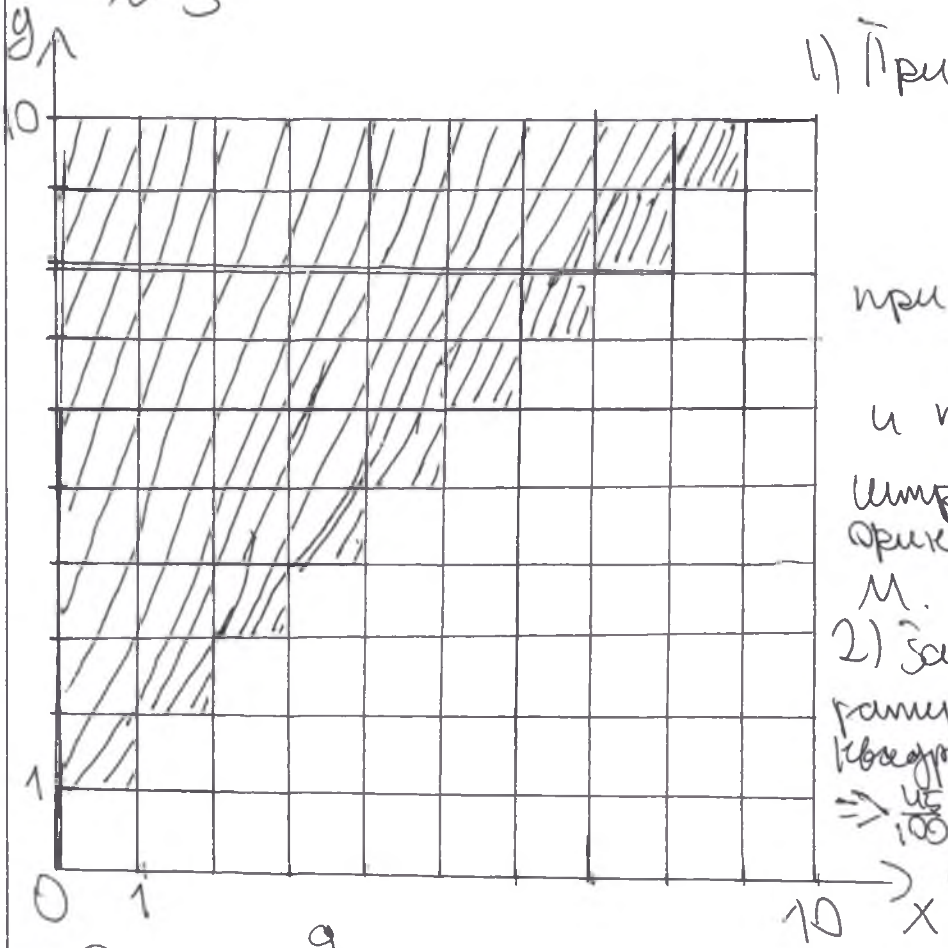
2020 - чётная степень => $2019^{2020}$ будет оканчиваться на 1.

2) При возведении числа, оканчивающегося на 0, число продолжит оканчиваться на 0 => $2020^{2019}$ оканчивается на 0

3) ...1 + ...0 = ...1

Ответ: 1.

№3




1) При $[x] = 1$

$[y] \geq 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \leq y \leq 10;$

при $[x] = 2$

$[y] \geq 3 \Rightarrow 3 \leq y \leq 10$

и т.д.

Штрихованной на графике показано мн-во M.

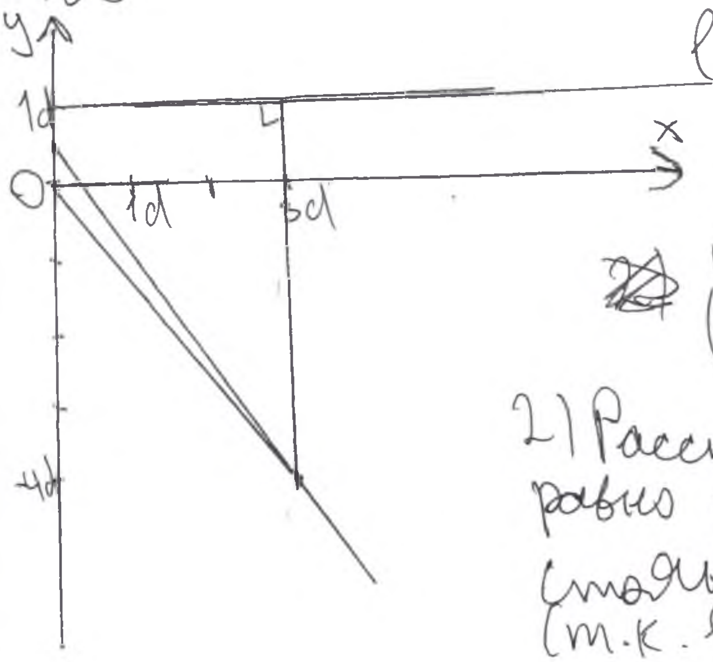
2) Закрашенных квадратиков 45, а площадь квадрата $K = (10^2) = 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ - отношение площади M к площади K.

Ответ: $\frac{9}{20}$.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5




1) т.к. $d \neq 0$, то прямая ЛЭП ($l$) будет параллельна OX, а не OY, иначе она пересечёт точку (0;0) и $d = 0$.

2) Расстояние от точки до дорожки равно расстояние до OX + расстояние от OX до $l$, т.е. $d$ (т.к. $l \parallel OX$)

3) Т.к. расстояние от (0;0) до точки равно $5d$, то по условию расстояние до $l$ также равно $5d$. ⇒ расстояние до OX равно $(5d-d)=4d$ (по доказанному)

4) Получаем прямоугольный треугольник со сторонами $4d$ и $5d$ ⇒ по т. Пифагора третья сторона равна $3d$

5) Т.к. дорога идёт на графике вниз, то координата точки будет отрицательна по $y$

Ответ: $(3d; -4d)$

∓

N4

~~В первый день было~~

Пусть $x$ - кол-во людей, сдавших деньги в первый день, тогда в первый день было собрано не больше $50x$ тыс. рублей.

—

Во второй день было собрано больше $50x$, при этом собрали не менее $50(50-x)$. получается, что $x$ равен либо 1, либо 2.

итога нет

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФМЭИ

Место проведения

АЮ 98-69

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ НЕСТЕРОВ

ИМЯ АНДРЕЙ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 14.08.2006 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Нестеров

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Пусть = означает „находится в".
МИ=ВК, то ИИ=ВК, АВ=ВК – первое условие,
АВ=ВК или ПП=ВК – второе условие,
ИИ=ВК или МИ=ВК или ИИ=ВК, МИ=ВК – третье условие,
ПП=ВК, ИИ=ВК или ПП≠ВК, ИИ≠ВК – четвертое условие,
где МИ – Марина Ивановна, ИИ – Иван Ильич,
АВ – Александра Варфоломеевна, ПП – Пётр Петрович.
Если ПП≠ВК, ИИ≠ВК, то в 3-ем условии МИ=ВК, то по 1-ому условию ИИ=ВК, то происходит противоречие, то ПП=ВК, ИИ=ВК
Т.к. ПП=ВК, то по 2-ому условию АВ≠ВК, то по 1-ому условию МИ≠ВК, и в 3-ем условии ИИ=ВК, то только ПП=ВК и ИИ=ВК
Ответ: Пётр Петрович и Иван Ильич. +

№2

$2019^{2020}+2020^{2019}$

На конце числа $2020^{2019}$ будет 0, т.к. на конце числа ~~есть 0~~ 2020 есть 0,
В числе ~~2019~~ $2019^1$ на конце 9,
в числе $2019^2$ на конце 1, в числе $2019^3$ на конце 9 и т.д., если в числе 2019 степень нечетна на конце ~~цифра 9~~ цифра 9, если четна на конце цифра 1, степень 2020 – четна, то на конце числа $2019^{2020}$ – ~~на~~ 1, 0+1=1, то на конце числа $2019^{2020}+2020^{2019}$ будет 1

+

Ответ: цифра 1

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть Ш $=a$, Е $=b$, С $=c$, Т $=d$, Ь $=e$, О $=f$, где

$a=0;1;2...;9.$
$b=0;1;2...;9.$
$c=0;1;2...;9.$
$d=0;1;2...;9.$
$e=0;1;2...;9.$
$f=0;1;2...;9.$

$a+b+c+d+e+c+f+d \leq c+d+f$

Если $a+b+c+d+e+c+f+d<c+d+f$

$a+b+c+d+e+c+f+d-c-d-f=-x$ ($x$ - положительное число)

$a+b+c+d+e=-x$, но сумма неотрицательных чисел не может быть равна отрицательному числу, то

$a+b+c+d+e+c+f+d=c+d+f$

$a+b+c+d+e+c+f+d-c-d-f=0$

$a+b+c+d+e=0$, если $a=0, b=0, c=0, d=0, e=0$

$0+0+0+0+0+0+f+0=0+0+f$

$f=f=0;1;2...;9$

Всего 10 вариантов кодировки букв. Т.к. хотя бы $a=b$ $(0=0)$, то нет варианта кодирования, при котором слово всегда будет одним.

Ответ: 10 вариантов; нет.

+

№5

$3ч=180$ мин

Пусть $x$ мин - потрачено в субботу, $y$ мин - в воскресенье

$10x+10y=180$

$5x+3y=40$

$-\begin{array}{l}10x+10y\\5x+3y\end{array}=\begin{array}{l}\cancel{180}80\\40\end{array}$

$-\begin{array}{l}5x+3y\end{array} \quad -40$

$4y=40$

$4y=40$

$y=40:4$

$y=\cancel{20}10$

$5x+3\cdot10=40$

$5x=40-30$

$5x=40$

$3y=30$

Ответ: 40 ватрушек съел Женя; 30 ватрушек съел Саша

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$[x]=[y]$ −

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

Ти 80-85

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ НИКИФОРОВА

ИМЯ ВАЛЕРИЯ

ОТЧЕСТВО ВИКТОРОВНА

Дата рождения 23.04.2002

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ВНик

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 $x^3 - 3x = t$.

При каких $t$ - ед. корень ($x_0$)?

Решим данное ур-ие графически:

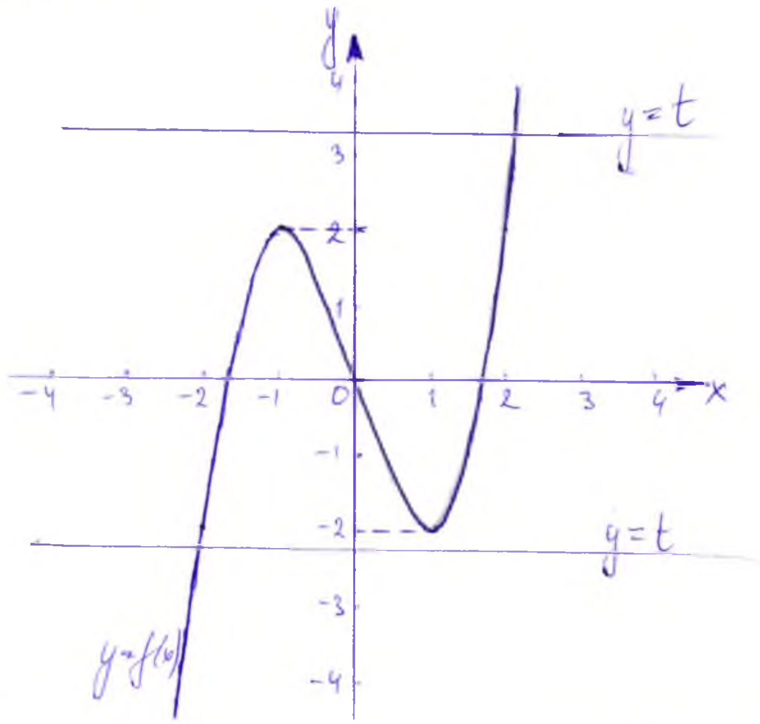
$y = x^3 - 3x$ $\qquad$ $y = t$ - прямая, парал. оси Ox

$y' = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$

$x = \pm 1$ – крит. точки

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | -3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | -2 | 2 | 0 | -2 | 2 | 18 | -18 |

$f(x) = x^3 - 3x$




Заметим: прямая $y=t$ имеет одну общую точку с граф. ф-ии $y = x^3 - 3x$ при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

С учётом того, что минимальная возможная температура равна $(-273°C)$, получим: $x^3 - 3x = -273$ - ур-ие с искомым корнем $x_0$.

$6^3 = 216$ $\qquad$ $f(-6) = -198 > -273$

$7^3 = 343$ $\qquad$ $f(-7) = -322 < -273$

$-7 < x_0 < -6$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$f(-6,5) = -6,5^3 + 6,5 \cdot 3 = -274,625 + 19,5 = -255,125 > -273$

$$\begin{array}{r} \times\ 42,25 \\ 6,5 \\ \hline +\ 21125 \\ 25350 \\ \hline 274,625 \end{array}$$

$-7 < x_0 < -6,5$

$f(-6,75) = -6,75^3 + 6,75 \cdot 3 \approx -277,396$

$6,75^2 = 45,5625$

$-6,75 < x_0 < -6,5$

$$\begin{array}{r} \times\ 45,5625 \\ 6,75 \\ \hline +\ 2278125 \\ 3189375 \\ 2733750 \\ \hline 307,546875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 42,9025 \\ 6,55 \\ \hline +\ 2145125 \\ 2145125 \\ 2574150 \\ \hline 281,011375 \end{array}$$

$f(-6,55) = -6,55^3 + 6,55 \cdot 3 \approx -271,36$

$-6,75 < x_0 < -6,55$

$x_0 \approx -6,55$

По условию требовалось найти не минимальное реш., а оценку снизу для абс. величины решения.

$\boxed{\pm}$

Ответ: $x_0 \approx -6,55$

№2

$$\begin{cases} 2[x] + y = \frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2 - 2[y] = k \end{cases}$$

Из I ур-ия системы делаем вывод: $y = \frac{2n-1}{2}$ (т.е. $y$ имеет дробную часть, равную $\frac{1}{2}$)

Из II ур-ия системы: $2[y]$ – целое; $k$ – целое

Значит, $([x]-x)^2$ – целое. Отсюда $[x] = x$, т.е. само число $x \in Z$

С учётом этих замечаний перепишем систему:

$$\begin{cases} 2x + \frac{2n-1}{2} = \frac{3}{2} \\ (x-x)^2 - (2n-1) = k \end{cases} \quad x, n, k \in Z$$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} 4x+2n-1=3 \\ -2n+1=k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+2n=4 \\ 2n=1-k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+n=2 \\ n=\frac{1-k}{2} \end{cases}$$ Т.к. $n\in Z$, то число $k$ должно быть нечётным

$$\begin{cases} 2x+\frac{1-k}{2}=2 \\ n=\frac{1-k}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1-\frac{1-k}{4} \\ n=\frac{1-k}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{3+k}{4} \\ n=\frac{1-k}{2} \Rightarrow y=\frac{1-k-1}{2}=-\frac{k}{2} \end{cases}$$

Т.к. $x\in Z$, то $(3+k)\,\vdots\,4$, т.е. $k$ должно иметь ост. от деления на $4=1$. При всех остальных $k$ исходная система не имеет решений.

Ответ: если $\left[\begin{array}{l} k=4a+1, a\geq 0, a\in Z \\ \cancel{k=4a-1, a\leq 0, a\in Z} \end{array}\right.$, то $x=\frac{3+k}{4}$, $y=-\frac{k}{2}$.

если $\begin{cases} k\neq 4a+1, a\geq 0, a\in Z \\ k\neq 4a-1, a\leq 0, a\in Z \end{cases}$, то $x,y\in\varnothing$

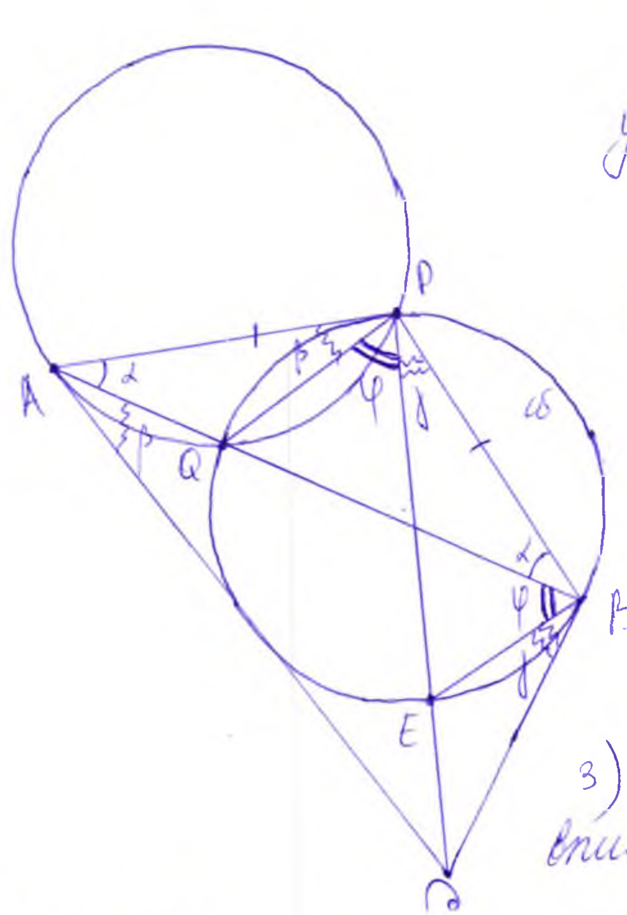
∓

Легко проверить подстановкой в ур-е

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$




1) $\angle PBQ = \angle PAQ = \alpha$ как впис. углы равных окружностей, опир. на равные дуги.
Отсюда $\angle APB$ – р/б по признаку

2) $\angle APQ = \angle BAC = \beta$
$\angle BPC = \angle EBC = \gamma$
(где т. E – точка пересеч. окр. ω с PC)
по св-ву впис. угла, опир. на дугу, заключ. м/у касат. и секущей.

3) $\angle QPE = \angle QBE = \varphi$ как впис., опирающиеся на 1 дугу

4) Из $\triangle APB$ по теореме о сумме углов:

$\angle PAB + \angle APB + \angle PBA = 180°$

$\alpha + (\beta + \varphi + \gamma) + \alpha = 180°$

$2\alpha + \beta + \varphi + \gamma = 180°$

5) Заметим: $\angle PAC + \angle PBC = (\alpha+\beta)+(\alpha+\varphi+\gamma) = 2\alpha+\beta+\varphi+\gamma = 180°$
Значит, APBC – впис. 4-к по признаку.
Отсюда $\angle CAB = \angle CPB$ как впис. и опир. на 1 дугу окружности, опис. около APBC

6) Получим: $\beta = \gamma$

7) Заметим: $\angle APQ = \beta$; $\angle CPB = \gamma$
Отсюда $\angle APQ = \angle CPB$

чтд

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 а) +2 и 5ч −1 и 2ч  б) +1 и 5ч +2 и 2ч  в) −2 и 5ч +1 и 2ч  г) −1 и 5ч −2 и 2ч

Необходимо: +27 и 5ч −27 и 2ч

Пусть ходов а) сделано $a$; ходов б) – $b$; в) – $c$; г) – $d$.

Составим систему:

$$\begin{cases} 2\cdot5\cdot a + 1\cdot5\cdot b - 2\cdot5\cdot c - 1\cdot5\cdot d = 5\cdot27 \\ -1\cdot2\cdot a + 2\cdot2\cdot b + 1\cdot2\cdot c - 2\cdot2\cdot d = -2\cdot27 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2a + b - 2c - d = 27 \\ -a + 2b + c - 2d = -27 \end{cases}$$

Сложим данные ур-ие:

$$a + 3b - c - 3d = 0$$

$$a - c = 3(d - b)$$

Заметим: а) и в); б) и г) – противоположные ходы.

Тогда заменим: $a - c = n$
$d - b = m$

$$n = 3m$$

С уч. этого получим систему (сист. (1) примет вид):

$$\begin{cases} 10n - 5m = 5\cdot27 \\ n = 3m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n - m = 27 \\ n = 3m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6m = 27 + m \\ n = 3m \end{cases}$$

Заметим, эта сист. не имеет решений в целых числах, а $n, m \in \mathbb{Z}$ (ходы не могут быть нецелыми). Значит, изменить не удастся

Ответ: нет

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

DL 17-14

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** Ноздрин / НОЗДРИН

**ИМЯ** Артём / АРТЁМ

**ОТЧЕСТВО** Вячеславович / ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

**Дата рождения** 01.01.2002 **Класс:** 11

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ______

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DL 17-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1

$x^3 - 3x = t$

Для наглядности построим схему графика

$f(x) = x^3 - 3x$

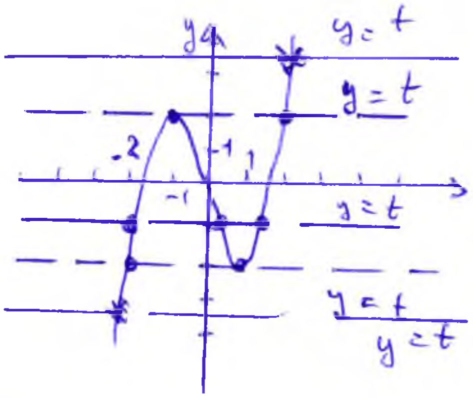
$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1) = 3(x-1)(x+1)$

$x_1 = 1$ – точка экстремума

$x_2 = -1$ – точка экстремума

$f(1) = 1 - 3 = -2$

$f(-1) = -1 + 3 = 2$




Заметим, что при $t = 2$ или $t = -2$ уравнение имеет 2 корня

~~при $-2 < t < 2$ уравнение имеет~~

При $-2 < t < 2$ ; ~~ошибка~~

Уравнение имеет 3 корня

При $\left[\begin{array}{l} t > 2 \\ t < -2 \end{array}\right.$ уравнение имеет единственный корень. Заметим, что этот корень, по абсолютной ~~знач~~ величине $|x| > 2$.

Пусть оценку можно улучшить и есть корень $x = a$, где $|a| \le 2$

По графику видно, что при $|a| \le 2$

Лист 1 из 7

При таком x не будет единственности решения, а значит условие не будет выполняться.

Ответ: а) $|t|>2$ ; б) $|x|>2$

+

Задача №2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases} ; \quad k - Z$$

$[x]=a$ ; $\{x\}=b$, где $0\le b<1$

$[y]=c$ ; $\{y\}=d$, где $0\le d<1$

$$\begin{cases} 2a+c+d=\frac{3}{2} \\ (a-a-b)^2-2c=k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+c+d=\frac{3}{2} \\ b^2-2c=k \end{cases}$$

$2a+c+d=\frac{3}{2}$

Заметим, что $2a+c - Z$, а $0\le d<1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $2a+c=1$ $d=\frac{1}{2}$

$b^2-2c=k$, где $k - Z$ $\Rightarrow$ $b^2=0$, т.к.

$0\le b<1$ ; $0\le b^2<1$ - не является целым числом $\Rightarrow$ $b=0$ $\Rightarrow$ $-2c=k$ $\Rightarrow$ $c=\frac{-k}{2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DL 17-14

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~зал~~ При $c = -\frac{k}{2}$ ; $d = \frac{1}{2}$

$2a - \frac{k}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$2a = 1 + \frac{k}{2}$

$a = \frac{2+k}{4}$, где $a$ – целое

$c = -\frac{k}{2}$, где $c$ – целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $2+k \,\vdots\, 4$; $k \,\vdots\, 2$ $\Rightarrow \begin{cases} 2+k = 4p \\ k = 2q \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ $k = 4p-2 \Rightarrow 2q = 4p-2 \Rightarrow$

$q = 2p-1$

$k = 4p-2$

При $k = 4p-2$, где $p$ – целое – есть решения

$x = p + 0 = p$

$y = -\frac{k}{2} + \frac{1}{2} = -(2p-1) + \frac{1}{2} = -2p + \frac{3}{2}$

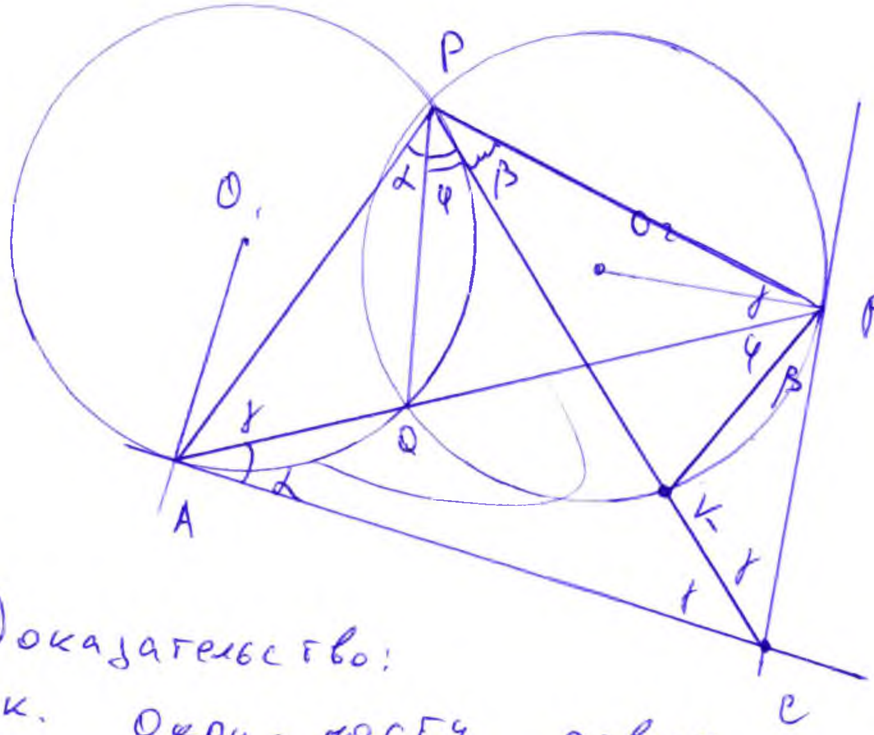
При $k \neq 4p-2$, где $p$ – целое решений нет

Ответ: 1) $k = 4p-2$ $x = p$ ; $y = -2p + \frac{3}{2}$

2) $k \neq 4p-2$ нет решений

+

3)




Дано: $BC$ и $AC$ - касательные

Д-ть: $\alpha = \beta$

Доказательство:

Т.к. окружности равны, и $\angle PAB$ и $\angle PBA$ опираются на $PQ$, то $\angle PAB = \angle PBA = \gamma$

~~и~~ $\angle QAC = \angle APQ$, т.к. $\angle QAC = \frac{1}{2}\overset{\smile}{AQ} = \alpha$ (между касательной и хордой)

$\angle CBK = \frac{1}{2}\overset{\smile}{BK} = \beta$

Т.к. $\alpha + \varphi + \beta + 2\gamma = 180^\circ$ из $\triangle APB$, то для $\triangle ABC$ $180 = \alpha + \varphi + \beta + \angle ACB \Rightarrow$ $\angle ACB = 2\gamma$

Т.к. $\angle ACB + \angle APB = 2\gamma + \alpha + \varphi + \beta = 180^\circ$, то $APBC$ - можно вписать в окружность $\Rightarrow \angle PAB = \angle PCB$, т.к. они опираются на ~~рав~~ одну дугу и $\angle PBA = \angle PCA$, т.к. они опираются на одну дугу.

Для $\triangle APC$ : $180° = 2\gamma + 2\alpha + \varphi$

Для $\triangle PBC$ : $180° = 2\beta + 2\gamma - \varphi$

$2\gamma + 2\alpha + \varphi = 2\beta + 2\gamma - \varphi$

$2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha = \beta$ ч.т.д.

1

Задача №5

Замечем, что делает каждая команда

| оценка / команда | 5 | 2 |
|---|---|---|
| а | +2 | −1 |
| б | +1 | +2 |
| в | −2 | +1 |
| г | −1 | −2 |

Может ли он из 3 „5" и 30 „2" получить 30 „5" и 3 „2"

Пусть может, тогда каждую команду он использовал целое число раз

Пусть команду „а" он использовал $x$ раз; „б" – $z$ раз; „в" – $y$ раз; „г" – $d$ раз

Тогда: $\begin{cases} 2x - 2y + z - d + 3 = 30 \\ 30 - x + y + 2z - 2d = 3 \end{cases}$

$x - y = 27 + 2z - 2d$

При $x - y = 27 + 2z - 2d$

$2(27+2z-2d)+z-d+3=30$

$54+4z-4d+z-d+3=30$

$27+5z-3d=0$

$d=\frac{27+5z}{3}=9+\frac{5z}{3}$, но $d$ - целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow z=3k$ ; $d=9+5k$

При $z=3k$ и $d=9+5k$

$x-y=27+6k-2(9+5k)=27+6k-18-10k=$

$=9-4k$

При $z=3k$ и $d=9+5k$

$2(x-y)=27+d-z=27+9+5k-3k$

$x-y=18+k$

$9-4k=18+k$

$k=-\frac{9}{5}$, но $k$ - целое $\Rightarrow$ возникло противоречие $\Rightarrow$ такого не может быть

Ответ: не может

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ D2 17-14

Задача №4

$S(x, y) = \frac{x+y}{2}$

$S(a, x) = b$, при любом $a$ и $b$ из $X$

По принципу Дирихле в множестве ~~чи~~ чисел $X$ будет самое большое число — $M$ и самое маленькое число $m$

Пусть $a = M$ $b = m$ или $a = m$ $b = M$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{M+X}{2} = m \\ \frac{m+X}{2} = M \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} X = 2m - M \\ X = 2M - m \end{array}\right.$$

т.к. $x \in X$, то $\begin{cases} M \geq 2m - M \geq m \\ M \geq 2M - m \geq m \end{cases}$

$\Rightarrow$ $M = m$ $\Rightarrow$ множество $X$ состоит из одинаковых чисел $\Rightarrow$ $X$ может быть бесконечным множеством $\Rightarrow$ конечных $X$ не существует, либо $n$ чисел этого множества равны $k$

Ответ: ~~нет конечн~~ бесконечно много

+

Лист 7 из 7

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

PW 78-57

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Опарина

**ИМЯ** Анна

**ОТЧЕСТВО** Александровна

**Дата рождения** 10.04.2006 **Класс:** 7

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№2.

$2019^{2020}+2020^{2019}$

разложим 2019 и 2020 на множители:

$$\begin{array}{r|l} 2019 & 3 \\ 673 & 673 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2020 & 101 \\ 20 & 2\cdot5 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$2019=673\cdot3$

$2020=101\cdot2\cdot5\cdot2=101\cdot10\cdot2$

Мы можем разбить произведение $2019^{2020}$ на $2019^2$:

$$2019^{2020}=\underbrace{2019^2\cdot2019^2\cdot2019^2\ldots\cdot2019^2}_{2020:2=1010}$$

+

1) Так, произведение $2019^2$, будет оканчиваться на 1, т.к. $9\times9=81$, и числа оканчивающиеся на 1 будут перемножаться 1010 раз, значит итоговое число будет кончаться на 1.

2) Среди множителей 2020 мы видим 10, значит числа ок.-ся на 10 будут перемножаться 2019 раз, зн. итоговое число будет ок.-ся на 0.

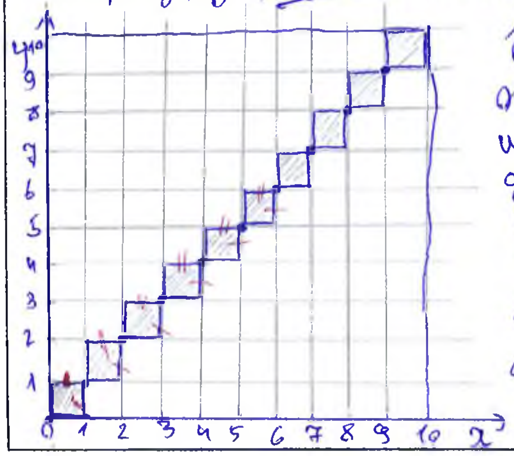
3) Число окон.-ся на 0 плюс число окан.-ся на 1 в сумме дадут число оканчивающееся на 1.

Ответ: 1.

№3.

Из условия следует, что нецелые числа округляют в меньшую сторону, зн., целые части числа должны быть равны.

+




Координаты попадут в закрашенные множества, однако, координаты на сторонах клеток (за исключением тех координат, где $[x]=[y]$, или по другому: где x не лежит на стороне клетки противоположной стороне кл. где лежит y) не входят в множество т.к. там есть числа целые и их не надо округлять.

Не

$S_к=10\cdot10=100$

$S_м=10$

$\frac{S_м}{S_к}=\frac{1}{10}$

Ответ: $\frac{1}{10}$

№4.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Е, О, С, Т, Ш, Ь

СТО (I слово)

ШЕСТЬСОТ (II слово)

Вес слова СТО полностью присутствует в слове ШЕСТЬСОТ, и сверх этого, в слове есть ещё две дополнительные цифры из слова СТО: ШЕСТЬСОТ, и даже если одна цифра равна нулю 0, то вторая $\geq 1$, зн., слово ШЕСТЬСОТ будет превосходить слово СТО как минимум на 1, значит вес I слова меньше веса II-го слова, ~~условие~~ зн. нельзя.

Ответ: нельзя.

−

№5.

V Жени 5 в/10 мин

3 часа = 180 мин.

V Саши 3 в./10 мин

Пусть в субботу Женя съел $x$ ватрушек, и Саша в воскресенье съел $y$ ватрушек, тогда $x+y=70$ по условию, время затраченное Женей равно $x:5\cdot10=x\cdot2$, вр. затраченное Сашей равно $y:3\cdot10$.

$$\begin{cases} x+y=70 \\ x:5\cdot10+y:3\cdot10=180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3\frac{1}{3}y=180 \\ x+y=70 \end{cases} \Rightarrow x+2\frac{1}{3}y=110 \Rightarrow 1\frac{1}{3}y=40$$

$1\frac{1}{3}y=40$

$y=30$

$x=70-y$

$x=40$

Ответ: Жене - 40 ватрушек, Саше - 30 ватрушек.

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Марья Ивановна (МИ)
Иван Ильич (ИИ)
Александра Варфоломеевна (АВ)
Пётр Петрович (ПП)

1) Пусть ПП не сидит, тогда по IV ому условию не сидит и ИИ.
2) Если ИИ не сидит, то по III ему условию должна сидеть МИ.
3) ~~Если ИИ не сидит, то~~ Если МИ сидит, то сидит и ИИ, а он не сидит, значит ~~ИИ~~ МИ не сидит.

Во 2ом и 3ем пункте противоречие (МИ), значит предположение не верно, ПП сидит.

1) Если ПП сидит, то по IV ому условию, сидит и ИИ.
2) Если ПП сидит, то по II ому условию АВ не сидит.
3) Если МИ сидит, то АВ сидит, но АВ не сидит, значит МИ не сидит.

~~Ответ:~~
Итог: ПП - сидит
ИИ - сидит
АВ - не сидит
МИ - не сидит.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| АТЛ | | К Э 88 - 17 | ← Не заполнять<br>Заполняется ответственным работником |
|---|---|---|---|
| № группы | Вариант № 17111 | шифр | |

ФАМИЛИЯ Отращенко

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Иванович

Дата рождения 25.09.2002 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Финальный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Отрщ

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

① Задача

$x^3-3x=t$;

рассм. функцию $y=x^3-3x$;

$y=x^3-3x$; $D(y)=\mathbb{R}$; $E(y)=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-3=3(x^2-1)$

$y'=0$: $3(x^2-1)=0$

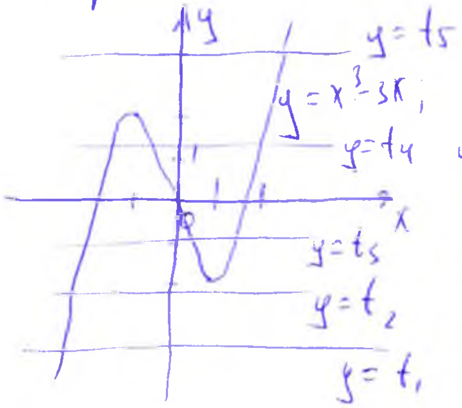
$\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$


– значит $x=-1$ – точка максим.
$x=1$ – точка мин.

$y(-1)=-1+3=2$

$y(1)=1-3=2$;

Построим схематично график функции:




В свою очередь $y=t$ – это уравнение горизонтальной прямой. Видно, что один корень уравнения $x^3-3x=t$ будет иметь, если $\left[\begin{array}{l}t>2\\t<-2\end{array}\right.$ (1); в ответ!

~~Т.к. при увеличении $t$, видно $x$ пересечения тоже растет (монотонно~~

Т.к. функция нечетная ($x^3-3x=x(x^2-1)$; $f(-x)=-x(x^2-1)=-f(x)$) и нам надо найти минимальное $x_0$ по модулю, то можно рассмотреть случай для $x>0$ без потери общности (т.к. для отрицательных $x$ все будет аналогично)

При увеличении $t$ от двух до $+\infty$, $x_0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ К7 88-17

также растет (видно из графика). Значит, минимальное по модулю значение $x_0$ примет при $t \to 2$ (или, в случае отрицательных $x$, при $t \to -2$, т.к. функция нечетная)

Рассм. $t = 2$

$x^3 - 3x = 2$

$x^3 - 3x - 2 = 0$

Очевиден корень $x = -1$ $(-1 - 3(-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0)$

Тогда, разложим $x^3 - 3x - 2$ на множители:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 3x - 2 & x+1 \\
\underline{x^3 + x^2} & x^2 - x - 2 \\
-x^2 - 3x & \\
\underline{-x^2 - x} & \\
-2x - 2 & \\
\underline{-2x - 2} & \\
0 &
\end{array}
$$

$\Rightarrow x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x^2 - x - 2)$; по т. Виетта: $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$, значит:

$x^3 - 3x - 2 = (x+1)^2(x-2)$

Т.к. $x = -1$ — это абсцисса т. максимума, то при $t$ чуть большем, чем 2, прямая $y = t$ перестанет пересекать функцию $x^3 - 3x$ в окрестностях т. $x = -1$. Значит при $t \to 2$ $x \to 2$, а значит $|x_{0min}| = 2$.

Нельзя положить $|x_{0min}| = 2$, т.к. тогда это будет не единственный корень

±

Ответ: $|x_{0min}| \to 2$

ответ сформулирован не полностью

Задача (3).

Дано: $\Omega_1, \Omega_2$ — равные окр-ти; $\Omega_1 \cap \Omega_2 = P$; $\Omega_1 \cap \Omega_2 = Q$; прямая через Q пересекает окр-ти в т. A и B

Решение:

Рассмотрим расположение A и B, как показано на рисунке (см. след. лист)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

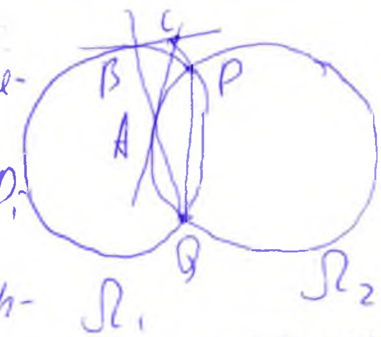
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ К 7 88-17

касательные через A и B пересекаются в C

Док-ть: $\angle QPA = \cancel{\angle PCA}\ \angle BPC$

Рассмотрим $\angle BQP$

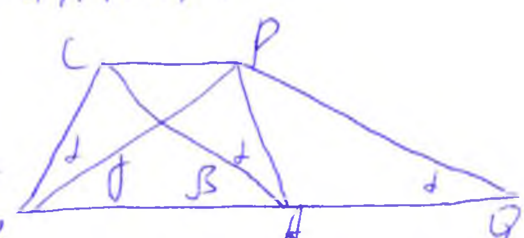
Из условия Q, A и B лежат на одной прямой, значит $\angle BQP = \angle AQP$; т.к. Q – это т. пересеч. окр-тей; B P – тоже т пересеч. окр-тей; ~~точки~~ а B и A лежат на разных окр-тях, что $\angle BQP = \angle AQP$ вписан в обе окр-ти; значит дуги, на которые опираются этим углы равны: $\frown BP = \frown AP$; и $\angle BQP = \frac{1}{2}\frown BP = \frac{1}{2}\frown AP$




По теореме о касательной и хорде: для касательной из т. B: $\angle CBP = \frac{1}{2}\frown BP$; для касательной из т. A: $\angle CAP = \frac{1}{2}\frown AP$, по т.к. ~~BP и AP~~ дуги BP и AP равны, то $\angle CBP = \angle CAP = \angle BQP$

Рассм. отдельно фигуру QABCP.

Пусть $\angle CBP = \angle CAP = \angle BQP = \alpha$; $\angle PBA = \gamma$; $\angle CAB = \beta$; т.к. $\angle CBP = \angle CAP$ и эти углы имеют общую сторону, то B, C, P, A лежат на окр-ти, тогда




~~$\angle CPA = 180°$~~ $\angle CPA + \angle CBA = 180°$; $\angle BAP + \angle BCP = 180° \Rightarrow \angle CPA = 180 - \angle CBA = 180° - \alpha - \gamma$; $\angle BCP = 180° - \angle BAP = 180° - \alpha - \beta$; из $\triangle BCP$: $\angle CBP + \angle BCP + \angle BPC = 180° \Rightarrow \angle BPC = 180° - \angle CBP - \angle BCP = 180° - \alpha - (180° - \alpha - \beta) = \beta$;

т.к. $\angle BAP$ и $\angle QAP$ – смежные, то $\angle QAP = 180° - \angle BAP = 180° - \alpha - \beta$; из $\triangle APQ$: $\angle APQ = 180° - \angle PQA - \angle PAQ = 180° - \alpha - (180° - \alpha - \beta) = \beta$; ~~тогда~~ получается $\angle CPB = \angle APQ = \beta$;

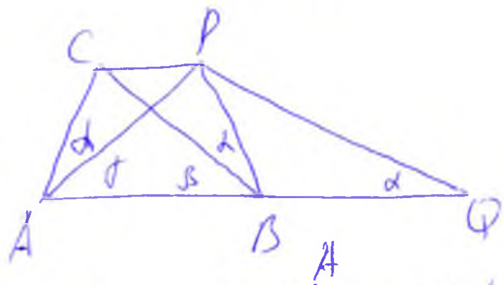
Теперь рассм. случай, когда A и B поменера местами. ~~А~~ Аналогично рассмотренному выше случаю


$\angle CAP = \angle PBC = \angle PQA$;

Рассмотрим $ACPQB$:

Пусть $\angle CAP = \angle PBC = \angle PQA = \alpha$;

$\angle PAB = \gamma$; $\angle CBA = \beta$;




~~т.к.~~ аналогично рассмотренному выше случаю:

$C, A, B, P$ лежат на окр-ти,

тогда: $\angle CPB + \angle CAB = 180^\circ \Rightarrow \angle CPB = 180^\circ - \angle CAB = 180^\circ - \alpha - \gamma$,

из $\triangle APQ$: $\angle PAQ + \angle PQA + \angle APQ = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APQ = 180^\circ - \angle PAQ - \angle PQA = 180^\circ - \alpha - \gamma$. Получаем

$\angle CPB = \angle APQ = 180^\circ - \alpha - \gamma$;

+

Также возможен случай, когда прямая $QA$ лежит по другую сторону от $OP$. Но т.к. окр-ти $\Omega_1$ и $\Omega_2$ равны, то $OP$ - ось симметрии всей картинки, а значит случай, когда $QA$ лежит по другую сторону - ~~это~~ это просто зеркально отображенный один из уже рассмотренных случаев

ч.т.д.

Задача 2

$$\begin{cases} 2[x] + y = 3/2 \\ ([x]-x)^2 - 2[y] = k \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение:

$([x]-x)^2 - 2[y] = k$

$([x]-x)^2 = k + 2[y]$;

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ К7 88-17

Из условия: $k$ - целое, $2[y]$ - целое, значит $k+2[y]$ - целое, тогда $([x]-x)^2$ - целое, тогда $([x]-x)$ - целое (т.к. квадрат нецелого числа даст нецелое число)

т.к. $[x]$ - целое и $([x]-x)$ - целое, тогда $x$ - тоже целое число, а т.к. $[x]$ - это целая часть числа $x$, ~~ти~~ и $x$ - целое, то $[x]=x$;

тогда $([x]-x)^2-2[y]=k \Leftrightarrow -2[y]=k \Rightarrow$ ~~$\{y\}$~~ $[y]=-\frac{k}{2}$

Пусть $\{x\}$ - ~~целая~~ дробная часть $x$; $[x]+\{x\}=x$

Рассм. первое уравнение

$2[x]+y=\frac{3}{2}$

$y=\frac{1}{2}+1-2[x]$

т.к. $1-2[x]$ - целое, и $y=\frac{1}{2}+1-2[x]$, то

$\{y\}=\frac{1}{2}$; $y=[y]+\{y\}=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}$

Из сказанного ранее $[x]=x$;

$2x+y=\frac{3}{2}$

$2x+[y]+\{y\}=\frac{3}{2}$

$2x+(-\frac{k}{2})+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$2x=1+\frac{k}{2}$

$x=\frac{2+k}{4}$

Ответ: $x=\frac{2+k}{4}$; $y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}$,

$\mp$

k какое?

(4) Задача (4)

т.к. $\frac{a+a}{2}=a$ выполняется при любом $a$, то, очевидно, подходят все числовые множества $X$, в которых конечное количество одного и того же числа и никаких других.

Теперь, рассмотрим случай, когда в множестве X есть различные числа.

Тогда, возьмем два ~~наименьших~~ различных числа a, b, $b>a$ где b – наибольшее число ~~по модулю разности у которых~~ подряд $a \neq b$ ~~наименьший среди всех пар различных чисел из множества X~~. Тогда, должно существовать число, которое удовлетворяет $x=2a-b$ ~~$x=\frac{a+b}{2}$~~. Но тогда выполняется неравенство $x<a$ ~~$a<x<b$ (т.к. $\frac{a}{2}<\frac{2a-b}{2}<\frac{2a-2b}{2}+\frac{b}{2}$ ⇒~~ ~~противоречит максимальности~~ ~~⇒ $a<\frac{a+b}{2}<b$ ⇒ $a<x<b$)~~. Значит должно быть такое число $x<a$, а далее по ~~числа a и b не имеют наименьшей по модулю разности, что противоречит условию взятия чисел a и b~~ логике должно существовать некое $y<x$. Тогда, ~~мы должны~~ чтобы выполнялось $x=\frac{2a-b}{2}$ для ~~$x\in X$; а~~ любых $a\in X$ и $b\in X$ и для $x\in X$ нужно ~~между двумя каждыми двумя различными~~ бесконечное количество чисел меньших ~~числами~~ установить бесконечное ~~число средних арифметических между двумя начальными a и b и уже полученных средних арифметических~~, а значит мн-во X перестает быть конечным.

Значит, невозможно мн-ва X, конечное и удовлетворяющее необходимому условию, а в ~~котором~~ есть различные числа.

Ответ: любое мн-во X, состоящее из конечного кол-ва одинаковых чисел

т.е. 1-элементное

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ К 7 88-17

Задача 5

Пусть хакер сделал ~~т~~ k операций вида (а), m операций вида (б), n операций вида (в) и q операций вида (г); очевидно, что k, m, n, q – целые числа, тогда, кол-во ~~пяте~~ пятерок изменилось на: $\Delta_5 = +2\cdot \cancel{m}k + (+1)\cdot m + (-2)\cdot n + (-1)\cdot q$; из условия: $\Delta_5 = 30 - 3 = 27$, значит: $2k + m - 2n - q = 27$;

кол-во двоек изменилось на $\Delta_2 = (-1)k + (+2)\cdot m + (+1)\cdot n + (-2)\cdot q$; из условия: $\Delta_2 = 3 - 30 = -27$; тогда $-k + 2m + n - 2q = -27$

$$\begin{cases} 2k + m - 2n - q = 27 \\ -k + 2m + n - 2q = -27 \end{cases} \Rightarrow k + 3m - n - 3q = 0 \Rightarrow k = 3q - 3m + n$$

подставим выражение для k в (1) уравнение:

$2(3q - 3m + n) + m - 2n - q = 27$

$6q - 6m + \cancel{2n} + m - \cancel{2n} - q = 27$

$5q - 5m = 27$

$5(q - m) = 27$; т.к. q и m – целые, то (q − m) – также целое, но из этого уравнения следует, что $(q - m) = \frac{27}{5}$, что не целое. Получено противоречие, а значит хакер не сможет достигнуть своей цели

Ответ: не сможет. +

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

UI 36-58

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17061

**ФАМИЛИЯ** Павленко

**ИМЯ** Егор

**ОТЧЕСТВО** Павлович

**Дата рождения** 22.04.2007 **Класс:** 6А

**Предмет** Математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИI 36-58

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Кто-то съел корм. Есть три подозреваемых: Сиропчик, Торопыжка, Пончик. Невиновные сказали правду, виновный солгал.

Сиропчик сказал, что он не ел собачий корм.
Торопыжка заявил, что корм съел либо Пончик, либо сиропчик.

Пончик подтвердил, что Сиропчик корм не ел.

Если Сиропчик сказал правду, то Пончик тоже. Значит Торопыжка солгал. Сходится.

Если Сиропчик солгал, то Пончик тоже. Такого быть не может.

Если Пончик солгал, то Сиропчик тоже. Такого быть не может.

+

Получается, что есть только ~~одны~~ один вариант: Пончик и Сиропчик сказали правду, а Торопыжка солгал. Значит Торопыжка съел собачий корм.

Ответ: Торопыжка.

№2.

$6^{2020}+2019^{2020}$ Надо узнать на что оканчивается.

Найдём, на что оканчивается $6^{2020}$

Умножим $6\cdot6=36$, ~~оно~~ $6^2$ оканчивается на 6

$6^3=6\cdot6\cdot6=216$, $6^3$ оканчивается на 6.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

продолжение номера 2

Если $6^2$ оканчивается на 6, и $6^3$ тоже оканчивается на 6, то ~~$6^k$~~ $6^n$ оканчивается на 6. $6^{2020}$ оканчивается на 6.

Найдём, на что оканчивается ~~$6^2$~~ $2019^{2020}$

2019 оканчивается на 9. Значит $9^2$ и $2019^2$ оканчивается на одно и тоже число.

$9^2 = 81$ $2019^2 = 4076361$

$9^3 = 729$

$9^4$ оканчивается на ~~то~~ последнюю цифру ~~произведения~~ произведения последней цифры числа 729 и 9 $9 \cdot 9 = 81$.

$9^4$ оканчивается на 1

+

Значит у 9, если в степени чётное число, то 9 в этой степени оканчивается на 1, например $9^2 = 81$.

Если 9 в степени, а степень нечётное число, то оканчивается на 9, например $9^3 = 729$

Также и у 2019

Значит $2019^{2020}$ оканчивается на 1.

$6^{2020}$ оканчивается на 6, $2019^{2020}$ на 1

Сумма $6^{2020}$ и $2019^{2020}$ оканчивается на 6+1.

Сумма $6^{2020}$ и $2019^{2020}$ оканчивается на 7

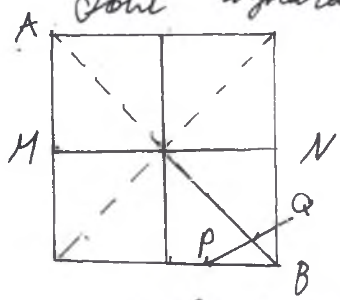
Ответ: сумма оканчивается цифрой 7.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИI 36-58

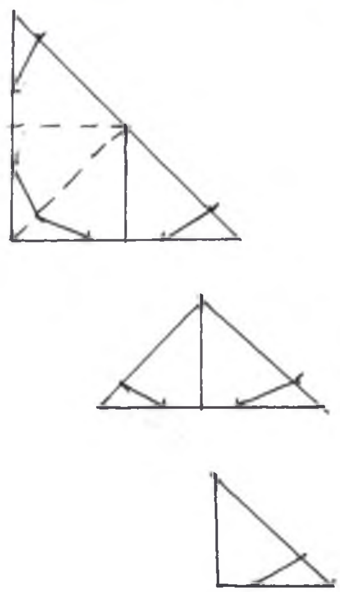
Был изначально №3.




Сделаем два варианта; когда первый сгиб по AB и первый по MN

первый сгиб по AB

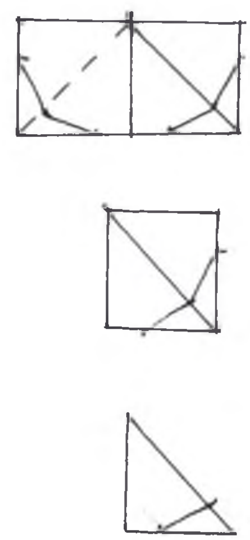
первый сгиб по MN



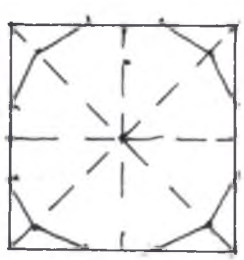
1 сгиб

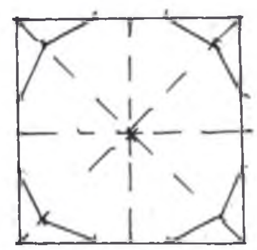
2 сгиб

3 сгиб



получилась фигура





Фигура, в которой 1 сгиб по AB такая же, как и фигура, где 1 сгиб MN

Ответ: Форма получившейся фигуры не отличается.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИТ 36-58

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

слово пятьсот состоит из букв: п, я, т, ь, с, о, т
слово сто из букв: с, т, о.
В слове сто некоторые буквы повторяются со словом пятьсот.
Значит закодировать буквы так, чтобы слово сто было не меньше слова пятьсот невозможно.
Ответ: такое кодирование невозможно.

+

№5.

полтора часа - 90 минут
90 минут - 35 ватрушек.
Женя - 5в. - 10 мин.
Саша - 3в. - 10 мин.

+

Если все ватрушки съел ~~Женя~~ Саша, то он ~~съел их~~ ~~за (35:3)~~ не мог все съесть (35 ⋮̸ 3). Если он съел 30 ватрушек, то 30 : 3 = 10   10 · 10 = 100 (он съел их за 100 мин. и осталось ещё 5в. 100 > 90 - не подходит.
Если он съел 15 ватрушек, то 15 ⋮ 3 · 10 = 50 (мин) - он потратил.
35 - 15 = 20 (в.) ост.
~~20:~~
Женя съел 20в. 20 ⋮ 5 · 10 = 40 (мин) - он потратил
50 + 40 = 90   ~~90~~ = 90 (сходится) 15 + 20 = 35 (в.) - сходится
Ответ: Женя съел 20, а Саша 15.

лист 4 из 4

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| | | |
|---|---|---|
| ЧЭИО | ГS 14- 98 | ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником |
| Место проведения | шифр | |

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** Павлов

**ИМЯ** Илья

**ОТЧЕСТВО** Александрович

**Дата рождения** 29.07.2004. **Класс:** 9

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020.
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ИПА

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.
Мария Ивановна – М.И.
Иван Ильич – И.И.
Александра Варфоломеевна – А.В.
Пётр Петрович – П.П.
утверждения:
1) Если М.И. в ВК, то И.И. и А.В. в ВК.
2) ~~Если~~ Если А.В. в ВК, то П.П. не в ВК и наоборот.
3) Если И.И. в ВК, то М.И. не в ВК и наоборот.
4) Если П.П. в ВК, то и И.И. в ВК, если П.П. не в ВК, то и И.И. не в ВК.

Допустим, что М.И. в ВК, то по утверждению 1) И.И. в ВК, но это противоречит ~~условию~~ утверждению 3), ⇒ М.И. не в ВК. ⇒ по утверждению 3) в ВК сидит И.И. ⇒ по утверждению 4) в ВК сидит П.П. ⇒ по утверждению 2) А.В не сидит в ВК.

+

Ответ: в ВК сидят: Иван Ильич и Пётр Петрович

№2.

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2} \mid \times -3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \mid \times 2 \end{cases}$$

$[x_1]$ – составляет целую часть числа $x_1$.

$$-6[x_1]-3x_2=-\frac{9}{2}$$
$$+\; 6[x_1]-4x_2=8$$

$$0-7x_2=8-\frac{9}{2}=\frac{7}{2}$$

$$-7x_2=\frac{7}{2}$$

$$x_2=-\frac{1}{2} \rightarrow 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2}$$

$$2[x_1]-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$$2[x_1]=2$$

$$[x_1]=1. \Rightarrow x_1\in[1;2).$$

Ответ: $x_1\in[1;2)$ и $x_2=-\frac{1}{2}$.

×

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ JS 14-98

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Дано:
$PQ \perp AB$
$AC \cap BC = C$
Доказать:
$\angle APQ = \angle CPB$

~~Доказательство:~~
Д.П. пусть X - центр 1 окр.
Y - центр 2 окр.
AP, BP, CP.

Доказательство:

1) Т.к. AQP - прямой, и все точки лежат на окружности с центром X, то AP - диаметр окружности с центром X. 2) Аналогично получаем, что BP - диаметр окружности с центром Y. ~~3) Из 1) => $AP \perp AC$, т.к. AC - касательная, по свойству касательной~~ 3) Из 2) => $BP \perp BC$, т.к. BC - касательная.

4) Т.к. $\angle PAB$ и $\angle PCB$, вне окружности с центром Y, опираются на ◡PB => $\angle PAB = \angle PCB$.

5) △ △APQ и △CPB. △APQ ∼ △CPB, т.к. $\angle AQP$ и $\angle CBP$ - прямые, и т.к. $\angle PAB = \angle PCB$ (подобие по 2 углам) =>
=> $\angle APQ = \angle CPB$.

X/

№4

$a_1 = 1000$ руб.; $a_2 = 2000$ руб.; ... $a_{100} = 100000$ руб.; ... $a_{200} = 200000$ руб.

$S_1$ - взнос за 1 день; $S_2$ - взнос за 2 день; $d = 100$ - кол-во банкиров

$$S_1 = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot d}{2} = (a_1 + a_{100}) \cdot 50 = 101000 \text{ руб.} \cdot 50 = 5050000 \text{ руб.}$$

$$S_2 = \frac{(a_{101} + a_{200}) \cdot d}{2} = (a_{101} + a_{200}) \cdot 50 = 301000 \text{ руб.} \cdot 50 = 15050000 \text{ руб.}$$

$$S' = S_1 + S_2 = 15050000 \text{ руб.} + 5050000 \text{ руб.} = 20100000 \text{ руб.}$$

И чтобы никакая ~~пара~~ пара взносов не отличалась на 100000 рублей, можно сделать так, что 1 банкир в 1 день внёс 1000 руб., а во 2 день внёс 200000 руб., 2 банкир в 1 день внёс 2000 руб., и во 2 день внёс 199000 руб., и т.д.

Ответ: 20100000 рублей.

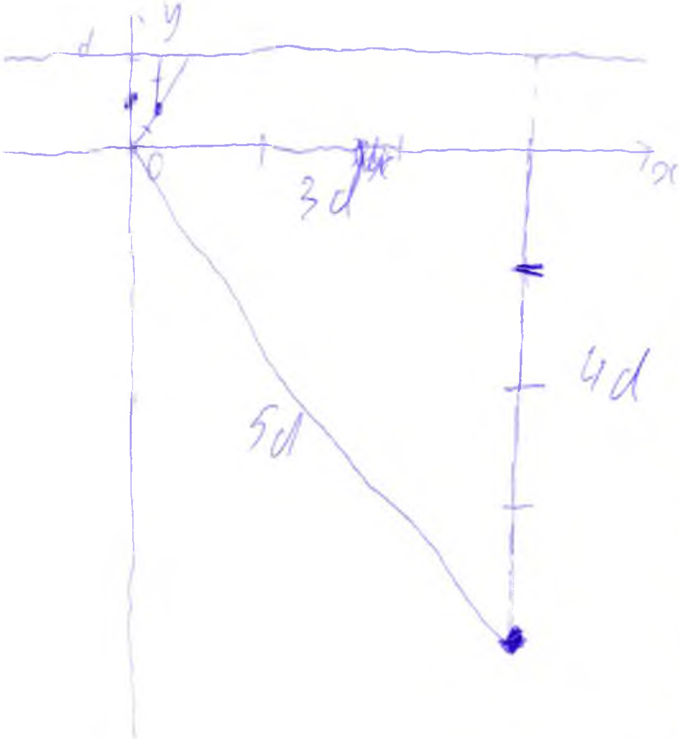
1 частн. случай

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

А)




Чтобы найти точку на дороге находящуюся в 5d от завода (⇒ пол л ЭП), можно рассчитать по формуле

$a^2=b^2+c^2$, где $a=5d$

$c$ - расстояние от оси на которой расположен завод до этой точки дороги т.е. $c=a-d=5d-d=4d$.

$b$ - расстояние по оси $Ox$ от завода до точки дороги. ⇒

⇒ $b^2=a^2-c^2=25d^2-16d^2=9d^2$ ⇒ $b=3d$.

б) т.к. дорога наименее удалена от завода, при $\frac{a}{2}=\frac{7}{2}d$ ⇒ $n$ - наим.

$n=\frac{7}{2}$ - наименьшая $n$, а дорога может быть до бесконечности длинная ⇒ $n\in[\frac{7}{2};+\infty)$

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200

Место проведения

bIW 56-66

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Панюшкина

ИМЯ Виола

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 03.07.2007.

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пан

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№1.

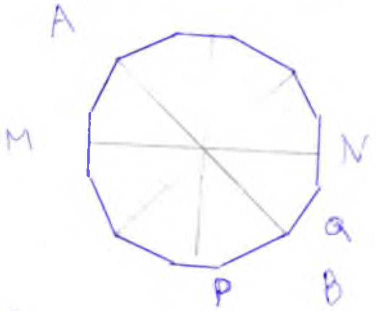
Предположим, что это сделал Сиропчик. Но тогда Пончик тоже будет лгать → Сиропчик ничего не ел. Предположим, что это сделал Пончик. Но тогда получается, что виновен Сиропчик → Пончик не виноват. Значит, варенье съел Торопыжка, он же и солгал. не все проверено

+

Ответ: Торопыжка.

№3.

Форма фигуры не будет изменяться от первого сгиба (линии MN или AB), так как в результате мы получаем один и тот же треугольник, и каждый раз мы сгибаем фигуру пополам. Фигура:




не показано

±

№4.

Вес слова „сто" никак не может быть больше веса слова „пятьсот", потому что во втором слове есть все буквы из первого, причём буква „т" используется 2 раза. Но вес слова „сто" может быть равен весу слова „пятьсот", если разные буквы будут иметь одинаковый код буквы. (100 вариантов)! V

О, С - любое число от 0 до 9 (x и y)

П, Т, Ь, Я - 0

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Ы W 56-66

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Сто $x+0+y=x+y$

Пятьсот $0+0+0+0+x+y+0=x+y$

$x+y=x+y$

Но такое кодирование допускает многозначное восстановление слова. Например:

С = 3 ~~32~~ 302 можно понять как

О = 2 „сто", „сно", „сьо", „сяо". Т, П, Ь, Я = 0

№5.

Шапе за 10 мин – 5 ватрушек

Сомо за 10 мин – 3 ватрушки

1,5 ч = 90 мин

Чтобы всего было съедено 35 ватрушек, Сомо должен съесть число ватрушек, кратное 5 и 3, например 15 (3·5). На это он потратит 50 мин. За 40 мин Шапе может съесть 20 ватрушек. 15 + 20 = 35.

Ответ: Шапе – 20 ватрушек

Сомо – 15 ватрушек.

Другие варианты возможны?

+

№2.

$6^{2020}+2019^{2020}$

Число 6 в любой степени от 1 будет оканчиваться на 6. $6^{2020}=***6$

Число 2019 оканчивается на 9, а 9 в чётной степени оканчивается на 1. $2019^{2020}=***1$

$***6+***1=***7$

Ответ: 7.

+

Лист 02 из 02

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200

Место проведения

Гj 30-25

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17101.

**ФАМИЛИЯ** Першин

**ИМЯ** Иван

**ОТЧЕСТВО** Николаевич

**Дата рождения** 11.01.2004 **Класс:** 10

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Гj 30-25

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

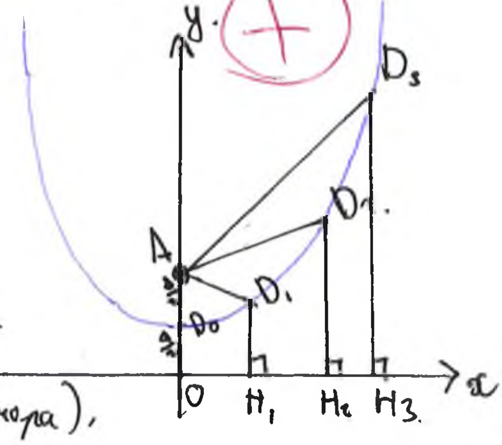
Пусть есть система координат, где ЛЭП - ордината, а проекция завода на ЛЭП (т.е. наименьшее расстояние от завода до ЛЭП (d)) совпадает с абсциссой. Завод - т. A, точка дороги №n : $D_n$.

$D_nH_n$ - расстояние от дороги до ЛЭП.

по условию, $D_nH_n = AD_n$ (n-номер точки) $\in N$.

для $D_0$, где $D_0 \in AO$ ($AO = d$ по условию).

$AD_0 = D_0O = \frac{d}{2}$. Пусть $OH_n = x$, а $H_nD_n = y$.




$H_nD_n = AD_n$, $H_nD_n = y$, $AD_n$ (по т. Пифагора), ~~равен~~ равен $\sqrt{x^2+(y-d)^2}$ (в $\triangle$-ке есть катет, равный $x$ - проекция т. A на $D_nH_n$, и $|y-d|$ - расстояние между этой проекцией и т. $D_n$). ⇒

$\sqrt{x^2+(y-d)^2} = y$

$x^2+(y-d)^2 = y^2$

$x^2+y^2-2yd+d^2 = y$

$x^2+d^2 = 2yd$

$y = \frac{x^2+d^2}{2d} = \frac{x^2}{2d} + \frac{d^2}{2d} = \boxed{\frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}}$.

Это формула параболы, $a=\frac{1}{2d}$, $b=0$, $c=\frac{d}{2}$. ветви вверх.

Ответ: дорога параболической формы, $y = \frac{x^2}{2d}+\frac{d}{2}$, где OY = ЛЭП, $d \in OX$.

№2.

$$\begin{cases} 2[x]+y = \frac{3}{2} \\ 3[x]-2y = p \end{cases} \Rightarrow 7[x] = 3+p$$

$[x] = \frac{3+p}{7}$ $[x]$ - целое число, ⇒ $\frac{3+p}{7} \vdots 7$, $p = 7k+4$, $k \in Z$. ⇒ $p \in Z$.

$y = \frac{3}{2} - 2[x] = \frac{3}{2} - 2\cdot\left(\frac{3+p}{7}\right) = \frac{3}{2} - \frac{12+4p}{14} = \frac{21-12-4p}{14} = \frac{9-4p}{14}$

$y = \frac{3[x]+p}{2}$, т.к. ~~раз~~ $3[x]+p \in Z$, то $\frac{3[x]+p}{2}$ - рацион. число.

но $\frac{9-4p}{14}$ может быть иррациональным, ⇒ $9-4p \vdots 7$, т.к. $9-28k-16 \vdots 7$,

$-28k-7 \vdots 7$., сходится. $4p = 9-14y$, $p = \frac{9-14y}{4}$, ⇒ $9-14y \vdots 4$ ~~то есть~~.

~~14y+~~ Итого, получаем, что p - любое целое число, представимое в виде $7k+4$, $k \in Z$.

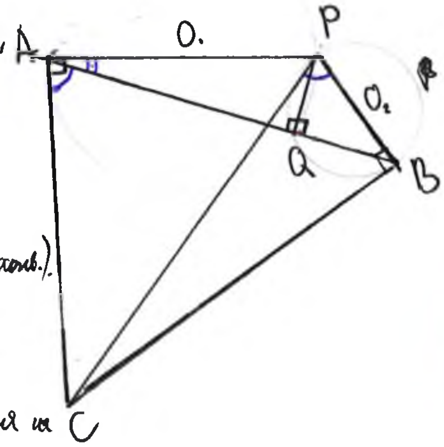
Ответ: $p = 7k+4$, где $k \in Z$.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Дано: ок-ти $\alpha$ и $\beta$ с центрами в т. $O_1$ и $O_2$ соотв. $PQ$ - общ. хорда. $AB \perp PQ$, $AB \cap PQ$ в т. $Q$, т. $A \in \alpha$, т. $B \in \beta$. $AC$ и $BC$ - касательные к ок-тям $\alpha$ и $\beta$ соотв.

Д-ть: $\angle CPB = \angle APQ$ (это то же самое, что в условии).



Д-во: т.к. $\angle APQ = \angle PQB$ по условию $=90°$, то $AP$ и $PB$ - диаметры.

Т.к. $\angle PAC = \angle PBC$ (касательные) $=$
$= 90°$ (касательные и радиусы $AO_1$ и $BO_2$ соотв.)
то чет-к $APBC$ - вписанный.
$\Rightarrow$, $\angle CPB = \angle CAB$ как опирающиеся на 1 дугу. $\angle PAQ = 90° - \angle CAB$ ($\angle PAQ + \angle CAB = \angle CAP = 90°$), и $\angle PAQ = 90° - \angle APQ$ (в прям-м $\Delta$-ке $APQ$), $\Rightarrow$, $90° - \angle CAB = 90° - \angle APQ$, $\Rightarrow$ $\angle CAB = \angle APQ$, $\Rightarrow$ $\angle CPB = \angle APQ$, ч.т.д.

± 2й случай не рассм.

№4. ∓

Рассмотрим $y \circ z$.
для $y \geq z$ $\frac{y+z+|y-z|}{2} = \frac{y+z+y-z}{2} = \frac{2y}{2} = y$, а для $y < z$ $\frac{y+z+|y-z|}{2} = \frac{y+z+z-y}{2} = \frac{2z}{2} = z$. $\Rightarrow$, операция $y \circ z$ выдаёт большее из чисел $y$ и $z$. +
пусть есть уравнение с неизвестным $x$ $a \circ x = b$ ($a$ и $b$ изв.).
если $a \geq x$, то $a \circ x = a$, $\Rightarrow$ $a = b$. Но $a$ и $b$ - любые числа, $\Rightarrow$, могут быть разными, да и для $x$ тут больше 1 решения. , $\Rightarrow$,
$a < x$, тогда $a \circ x = x$, $\Rightarrow$, $x = b$. , $\Rightarrow$ $b > a$. $x$ - ед. решение. $\Rightarrow$,
для $X$ характерно, что если взять два числа $a$ и $b$ ($b > a$, иначе нужных решений нет), то $x = b$ и только $b$, т.о. если $x \in X$.

Отсюда $X$ - вся координатная прямая, если учесть, что $b > a$.
Если невозможно определить $b$ и $a$ (то, что $b > a$,) то $b \geq a$, $\Rightarrow$
$X$ - ед. число.

№5.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ Тј 30-25

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть этот хакер – Петя. Если Петя совершит операции а и в или б и г, он вернётся к началу, ⇒, среди Петиных операций нельзя найти 3 различных – 2 из них будут „покрывать друг друга." ⇒, Петя должен использовать 2 различных операции. (1 не может, по условию, ни одна операция в одиночку не приведёт к цели). Операции:

а и в – ничего не дадут

а и б – даёт постоянное увеличение пятёрок; если опер. а – $n$, то б: $27-2n$ $(30-3=27)$ к-во двоек будет изменено на $-n+(27-2n)\cdot 2 =$

$= -n+54-4n = 54-5n$; $n \in N$, ⇒ $54-5n \neq 27$, т.к. тогда $n=\frac{27}{5}$ $\notin Z$ ±

а и г: даёт постоянное уменьшение кол-ва двоек: если операций а – $n$, то операций г – $\frac{27-n}{2}$. Кол-во пятёрок будет изменено на $2n-\frac{27-n}{2} = \frac{4n+n-27}{2} = \frac{5n-27}{2}$. для $\frac{5n-27}{2}=27$ ⇒ $n=\frac{27}{5}$, что $\notin N$.

б и в: даёт постоянное увеличение кол-ва двоек, что не имеет смысла

б и г – ничего не даёт

в и г – даёт постоянное ~~увеличение~~ уменьшение кол-ва пятёрок, тоже не имеет смысла.

Следовательно, Петя не добьётся цели, комбинируя любые сочетания операций; использование какой-либо одной операции тоже ничего не даст, а использование больше 2 ~~вы~~ разн. операций, как я уже доказал, не имеет смысла (т.к. сводится к исп-ию 2-х видов).

⇒, Петя не может ~~пре~~ улучшить свои оценки таким образом.

Ответ: не может.

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

QG 30 - 90

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** ПЕТРОВА

**ИМЯ** АЛЕКСАНДРА

**ОТЧЕСТВО** РОМАНОВНА

**Дата рождения** 23.12.2005 **Класс:** 8

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ____________

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Задача 1

Нам известно, что на педсовете четыре человека. Также мы знаем, что один человек будет сидеть Вконтакте и два других тоже будут => от него зависят все, кроме одного => возьмём его за основного - это Марья Ивановна

В первом случае мы предполагаем, что она не сидит Вконтакте. Из предложения о том, что хотя бы один из двух - Ивана Ильича и Марьи Ивановны сидит Вконтакте, мы понимаем, что Иван Ильич сидит Вконтакте. Ещё известно, что Иван Ильич и Петр Петрович либо оба сидят, либо оба не сидят Вконтакте, из этого следует, что Петр Петрович тоже сидит Вконтакте, беря во внимание то, что только один из двух - Александра Варфоломеевна или Петр Петрович, мы понимаем, что Александра сидит Вконтакте, и получается так: Варфоломеевна не сидит Вконтакте.

(+)

− Марья
+ Иван
− Александра
+ Петр

Также предположим, что она сидит Вконтакте, из этого следует, что Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят Вконтакте. Из предложения о том, что только один из двух - Александра Варфоломеевна или Петр Петрович, мы понимаем, что Петр сидит Вконтакте, но предложение Петрович не сидит Вконтакте Но предложение о том, что Петр Петрович и Иван Ильич либо оба не сидят Вконтакте, либо оба сидят => она не опровергает наше предположение верно.

Ответ: Вконтакте сидят Иван Ильич и Петр Петрович

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

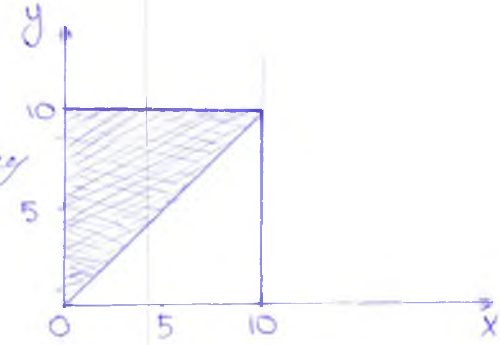
Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QG 30 - 90

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

Так как нам нужно, чтобы $[x]<[y]$, мы понимаем, что если принимать за одну вершину точку (0,0), а за вторую точку M (x, y), то у нас должен ~~...~~ получаться прямоугольник, у которого длинная сторона (большая) должна быть параллельно оси y => чтобы получить все эти точки нам надо поделить квадрат K пополам так как показано на чертеже. => $S$ множества точек M составляет $\frac{1}{2}S$ квадрата K (заштрихованная область выбрана)




Ответ: $S_M = \frac{1}{2}S_K$

+

Задача 2

Рассмотрим каждое число по отдельности

$2019^{2020}$, так как последняя цифра зависит только от последнего разряда (меньшего), то мы будем рассматривать только $9^{2020}$

Выведем закономерность, что последняя цифра в степени любого числа зависит от того, с каким остатком эта степень делится на 4.

Степень 2020 делится с остатком 0 => последней цифрой при возведении 9 в 2020 степень будет 1, так как в ряде степеней 9 последняя цифра чередуется, то 9, то 1.

По такому же принципу рассмотрим число $2020^{2019}$, а так как мы знаем, что любое число которое делится без остатка на 10, в любой степени будет оканчиваться 0, мы говорим, что при сложении числа, оканчивающегося на 1 и на 0, последней цифрой будет 1

Ответ: 1

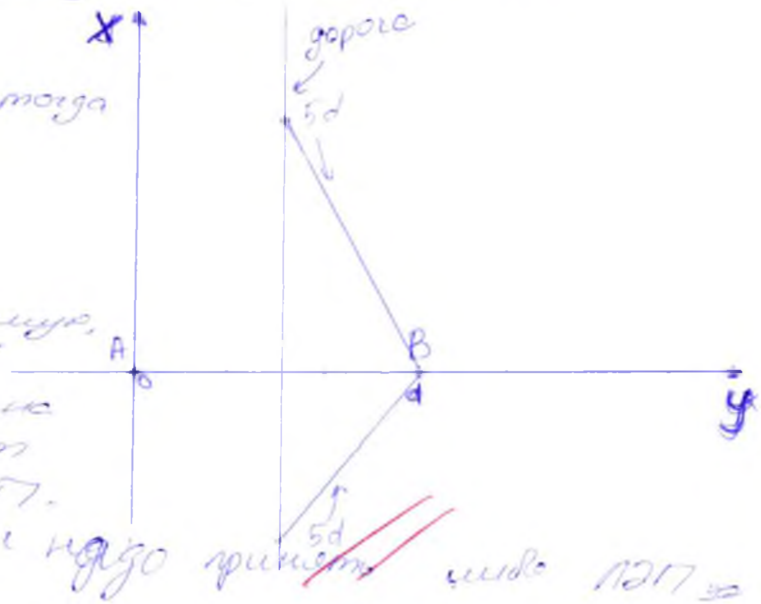
X

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

Так как каждая точка дороги должна быть отдалена от двух мест, стоящих на одной прямой, эта дорога должна лежать перпендикулярно прямой, соединяющей эти места или здания должны находиться в одном месте (что невозможно по условию задачи $d \neq 0$)

Пусть $A(0;0)$ завод, тогда $B(0;d) \in$ ЛЭП




Мы не можем прокладывать дорогу ~~...~~ ее запрещую, так чтобы каждая её точка была отдалена на одно расстояние и от точки (завода) и от прямой ЛЭП.

~~Задача~~ нам надо принять либо ЛЭП за точку, либо завод за прямую, 1 вариант больше нам подходит => ЛЭП - $B(0;d)$

Чтобы дорога каждой точкой была отдалена от завода и ЛЭП на равном расстоянии ее между ними, ~~параллельно~~ проложим перпендикулярно прямой, на которой лежат ЛЭП и завод. => 90°

Рассмотрим расстояние между заданной точкой и заводами, как гипотенузу =>

$(5d)^2 = (0{,}5d)^2 + x$ по т. Пифагора

$= 25d^2 - 0{,}25d^2 = x$

$x = \sqrt{24{,}75d^2} \approx 4{,}99d$ => эта точка находится в координате $(4{,}99d; 0{,}5d)$ или $(-4{,}99d; 0{,}5d)$

Ответ $(4{,}99d; 0{,}5d)$
$(-4{,}99d; 0{,}5d)$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Известно, что общая сумма взносов за два дня у каждого финансиста не превосходила 100 тыс. При этом в первый день вносили не более 50 тыс, а во второй более 50 тыс. И два этих взноса никогда не отличались ровно на 50 тыс.
=> В первый день все могли внести минимальную сумму 1 тыс руб, а во второй также минимальную 51 тыс руб, но их разница равна 50 руб => надо внести 52 тыс.
Либо они могли внести максимальную сумму, которая была бы меньше 100 тыс => 98 тыс и 1 тыс или 48 тыс и 51 тыс => собрали каждый от 53 тыс до 99 тыс => всего собрали от.
2650 тыс до 4950 тыс =>
=> от 2 млн 650 тыс до 4 млн 950 тыс

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

№ группы

Вариант № 17091

IS 41-75

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

ФАМИЛИЯ ПИМЕНОВ

ИМЯ АРСЕНИЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 19.09.2004

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ПА

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-75

Задача 1.

Пусть Марья Ивановна (МИ) сидит ВКонтакте (ВК), тогда в ВК сидят Иван Ильич (ИИ) и Александра ~~Варфоломеевна~~ (АВ), но тогда по ~~з~~ второму утверждению Петр Петрович (ПП) не сидит в ВК, а по четвертому утверждению должен сидеть т.к. в ВК сидит ИИ. Противоречие. Если же МИ сидит в ВК, то ИИ ~~может~~ должен сидеть в ВК, т.к. если он не сидит, то третье утверждение не верно, значит из второго утверждения мы знаем, что АВ не сидит в ВК, а из четвертого — что ПП — сидит. В этом случае в ВК сидят 2 человека. Т.к. никаких промежуточных позиций между сидением и несидением в ВК МИ не существует, мы можем утверждать, что разобрали все варианты.

Ответ: 2 человека: Иван Ильич и Петр Петрович.

+

Задача 2.

$$\begin{cases}2[x_1]+x_2=1{,}5\\3[x_1]-2x_2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_2=1{,}5-2[x_1]\\3[x_1]-2(1{,}5-2[x_1])=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_2=1{,}5-2[x_1]\\3[x_1]-3+4[x_1]=4\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_2=1{,}5-2[x_1]\\7[x_1]=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_2=1{,}5-2[x_1]\\[x_1]=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_2=-0{,}5\\x_1\in[1;2)\end{cases}$$

Ответ: $x_1\in[1;2)$, $x_2=-0{,}5$.

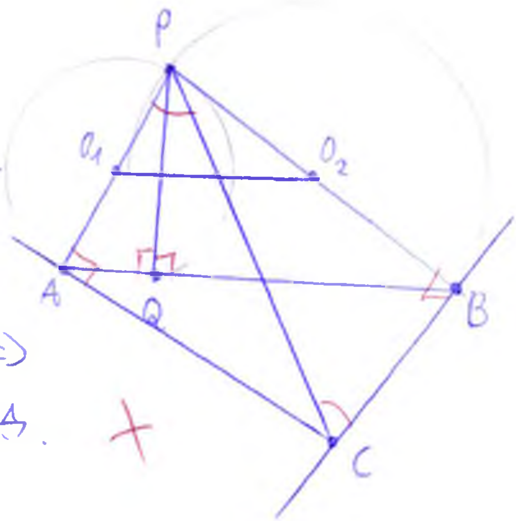
×

Задача 3.

$\angle AQP=\angle BQP=90^\circ\Rightarrow AP$ — диаметр; $BP$ — диаметр $\Rightarrow O_1\in AP$ и $O_2\in BP\Rightarrow$ $\Rightarrow O_1A\perp AC$ (т.к. $AC$ — касат.) и $O_2B\perp BC$ (аналогично) $\Rightarrow\angle PAC=\angle PBC=90^\circ\Rightarrow\angle PAC+\angle PBC=180^\circ\Rightarrow APBC$ — вписанный $\Rightarrow\angle PAB=\angle PCB$, как опирающиеся на одну хорду.

$$\left.\begin{array}{l}\angle PAB+\angle APQ=90^\circ\ (\text{т.к. }\triangle APQ\text{ — прямоуг.})\\ \angle PCB+\angle CPB=90^\circ\ (\text{т.к. }\triangle CPB\text{ — прямоуг.})\end{array}\right|\Rightarrow$$

$\Rightarrow\angle APQ=90^\circ-\angle PAB=90^\circ-\angle PCB=\angle CPB$, ч.т.д.




Ответ: Доказано.

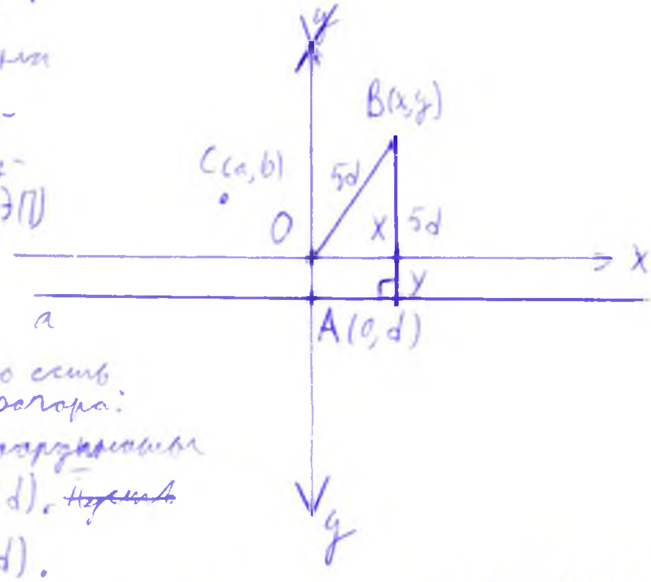
×

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17021

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-75

## Задача 5.




а) Пусть B – точка удаленная на 5d от завода, пусть её координаты (X,y). Опустив перпендикуляр из точки B на прямую a (ЛЭП) мы получим прямую параллельную оси y, значит ~~значимые координаты равны 5d-d~~ длина отрезка $BX = BY - XY = 5d - d = 4d$, то есть $y = -4d$, тогда через теорему Пифагора: $25d^2 = 0X^2 + 16d^2 \Rightarrow 0X = \pm 3d$, тогда координаты точки B это $(3d; -4d)$ или $(-3d; -4d)$. ~~Ответ~~

~~как~~ Ответ: $3d; -4d)$ или $(-3d; -4d)$.

б) Пусть координаты точки $C(a;b)$ и она равно удалена от завода (0) и от ЛЭП (a), тогда имеет место такое равенство $\sqrt{a^2+b^2}$ (расстояние до завода) $= d - b$ (расстояние до ЛЭП) – преобразуем это равенство: $\sqrt{a^2+b^2} = d - b \Rightarrow a^2+b^2 = d^2 - 2bd + b^2 \Rightarrow a^2 - d^2 = -2bd$. Пусть расстояние от точки C до завода равно nd, тогда и расстояние от точки C до ЛЭП $(d-b)$ тоже равно nd, значит: $d - b = nd \Rightarrow$ $\Rightarrow d = -(n-1)d$, тогда $a^2 - d^2 = -2(-(n-1)d)\cdot d \Rightarrow a^2 = d^2 + 2(n-1)d^2 = d^2(1+2(n-1)) \geq 0$, значит $a = \pm d\sqrt{1+2(n-1)}$ и точка C имеет координаты $(d\sqrt{1+2(n-1)}; -(n-1)d)$ или $(-d\sqrt{1+2(n-1)}; -(n-1)d)$. То есть при любом n найдется точка C удаленная от завода и от ЛЭП на расстояние nd. +

Ответ: n – любое.

## Задача 4.

У нас есть 2 варианта, 1-й вариант: неверный вопрос и настоящий вопрос звучит, как „Какую сумму могли собрать?", но т.к. вопрос запрашивает ответ лишь на один из множества случаев, то законным будет ответ: 299 тыс. рублей (199 банкиров в 1-й день ~~х~~ внесли каждый по 1 тыс рублей и 100-й банкир во 2-й день внёс 200 тыс. рублей). 2-й вариант: пропущено еще какое-то дополнительное условие которое сводит задачу к единственному возможному значению суммы, а так как ~~этого~~ условия нет, то ~~от~~ мой ответ: 299 тыс. рублей.

Ответ: 299 тыс. рублей.

∓ Диапазон возможных сумм не найден

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

ГS 14-13

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Плахин

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Викторович

Дата рождения 26.06.2004.

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 8.02.20
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Я

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Дано:
М сидит → И и А тоже сидят в ВК (1)
1 из А и П сидят в ВК (2)
1 или 2 из И и М сидят в ВК (3)
0 или 2 из И и П сидят в ВК (4)

М - Мария Ивановна
И - Иван Ильич
П - Петр Петрович
А - Александра Варфоломеевна

Решение:
предположим, что М сидит в ВК
Тогда И и А тоже сидят в ВК (из 1).
Тогда П не сидит в ВК (из 2)
Но из (4): И - сидит в ВК, П - не сидит в ВК -
Такое невозможно, т.к. в (4) сказано, что И и П либо оба сидят, либо оба не сидят в ВК. Противоречие, т.к. П не может сидеть и не сидеть в ВК одновременно.

Значит, М не сидит в ВК.
из (3): И - сидит в ВК (т.к. М не сидит в ВК)
из (4): П - сидит в ВК (т.к. И сидит в ВК)
из (2). А - не сидит в ВК (т.к. П сидит в ВК)

Ответ: сидят в ВК: И, П;
не сидят в ВК: М, А.

+

№2.

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2} \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4[x_1]+2x_2=3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$7[x_1]=7$

$[x_1]=1 \Rightarrow x_1\in[1;2)$

$4\cdot 1+2x_2=3$

$2x_2=-1$

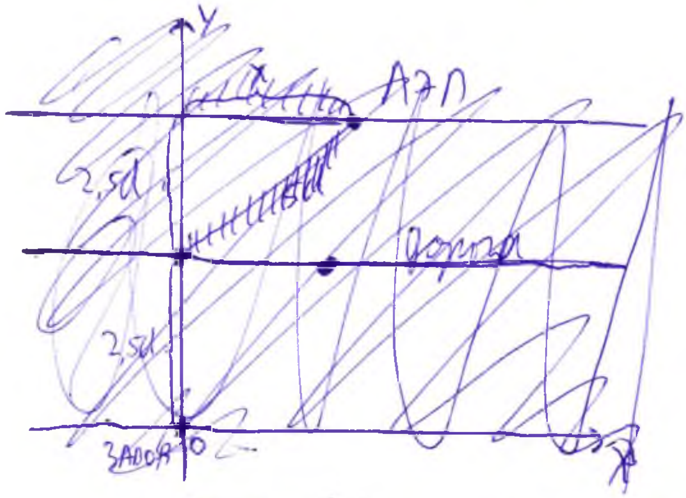
$x_2=-0{,}5$

Ответ: $x_1\in[1;2)$; $x_2=-0{,}5$.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

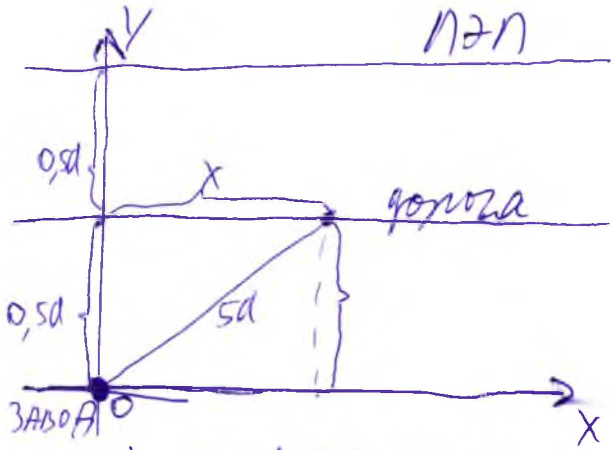
№5.




Решение: А) ЛЭП параллельно оси OX, на расстоянии d от OX.

Дорогу следует построить тоже параллельно OX и ЛЭП, и на расстоянии $\frac{d}{2} = 0{,}5d$ до ЛЭП и до OX, т.к. дорога равноудалена от ЛЭП и OX.

Далее, (X, Y) — координаты точки на дороге, удаленной от завода на расстояние 5d.




$Y = 0{,}5d$, т.к. дорога параллельна OX.

по т-ме Пифагора: $X = \sqrt{(5d)^2 - (0{,}5d)^2} = \sqrt{24{,}75d^2} = d\sqrt{(1{,}5)^2 \cdot 11} = 1{,}5d\sqrt{11}$

$\boxed{(X; Y) = (1{,}5d\sqrt{11}; 0{,}5d)}$

б) по т-ме Пифагора: $(nd)^2 = (0{,}5d)^2 + n^2$, n — натуральное

$n^2(d^2 - 1) = 0{,}25d^2$

$n = \sqrt{\frac{0{,}25d^2}{d^2-1}} = \frac{0{,}5d}{\sqrt{d^2-1}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ такого n не существует.

Ответ: А) $(1{,}5d\sqrt{11}; 0{,}5d)$; б) нет.

−
+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Условие задачи неточное, и решений может быть множество. Но тогда найдем максимальную сумму, которую могли бы собрать банкиры.

Т.к. никакая пара взносов отличалась на 100 тысяч, то пусть в первый день сдаст только один банкир, а во второй — 99 банкиров по 200 тысяч.

Тогда $99 + 200 \cdot 99 = 99 \cdot 201 = 20099$ (тыс.) рублей.

min = ?

Если же ни один банкир не сдал одинаковое кол-во тысяч рублей, то возможен только один вариант когда первый сдаст 1 тыс, 2 — 2 тыс ... 99 – 99 тысяч. И 100-й сдаст 200 тыс. Других вариантов нет. Тогда:

почему?

±

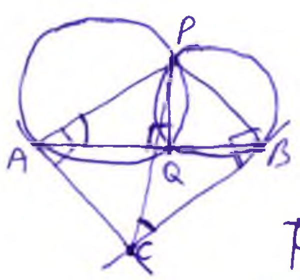
$(1+99)+(2+98)+\ldots+(48+52)+(49+51)+50+200 =$

$\cancel{= 50 \cdot 100 - 50 + 200 =}$

$= 49 \cdot 100 + 250 = 5150$ (тыс.)

Ответ: 20099000 рублей или 5150000 рублей, но условие неточное.

№3.




1) $\angle PQA = \angle PQB = 90° \rightarrow AP$ и $PB$ – диаметры

2) $\angle PQA = \angle PBC = 90°$, т.к. $AC$ и $BC$ – касательные

3) Т.к. $\angle PAB$ и $\angle PCB$ оба опираются на отрезок $BP$, то значит, что точки $P, B, C, A \in$ одной окружности. следовательно, $\angle PAB$ и $\angle PCB$ опираются на одну хорду $\Rightarrow$ $\angle PAB = \angle PCB$.

~~4) ΔAPQ ∼ ΔPQA ΔBPC ∼ ΔBCP~~ 4) $\Delta PBC \sim \Delta PQA$: $\angle PQA = \angle PBC = 90°$ / $\angle PAQ = \angle BCP$ →

$\Rightarrow \angle APQ = \angle BPC$

±

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

ЭЕ 44-88

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Попов

**ИМЯ** Ярослав

**ОТЧЕСТВО** Павлович

**Дата рождения** 03.10.2006 **Класс:** 7

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

По условию известно, что Пётр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят ВКонтакте, либо оба не сидят. Предположим, что они оба не сидят ВКонтакте. Тогда Марья Ивановна не сидит ВКонтакте, так как если бы она там сидела, то Иван Ильич тоже сидел бы ВКонтакте. Но по условию задачи дано, что хотя бы один из Марьи Ивановны и Ивана Ильича точно сидит ВКонтакте. Мы же получили обратное: они оба там не сидят. Значит, предположение о том, что Пётр Петрович и Иван Ильич оба не сидят ВКонтакте было неверным. Значит, они оба там сидят. Так как только один из Петра Петровича и Александры Варфоломеевны сидит ВКонтакте и Пётр Петрович сидит ВКонтакте, то Александра Варфоломеевна там не сидит. Если Марья Ивановна сидит ВКонтакте, то должны сидеть и Иван Ильич, и Александра Варфоломеевна. Но Александра Варфоломеевна не сидит ВКонтакте, значит, Марья Ивановна тоже там не сидит.

Значит, ВКонтакте сидят только Пётр Петрович и Иван Ильич.

Ответ: Пётр Петрович и Иван Ильич. +

№2

Заметим, что любое число можно, если оно целое, представить в виде $10A + a$, где $a$ — последняя цифра этого числа. Из этой записи несложно увидеть, что последняя цифра числа — это его остаток от деления на 10.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Заметим следующее:
$2020 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow 2020^{2019} \equiv 0^{2019} \pmod{10} \Rightarrow$
$\Rightarrow 2020^{2019}$ оканчивается на ноль в десятичной записи.
$2019 \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow 2019^{2020} \equiv 9^{2020} \equiv (-1)^{2020} \pmod{10}$.
Но $(-1)^{2020} = 1$. Значит, $2019^{2020}$ оканчивается на 1 в десятичной записи.

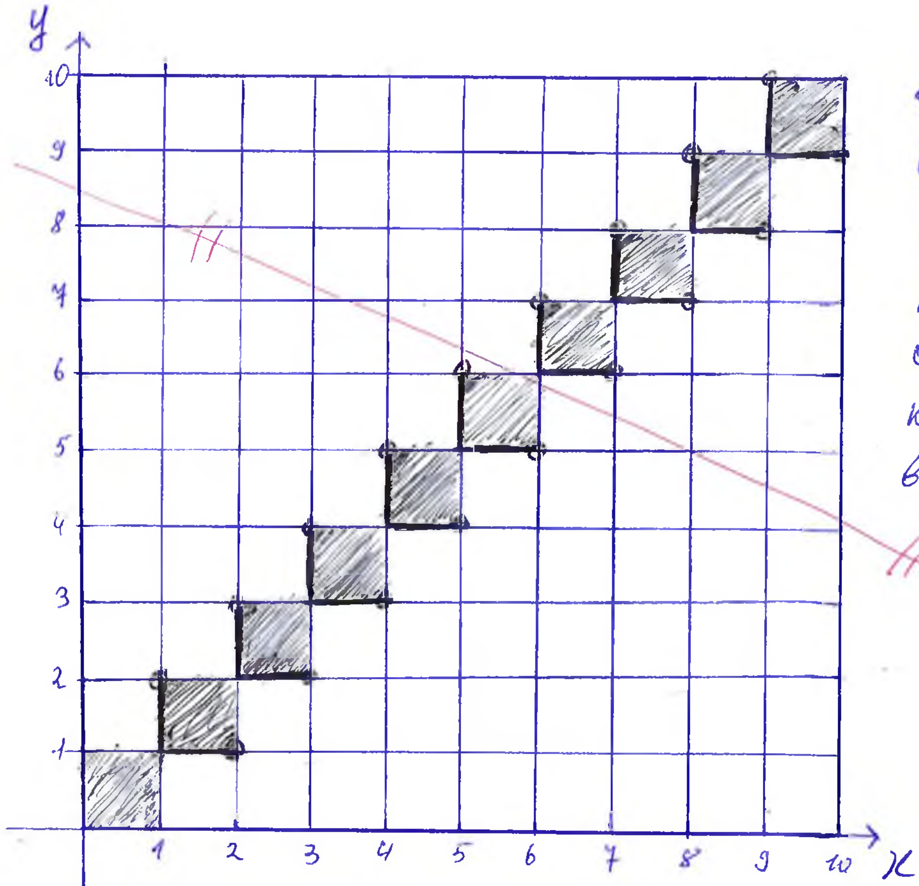
+

Тогда
$2019^{2020} + 2020^{2019} \equiv 1 + 0 = 1 \pmod{10}$
Значит, сумма оканчивается на 1.
Ответ: 1.

№ 3

Заметим, что при любом $a$ таком, что $a \in [n; n+1)$, где $n$ – натуральное число или 0, $[a] = n$. Это легко доказать, ведь любое число из этого интервала можно представить как $n + r$, ~~где $r < 1$, а значит, целая часть~~ где $0 \leq r < 1$, а значит, целая часть этого числа — это ни что иное, как $n$. Из этого можно сделать вывод о том, что если $[x] = [y] = n$, то $x \in [n; n+1)$ и $y \in [n; n+1)$, так как в обратную сторону утверждение выше тоже верно.

Нарисуем на координатной плоскости указанный в условии квадрат K, расчертив его (условно) на квадратики 1×1:




Чёрным цветом отмечено множество M.

Кружочками обведены точки, которые не входят в множество M.

+

Нетрудно объяснить, почему множество M именно такое: исходя из доказанного выше для каждого $x \in (0;1)$, $y$ из множества M таков, что $y \in (0;1)$,

$x \in [1;2)$, $y \in [1;2)$,

$x \in [2;3)$, $y \in [2;3)$,

и так далее.

~~Если $x \in (0;1)$ и $y \in (0;1)$ то $[x]=0$, $[y]=0$ $0 \neq 0$ ложно! $\Rightarrow [x] \neq [y]$ ложно!~~

~~Неаккуратно! Неверно!~~

Стоит обратить внимание на некоторые интересные точки и отрезки.

Например, обведённые точки в множество M не входят. Так же отрезки прямых $x = a$ при

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$y \in [a-1; a)$ тоже не входят в множество $M$. При этом множество $M$ необходимо изобразить внутри квадрата $K$, поэтому $x \in (0; 10)$ и $y \in (0; 10)$, не включая концевые точки 0 и 10 — это важно.

Исходя из этого несложно и определить, какую часть множество $M$ занимает в квадрате $K$.

Для любого $x \in (0; 10)$ ~~для~~ $y$ в множестве $M$ соответствует любой $y$, такой что $y \in [k; k+1]$ при некотором $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Значит, для любого $x$ в множество $M$ входит ровно одна десятая часть прямой $x = a$ при $y \in (0; 10)$. Тогда множество $M$ занимает ровно $\frac{1}{10}$ часть площади квадрата $K$.

№4

Пусть $a, b, c, d, e, f$ — ~~все~~ коды букв Е, О, С, Т, Ш и Ь соответственно. Тогда решение задачи о требуемой кодировке равносильно решению неравенства $c+d+b \geq e+a+c+d+f+c+b+d$, где $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Решим это неравенство:

$\cancel{c}+\cancel{d}+\cancel{b} \geq e+a+\cancel{c}+\cancel{d}+f+c+\cancel{b}+d$

$e+a+c+d+f \leq 0$

Сумма неотрицательных чисел равна нулю или меньше, только если каждое из них равно нулю.

Значит, $e=a=c=d=f=0$.

Так как переход был равносильным, то от значения переменной $b$ выполнение или невыполнение этого неравенства не зависит.

Значит, $b$ может принимать любые допустимые значения, то есть $b \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Значит, неравенство имеет столько решений, сколько значений может принимать переменная $b$. Значит, существует 10 решений.

Поэтому требуемое кодирование можно осуществить 10 способами. При этом у 5 переменных одинаковые значения, то есть у пяти букв будут обязательно одинаковые коды. Значит, однозначное восстановление слова по его коду невозможно.

Ответ: кодирование возможно, его можно осуществить 10 способами, однозначное декодирование невозможно.

+

№5

Заметим, что ни один мальчик не мог есть свои ватрушки больше суток, значит, они не ели ватрушки одновременно. Если Женя съедает 5 ватрушек за 10 минут, то одну он съест за 2 минуты, а Саша, аналогично, съест ватрушку за $\frac{10}{3}$ минуты. Пусть Женя съел $x$ ватрушек. Тогда Саша съел $(70-x)$ ватрушек. Тогда Женя потратил $2x$ минут, а Саша $\frac{10}{3}\cdot(70-x)$ минут. По условию задачи они потратили 3 часа, то есть 180 минут. Составим и решим уравнение:

$$2x+\frac{10}{3}\cdot(70-x)=180$$

$$2x+\frac{700}{3}-\frac{10}{3}x=180$$

$$-\frac{4}{3}x=-\frac{160}{3}$$

$$x=40$$

Значит, Жене досталось $x$ ватрушек, то есть 40 штук, а Саше $(70-x)=30$ штук.

Ответ: Женя съел 40 ватрушек, а Саша — 30 ватрушек.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Москва

Место проведения

МД 44-14

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** Прокопчук

**ИМЯ** Илья

**ОТЧЕСТВО** Дмитриевич

**Дата рождения** 12.03.2002 **Класс:** 11

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Пи

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

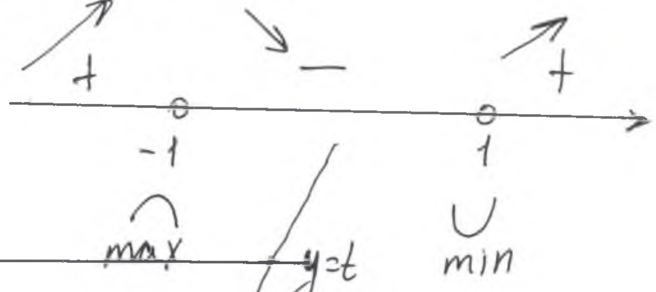
**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

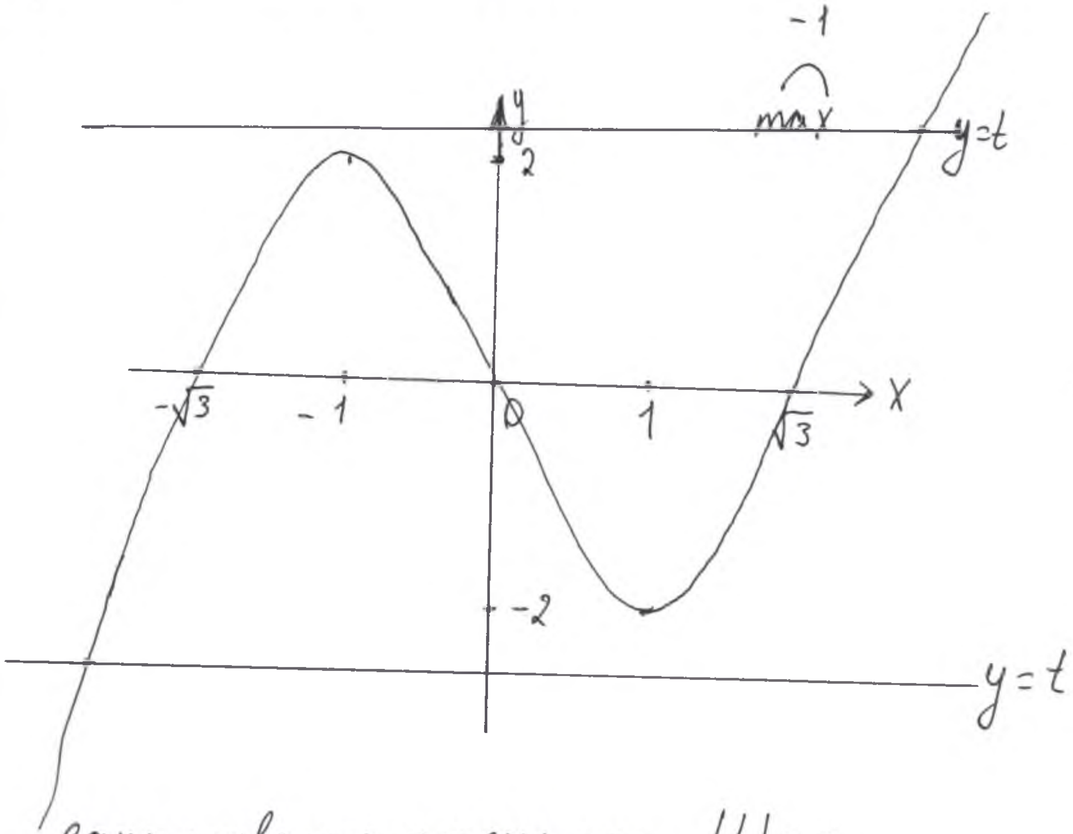
№1.

$x^3-3x=t$ $t$ - при которых будет един. корень

построим график функции $y=x^3-3x$

$y'=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$




единственный корень при $|t|>2$

Пусть $t=2$, тогда $x^3-3x=2$

$$x^3-3x-2=0$$

$$x^3-2x-x-2=0$$

$$x(x-1)(x+1)-2(x+1)=0$$

$$(x+1)(x^2-x-2)=0$$

$$(x+1)(x+1)(x-2)=0$$

$(x+1)^2(x-2)=0$, отсюда $|x_0|>2$

Ответ: $|t|>2$, $|x_0|>2$.

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$$ k - целое число

Пусть $x=a+u$, $y=b+v$ a, b - целые числа, $0 \leq u$, $v<1$

$2a+b+v=1{,}5$, отсюда $v=0{,}5$ ; $2a+b=1$ ;

$b=1-2a$

$u^2-2(1-2a)=k$

$u=0$, $k=4a-2$, $x=a$, $y=1{,}5-2a$

Ответ: Если $k=4a-2$ при любом условии, то $(x,y)=$
$=(a; 1{,}5-2a)$. При других условиях k решений нет.

+

№4.

По условию задачи $S(a,x)=\frac{a+x}{2}$, тогда имеем ур-е: $\frac{a+x}{2}=b$ $|\times 2$

$a+x=2b$

$x=2b-a$

Ясно, что множество x состоящее из одного элемента обладает такими свойствами. Если p - этот элемент, то $\frac{p+p}{2}=p$. Докажем, что $2^x$ элементов быть не может. Пусть $p<q$, тогда $\frac{q+x}{2}=p$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\frac{q+x}{2}=p \mid \cdot 2$

$q+x=2p$

$x=2p-q$

Далее, $\frac{q+x}{2}=2p-q \mid \cdot 2$

$q+x=4p-2q$

$x=4p-3q$ - это число отличается от $p$ и от $q$

т.е. таких элементов бесконечно много

Ответ: множества состоящие из одного числа.

+

№5.

Пусть $a_1, a_2, a_3, a_4$ – число операции а, б, в, г соответственно

Составим систему

$$\begin{cases} 3+a_1+a_2-2a_3-a_4=30 \\ 30-a_1+2a_2+a_3-2a_4=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_1+a_2-2a_3-a_4=27 \; (+) \\ a_1-2a_2-a_3+2a_4=27 \; (-) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a_1-a_2-3a_3+a_4=54 \\ a_1+3a_2-a_3-3a_4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(a_1-a_3)-(a_2-a_4)=54 \\ (a_1-a_3)+3(a_2-a_4)=0 \end{cases}$$

Пусть $a_1-a_3=x$, $a_2-a_4=y$

$$\begin{cases} 3x-y=54 \mid \cdot 3 \\ x+3y=0 \end{cases} + \begin{cases} 9x-3y=162 \\ x+3y=0 \end{cases}$$

$10x=162$

$x=16,2$ - не целое число

Ответ: не может.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| | |
|---|---|
| Брянск | A I 14-88 |
| Место проведения | шифр |

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Протасов

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Павлович

Дата рождения 18.05.2004

Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Прот

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AI 14-88

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Рассмотрим случай, если Марья Ивановна сидит Вконтакте. Тогда вместе с ней сидит Александра Варфоломеевна и Иван Ильич, с которым точно сидит Вконтакте и Пётр Петрович. Но Пётр Петрович и Александра Варфоломеевна не могут сидеть Вконтакте одновременно, поэтому мы получили противоречие и Марья Ивановна на педсовете однозначно Вконтакте не сидит.

В таком случае так же однозначно определяется и то, что сидит Иван Ильич, потому что либо он, либо Марья Ивановна сидят Вконтакте на педсовете, а про Марью Ивановну известно, что она точно не сидит.

Но если сидит Иван Ильич, то с ним обязательно сидит и Пётр Петрович, то есть и это определяется однозначно.

А если сидит Пётр Петрович, то Александра Варфоломеевна точно не сидит, потому что из них двоих сидеть должен кто-то один. Это тоже определяется однозначно.

Ответ: сидят Иван Ильич и Пётр Петрович.

+

2. $\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = 3/2, \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4; \end{cases} \quad |\cdot 2$

$+\begin{cases} 4[x_1] + 2x_2 = 3, & (1) \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4; & (2) \end{cases}$

$7[x_1] = 7 \Rightarrow [x_1] = 1 \Rightarrow x_1 \in [1;\ 2).$

Из (1):

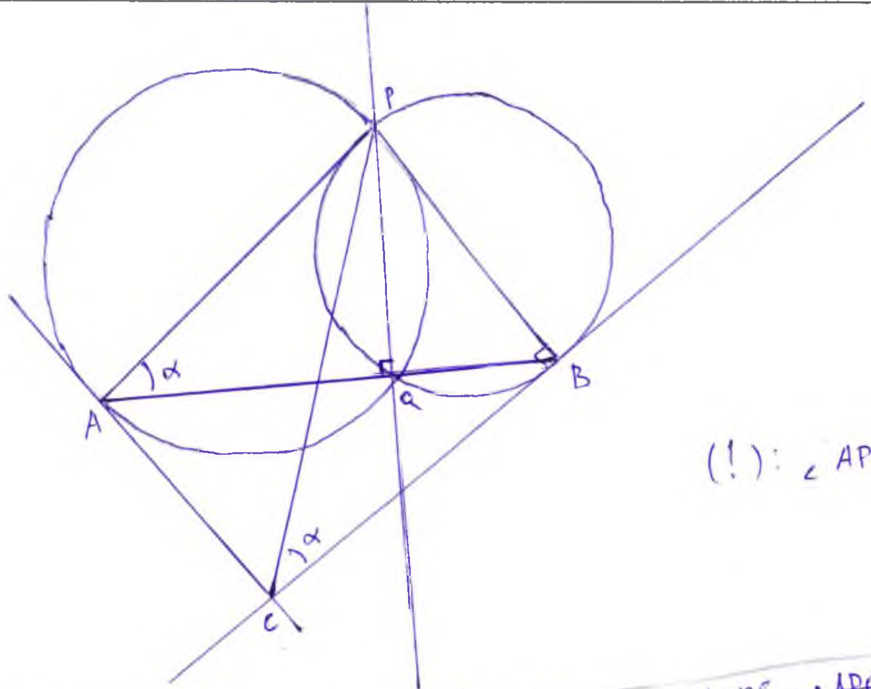
при $[x_1] = 1$: $4 + 2x_2 = 3 \Rightarrow 2x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $\begin{cases} x_1 \in [1;\ 2); \\ x_2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3.




(!): $\angle APQ = \angle CPB$.

~~1) Пусть $\angle APQ = \alpha$. Тогда в прямоуг. тр-ке $\triangle APQ$ $\angle PAQ = 90 - \alpha$.~~

~~2) $\angle APQ = \frac{1}{2} \cup PQ$ (как впис.) $\Rightarrow \cup PQ = 180 - 2\alpha$.~~

как пришли?

1) $\angle PAC + \angle PBC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (по свойству касательной) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ PACB – вписанный четырёхугольник; PC – диаметр опис. окр-ти.

2) Пусть $\angle PAQ = \alpha$.

3) $\angle APQ = \frac{1}{2} \cup PB = \angle PCB = \alpha$ (как вписанные углы) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CPB = 90 - \alpha = \angle APQ$ (по теореме о сумме острых углов п/у тр-ка) ч.т.д.

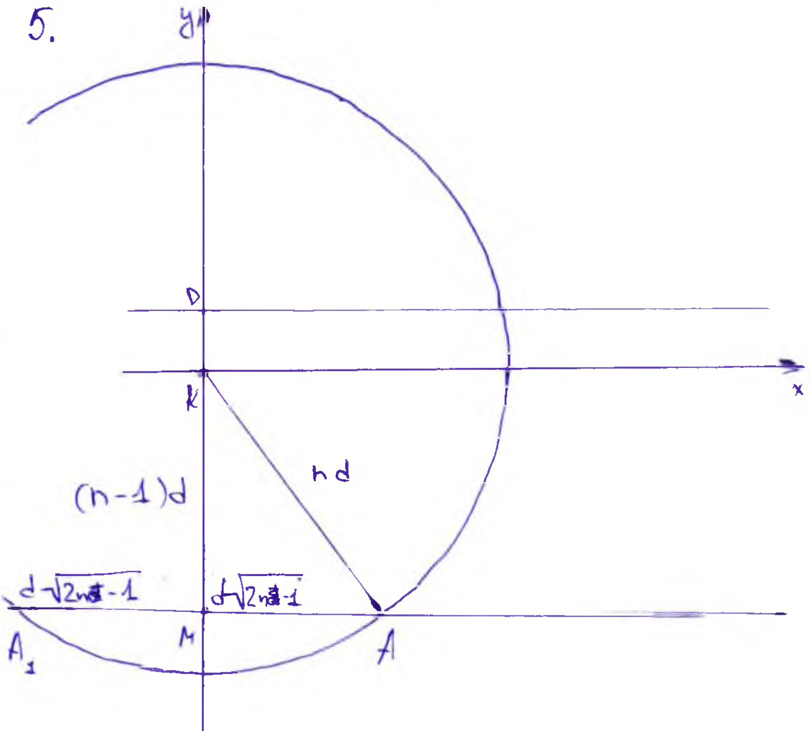
+/

4. В данной задаче недостаточно данных
V для однозначного определения суммы. Так, сумма в 201 тысячу рублей (99 взносов по 1 тысяче и один в размере 102 тысяч) и в 19,899 миллиона рублей (один взнос в ~~100~~ 99 тысяч рублей и 99 взносов по 200 тысяч) в равной степени удовлетворяют условиям данной задачи.

но можно получить оценки

∓

5.




а) ГМТ всех точек, находящихся на расстоянии 5d от завода — это окружность с центром в заводе и радиусом 5d.

ГМТ всех точек, удалённых на 5d от ЛЭП — две прямые, параллельные ЛЭП и находящиеся на расстоянии 5d от нее.

Рассмотрим прямую, расположенную со стороны завода относительно ЛЭП. Она проходит на расстоянии 4d от завода, т.е. является секущей к окружности и пересекает её в двух точках — $A$ и $A_1$.

Найдем их координаты.

Рассмотрим $\triangle KMA$. Это прямоуг. треугольник с гипотенузой 5d и катетом в 4d. Тогда другой катет будет равен 3d, т.е. точка $A$ имеет координаты $(3d; -4d)$. Точка $A_1$ будет иметь координаты $(-3d; -4d)$ в силу симметрии конструкции относительно оси $y$.

б) В $\triangle KMA$ при любом натуральном $n$ будет гипотенуза $nd$ и катет $(n-1)d$, т.к. прямая всегда будет находиться на расстоянии $(n-1)d$ от центра. Тогда она будет пересекать окружность в двух точках с координатами ~~((1-n)d,~~ $(\pm d\sqrt{2n-1};\ (1-n)d))$, т.е. они будут существовать при любых натуральных $n$.

$\sqrt{2n-1} = \sqrt{n^2-(n-1)^2}$

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

АТЛ

Место проведения

КЭ 88-70

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** ПУЗАКОВА

**ИМЯ** ВЕРА

**ОТЧЕСТВО** ВЯЧЕСЛАВОВНА

**Дата рождения** 04.09.2002 **Класс:** 11

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** ФИНАЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

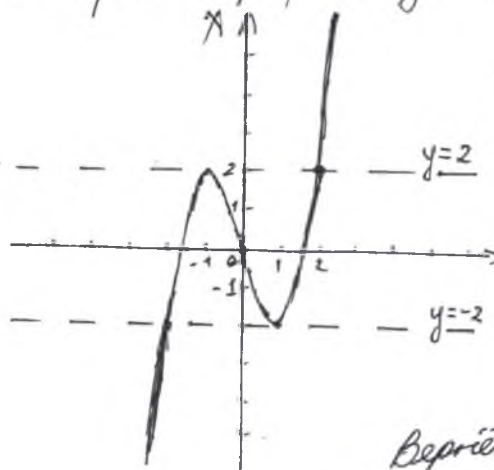
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ КЭ 88-70

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Построим график ~~$y=x^3$~~ $y = x^3 - 3x$;

| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | -2 | 2 | 0 | -2 | 2 |




$y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2-1) = 3(x+1)(x-1)$

Производная меняет свой знак в точках $x=-1$ и $x=1$; критических точек нет, значит $x=-1$ и $x=1$ — две единственные точки экстремума. Как видно из рисунка, при $\left[\begin{array}{l} y>2 \\ y<-2 \end{array}\right.$ ур-е имеет один корень, причём при $y>2$ $x>2$, а при $y<-2$ $x<-2$. (Т.к. прямая $y=2$ имеет с графиком общие точки $(-1;2)$ — экстремум и ~~(2~~ $(2;2)$; аналогично с $y=-2$

Вернёмся к ур-ю $x^3-3x=t$. Если построить ур-е $y=x^3-3x-t$, то $-t$ — точка пересечения графика с осью $Oy$; ур-е $x^3-3x=t$ будет иметь ~~корни~~ те же корни, какие общие точки имеет график $y=x^3-3x-t$ с осью $Oy$. При $t=2$ мы переносим наш прежний график на две клетки вниз, при этом с осью $Ox$ график пересекается в $x=-1$ и $x=2$. При $t>2$ график имеет уже только одну ~~точку~~ общую точку, причём $x>2$; это и есть тот единственный корень. При $t<-2$ всё аналогично: график имеет ~~общую~~ с $Ox$ единственную общую точку, но уже $x<-2$. Таким образом имеем следующее соответствие: при $t>2$ $x_0>2$, при $t<-2$ $x_0<-2$. Таким образом, абсолютная величина корня определяется как $|x_0|>2$

Ответ: при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ $|x_0|>2$

(+)

№2

$2[x]$ — целое число, значит согласно 1-му ур-ю $y$ не является целым числом, а представляет собой несократимую дробь со знаменателем 2 (т.е. имеет вид $[y],5$) или $y=[y]+\frac{1}{2}$)

Т.к. $K$ — целое число, $-2[y]$ — целое число, то $([x]-x)^2$ — целое число; если число $x$ имеет дробную часть, то $([x]-x)^2$ — квадрат ~~дробного числа~~ правильной дроби, а он не может быть целым числом. Значит число $x$ — целое, и $x=[x]$, $([x]-x)^2=0$. Упростим систему.

$$\begin{cases} 2x+y=3/2 \\ -2[y]=K \end{cases} \qquad [y]=\frac{-K}{2} \qquad y=\frac{-k}{2}+\frac{1}{2}=\frac{-k+1}{2}$$

$$x=\frac{3/2+\frac{k}{2}-\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{k}{2}+1}{2}=\frac{k+2}{4}$$

Помним, что $x$ - целое. Оно будет целым при $k=\ldots -4,-2,2,4\ldots$, т.е. при $k=4n+2$, где $n$ - целое.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~при $k=0$ система не имеет решений, т.к. тогда $[y]=0$,~~
~~$2[x] \neq 3/2$, что невозможно~~

при $k=0$ система не имеет решений, т.к. тогда $[y]=0$, т.е.
$0<y<1$ ; $0<3/2-2[x]<1$ ; $0<3/2-2x<1$,
а таких целых $x$ нет.

Т.е. при $k$ типа $k=4n+2$ ($n$ – целое) $\begin{cases} y=\frac{-k+1}{2} \\ x=\frac{k+2}{4} \end{cases}$. При других $k$ система не имеет решений.

+

№4

Очевидно, что при $a=x$ $b=a=x$, т.е. среднее арифметическое двух одинаковых чисел равно ~~их об~~ значению любого из них. Т.е. все множества, состоящие из одного любого числа, удовлетворяют ~~на~~ условию.

Теперь пусть $a \neq x$, тогда $b$ не равно ни одному из них, тогда множество $X$ имеет как минимум 3 элемента. $X=\{a, b, x\}$.

~~$b=\frac{a+x}{2}$. Теперь найдём среднее арифм. для $b$ и $a$~~

~~$b_{ab}=\frac{\frac{a+x}{2}+a}{2}=\frac{3a}{4}+\frac{x}{4}=\frac{3a+x}{4}$~~

~~И среднее арифм. для $b$ и $x$.~~

~~$b_{bx}=\frac{\frac{a+x}{2}+x}{2}=\frac{a+3x}{4}$.~~

~~Если элементов всего 3, то~~

~~$\frac{3a+x}{4}=x$~~

~~$\frac{a+3x}{4}=a$~~

Если $a \neq x$, то пусть $a>x$, тогда $x<b<a$; если $b=\frac{a+x}{2}$, то $\frac{a+b}{2}>b$, а $\frac{x+b}{2}<b$, т.е. это уже другие числа, не входящие в множество 3 элементов. Пусть эти два элемента тоже входят в множество. Но тогда есть $\frac{a+b}{2}+\frac{a}{2}=\frac{2a+b}{2}=a+\frac{b}{2}$; такого числа тоже
$(a+\frac{b}{2})<a$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ещё нет в множестве, значит мн-во ~~его~~ опять надо расширять и включать данное число. Таким образом, множество всё время будет расширяться в обе стороны, и конечного множества мы не получим.

Таким образом условию удовлетворяют только множества, состоящие из одного числа

+

№5 Ответ: не сможет

Пусть $x$ – 5-ка; $y$ – 2-ка.

В начале: $3x + 30y$

Итог: $30x + 3y$.

а) $+2x - y$

б) $+x + 2y$

в) $-2x + y$

г) $-x - 2y$

Пара а+в является нулевой, т.к. одинаковое кол-во повторений обоих вариантов ~~шагов~~ взаимоуничтожают друг друга. Таковой является и пара б+г.

В конечном счёте он должен прибавить 27 пятерок и убрать 27 двоек. Попробуем сложить попарно остальные варианты.

а+б: $3x+y$

в+г: $-3x-y$

а+г: $x-3y$

в+б: $-x+3y$

А ещё?

не доказано

∓

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| | |
|---|---|
| СОШ №4 | RL 31-19 |
| Место проведения | шифр |

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** Пьянков

**ИМЯ** Михаил

**ОТЧЕСТВО** Феликсович

**Дата рождения** 16.03.05 **Класс:** 8

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Пьянков

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31-19

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Допустим, что М.К. сидит Вконтакте, значит тогда И.И. и А.В. тоже сидят в Вк. Если М.К. сидит то и П.П. тоже, это противоречит условию т.к. только один из двух А.В или П.П. сидят в Вк.

Значит М.К. не может сидеть в Вк. => И.И. сидит в Вк и П.П. тоже.

(+)

Значит на пед. совете в Вконтакте сидят И.И. и П.П.

№2

$2019^1$ → заканчивается на 9

$2019^2$ → $9 \cdot 9 = 81$ → заканчивается на 1

$2019^3$ → $9 \cdot 1$ → заканчивается на 9

$2019^4$ → $9 \cdot 9 = 81$ → заканчивается на 1

=> в чет. степени число заканчивается на 1

$2019^{2020}$ → заканчивается на 1

(+)

~~2007~~ $2020^1$ → на 0

$2020^2$ → $0 \cdot 0 = 0$

$2020^3$ → 0

$2020^4$ → 0

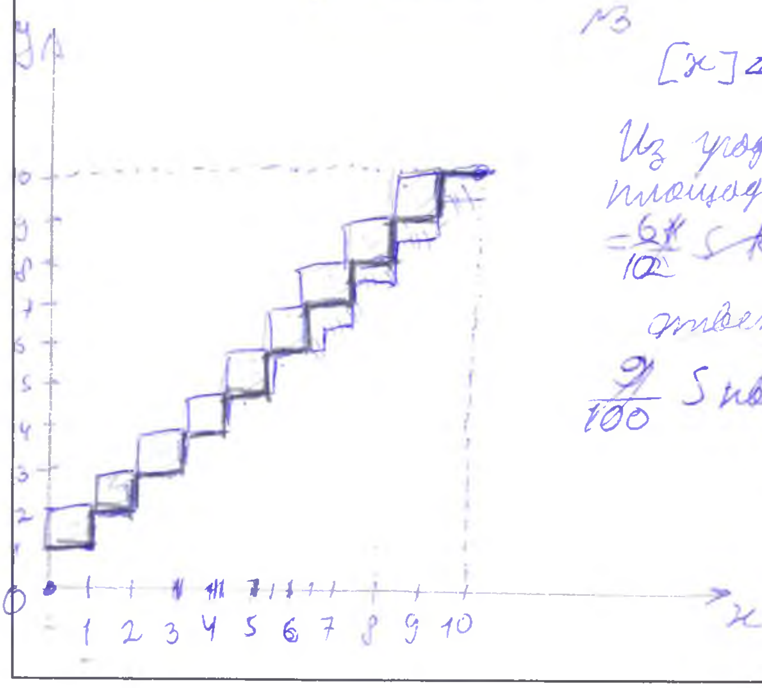
=> число 2020 в любой степени будут заканчиваться на 0

Исходя из этого $2019^{2020} + 2020^{2019}$ будет заканчиваться на

$1 + 0 = 1$

ответ: заканчивается на 1.

№3



$[x] \neq [y]$

$x$ = от ~~0 до 0,9~~ 0 до 1, тогда

$y$ = от ~~1 до 1,9~~ 1 до 2

Из графика видно (по площади), что площадь множества точек $[x] < [y]$ = $\frac{6}{10}$ S K $\frac{3}{5}$ S от K

$0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}81$

ответ $\frac{6}{10}$ S квадрата K

$\frac{9}{100}$ S квадрата K

$0{,}81 \cdot 9 = 7{,}29$

$\frac{7{,}29}{100}$ от S кв. K.

$0{,}0729 = 7{,}29\%$

(+) 7,29% от S K.

Лист 01 из 02

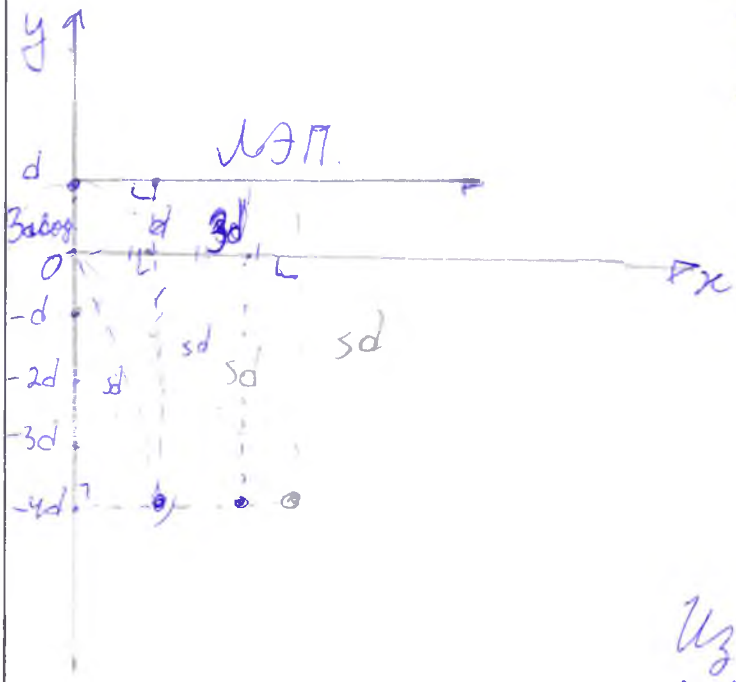
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5




Если коорд. точка дороги удалена от завода на 5d, то она удалена от ЛЭП на 5d

По оси y т.к. расстояние от ЛЭП до точки дороги является перпендикуляром, следовательно $=5d$ а координата y точки дороги равна $d-5d=-4d$

Из теоремы Пифагора т.к. Δ имеет прям. угол.

$25d^2=16d^2+x^2$

$9d^2=x^2$

$3d=x$

коорд. точки дороги $(3d;-4d)$

Ответ: $(3d;-4d)$ (+)

почему?

№4

Максимально возможная сумма сборов.

В 1 день 1 финалист заплатит 49 тыс

(100-49 = 51 поэтому в 1 день нельзя по 50 тыс)

Во 2 день 49 финалистов заплатили по 100 тыс.

Сумма $49+4900=4949$ тыс.

Ответ: 50 финалистов ~~максимально~~ могли заплатить 4949 тыс. сборы ≤ 4949 тыс.

(+)

минимально — ?

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Новочебоксарск

Место проведения

CD 82-69

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17/11

**ФАМИЛИЯ** Рытик

**ИМЯ** Софья

**ОТЧЕСТВО** Михайловна

**Дата рождения** 14.02.2002 **Класс:** 11

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-69

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

$[x]$ - целая часть числа $x$
$\{x\}$ - дробная часть числа $x$
~~$x=[x]+\{y\}$~~ $x=[x]+\{x\}$, $0\le\{x\}<1$

$$\begin{cases} 2[x]+y=1{,}5 \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$$

т.к. $2[x]\in\mathbb{Z}$, то из 1-го ур-я $\boxed{\{y\}=0{,}5}$

$$\begin{cases} 2[x]+[y]+\{y\}=1{,}5 \quad |\cdot 2 \\ (\{x\})^2-2[y]=k \end{cases} (+)$$

$4[x]+\{x\}^2+2\{y\}=3+k$

$\{y\}=0{,}5 \Rightarrow 4[x]+\{x\}^2=2+k$

т.к. $2+k\in\mathbb{Z}$ и $4[x]\in\mathbb{Z}$ и $\{x\}^2=2+k-4[x]$, $\{x\}^2\in[0;1)$, то $\{x\}^2\in\mathbb{Z} \Rightarrow \{x\}=0 \Rightarrow \boxed{x\in\mathbb{Z}} \Rightarrow [x]=x$

$4x=2+k$ $\boxed{x=\frac{2+k}{4}}\in\mathbb{Z}$, вып-ся при $k\in\{\pm2, \pm6, \pm10 \ldots\}$

т.е. $k=\boxed{2\pm4n}$, $n\in\mathbb{N}$

$y=1{,}5-2x=\frac{1-k}{2}$, $\{y\}=0{,}5$ (проверим усл-е для $k=2\pm4n$)

$y=\frac{-1\pm4n}{2}=\pm2n-0{,}5 \Rightarrow \{y\}=0{,}5$ (усл-е вып-ся)

Ответ: 1) $k=2\pm4n$, $n\in\mathbb{Z} \Rightarrow x=\frac{2+k}{4}$, $y=\frac{1-k}{2}$

2) $k\ne2+4n \Rightarrow$ нет решений

+

№5. пусть $p$ - кол-во пятерок, $d$ - кол-во двоек.
вариант изменения оценок:

а) $(p+2)+(d-1)$
б) $(p+1)+(d+2)$
в) $(p-2)+(d+1)$
г) $(p-1)+(d-2)$

Можно заметить, что после ~~выполнения~~ выполнения операции а и в одинаковое кол-во раз не будет изменений. Аналогично б и г. поэтому из четырех вариантов операций можно использовать а либо в (но не вместе), б либо г (не вместе)

I. $x$ раз выполнили операцию а и $y$ раз б:

$$\begin{cases} 3+2x+y=30 \text{ (изменение кол-ва пятерок)} \\ 30-x+2y=3 \text{ (изменение кол-ва двоек)} \end{cases} \quad x,y\in\mathbb{N}$$

$y=27-2x$ $\quad 30-x-2x+27-3=0$ $\quad 54=3x$ $\quad x=18$ $\quad y=-11$ $\quad \varnothing$

II. $x$ раз выполнилась операция а и $y$ раз г.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\begin{cases} 3+2x-y=20 \\ 20-x-2y=3 \end{cases}$ $y=2x-27$ $\quad 20-x-4x+54=3$ $\quad 5x=81$ $\quad x=16{,}2$ т.к. $x\in\mathbb{N}$, $\varnothing$

III. $x$ раз вып-сь операция б и $y$ раз в:

$\begin{cases} 3+x-2y=20 \\ 20+2x+y=3 \end{cases}$ $\quad 2x+y=-27$ $\varnothing$

IV. $x$ раз вып-сь операция в и $y$ раз г:

$\begin{cases} 3-2x-y=20 \\ 20+x-2y=3 \end{cases}$ $\quad 2x+y=-27$ $\varnothing$

след-но, нельзя превратить 3 пятерки и 20 троек в 20 пятерок и 3 двойки.

Ответ: не может

+

№1

$x^3-3x=t$ $\quad$ единств. ~~корень~~

$y=x^3-3x$

$y'=3x^2-3=0$

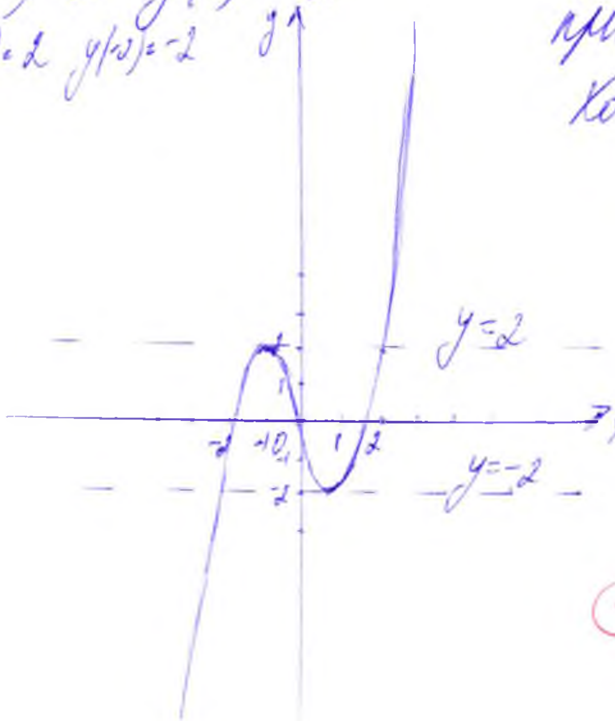
$x=\pm1$

$y'$: $+$ $-1$ $-$ $1$ $+$

$y$: ↗ ↘ ↗

$y(-1)=2$ $\quad y(1)=-2$

$y(2)=2$ $\quad y(-2)=-2$




$y=t$ (прямая параллельная $Ox$)

$y=t$ пересекает график ф-ии $x^3-3x$ в одной точке при $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$x_0\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$x_0\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$\Rightarrow$

$|x_0|>$ ?

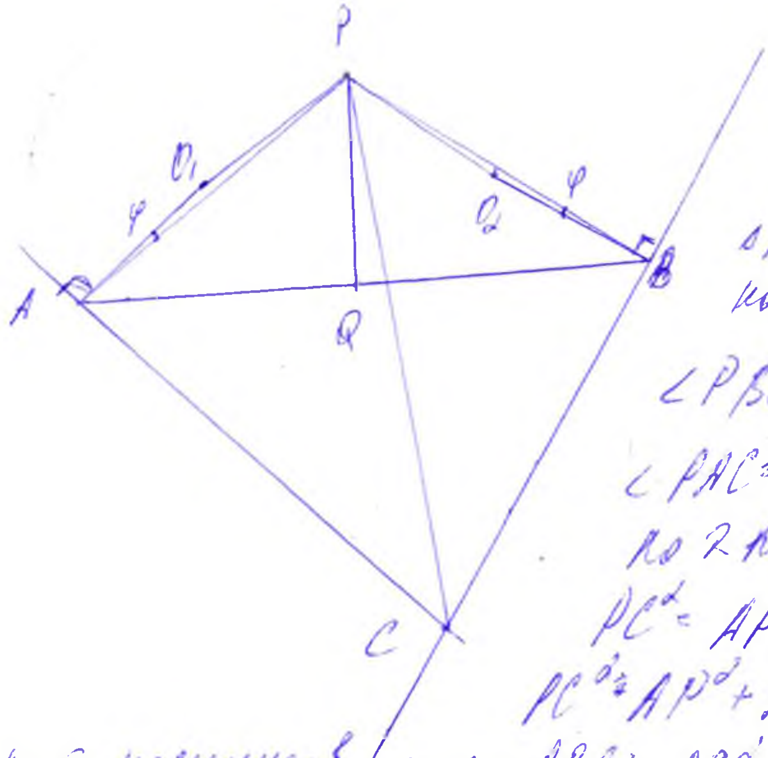
ответ сформулирован не точно

+

№3

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$

Док-во:




$\frac{PQ}{\sin PAQ} = 2R$ $\quad \frac{PQ}{\sin PBQ} = 2R$

$\Rightarrow \angle PAQ = \angle PBQ \Rightarrow AP = PB$

$\triangle AO_1P = \triangle BO_2P$ (по 3-м сторонам) $\Rightarrow \angle O_1AP = \angle O_2BP = \varphi$

$\angle PBC = \cancel{90-\varphi}\ 90° - \varphi$

$\angle PAC = 90° + \varphi$

по т. косинусов для $\triangle APC$:

$PC^2 = AP^2 + AC^2 - 2AP \cdot AC \cos(90+\varphi)$

$PC^2 = AP^2 + AC^2 + 2AP \cdot AC \sin\varphi$ (1)

по т. косинусов для $\triangle PBC$: $PC^2 = PB^2 + BC^2 - 2PB \cdot BC \cdot \cos(90-\varphi)$

$PC^2 = PB^2 + BC^2 - 2PB \cdot BC \sin\varphi$

Т.к. $PB = AP$, то $PC^2 = AP^2 + BC^2 - 2AP \cdot BC \cdot \sin\varphi$ (2)

(1) − (2): $0 = (AC - BC)(AC + BC) + 2AP \sin\varphi (AC - BC)$

$(AC - BC)(\underbrace{AC + BC + 2AP\sin\varphi}_{>0}) = 0 \Rightarrow AC = BC \Rightarrow \triangle PAC = \triangle PBC$

$\angle PAC = \angle PBC \Rightarrow 90 - \varphi = 90 + \varphi \Rightarrow \varphi = 0° \Rightarrow AP$ и $PB$ - диаметры окр-стей

$\Rightarrow PQ \in PC$. $\angle PQA = 90°$ (т.к. вписанный и опир-ся на диаметр)

$\triangle APB$ - р/б, $PQ$ - высота $\Rightarrow \angle APQ = \angle CPB$ ч.т.д.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ 4

Место проведения

RL 31-68

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Сафронова

ИМЯ Ума

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 01.12.2006

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сафр

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31-68

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) Пусть Марья Ивановна не сидит ВКонтакте, тогда

| сидит | не сидит |
|---|---|
| И.И. | М.И.; |
| П.П. | А.В. |

1.1. хотя бы один из Марьи Ивановны и Ивана Ильича сидит ВКонтакте,
⇒ И.И. сидит, т.к. М.И. — нет.

1.2. П.П. и И.И. либо оба сидят ВКонтакте, либо оба не сидят ВКонтакте.
⇒ И.И. сидит, а значит, и П.П. сидит.

1.3. только один из А.В и И.И. сидит ВКонтакте
⇒ А.В. не сидит.

**Ответ:** Марья Ивановна и Александра Варфоломеевна не сидят ВКонтакте, а Иван Ильич и Пётр Петрович — сидят.

2) Пусть М.И. не сидит ВКонтакте

| сидит | не сидит |
|---|---|
| М.И. | |
| И.И. | |
| А.В. | |
| П.П. | |

2.1. если М.И. сидит, то И.И. и А.В. сидят

2.2. П.П. и И.И. либо оба сидят, либо нет,
⇒ П.П. сидит, т.к. И.И. сидит.

2.3. Но тогда наблюдается противоречие: только один из А.В. и П.П. сидит ВКонтакте, тогда они оба.
⇒ такой вариант невозможен.

№2

$2019^1$ оканчивается на 9, т.к. $9^1$ оканчивается на 9

$2019^2$ оканчивается на 1, т.к. $9^2$ оканчивается на 1, а другие разряды не влияют на разряд единиц

$2019^3$ оканчивается на 9, т.к. $9 \cdot 1 = 9$

и т.д.

Чётные степени 2019 оканчиваются на 1.

$\Rightarrow 2019^{2020}$ оканчивается на 1 (2020 — чётное число).

$2020^n$ всегда оканчивается на 0, т.к.

$2020^n = 202^n \cdot 10^n$ (если число делится на 10), то оно оканчивается на 0.

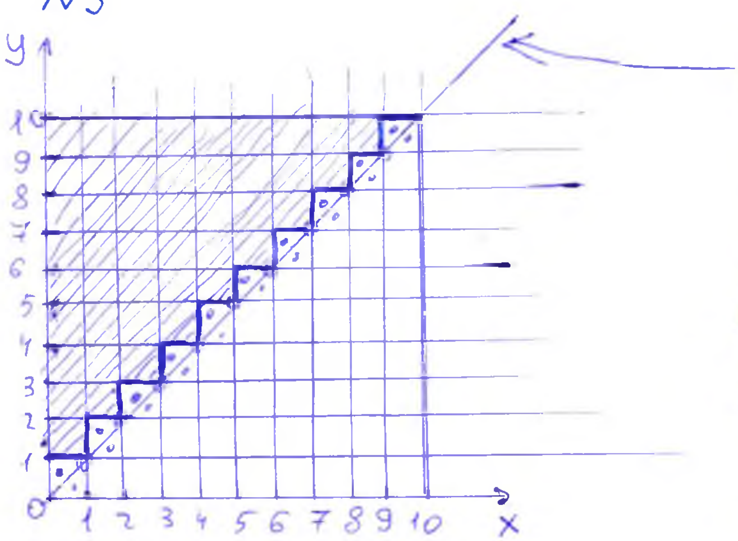
$\Rightarrow 2020^{2019}$ оканчивается на 0.

$1+0=1$

$\Rightarrow 2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается на 1.

Ответ: 1.

№3



для части, расположенной выше этой прямой можно сказать следующее: координата любой точки соответствует неравенству $x<y$.

У треугольников, отмеченных точкой ⊡ $[x]=[y]$. Это равенство подходит только для них. ~~[x]~~ x смещается до

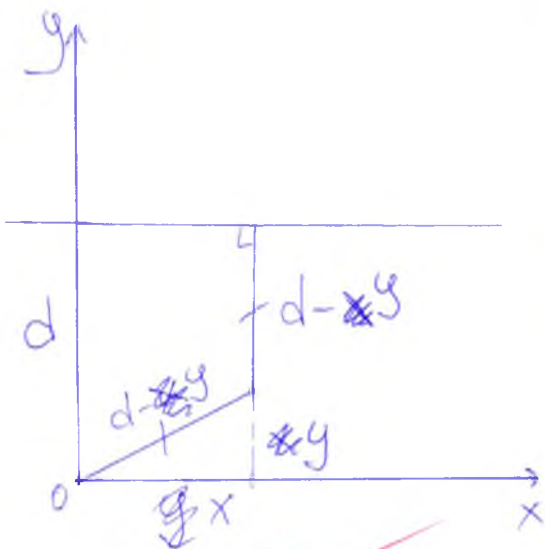
[x] чуть-чуть влево, а y — до [y] — вниз. Точки, находящиеся в таких треугольниках имеют координаты ([x],[y]), находящиеся на отмеченной прямой.

⇒ заштрихованная область соответствует условию, что [x] < [y] у каждой её точки.

Замечание: кружочками обозначены точки, граничащие с областью, но не удовлетворяющие неравенству.

±

№5




Пусть у отмеченной точки координата (x, y), тогда:

$(d-y)^2 = y^2 + x^2$ ← по теореме Пифагора.

$d^2 - 2dy + y^2 = y^2 + x^2$

$2dy = d^2 - x^2$

$y = \frac{d^2 - x^2}{2d}$.

+

В случае, если точка на дороге удалена от точки (0,0) больше, чем на d, то она находится в III четверти на плоскости (её координаты по x и y отрицательны) или в IV.

$5d = d - y$

$y = -4d$.

$25d^2 = 16d^2 + x^2$

$x^2 = 9d^2$

$x_1 = -3d$, $x_2 = 3d$

Ответ: $(-3d, -4d)$ или $(3d, -4d)$.

?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31-68

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Если, как было сказано в условии, каждый однократно внёс целое количество тысяч рублей, то всего было 50 взносов.

При минимальной собранной сумме в первый день 49 финансистов внесли по 1 тысяче рублей, а во второй день — один финансист внёс 52 тысячи рублей во второй день (50 не может быть, т.к. 50 не больше 50, а 51 − 51 = 50).

Всего — 101 тысяча.

При максимальной собранной сумме в первый день один финансист внёс ~~50~~ 49 тысяч рублей, а во второй день 49 финансистов внесли по 100 тысяч рублей.

Всего — 4949000 рублей.

Ответ: [101000; 4949000] ← любое число, кратное 1000 из этого промежутка.

+

Лист 04 из 04

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

ML 86-27

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Селезнёва

**ИМЯ** Екатерина

**ОТЧЕСТВО** Александровна

**Дата рождения** 25.03.07.

**Класс:** 7 А

**Предмет** Математика

**Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Селез

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

МИ – Марья Ивановна

ИИ – Иван Ильич

АВ – Александра Варфоломеевна

ПП – Пётр Петрович

МИ сидит

ИИ сидит хотьбы 1 из 2 (или 2) ~~или~~ МИ

АВ сидит ~~или~~ ПП только 1 из 2

ПП+ИИ ~~или~~ 0

1) Если МИ сидит, то ИИ и АВ тоже,
Но ИИ сидит только, если ПП сидит, а ПП не сидит, т.к. только 1 из 2 (ПП или АВ), а АВ сидит ⇒ ПП не сидит ⇒ ИИ тоже не сидит

Этот вариант не может быть

2) Если МИ не сидит, то сидит ИИ+ПП или АВ. Вариант, где сидит только АВ не может быть, т.к. в условии сказано: „Хотьбы 1 из 2 друзей – ИИ и МП сидят ВКонтакте" ⇒ сидят ВКонтакте ИИ и ПП

Ответ: Иван Иванович и Пётр Петрович.

+

№ 2.

$2019^{2020} + 2020^{2019}$

1) Если возводить 2020 в степень, то на конце всегда 0, т.к.
$202\underline{0} \cdot 202\underline{0} \cdot 202\underline{0} \ldots$

+

2) Если возводить 2019 в степень, то на конце 9 или 1.
$201\underline{9} \cdot 201\underline{9} \cdot 201\underline{9} \cdot 201\underline{9} \cdot 201\underline{9}$
81 9 1 9

И при том в чётных степенях последняя цифра – 1, а в нечётных – 9, 2020 – чётное ⇒ оканч. на 1.

$0 + 1 = 1 \Rightarrow 2019^{2020} + 2020^{2019}$ оканчивается на 1

Ответ: цифрой 1.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Можно, но только, если Е, С, Т, Ш, Ь равны 0, т.к. в слове „СТО" одна С, одна Т, а в слове „ШЕСТЬСОТ" две С, две Т. ⇒ если С, Т ≠ 0, то „ШЕСТЬСОТ" имеет вес больше, чем „СТО".

При таком кодировании возможно 10 вариантов, т.к. буква „О" может обозначать (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) 10 различных вариантов цифр.

Такое кодирование не допускает однозначное восстановление слова по его коду, т.к. буквы Е, С, Т, Ш, Ь обозначаются одинаковыми цифрами.

Ответ: можно; 10 способами; не допускает.

+

№5.

Ж - Женя    Женя съедает $\frac{5}{10} = 0{,}5$ ватрушки в минуту

С - Саша    Саша съедает $\frac{3}{10} = 0{,}3$ ватрушки в минуту

3 часа = 180 минут

1) Всего съедено 70 ватрушек ⇒ количество ~~мин~~ минут Саши делится на 100, т.к. он ест по 3 ватрушки за 10 минут, 70 ватрушек оканчивается на 0, а чтобы количество ватрушек, съеденных Сашей, соответствовало условию, оно должно делиться на 10, значит 3 ватрушки умножаются на 10, 30 : 10 ⇒ подходит.

2) Т.к. количество Сашиных минут делится на 100, то ~~это~~ и есть 100 минут (время Саши – 100 мин), т.к.

$100 < 180 < 2 \cdot 100$

3) Саша ел 100 минут, значит, он съел $(100 \cdot 0{,}3)$ 30 ватрушек, а остальные $(70 - 30)$ 40 ватрушек съел Женя

Ответ: Саша 30 ватрушек, Женя 40 ватрушек.

+

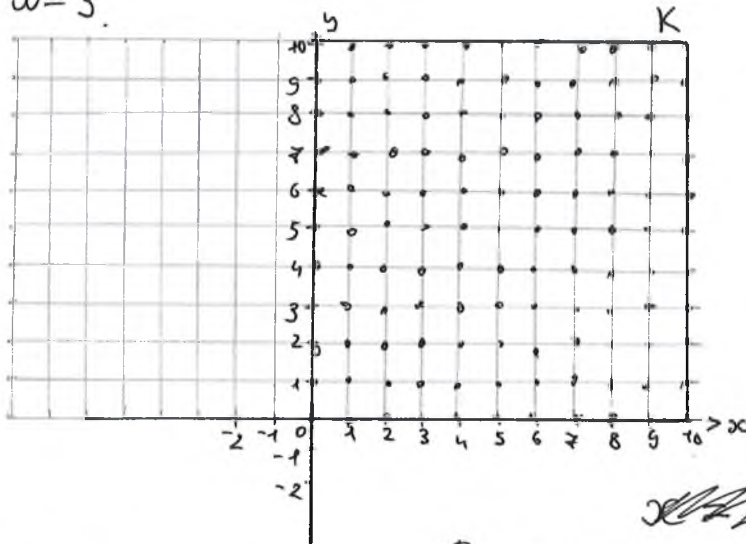
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЬ 86-27

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.




$[x]=[y]$

| | |
|---|---|
| (2, 1) | (1, 2) |
| (3, 2) | (2, 3) |
| (0, 1) | (1, 0) |
| (7, 1) | (1, 7) |
| (5, 9) | (9, 5) |
| ... | ... |

Все точки множества М полностью заполняют квадрат К. Крайние точки множества М: (0,0) и (10,10) совпадают с крайними точками квадрата К (0,0) и (10,10) ⇒ их площади равны (относятся, как 1:1)

Ответ: $\frac{1}{1}$ часть (1)

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей № 42"
Место проведения

ЦС 79-60
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Сомиванов

ИМЯ Владимир

ОТЧЕСТВО Константинович

Дата рождения 12.05.2005

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 08.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦС 79-60

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Рассмотрим все возможные случаи:
Если в ВКонтакте сидит Марья Ивановна, то по первому правилу Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят в ВК, по четвертому правилу т.к. Иван онлайн, то Пётр Петрович тоже онлайн, чего быть не может, ведь Александра сидит в ВКонтакте, а это противоречит второму правилу, следовательно Марья не использует сеть ВК. Получается что остаётся два варианта: когда Иван и Пётр онлайн, то четвёртому правилу, то Александра не сидит в Вк, по второму правилу. По второму варианту Иван и Пётр не сидят в ВК, а Александра онлайн, что противоречит третьему правилу что или Иван, или Марья должны сидеть в ВКонтакте. В результате остается один вариант. Ответ: Марья ~~или~~ и Александра не сидят, Иван и Пётр сидят в сети ВК.

+

Задача №2

Рассмотрим первое слагаемое 2019, его четвертая цифра 9. Она при нечетных степенях всегда оканчивается на 9, а при четных на 1.
$9^1=9$, $9^2=81$, $9^3=819$, $9^4=\dots1$, $9^5\dots9$ ... из этого следует, что первое слагаемое, так как его степень чётная, оканчивается на 1. Рассмотрим второе слагаемое 2020, его четвёртая цифра 0. Она при любых степенях будет оканчиваться на 0. $20^1=20$, $20^2=400$, $20^3=8000$ ...
из этого следует, что второе слагаемое оканчивается на 0. $1+0=1$
Ответ. значение суммы оканчивается на 1

+

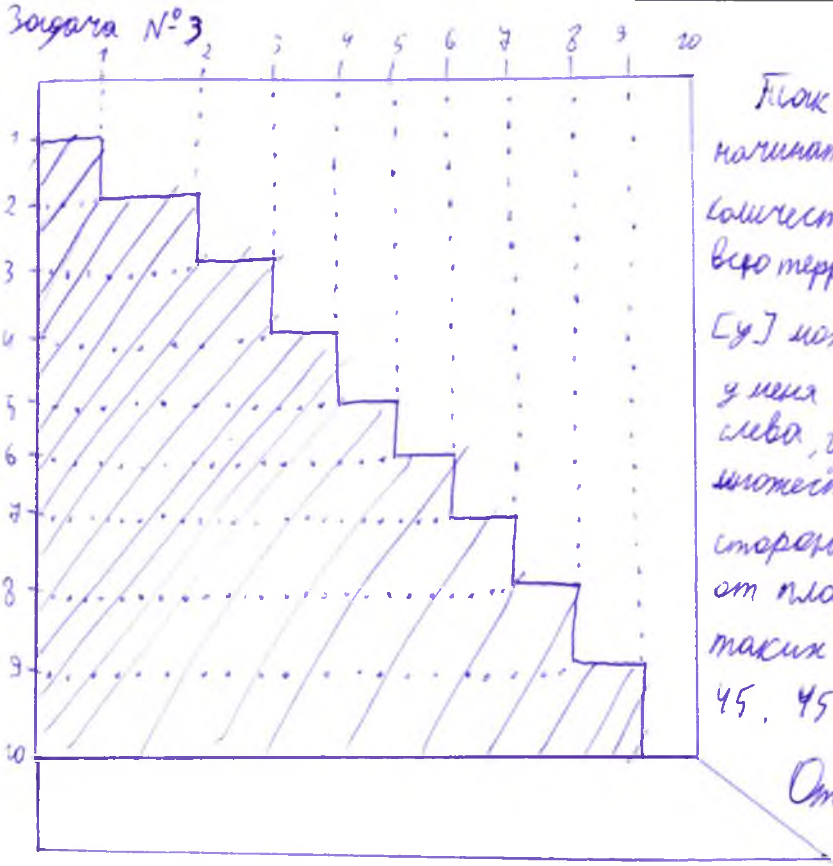
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЦС 79-60

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3



Так как [x]<[y], то x может начинаться с 0, а y с 1. [0,1] = [0;0)1], то количество точек бесконечно => занимает всю территорию, но если [x] = 1, то [y] может быть 2 ⩽ [y]. В итоге у меня получилась схема изображенная слева, где заштрихована площадь множества M. Каждый квадрат со стороной 1 см (из 10) составляет 1,0% от площади квадрата K. Всего таких квадратов у множества M 45. 45 · 1,0 = 45%. +

Ответ: M составляет 45% от K

Задача №4

Так как в условии не сказано, что каждая пара должна отличаться от других, то минимальная сумма будет 0, а максимальная 5 000 000 рублей => они могли собрать любую сумму от 0 до 5 000 тысяч. ??

почему?

Ответ от 0 до 5000 тысяч

∓

Задача №5


7

# Если расстояние от завода можно считать и по диагоналям. #

если ЛЭП находится на координатах (0,1) и дорога начнет строится с (1,0) то координаты (-4, 5), если дорога начнет строиться с (-1,0), то координаты (-4-5).

Аналогично если ЛЭП находится на координатах (0, -1) координаты: (4,5) и (+4,-5). Если ЛЭП находится на координатах (0, 2), то координаты дороги (-9,10) (-9,-10). Таким образом можно установить в координатах закономерность: если $d>0$, то координаты выводятся по формуле $\left(-5\cdot d+1,\ -5\cdot d\cdot\frac{|dr|}{dr}\right)$ где $dr$ - координата $x$ начала дороги, если $d<0$, то координаты выводятся по формуле $\left(-5\cdot d-1,\ -5\cdot d\cdot\frac{|dr|}{dr}\right)$

Ответ: находится по формулам указанным выше.

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Новочебоксарск

Место проведения

XJ 73-19

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Селюшкин

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Анатольевич

Дата рождения 25.02.2003

Класс: 10

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17|01

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 73-19

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Линия на плоскости будет описываться параболой. Зададим систему координат, где ЛЭП проходит по линии $y=0$, а завод имеет координаты $(0;d)$. Вершина этой параболы будет находиться на равном удалении от ЛЭП и завода, то есть $\frac{d}{2}$ => коор. вершины $(0;\frac{d}{2})$. $x_{верш} = \frac{-b}{2} \Rightarrow b=0$, Уравнение принимает вид $ax^2+c=y$. С здесь $y_{верш}$, $c=\frac{d}{2} \Rightarrow$ уравнение - $ax^2+\frac{d}{2}=y$. ~~Возьмем~~ Берём точку параболы с $y$ координатой $=d$, т.к. она(парабола) равноудалена от ЛЭП и завода, а $d$ - это удаленность от ЛЭП, то точка имеет координаты $(d;d)$ подставим в уравнение. $d=ad^2+\frac{d}{2}$

$2d=2ad^2+d$

$d=2ad^2$

$2a=\frac{d}{d^2}$

$a=\frac{1}{2d} \Rightarrow$ уравнение параболы: $y=\frac{1}{2d}x^2+\frac{d}{2}$.

+

Ответ: парабола; $y=\frac{1}{2d}x^2+\frac{d}{2}$.

2. $\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ 3x-2y=p \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{3}{2}-2x \\ 3x-2(\frac{3}{2}-2x)=p \end{cases}$

$3x-3+4x=p$

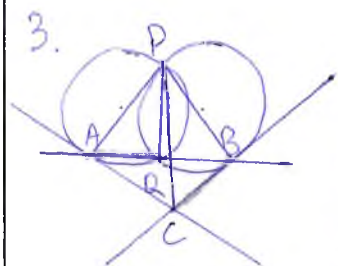
$7x=p+3$

$x=\frac{p+3}{7}$

$x$ - целое, значит $p+3 \vdots 7 \Rightarrow p=7n+4, n\in Z$

Ответ: $p=7n+4, n\in Z$

3.




Отрезок QA виден под углом $\angle APQ$

Отрезок CB виден под углом $\angle CPB$

1) $\angle APQ=\frac{1}{2}\smile AQ$, $\angle CAB=\frac{1}{2}\smile AQ$ $\Rightarrow \angle CAB=\angle APQ$

2) из 1 => отрезок CB с точки A виден под тем же углом, что и отрезок AQ с точки P.

3) $PA \parallel CB$ (как кас.) => PACB - трап

4) из 3 => $\triangle ACB=\triangle PCB \Rightarrow \angle CPB=\angle CAB=\angle APQ$ ч.т.д.

**Олимпиада школьников «Надежда энергетики»**

**Вариант:** 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ X Ѕ 73-19

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~8.~~ Если вычесть количество ~~нано~~ двоек из количества ~~четверок~~, то выйдет −27. ~~Юному хакеру нужно 27. Значит ему надо добрать разницу 27−(−27) = 54.~~

~~Что дает каждая операция:~~

~~а) 2−(−1) = 3~~

~~б) 1−2 = −1~~

~~в) −2−1 = −3~~

~~г) −1−(−2) = 1~~

~~Набрать 54 можно разными способами, например: 18а → +36 ... 8г" ... 39,5" 12,2" Не подходит.~~

~~Второй способ 54г = 54,5", +18,2" Не подходит~~

~~Набрать 54, так, чтобы в итоге было 30,5 и 3,2" невозможно.~~

~~Ответ: нет~~

5. Если учитывать, что количество двоек не может быть отрицательным, то существует алгоритм 17а, 7г, 3а, 3в. Если выполнять его в данной последовательности, то получим:

1) 17а = (+34,5", −17,2") 37,5" 13,2"

2) 7г = (−7,5", −14,2") 30,5" 0,2"

3) 3а = (+6,5", −3,2") 36,5" 0,2"

4) 3в = (−6,5", +3,2") 30,5, 3,2"

Ответ: ~~Может~~

∓

4. Операция $y \circ z$ находит большее из двух чисел. Значит в уравнении $a \circ x = b$: $x = b$, $x > a$. И уравнение $a \circ x = b$ имеет один корень, если $b > a$.

∓

для $\forall a, b$

Ответ: $x \in [a, +\infty)$

Лист 02 из 02

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ.
Место проведения

ⅤS 41-85
шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17031

**ФАМИЛИЯ** Сергин

**ИМЯ** Матвей

**ОТЧЕСТВО** Александрович

**Дата рождения** 14.03.2004 **Класс:** 9

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020 (число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№1

Пусть Мария Ивановна - a
Иван Ильич - b
Александра Варфоломеевна - c
Петр Ильич - k.

„Сидят в Вконтакте" - $\in Vk$.

Рассмотрим 3 случая:

1 Случай. $a \in Vk$. Значит, что $b \in Vk$ и $c \in Vk$ (1 условие). Тогда из 2-ого условия следует, что $c \notin Vk$, чего не может быть.

2 Случай: $a \notin Vk$, тогда из 3-его условия следует $b \in Vk$, то из 4-ого условия $k \in Vk$, тогда из 2-ого условия $c \notin Vk$

3 Случай: Если $a \in Vk$ и $b \in Vk$ (по 3-ему условию), тогда из 1-ого условия следует, что $c \in Vk$, а значит из 2-ого условия $k \notin Vk$, но из 4-ого условия следует, что $k \in Vk$ (т.к. $b \in Vk$), чего не может быть.

Согласно 3-ему условию других комбинаций быть не может, а значит только 2-я ситуация всегда верна, именно поэтому директор всегда верно определяет, кто сидит в Вконтакте

Ответ: Сидят в Вконтакте: Иван Ильич; Петр Ильич;
Не сидят в Вконтакте: Мария Ивановна; Александра Варфоломеевна.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IS 41-85

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2} \quad |\cdot 2 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 4[x_1]+2x_2=3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$7[x_1]+2x_2-2x_2=7$

$7[x_1]=7 \quad |:7$

$[x_1]=1$, это означает, что $x\in[1;2)$

Найдем $x_2$: $2[x_1]+x_2=\frac{3}{2}$

$x_2=\frac{3}{2}-2[x_1]$

~~Определим первую границу $x_2$ (при наименьшем значении $x_1$)~~

$x_2=\frac{3}{2}-2\cdot 1$

$x_2=\frac{3}{2}-2^{2}$

$x_2=\frac{3-4}{2}$

$x_2=-\frac{1}{2}$

$x_2=-0{,}5.$

Ответ: $x_1\in[1;2)$

$x_2=-0{,}5$

X

№5.

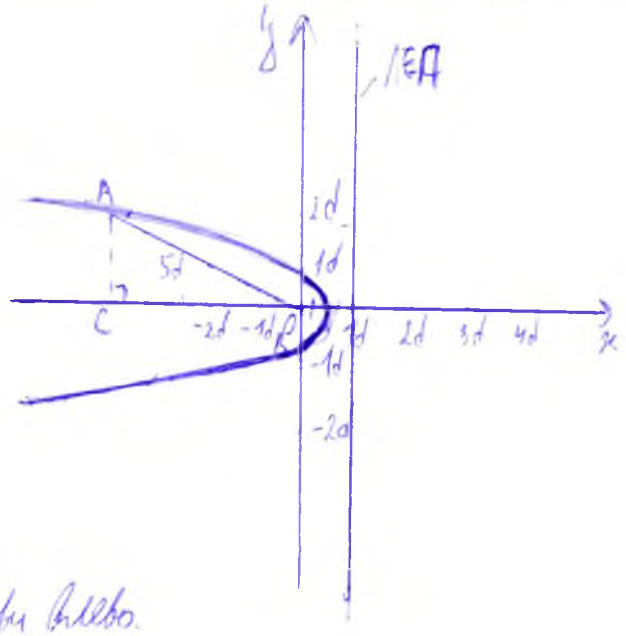



График дороги - парабола, ветви влево.

Уравнение графика - $x=y^2+0{,}5d$.

$A_0(0;0{,}5d)$

F

а) Найдем координаты по Т Пифагора в △ABC

$x^2+y^2=5^2$

$x^2+y^2=25$, по пифагоровым тройкам получим 4 и 3, значит $AC=3$; $CB=4$, следовательно координаты точки $(-4d;3d)$

№4.

Согласно условию сумма не может быть точной. Она ~~...~~ принадлежит натуральному числу и находится в интервале. Пусть S - общая сумма, значит $S \in N$.

Найдем интервал:

1) Наибольшая сумма: 1 день - 98.000
2 день - 101.000 вкл с каждого банкир, что в сумме составляет 199.000 рублей с каждого банкира.
Получается наибольшая сумма равна 199.000 · 100 = 19900000 рублей

2) Наименьшая сумма: 1 день - 1000.
2 день - 101000 вкл с каждый банкир, что в сумме составляет 102.000 рублей.
Получается наименьшая сумма равна 102 000 · 100 = 10200000 рублей.

~~Получим интервал: [10200,000~~

Получим, что $S \in [10200.000; 19900.000]$ рублей. Так как в задаче просят узнать, сколько тысяч рублей, то получим $S \in [10200; 19900]$ тыс.

Ответ: [10.200; 19.900]

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

X V 91-75

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Сивкин

**ИМЯ** Максим

**ОТЧЕСТВО** Алексеевич

**Дата рождения** 12.09.2006

**Класс:** 7

**Предмет** Математика.

**Этап:**

**Работа выполнена на** 4 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Сивкин

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1.

Начнем рассуждение со II утверждения.

Если в ВК сидит А В, то П П не сидит, а значит И И тоже не сидит в ВК (из IV утверждения) Посмотрим на III утверждение. Т.к. И И не сидит в В К, то М И сидит. Но тогда, исходя из I утверждения сидеть должны и И И, и А В - противоречие.

Значит в ВК сидит П П. Из IV утв. следует, что И И тоже сидит в ВК. Посмотрим на III утверждение и поймем, что ~~И~~ М И не сидит в ВК. Получим, что в ВК сидят И И и П П, а не сидят М И и А В.

+

N 5.

3ч = 180 минут; если всё съел Женя то за 180 минут он съел бы 90 ~~ватруш~~ ватрушек (18·5), а ~~в~~ если Саша, то 54 ватрушки (18·3) 54 ближе к 70 чем 90, поэтому перебор начнём с него.

Если ~~же~~ Женя ел 10 минут, то было съедено 56 ватрушек?

20 минут - 58 ватрушек

30 минут - 60 ватрушек

40 минут - 62 ватрушки

50 минут - 64 ватрушки

60 минут - 66 ватрушек

70 минут - 68 ватрушек

80 минут - 70 ватрушек.

За 80 минут Женя съел 8·5 = 40 ватрушек, а Саша за 100 минут 10·3 = 30 ватрушек.

Ответ: 40 ватрушек Жене, 30 ватрушек Саше.

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Чтобы найти последнюю цифру числа $2019^{2020}+2020^{2019}$ надо найти ~~д~~ сумму последних цифр $2019^{2020}$ и $2020^{2019}$.

Заметим, что 2020 в любой натуральной степени ~~д~~ будет оканчиваться на 0, т.к. оно ~~д~~ само ~~зак~~ заканчивается на 0.

Чтобы найти последнюю цифру числа $2019^{2020}$ достаточно найти ~~послед~~ последнюю цифру числа $9^{2020}$. Составим таблицу.

| $9^1$ | $9^2$ | $9^3$ | $9^4$ |
|---|---|---|---|
| 9 | 81 | 729 | ....1 |
| $9^5$ | $9^6$ | $9^7$ | $9^8$ |
| ....9 | ....1 | ....9 | ....1 |
| $9^9$ | $9^{10}$ | $9^{11}$ | $9^{12}$ |
| ....9 | ....1 | ....9 | ....1 |

Получим, что каждая нечетная степень девятки заканчивается на 9, а каждая чётная на 1.

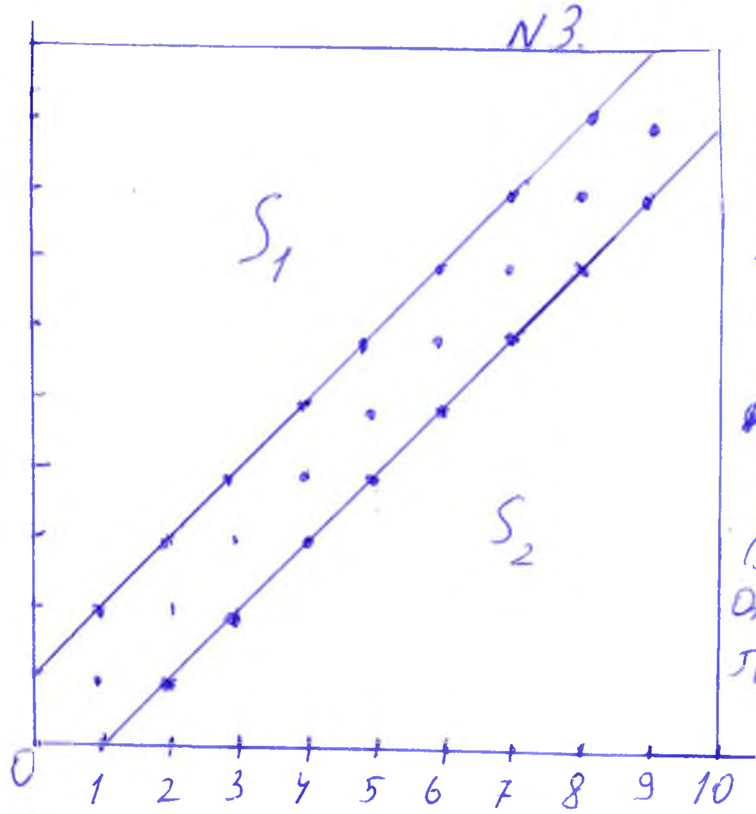
2020 - чётное число, значит $9^{2020}$ и $2019^{2020}$ заканчиваются на 1.

Сложим последние цифры чисел $2019^{2020}$ и $2020^{2019}$:

$....1 + ......0 = .......1$

Ответ: $2019^{2020}+2020^{2019}$ заканчивается на 1

№3.




Отметим точки 1,1; 2,2 и т.д.
Крайние возм. точки, которые при „округлении будут удовлетворять условиям: 1; 1(9) или 1,(9); 1,1.
Первая цифра здесь меняется. Отметим эти точки. Получим данный рисунок. Чтобы найти

S полученной полосы надо вычесть $S_1$ и $S_2$.

Т.к. они прямоуг., их ~~сумма~~ площадь

~~$\frac{9\cdot 9}{2} = 9$~~

$= \frac{9\cdot 9}{2}\cdot 2 = 9\cdot 9 = 81.$

$S_{полоски} = S_{\square} - S_1 - S_2 = 100 - 81 = 19$. Это составляет $\frac{19}{100}$ или 0,19 от площади ~~квда~~ квадрата K

Ответ: S множества M составляет 0,19 от площади квадрата K.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

СТО = С + Т + О

ШЕСТЬСОТ = Ш + Е + 2С + 2Т + О + Ь

Следовательно, такое кодирование возможно только если ~~ес~~ все буквы, кроме буквы ~~т~~ Т ? равны 0.

Всего вариантов будет 10:

О = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}.

Такое кодирование не допускает однозначное ~~в~~ восстановление слова по его коду.

Ответ: 1) кодирование возможно

2) 10 способов

3) не допускает ~~со~~ ~~во~~ восстановление

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| Место проведения | шифр |
|---|---|
| МЭИ | QG 30-37 |

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** Смирнов

**ИМЯ** Евгений

**ОТЧЕСТВО** Вадимович

**Дата рождения** 22.10.2005 **Класс:** 8

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020 (число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Смир

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Дано: Кто сидит в ВК?

1) ИИ или МИ точно сидит.

1) Если МИ - сидит в ВК, то и ИИ и АВ тоже сидят

2) Либо АВ либо ПП - сидит в ВК

3) Либо ПП и ИИ сидят одновременно, либо не сидят.

Решение:

① Если ПП сидит в ВК то по условию: ИИ тоже сидит в ВК. Так же, т.к. ПП сидит в ВК, то ⇒ АВ не сидит (по условию). Дальше получается 2 варианта: либо МИ сидит, либо не сидит в ВК. Рассмотрим 1 вар. Если она сидит, то по условию ИИ и АВ - сидят. У нас получилось то, что ИИ - сидит, но АВ - не сидит и противоречие, значит вариант не подходит. Остаётся 2-ой. Значит МИ не сидит. В итоге: МИ; АВ - не сидят; ПП и ИИ - сидят в ВК.

+

② Но Если же ПП не сидит в ВК, то значит, то, что и ИИ не сидит. Из условия видно, что хотя бы один из двух (ИИ или МИ) - точно сидит, но если это не ИИ, то сидит в ВК МИ. Если же МИ сидит, то по условию ИИ и АВ - тоже сидят, но ИИ не сидит ⇒ противоречие.

Значит вар. под цифрой 1 подходит, и ПП и ИИ - сидят в ВК. Однозначность ответа доказана.

Ответ: Петр Петрович и Иван Ильич.

№2.

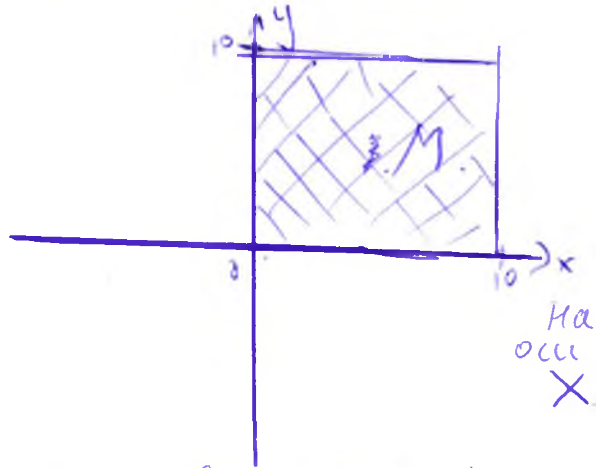
1) Число 2019 оканчивается на число 9. В нечётной степени: например $9^3$, число оканчивается на 9; в чётной оканчивается на 1. Степень 2020 - чётная $\Rightarrow$ число $2019^{2020}$ оканчивается на 1.

2) 2020 оканчивается на 0 $\Rightarrow$ в любой степени число оканчивается на 0.

3) $1+0=1 \Rightarrow$ число $2019^{2020}+2020^{2019}$ оканчивается на 1.

Ответ: 1.

№3.




т.к. $[x]<[y]$, а ($[\ ]$) - обозн. целую часть числа, то $\frac{S_K}{S_M}=1$. Объяснение: на оси X {числа в промежутке (0;1), (1 до 2) и т.д. округляются до наиб. целого числа, не превышающего эти сами числа. Значит например числа большие 1,9 это все числа на Y от (1 до 2) т.к. 1,9 округляется до 1. Аналогично с другими числами. Получается

Так, что весь квадрат K, будет „заполнен" множеством M точек т.к. любая из них удовлетворяет условию $[x]<[y]$.

Ответ: 1.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Найдем максимальную сумму: ~~$99\cdot 49 + 48\cdot 10^3 = 4899\cdot 10^3$ р.~~

$$\boxed{10^3\cdot 99\cdot 50 = 4950\cdot 10^3 \text{ руб.}}$$

~~$49 \times 99 = 4851$; $4851 + 48 = 4899$~~

$99 \times 50 = 4950$

~~то есть~~

Значит макс. сумма $= 4950\cdot 10^3$ если все финансисты внесут $99\cdot 10^3$ руб во 2ой день.

?

Минимальная сумма: $1000\cdot 50 = 50\cdot 10^3$

Значит миним. сумма $= 50\cdot 10^3$ руб. если все финансисты внесут $1\cdot 10^3$ руб в 1ый день.

$\Rightarrow$ сумма ($X$), которую они собрали:

$$50000 < X < 4950000$$

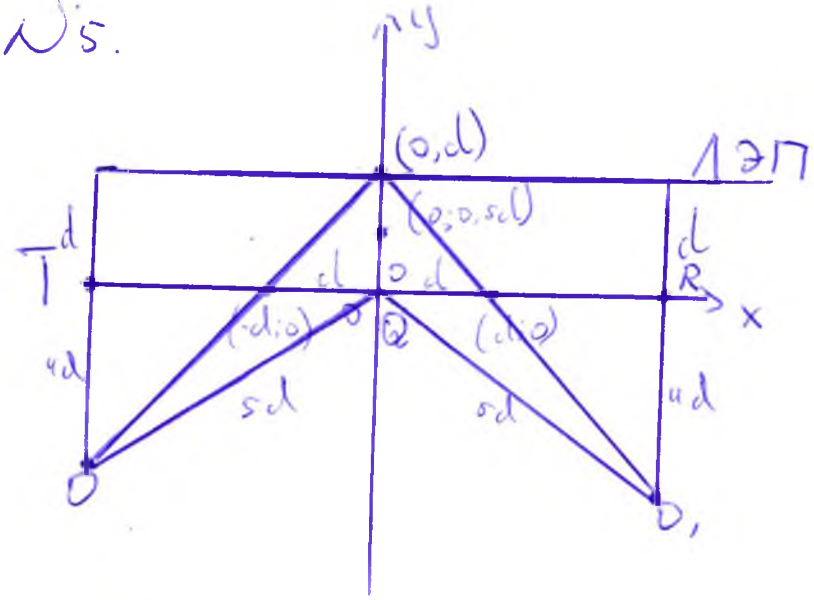
$X$ - любое число в промежутке от 50000, до 4950000 делящееся на 1000.

Ответ: от 50000, до 4950000.

∓

№5.

№5.




(т.(0;0)) – завод
ЛЭП проходит (через т.(0;d))
ЛЭП // X
т.к. точка с координатами (0;d) находится на Y.

Точка, от которой расстояние до т(0;0) = до т(0;d) имеет координаты (0;0,5d)

Откладываю на (X) отрезки d в обе стороны от т.(0;0)
Их координаты: ( ) (-d;0) и (d;0). Эта точки, такие, что расстояние от них до ЛЭП и до т.(0;0) одинаковое.

Далее провожу 2 прямые через т.(0;d) и т(-d;0) и через т(0;d) и т(d;0). ~~На этих двух прямых~~
На этих 2ух прямых отмечаю т.O и т.$O_1$, такие, что расстояние от них до ЛЭП $= 5d$, а т.к. расстояние от ЛЭП до прямой $X = d$, $\Rightarrow$ расстояние от X до этих точек $= 5d - d = 4d$.

Провожу прямые через т.O и т(0;0) и через т.$O_1$ и т(0;0).

Пусть т.T и т.R – точки на прямой X, как показано на рисунке. И будем считать, что т.(0;0) = т.Q, тогда $\triangle OTQ = \triangle QO_1R$ – прямоугольные

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

т.к. эти Δ-и прямоугольные, то по теореме Пифагора $OR^2 = QO_1^2 - O_1R^2$ и $OT^2 = QO^2 - OT^2$

Имеем ввиду, что $OR^2 = OT^2$ и $OQ = QO_1 = 5d$

$OT^2 = 25d^2 - 16d^2 = 9d^2 \Rightarrow OT = OR = 3d \Rightarrow$

т. T имеет координаты $(-3d; 0)$, а т. R имеет координаты $(3d; 0)$. Требуется найти координаты т. O и т. $O_1$. $\Rightarrow$ координаты т. O – $(-3d; -4d)$, а координаты т. $O_1$ – $(3d; -4d)$.

Ответ: $(-3d; -4d)$; $(3d; -4d)$.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ лицей №42

Место проведения

AQ 79-95

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17101

**ФАМИЛИЯ** Совенко

**ИМЯ** Евгений

**ОТЧЕСТВО** Валерьевич

**Дата рождения** 09.07.2003 **Класс:** 10

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 04 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \; (1) \\ 3[x]-2y=p \; (1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4[x]+2y=3 \\ 3[x]-2y=p \end{cases} \oplus \Rightarrow \boxed{7[x]=p+3}$$

$7[x]=p+3$, где $[x]$ = целое число $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} p+3 \,\vdots\, 7 \; (3) \\ p+3 \,\vdots\, [x] \; (4) \end{array}\right.$

при таких $p$, решения $y$ системы будут, так как (1) $y=\frac{3-4[x]}{2}$, при $\forall [x]$ будет $y \Rightarrow$ решение.

(3) $p+3 \,\vdots\, 7 \iff p=4+7k$, где $k$ - целое число.

Например $k=0 \Rightarrow p=4$; $\begin{cases} 4[x]+2y=3 \\ 3[x]-2y=4 \end{cases} \Rightarrow 7[x]=7$, $[x]=1$, и

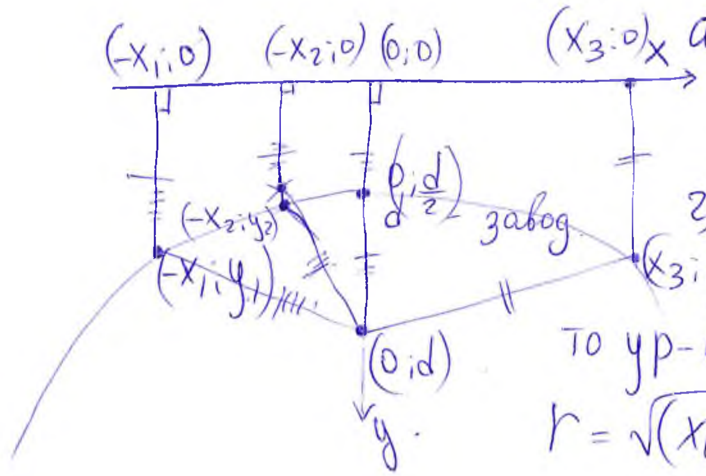
$y=\frac{3-4\cdot 1}{2}=-\frac{1}{2}$; $[x]=1$. - есть решение.

и при дальнейшем рассмотрение $k$ ($[x]=\frac{p+3}{7}=\frac{4+7k+3}{7}$;

$\frac{7+7k}{7}=1+k$), то у нас будут всегда решения $\Rightarrow$ будет $y$. (4) уравнение даст те же корни.

$\boxed{\text{Ответ: } p=4+7k, \text{ где } k - \text{целое число.}}$

1




1) возьмем OX и OY так:

2) начнем строить дорогу.

То ур-ем равенства координат $r=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ - будет:

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

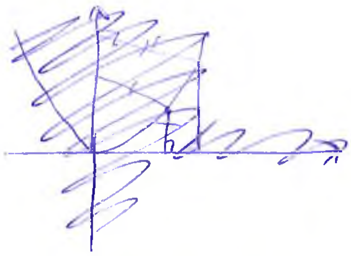
$r_1 = \sqrt{(-x_1-(-x_1))^2+(y_1-0)^2} = \sqrt{(-x_1-0)^2+(y_1-d)^2}$, то

$\cancel{y_1^2} = x_1^2 + \cancel{y_1^2} - 2dy_1 + d^2 \Rightarrow \boxed{d^2 - 2dy_1 + x_1^2 = 0}$

Общий вид: $d^2 - 2dy_n + x_n^2 = 0$, где $d = const$.

линия: кривая 2-ого порядка (квадратичная ф-ия) = парабола.

~~[illegible]~~



4

$a \circ x = b$, по условию: $y \circ z = \dfrac{y+z+|y-z|}{2}$; то

$\dfrac{a+x+|a-x|}{2} = b \Rightarrow a+x+|a-x| = 2b$.

1) пусть $a > x$, то $a+x+a-x = 2b \Rightarrow a = b$ и $x$-любое а нам нужен ед. корень $\Rightarrow$. $a < x$, то. в каком мн-ве?

$a + x + x - a = 2b$, $\boxed{x = b}$. $x$-имеет один корень, $a$-любое число, но $a < x$ и в следствие $x = b$, то и $a < b$ по усл. $b$-любое, но $a < b$ - противоречие, т.к это выполняется не всегда. с др. стороны $|a-x| = 2b - a - x$ $(>0)$.

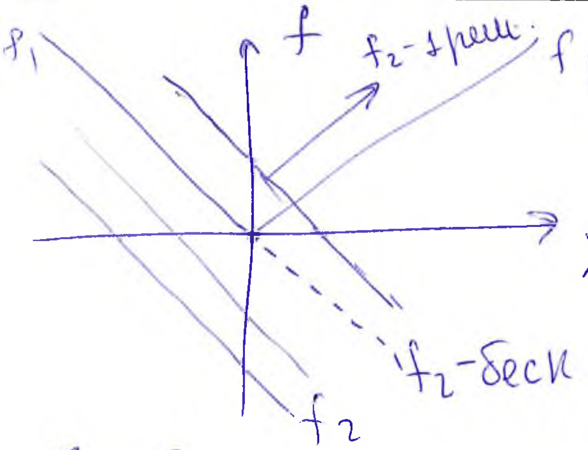
$\begin{cases} 2b - a - x > 0 \\ a < x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + x < 2b \\ a < x \end{cases} \Rightarrow x < b.$

рассмотрим график $|a-x| = 2b - a - x$.

$f_1 = |a-x|$

$f_2 = 2b - a - x$. Второй случай?

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа




$f_2 = -x + 2b - a$

~~$f_2$~~ видно $x > 0$. - 1 реш., a, b - любые - это наклон прямой.

Ответ: $x \in (0; +\infty)$.

5

x - цифра  x(...)
кол-во цифр

5 (3); 2 (30) → 5 (30); 2 (3).

в черновике дошел до 5 (30), 2 (4) и дальше ~~заметим, что ф-ии a и b (+) b и 2 - взаимо обратны~~. не получается.

а) $+2k - m$
б) $+k + 2m$
в) $-2k + m$
г) $-k - 2m$.

3k → 30k; 30m → 3m

k - кол-во - 5.
m - кол-во 2.

±

составим уравнение: $\begin{cases} 3k + 2k \cdot f + k \cdot g - 2k \cdot d - k l = 30k. & (1) \\ 30m - mf + 2mg + md - 2ml = 3m & (2) \end{cases}$

где f, g, d, l - целые числа. (кол-во примененных операций)

$(1) + 2(2) = 63 + 4g - 4l + g - l = 30 \Rightarrow 5(g - l) = -33$

$g - l = -\frac{33}{5}$, но g и l - целые числа ⇒ противоречие

Ответ: нет, не может.

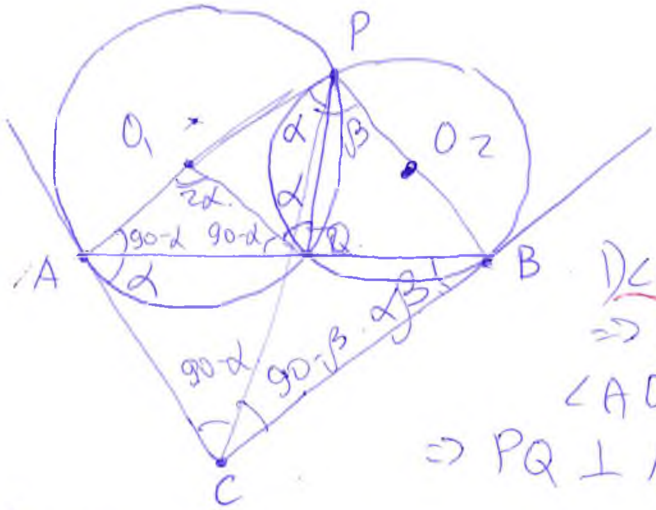
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AQ 79-95

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3




Дано:

$\angle APQ = \alpha$.

~~Найти~~:

Д-ть $\angle CPB = \alpha$.

Решение:

1) $\angle AQP = \angle APQ$ - равноб $= \alpha$.

$\Rightarrow O_1$ - лежит на $AP$, т.к.

$\angle AO_1Q = 2\alpha$; $\angle APQ = \alpha$ (впис).

$\Rightarrow PQ \perp AB$, т.к. $\angle AQO_1 + \angle O_1QP = 90°$.

$AC = CB$ - касат $\Rightarrow \angle ABC = \angle BAC = \alpha$.

2) Пусть $\angle CPB = \beta$, то Д-ть $\beta = \alpha$. $PB$ - диаметр, т.к.

$\triangle PQB$ - прямой.

$\triangle CPB$ - прям-ый $\Rightarrow \angle PCB = 90 - \beta$; $\angle ACP + \angle ACB =$

$= 180 - \alpha - \beta \Rightarrow \angle ABC$ (по $\Sigma \angle \triangle = 180$) $= \beta$, $\alpha$.

$\triangle ACB$ - равноб ($AC = CB$) $\Rightarrow \alpha = \beta$, ч.т.д.

Лист 04 из 04

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

G Z 77-24

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17101

**ФАМИЛИЯ** СТЕПАНОВ

**ИМЯ** Кирилл

**ОТЧЕСТВО** АЛЕКСАНДРОВИЧ

**Дата рождения** 08.02.2003 **Класс:** 10

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

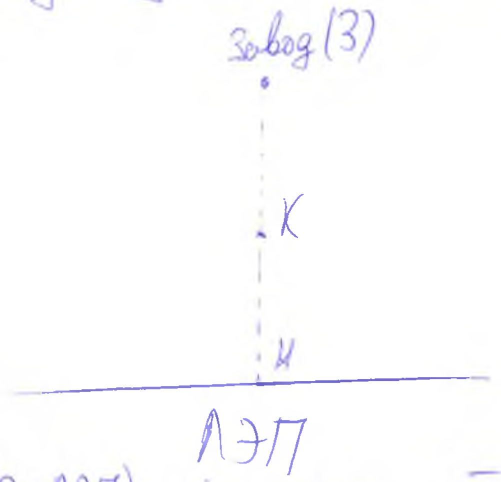
Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ G Z 77-24

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

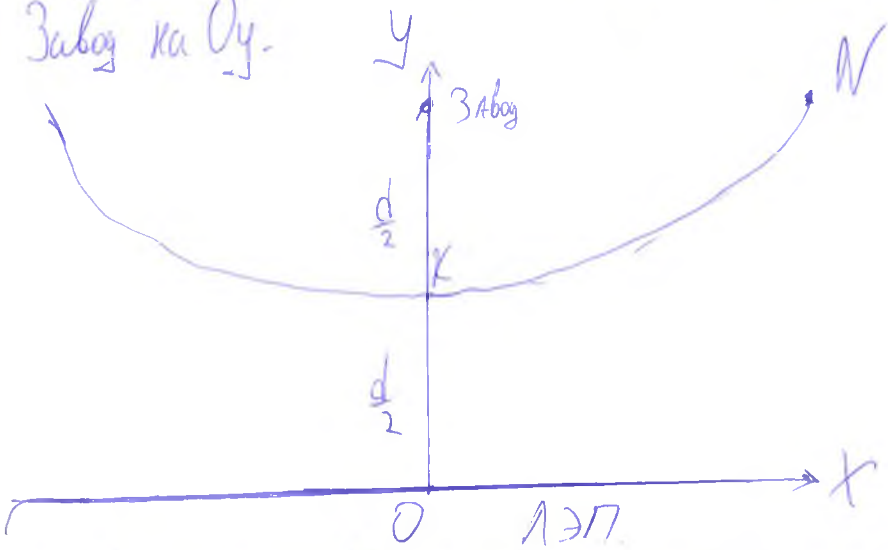
Нарисуем условие схематически:




$\rho(З; ЛЭП) = d \Rightarrow$ есть ~~такой прям.~~ отрезок $ЗН \perp ЛЭП$, $ЗН = d$

Т.к. требуется, чтобы расстояние от дороги до ЛЭП было равным расстоянию от дороги до Завода, то на ЗН будет т. K, которая является серединой ЗН. Линия, описывающая равные расстояния между точкой и прямой, называется парабола, т.е. дорога описывается линией параболы.

Подходящей системой координат будет система, где ЛЭП лежит на Ox, а Завод на Oy.




Возьмем т. N, которая находится на расстоянии d от Завода, тогда по условию т. N находится на расстоянии d от ЛЭП (Ox). Тогда т. N имеет координаты $N(d; d)$. Найдем уравнение параболы:

$$\begin{cases} \frac{d}{2} = k\cdot 0^2 + b \\ d = k\cdot d^2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{d}{2} \\ d = k\cdot d^2 + \frac{d}{2} \end{cases} \Rightarrow k = \frac{1}{2d}. \quad y = \frac{x^2}{2d} + \frac{d}{2}$$

Ответ: дорога — линия параболы с уравнением $y = \frac{x^2}{2d} + \frac{d}{2}$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \quad |\cdot 2 \\ 3[x]-2y=p \end{cases} +$$

$7[x]=3+p$

$[x]=\frac{3+p}{7}$, т.к $[x]$ - целое, то $\frac{p+3}{7}$ - тоже целое.

Тогда $\frac{p+3}{7}=n,\ n\in Z$

$p=-3+7n, n\in Z$

Ответ: $p=-3+7n,\ n\in Z$

+

№4

F

$a\odot x=6$

$\frac{a+x+|a-x|}{2}=6$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a-x>0 \\ a=6 \end{cases} \\ \begin{cases} a-x<0 \\ x=6 \end{cases} \\ \begin{cases} a-x=0 \\ a=6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a>x \\ a=6 \end{cases} \\ \begin{cases} a<x \\ x=6 \end{cases} \\ a=x=6 \end{array}\right.$$

Возможно 3 случая: $a=x=6$ (1); $x=6$, $x>a$ (2); $a=6$, $6>x$ (3).

(1): Если $x=a=6$, то они равны любому числу $z$, $z\in R$

$x\in\{z\}$, $z\in R$.

(2): Если $x=6$, ~~x>a, то приравняем~~ ~~x=z, z∈R~~, $a<x$, то приравняем $a=[n]$ тогда $x=6=n$, а если $[n]=n$, то попадаем в (1).

(3): Если $a=6$, $6>x$, то $a=6=m$, а $x=[m]$, $m\in R$

Ответ: $x\in\{z\}$, $z\in R$; $x\in\{n;[n]\}$, $n\in R$; $x\in\{m;[m]\}$, $m\in R$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ G Z 77-24

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Было: 3 пятерки и 30 двоек

Должно быть: 30 пятерок и 3 двойки.

Разность было и должно быть составляет +27 пятерок и −27 двоек.

Предлагаются изменения:

а) +2 пятерки и −1 двойка

б) +1 пятерка и +2 двойки.

в) −2 пятерки и +1 двойка

г) −1 пятерка и −2 двойки.

Можно заметить, что $a=-в$, $б=-г$, т. е. чтобы было возможно выполнение условия нужно использовать $k \cdot a$ и $б \cdot n$.

$x-5$, $y-2$

?

$3x+30y+\cancel{2nx-ny}+kx+ky=3y+30x$

F

$y(27-n+k)+x(-27+2n+k)=0$

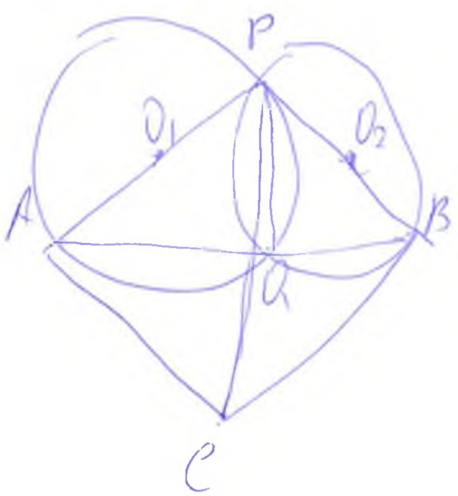
$$\begin{cases} 27-n+k=0 \\ -27+2n+k=0 \end{cases}$$

?

$$\begin{cases} n=18 \\ k=-9 \end{cases}$$ , не уд. усл, т. е. Невозможно.

Ответ: невозможно.

№3



Дано: $\omega_1(O_1;r_1) \cup \omega_2(O_2;r_2)=\{P,Q\}$.

$AB \perp PQ$, $Q \in AB$, $AC, BC$ – кас.

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPB$.

Док-во

$\angle APQ = 90° \Rightarrow AP$ – диам, ан-но $PB$ – диаметр.

—

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

SQ 45-50

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** Стругов

**ИМЯ** Алексей

**ОТЧЕСТВО** Юрьевич

**Дата рождения** 12.10.2004 **Класс:** 9

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 8 февраля 2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SQ 45-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Сравним 1 и 3 утверждение. Из 1 утверждения можно понять, что если Марья Ивановна сидит в ВК, то Иван Ильич тоже там сидит. Обратимся к 3 утверждению. Рассмотрим первый случай, если Марья Ивановна сидит в ВК, то Иван Ильич сидит там тоже (исходя из 1 утверждения) — верно для 3 утверждения. Значит, (исходя из 4 утверждения) Петр Петрович сидит в ВК. Исходя из 2 утверждения Александра Варфоломеевна не сидит в ВК, что противоречит 1 утверждению (Неверно)

Рассмотрим другой случай. Пусть Марья Ивановна не сидит в ВК, тогда (исходя из 3 утверждения), Иван Ильич сидит в ВК, тогда Петр Петрович тоже сидит в ВК (из 4 утверждения). Значит Александра Варфоломеевна не сидит в ВК (из 2 утверждения), что не противоречит 1 утвержению. При таких условиях все утвержения верные.

Ответ: в ВК сидят Иван Ильич, Петр Петрович.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SQ 45-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$$\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = \frac{3}{2} & \Big| \cdot 2 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4[x_1] + 2x_2 = 3 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 7[x_1] = 7 \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} [x_1] = 1 \\ x_2 = -0{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \in [1; 2) \\ x_2 = -0{,}5. \end{cases}$$ – т.к. $[x_1]$ – „округление вниз"

Ответ: $x_1 \in [1; 2)$, $x_2 = -0{,}5$.

×

№ 3.4

Рассмотрим 1 день. Все вносили разную сумму денег, по этому фразу можно понять, что это задача связана с прогрессией, но под первый день подходит 2 прогрессии от 1 до 100 т.р и от 0 до 99 т.р, поскольку сумма не привосходит 100 т.р. Если от 1 т.р до 100 т.р, то возьмем человека отдавшего 100 т.р, на следующий день он отдаст больше. Возьмем минимально значение – 101 т.р. ⇒ 100 + + 101 = 201 т.р, что противоречит условию. Прогрессия от 0 до 99 т.р подходит. Во второй день тоже прогрессия. Возьмем, что каждый отдел в сумме 200 т.р. Пример: 99 т.р и 101 т.р., тогда человек, внесший 50 т.р для суммы 200 т.р – внесет 150 т.р, это противоречит условию, он отдает из оставшихся сумм 100 т.р. Итак получается, что все отдали по 200 т.р, кроме одного, он отдал на 50 т.р меньше. Следовательно сумма – 19950000 р. Но если изначально брать прогрессию от второго дня от 100 т.р до 199 т.р., то получается каждый отдал 199 т.р, тогда получается сумма – 19900000.

Ответ: 19950000 р или 19900000 р.

2 частн случая

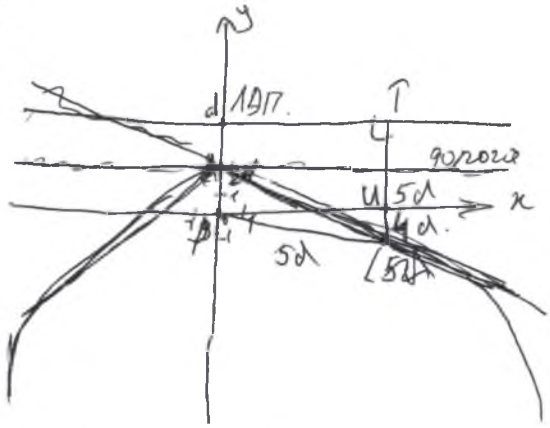
+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

В ручке закончились чернила, сменил ручку.

№ 5

(A)




ЛЭП || ox. Логично, что дорога будет на расстоянии длины перпендикуляра, проведенного к ЛЭП прямой, это расстояние равно длине отрезка от завода к этой точке. Так же, вводя систему коорд-т, то дорога будет ~~симметрична относительно~~ оу. Будет с вершиной $(0; \frac{1}{2}d)$ и ветви вниз. в параболой. Для нахождения коорд-ты. Нужно знать, что будет две такие точки

$TU = d \Rightarrow UL = 4d$, т.к. $TL = 5d$.

$PU^2 = 25d^2 - 16d^2 = 9d^2$

$PU = 3d \Rightarrow$ Координ-ты $L\ (3d; -4d)$ и $(-3d; -4d)$.

(Б) $PL = nd \quad TL = (n-1)d$.

$n^2d^2 - (n-1)^2d^2 = n^2d^2 - (n^2 - 2n + 1)d^2 =$

$= n^2d^2 - n^2d^2 + 2nd^2 - d^2 = 2nd^2 - d^2 = d^2(2n-1)$

$d\sqrt{2n-1}$ $\quad$ $2n-1$ – целый квадрат. ⇒

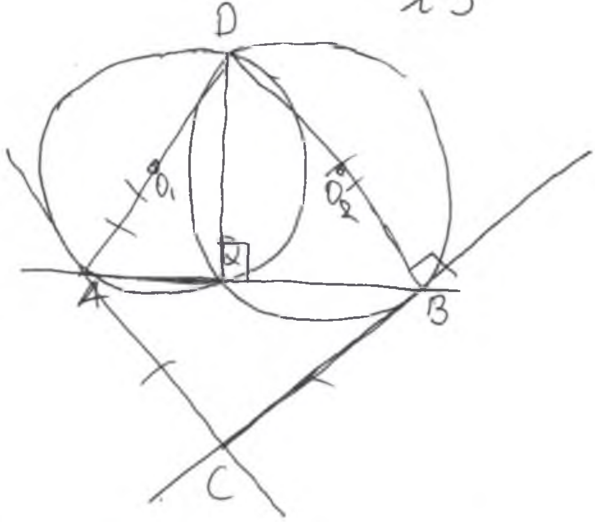
квадрат нечетный, ~~квад нечетных~~

Ответ: при $n$, при которых $2n-1$ – квадрат.

-1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3




AC=CB (по св-ву касательных)

P видит AQ под углом 90°, т.к. AQ–лежит на прямой перпендикулярной PQ.

AP=PB (по св-ву) ⇒ PQ—серединный перпендикуляр. ⇒ AQ=QB. След-но центры окружностей $O_1$ и $O_2$ лежат на прямых перпендикулярных к AC и CB. ⇒ $PB \perp CB$

Значит из точки P видно AQ и CB под одним углом 90°, ЧТД.

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

D61 32-50

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 14051

**ФАМИЛИЯ** Сулоев

**ИМЯ** Никита

**ОТЧЕСТВО** Геннадьевич

**Дата рождения** 24.12.2004 **Класс:** 5

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ D61 32-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Сиропчик - сказал, что не ел корм
Торопыжка - заявил, что корм съел, либо Сиропчик, либо Пончик
Пончик - подтвердил, что Сиропчик не ел корм
Если корм съел Сиропчик, то он сказал не правду, тогда Торопыжка сказал правду, то, что Сиропчик съел корм, но Пончик сказал, что Сиропчик не ел корм, значит он соврал, но 2 не правды быть не может.

±

Если Торопыжка съел корм, то он соврал. Тогда Сиропчик и Пончик сказали правду.
Ответ: Торопыжка съел корм.

Третий случай не разобран

№2.

5 · 5 · 5 · 5 = ___5 на конце будет 5
6 · 6 · 6 · 6 = ___6 на конце всегда будет 6.
Знаешь:

$$\begin{array}{r} \_\_\_\_5 \\ -\ \_\_\_\_6 \\ \hline 1 \end{array}$$ последние цифры

+

Ответ: на конце будет 1.

№3

Да, фигура будет отличаться форма.
Если будет по згибу NM, то в одной из сторон будет в полукруглый вырез. Так же будет с одной из сторон треугольника по згибу AB

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ D61 32-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

продолжение задачи №3

Картинки:  форма после обреза

+

№4

„СТО" должно быть => чем „пятьсот"

„Сто" может быть равно „пятьсот" в случае, если п=0, я=0, т=0, ь=0, тогда получается „Сто" = „~~пять~~сот" „Сто" = „сот"

Но если п= не 0, я= не 0, т= не 0, ь= не 0

Тогда „Сто" < чем „пятьсот"

+

Ответ: такое кодирование возможно только если буквы „сто" не 0

слово нельзя восстановить.

№5

Москва - Ялта

1, 2, 3, 4, ..., x.

2 соседних вагона получили одинаковый номер

При этом сумма всех номеров = 111

1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15 = 120

120 > 111

120-111 = 9 надо уменьшить сумму вагонов на 9

+

Максимум вагонов может быть 15

15-9=6 6 вагон повторяется 2 раза

1+2+3+4+5+6+6+7+8+9+10+11+12+13+14=111

Ответ: 15 вагонов в составе, вагон с номером 6 повторяется 2 раза

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

DL 17-31

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** СУЛТАНОВ

**ИМЯ** МИРЗОМАНСУРХОН

**ОТЧЕСТВО** МАХСУДОВИЧ

**Дата рождения** 28.06.2003 **Класс:** 11

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DL 17-31

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2. $\begin{cases} 2[x]+y = \frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2 - 2[y] = k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Пусть $x = a + \alpha$, где $a \in \mathbb{Z}$, а $\alpha \in [0;1)$. Аналогично $y = b + \beta$, где $b \in \mathbb{Z}$, а $\beta \in [0;1)$. Тогда:

$\begin{cases} 2a + b + \beta = 1 + \frac{1}{2} \ (1) \\ \alpha^2 - 2b = k \end{cases}$

В (1) $2a + b \in \mathbb{Z}$, т.к. $a$ и $b \in \mathbb{Z}$ и $\beta \in [0;1)$ $\Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$:

$2a + b = 1$, ~~если ab = 1, тогда b =~~

$a = \frac{1-b}{2}$. $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = 2d + 1, d \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{1-2d-1}{2} = -d$.

Во (2) получаем:

$\alpha^2 - 4d - 2 = k$

$\alpha^2 = k + 4d + 2$

$\alpha \in [0;1) \Rightarrow \alpha^2 \in [0;1)$

Докажем, что $k$ может быть равно только $-4d-2$. Действительно, так как $k \in \mathbb{Z}$, то иное значение можно представить как $-4d-2+f$, $f \in \mathbb{Z}$, $f \neq 0$; тогда

$\alpha^2 = f$ но тогда выходит, что любое $f$ не удовлетворяет условию $\alpha^2 \in [0;1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ для $k = -4d-2$ существуют решения, а для $k \neq -4d-2$ не существуют.

При $k = -4d-2$: $\alpha = 0 \Rightarrow x = -d$, $y = 2d + \frac{3}{2}$.

Ответ. при $k = -4d-2$: $(-d; 2d+\frac{3}{2})$, $d \in Z$
при $k \neq -4d-2$: $\varnothing$

+

№4. Рассмотрим два случая:

① Пусть в множестве X есть пока что только два равных между собой элементов. Но тогда ~~их~~ пусть они равны $a$. и получается, что для этих двух элементов должен существовать $x = a \in X$. Получаем множество $X$ $(a, a, a)$. Понятно, что $S(a, a) = a$, поэтому ~~в~~ такое множество удовлетворяет условию задачи. Чтобы и расширить и это множество мы можем добавить только $a$, так как иначе, если добавим $b \neq a$, то $S(a, b) = \frac{a+b}{2}$. $\frac{a+b}{2} = a \Leftrightarrow$ ~~2~~$a + b = 2a \Leftrightarrow b = a$.
Значит, все множества с $n \geq 3$ элементов ($n \in N$), где каждый элемент равен всем остальным (все элементы равны) удовлетворяют условию задачи.

② Пусть ~~в~~ мн-ве X есть пока что только $a$ и $b$, причём $a \neq b$. $S(a, b) = \frac{a+b}{2}$. ~~⇒~~ Получаем мн-во из 3-х элементов $(a, b, \frac{a+b}{2})$.
Но это мн-во не удовлетворяет условию задачи, т.к. $S(a, \frac{a+b}{2}) = \frac{a+3b}{4} \neq b$ (так как иначе $a = b$). Значит, попробуем ещё и расширить и мн-во. ~~X~~ X: $(a, b, \frac{a+b}{2}, \frac{a+3b}{4})$.
$S(\frac{a+b}{2}; \frac{a+3b}{4}) = \frac{3a+5b}{8} \neq a; b$ (так как иначе $a = b$) Продолжая в таком духе, легко

заметить, что для множества с $n$ элементами вида $\left(a, b, \frac{a+b}{2}, \frac{a+3b}{4}, \frac{3a+5b}{8}, \frac{5a+11}{16}, \dots, \frac{ka+(2^{n-2}-k)b}{2^{n-2}}\right)$ не ~~буду~~ найдется $s\left(\frac{ka+(2^{n-2}-k)b}{2^{n-2}}; \frac{ma+(2^{n-2}-m)b}{2^{n-3}}\right) = x \in X$. Докажем, что сумма коэффициентов $a$ и $b$, начиная с 3-го элемента, равна $2^{n-2}$:

У 3-го элемента сумма коэф-ов в числителе равна 2, а в 4-ом — 4, тогда в пятом сумма коэф-ов равна $2\cdot 2+4=8$. Продолжая будем получать, что для $n$-ого элемента сумма коэф-ов равна $2^{n-4}\cdot 2+2^{n-3}=2\cdot 2^{n-3}=2^{n-2}$.

Таким образом мы получим лишь бесконечное мн-во $X$.

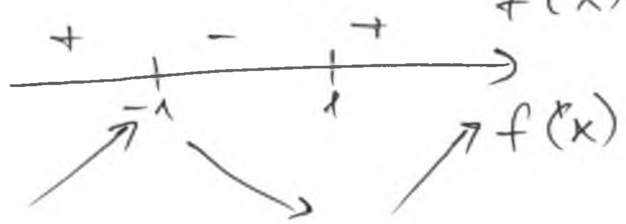
Ответ. все мн-ва с $\underline{n \geq 3}$ элемент~~...~~ов (п∈N) где все элементы равны. (Например ($\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}$).

± (1-элементные т.е.)

№1. $x^3-3x=t=f(x)$

$f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0$ при $x=\pm 1$



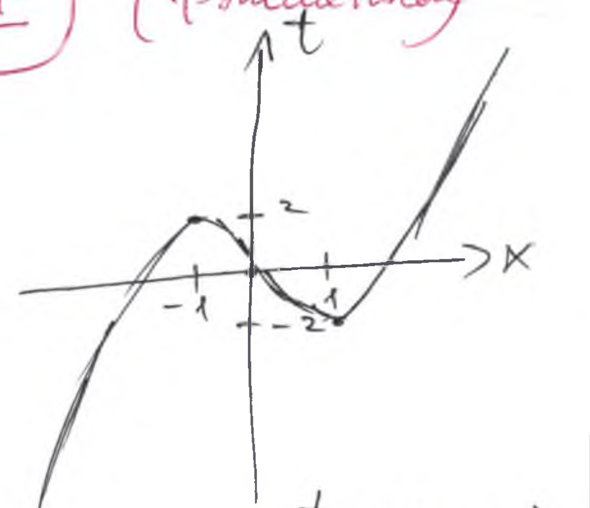
$x \to -\infty \quad t \to -\infty$

$x=-1 \quad t=2$

$x=1 \quad t=-2$

$x \to +\infty \quad t \to +\infty$

$x=0 \quad t=0$



Отсюда, при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ $x^3-3x=t$ имеет единственный корень

Как видно из графика при $t \to -\infty$ $x \to -\infty$. ⇒ Абсолютная величина этого корня снизу $-\infty$.

(±)

Ответ. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; $-\infty$.

№3. а) $(+2; -1)$ $+3$
б) $(+1; +2)$ $-1$
в) $(-2; +1)$ $-3$
г) $(-1; -2)$. $+1$

Действия а в и б г „обратные", то есть при их выполнении кол-во пятерок и двоек не изменится. (1)

Справа от каждого изменения записана суммарное изменение разности между количеством пятёрок и двоек. Достаточно получить изменения $(3; -3)$, чтобы доказать, что такое возможно. То есть получить суммарную разность равной $+6$. Из (1) получаем, что бессмысленно пользоваться б и в так как разность необходимо увеличивать. Получить „$+6$" можно двумя способами: а+3г и 2а
$(-1; -7)$ $(+4; -2)$.

Ответ. невозможно.

Это не доказано

(∓)

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

D61 32-84

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17051

**ФАМИЛИЯ** Сухова

**ИМЯ** Алина

**ОТЧЕСТВО** Алексеевна

**Дата рождения** 15.04.2008

**Класс:** 5

**Предмет** Математика

**Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах**

**Дата выполнения работы:** 8.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.
- Сиропчик сказал, что он не ел собачий корм.
- Торопыжка заявил, что корм съел либо Пончик, либо Сиропчик.
- Пончик же подтвердил, что Сиропчик корм не ел.
- Виновный солгал, невиновный сказал правду

Допустим, что корм съел Пончик, значит он сказал неправду. Неправда: - Сиропчик корм не ел. Значит правда, что корм съел сиропчик, а вдвоём они не могли его съесть. Значит Пончик невиновный, тогда его утверждение правда. Сиропчик не ел корм. И он тоже прав. Значит солгал Торопыжка и он виновный. Торопыжка сказал, что корм съел либо Пончик, либо Сиропчик, но они невиновные - это неправда.

+

Ответ: корм съел и сказал неправду Торопыжка.

2. $5^{2020} + 6^{2019} = \dots ?$

Последняя цифра произведений пятёрки оканчиваются

? на 0 и 5. На 0, когда 5 · чётное, а на 5, когда 5 · нечётное. 5 - это нечётное. 5 · 5 = 25. Значит 5 · 5 = всегда на конце будет 5, несмотря в какой нечётная степени.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ D61 32-84

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. $6^{2019}$

Если $6\cdot6=36$, то на конце будет 6, несмотря на какое число мы умножим 6, в конце будет всегда стоять 6, так как первое число $6\cdot6=36=6\cdot6=36$. Степень не важна.

не считается.

Значит

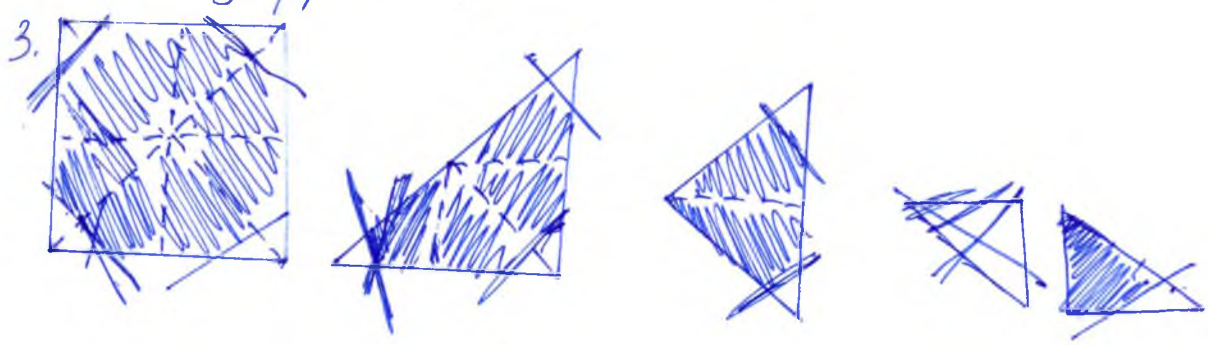
$6^{2019}+5^{2020}=\cancel{1}1$ - последняя цифра.

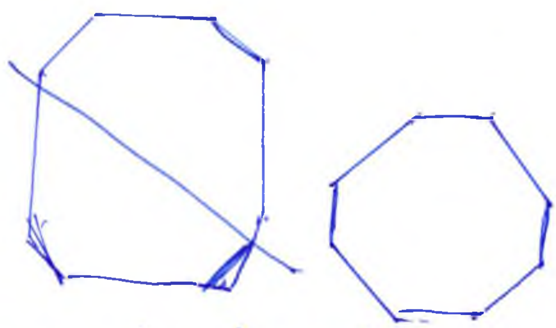
$6+5=\cancel{1}1$ - последняя цифра.

±

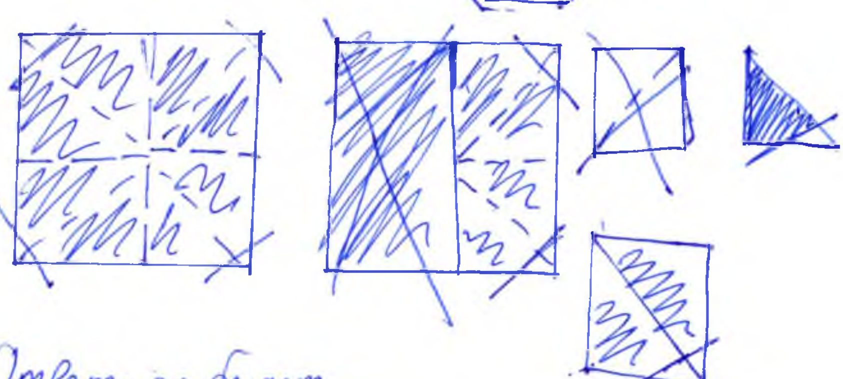
Ответ: цифрой 1.

3.





- фигура получилась



+

Ответ: ~~да будет раз~~ нет не будет различаться.

3. Ответ: ~~угл~~ не будет различаться, потому что углы обрезаны в 1 месте. Получившаяся фигура.

4. Ответ: ~~невозможно~~ можно.

Пример: одинаковые буквы

О П С Т 6 Я, СТО, ПЯТЬСОТ

7 0 9 8 0 0, 9 8 7 0 0 0 0 9 7 8

значения, только 0

Ответ: нет, не допускает, так как 4 ~~что~~ буквы обозначены разными цифрами.

если хоть одна буква будет значить $>0$, то ПЯТЬСОТ будет весить больше, чем СТО, так как это разница.

+

5. Например

$1+2+3+4+5+\underline{6+6}+7+8+9+10+11+12+13+14=111$

24 42 51 61 72 84 97

+

Ответ: 15 чисел, 2 раза написали цифру 6.

$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ - сумма однозначных ~~чисел~~ цифры.

$111-45=66$ ~~141~~ - не хватает до ~~10+~~ 111.

Допустим 6 десятков: $10+11+12+13+14+15=75>66$

5 десятков: $10+11+12+13+14=60<66$ $66-60=6$ - повторялись 2 раза.

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „Лицей № 5"

Место проведения

ЦС 79-92

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Тропина

ИМЯ Виолетта

ОТЧЕСТВО Максимовна

Дата рождения 21.10.2004

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 8.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вит

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№ 1

Для простоты введём обозначения:
Марья Ивановна — М; Иван Ильич — И;
Александра Варфоломеевна — А;
Пётр Петрович — П.

Кратко запишем утверждения:

1) $\overset{+}{М} \Rightarrow \overset{+}{И}, \overset{+}{А}$

2) $\overset{+}{А} \Leftrightarrow \overset{-}{П}$

$\overset{+}{П} \Leftrightarrow \overset{-}{А}$

3) $\overset{-}{И} \Rightarrow \overset{+}{М}$

$\overset{-}{М} \Rightarrow \overset{+}{И}$

$\overset{+}{И} \Rightarrow \overset{+}{М}$

4) $\overset{+}{П} \Leftrightarrow \overset{+}{И}$

$\overset{-}{П} \Leftrightarrow \overset{-}{И}$

(Если над буквой стоит „+", значит этот человек сидит ВКонтакте, а если „−", то этот человек не сидит ВКонтакте)

Рассуждения:

Допустим, что М сидит ВКонтакте, тогда И и А тоже (из утвержд. 1). Но т.к. сидит ВКонтакте И, то П тоже (утв. 4). ~~Но~~ Одновременно П и А сидеть ВКонтакте не могут (из. утв. 2). Получаем противоречие. Значит **М** не сидит ВКонтакте. Если **М** не сидит ВКонтакте, то **И** сидит (из утв. 2). Т.к. сидит **И**, то сидит и **П** (утв. 4)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

И если П сидит ВКонтакте, то А не сидит (утв. 2).

| М | И | П | А |
|---|---|---|---|
| − | + | + | − |

Ответ: Марья Ивановна не сидит ВКонтакте, Иван Ильич сидит, Пётр Петрович сидит, Александра Варфоломеевна не сидит. +

№ 2

Заметим, что 9 при возведении в нечётную степень даёт число, оканчивающееся на 9, а при возведении в чётную оканчивающееся на 1. Значит и 2019 при возведении в чётную степень будет давать число, оканчивающееся на 1.

Это можно легко доказать: При перемножении двух чисел последняя цифра их произведения будет равна ~~под~~ последней цифре произведения их последних цифр.

$9 \cdot 9 = 8\underline{1}$

$1 \cdot 9 = 9$

$9 \cdot 9 = 8\underline{1}$

Поэтому другой цифры кроме 1 и 9 в разряде единиц возникнуть не может.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. 2020 - чётная степень, то $2019^{2020}$ будет оканчиваться на 1.

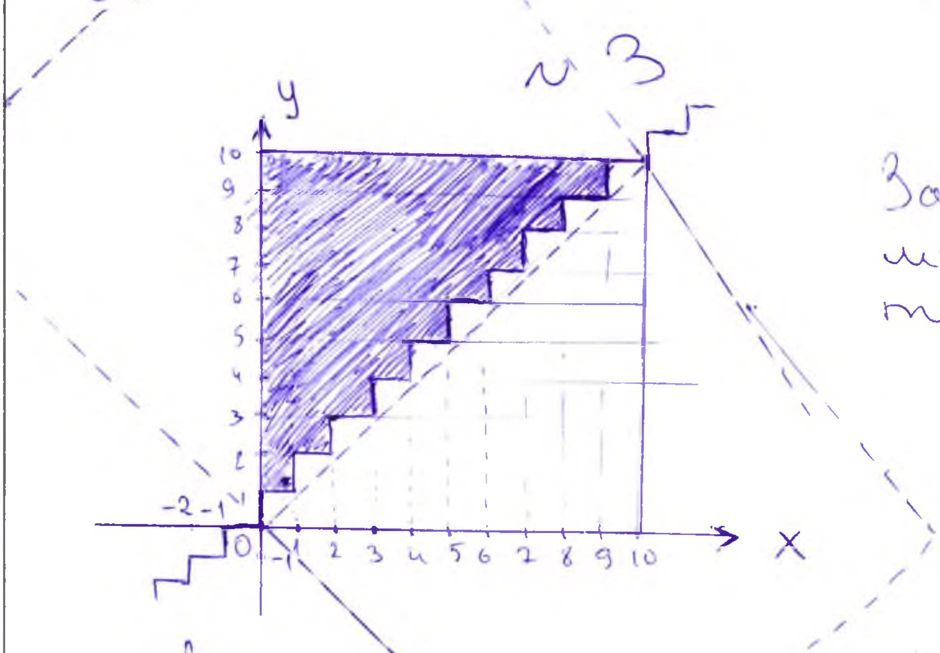
Число 2020 при возведении в любую степень будет давать число, оканчивающееся на 0. (Т.к. $2020^{2019} = 202^{2019} \cdot 10^{2019}$)

Т.к. первое слагаемое оканчивается на 1, а второе на 0, то сумма будет оканчиваться на $1+0=1$

+

Ответ: значение суммы будет оканчиваться цифрой 1.

№ 3




Заштриховано множество точек M.

+

Площадь всего квадрата равна $10 \cdot 10 = 100$. Множество точек M внутри квадрата K занимает площадь 45. Значит составляет $\frac{45}{100} = 0{,}45$ частей от K.

Случай № 2.

Квадрат K может иметь площадь $50 \cdot 4 = 200$ когда точки $(0,0)$ и $(10,0)$ находятся на смежных углах квадрата. (Такие квадраты показаны пунктиром на графике)

Тогда в квадрате слева M будет составлять $\frac{45}{200}$ от K, а в квадрате справа $\frac{0}{200} = 0$.

№ 4

Максимальное значение собранной суммы будет достигаться, когда во второй день сдало максимальное кол-во фикансистов. Тогда $max = 50 \cdot 100 = 5000$ (тыс.)

А минимальное когда сдавали в 1-ый день (в оба дня!)

$min = 51 \cdot 50 = 2550$ (тыс.)

∓

№5

ЛЭП должна быть перпендикулярна дороге, и (0,0) должна лежать на ~~ЛЭ~~ ЛЭП


Ответ: (0; 5d)

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Новочебоксарск

Место проведения

CD 82-20

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17/11

**ФАМИЛИЯ** Трофимов

**ИМЯ** Евгений

**ОТЧЕСТВО** Эдуардович

**Дата рождения** 03.02.2002 **Класс:** 11

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2002
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Ефр

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CD 82-20

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $x^3 - 3x = t$ (1) корень.

Решение. 1) Составим I $\begin{cases} x^3 - 3x = y & (1) \\ y = t & (2). \end{cases}$

(2) $y = t$ — прямая, параллельная $Ox$

(1) — гипербола. Найдем точки экстремума:

$y'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array}\right.$

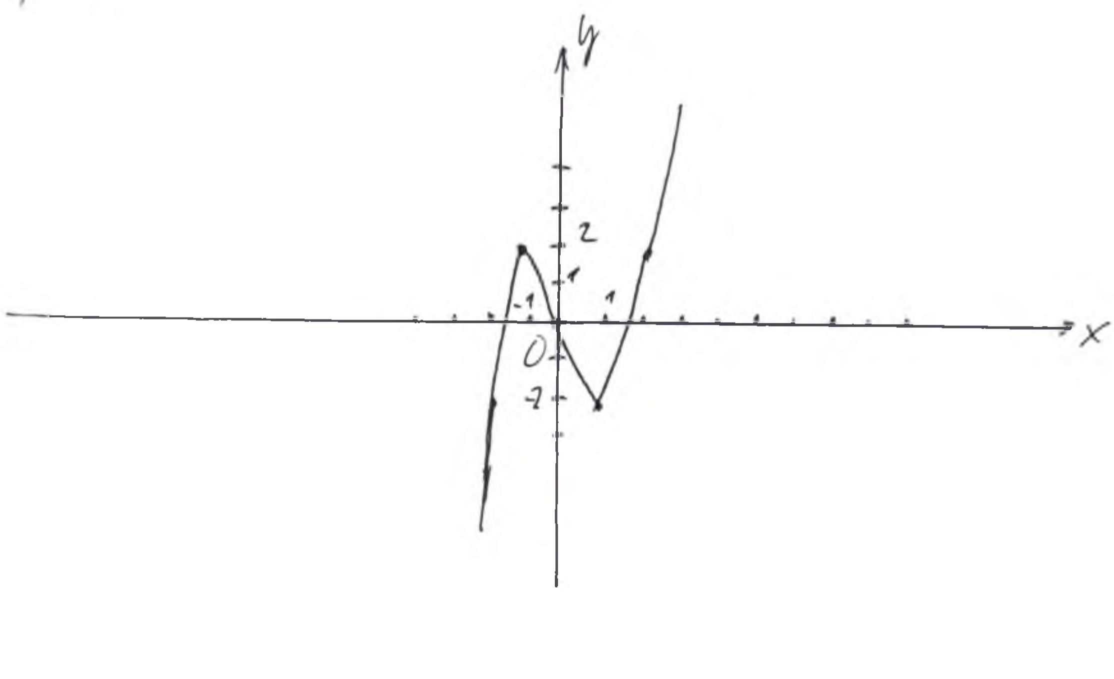
Тогда точки экстремума имеют координаты: $(-1; 2)$; $(1; -2)$.

При этом:


при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ $y$ возрастает,

а при $x \in [-1; 1]$ — убывает

График



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Из графика видно, что I имеет единственное решение при $y \in (-\infty; -2) \cup$
$\cup (2; +\infty)$, т.е при $t \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. +
тогда $|t| \in (2; +\infty)$.
Заметим, что при $t = 2$ I имеет 2 решения.
Ответ: $|t| \in (2; +\infty)$.

нет оценки отрезку для абс. величины ед-го корня.

5) Примем x – кол-во „5"; y – кол-во „2"
тогда по условию составим:

① $\begin{cases} x+2 \\ y-1 \end{cases}$ Разность кол-ва „5" и „2" ↑ на 3

② $\begin{cases} x+1 \\ y+2 \end{cases}$ Разность кол-ва ↓ на 1.

③ $\begin{cases} x-2 \\ y+1 \end{cases}$ Разность кол-ва ↓ на 3.

④ $\begin{cases} x-1 \\ y-2 \end{cases}$ Разность ↑ 1.

начальная разность: $3-30=-27$
конечная разность: $30-3=27$.
Пусть операция ① была совершена a раз; ② – в раз; ③ – c раз; ④ – d раз
$a, в, c, d \in \mathbb{Z}$; $a, в, c, d \geq 0$.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Составим систему:

$$\begin{cases} -27+3a-b-3c+d=27 \\ 3+2a+b-2c-d=30 \\ 30-a+2b+c-2d=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-c)-(b-d)=54 & (4) \\ 2(a-c)+(b-d)=27 & (5) \\ a-c-2(b-d)=27 & (6) \end{cases}$$

(4) + (5) : $5(a-c)=81 \Rightarrow a-c=16\frac{1}{5}$.

Но такого быть не может, т.к. $a,c\in\mathbb{Z}$; $(a-c)\in\mathbb{Z}$.

Следовательно, хакер не сможет превратить 3 пятерки и 30 двоек в 30 пятерок и 3 двойки

Ответ: не сможет.

+

2) I $\begin{cases} 2[x]+y=\frac{7}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$ $k\in\mathbb{Z}$.

Решение. 1) Заметим, что $([x]-x)^2=(\{x\})^2$, где $\{x\}$ — дробная часть $x$

тогда I равносильно:

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ \{x\}^2=2[y]+k \end{cases}$$

2) Заметим, что $\begin{cases} 2[y]\in\mathbb{Z} \\ k\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow (2[y]+k)\in\mathbb{Z}$

Единственное целое число, которому может равняться $\{x\}^2$ - 0. т. е.

$\{x\}=0 \Rightarrow \boxed{x\in\mathbb{Z}}$

3) Зная, что $x\in\mathbb{Z}$, а $([x]-x)^2=0$, получим:

$$\begin{cases} 2x+y=\frac{3}{2} \\ -2[y]=k \end{cases} \Leftrightarrow \cancel{2x+[y]}$$

т.к. $x\in\mathbb{Z}$, ~~то~~ а

$\frac{3}{2}=1+\frac{1}{2}$, то получаем, что

$y=[y]+\frac{1}{2}$, тогда

$$\begin{cases} 2x+[y]+\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \\ -2[y]=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+[y]=1 \\ -2[y]=k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+2[y]=2 \\ -2[y]=k \end{cases} \Rightarrow 4x=k+2 \Rightarrow \boxed{x=\frac{k+2}{4}}$$

4) т.к. $x\in\mathbb{Z}$, то $k$ должно быть четным, но не кратным 4. Следовательно,

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

при $k$ - нечетное. $x, y \in \varnothing$;

$k$ - кратно 4 : $x, y \in \varnothing$

при $k$ - четное, но $k \not\vdots 4$ получаем:

$x = \frac{k+2}{4}$.

$y = \frac{3}{2} - 2 \cdot \frac{k+2}{4} = \frac{3}{2} - \frac{k}{2} - 1 = \boxed{\frac{1-k}{2} = y}$

Ответ: $k$ - нечетное: $x, y \in \varnothing$;

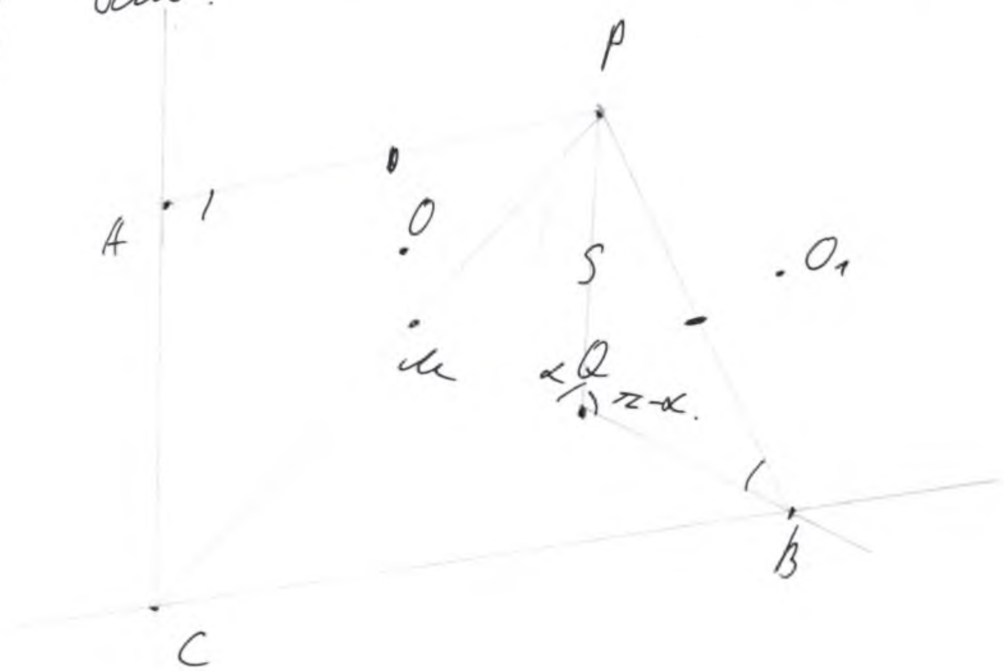
$k$ - кратно 4: $x, y \in \varnothing$

$k$ - четное, но $k \not\vdots 4$: $x = \frac{k+2}{4}$;

+

$y = \frac{1-k}{2}$.

3) Осн:



Д-ть: $\angle APQ = \angle CPB$.

Д-во: 1) $\angle PAQ = \angle PBQ$, т.к. вписанные углы опираются на одну хорду, а окружности равны.

2) Рассм $\triangle PAQ$ и $\triangle PBQ$: Обозначим $\angle AQP = \alpha$, тогда $\angle PQB = \pi - \alpha$.

По т. синусов: $\begin{cases} \dfrac{AP}{\sin\alpha} = \dfrac{PQ}{\sin(\angle PAQ)} \\ \dfrac{PB}{\sin(\pi-\alpha)} = \dfrac{PQ}{\sin(\angle PBQ)} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow AP = PB$.

3)

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МАОУ „лицей №42"

Место проведения

ЦС 79-52

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

**Вариант №** 17081.

**ФАМИЛИЯ** Уразбахтин (УРАЗБАХТИН)

**ИМЯ** Азат (АЗАТ)

**ОТЧЕСТВО** Вилович (ВИЛОВИЧ)

**Дата рождения** 05.11.2004 **Класс:** 8

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Азат

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Составим схему утверждений.

М.И. - Марья Ивановна

И.И. - Иван Ильич

А.В. - Александра Варфоломеевна

П.П. - Петр Петрович

1) Если М.И. сидит, то и И.И. и А.В сидят в кон.
2) Только один из двух А.В или П.П сидят в кон.
3) Хотя-бы один И.И. и М.И. сидят в кон.
4) П.П. и И.И. либо оба сидят в кон либо никто не сидит.

Пойдем от 100% варианта где хотя бы один сидит в кон. это схема №3. „Хотя-бы один И.И и М.И. сидят в кон. у нас получаются 3 случая

1 случай

Если сидит только И.И.

то, П.П тоже сидит по 4 схеме ⇒

⇒ по 2 схеме А.В. не сидит в кон.

2 случай

Если сидит только М.И., то сидят и И.И. и А.В по 1 схеме, если сидит И.И., то и П.П. тоже сидит, по 4 схеме тогда появляется противоречие по 2 схеме ведь, только один из двух сидит, а у нас получилось что оба. ⇒

⇒ такого быть не может.

+

3 случай оба сидят

по 1 схеме ⇒ что А.В тоже сидит.

тогда, П.П не сидит по 2 схеме, и тогда появляется противоречие по 4 схеме ведь И.И. и П.П. должны оба либо сидеть, либо не сидеть ⇒

⇒ такого быть не может

Ответ: сидят. И.И. и П.П.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 2.

рассмотрим отдельно два числа $2019^{2020}$ и $2020^{2019}$

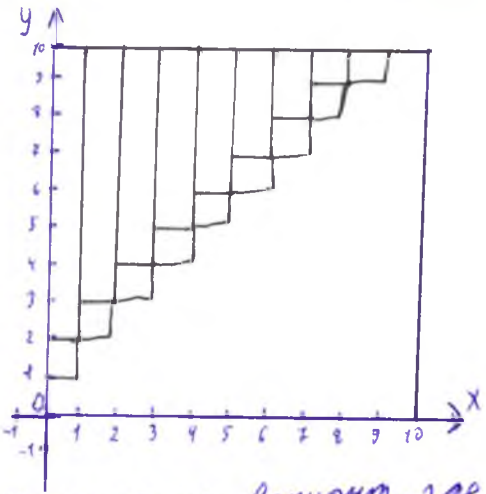
на конце 2019 стоит цифра 9 при возведении цифры 9 в четную степень на конце всегда будет 1, а 2020 - четная степень ⇒ а почему именно это рассм.

$\Rightarrow 2019^{2020}$ будет заканчиваться на один. А число $2020^{2019}$ будет всегда заканчиваться 0, т.к последняя цифра 2020 ноль ⇒ ⊕

Сумма этих значений оканчивается на 1.

Ответ: на цифру 1.

Задание 3.



Важно!!!

$x; y$ - $\mathbb{Z}$ числа.

Рассмотрим вариант, где $x=0$, тогда $y \geq 1$

Рассмотрим вариант, где $X=1$, тогда. $y \geq 2$

Рассмотрим вариант, где $X=2$, тогда $y \geq 3$

⋮

Рассмотрим вариант, где $x=9$, тогда $y=10$

Изобразим полученые выражения на схеме.

Получаем.

$$\frac{+9+8+7+6+5+4+3+2+1}{100} = \frac{45}{100}$$ ⊕

Ответ: $\frac{45}{100}$

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4.

Если рассматривать условие возникает множество вопросов. Могло ли быть 0 вносов в один из дней, если да, то тогда минимальную сумму которую они могли собрать это 1тысяча × 50 = 50 тысяч, а максимальная 100тысяч × 50 = 5 миллионов.

см. усл.

Если же брать в учет, что в1или во2 день должен быть хотябы один внос, то тогда минимальная сумма могла быть ~~(2тысячи × 1 + 51 тысяча × 49 = 2 + 2 499тысяч = 2,501 миллиона)~~

2 тысячи × 49 + 51тысяча × 1 = 98 тысяч + 51 = 149 тысяч, а максимальная будет 50тысяч×1 + 99тысяч × 49 = 4,901 миллиона.

+

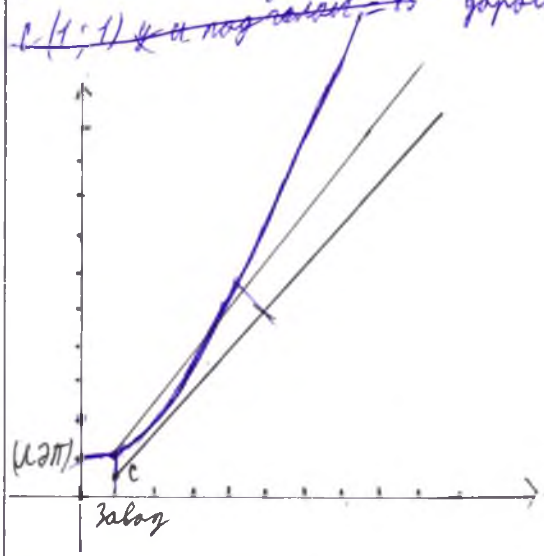
Ответ: от 50 до 5 миллионов либо 149 тысяч до 4,901, еще есть 2 3 варианта.

Задача №5.

(Л ЭП) - может проходить ~~через~~ паралельно только прямой x, т. к ~~они же~~ если она будет проходит через прямую y, то она сама будет прямой y

(Л Э.П.) - будет проходить через паралельную y и, тогда Sот 0,0 Завода будет всегда равно Sот ЛЭП. ЛЭП начинается с ~~координаты~~ (0;1) и паралельна "y" завод на координатах (0;0), а ~~дорогу начинают строить с (1;1) и под углом 45°~~ дорога начнет свой путь с S(1;0,5)

+/−




Ответ: $S\,l = 2,5$ ~~к~~ (13; 7,5)

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СОШ №4

Место проведения

RL 31-14

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17081

**ФАМИЛИЯ** ФИЛАТОВ

**ИМЯ** НИКИТА

**ОТЧЕСТВО** АНДРЕЕВИЧ

**Дата рождения** 06.11.2004 **Класс:** 8

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Ник

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

М - Марья Ивановна   И - Иван Ильич   А - Александра Варфоломеевна

П - Петр Петрович.

I случай:

Пусть М сидит Вконтакте => И и А тоже сидят

т.к. А сидит => П не сидит

Но И сидит, П не сидит, а они либо оба сидят, либо оба не сидят.

Противорение.

II случай:

Пусть А сидит => П не сидит

т.к П не сидит => И не сидит

среди М, И ктото должен сидеть

И не сидит => М сидит => И + А сидят

Противорение

III случай

Пусть П сидит => А не сидит

=> И сидит

среди М, И ктото должен сидеть

И сидит => М может не сидеть, а если бы сидела, то было бы противорение.

Итог:

| М | И | А | П |
|---|---|---|---|
| нет | сидит | нет | сидит |

Противорений нет.

Ответ: М не сидит  И сидит  А не сидит  П сидит

+

№2

Последняя цифра $2019^{2020}$ равна $9^{2020}$ (последней цифре)

$9^1 = 9$ $\quad 9^2 = 81$ $\quad 9^3 = 729$ $\quad 9^4 = \ldots 1$

в нечетной степени последняя цифра = 9

в чётной степени последняя цифра = 1

2020 - чёт $\Rightarrow$ $2019^{2020}$ оканчивается на 1

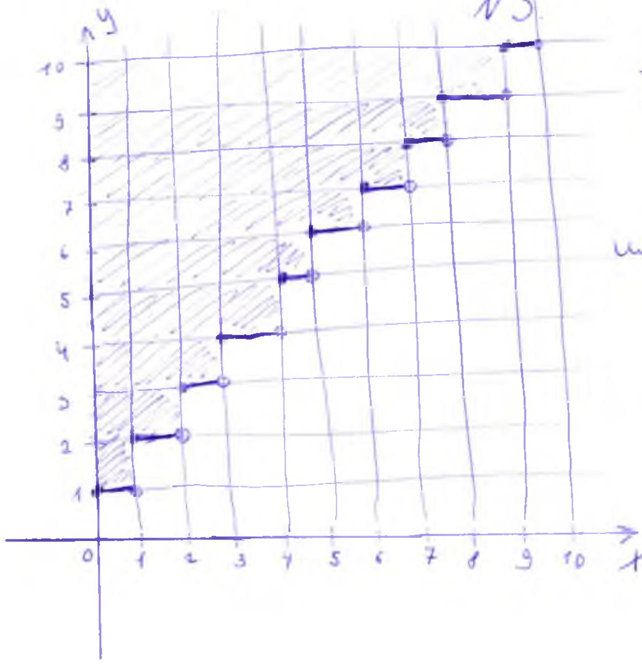
$2020^{2019}$ 2020 - последняя цифра "0"

$\Rightarrow$ $2020^{2019}$ оканчивается на 0

$2019^{2020} + 2020^{2019} = \ldots 1 + \ldots 0 = \ldots 1$

Ответ: 1

№3




1) Точки, которые удовлетворяют уравнению $[x] < [y]$ находятся на или выше закрашенных точек или линий.

2) $S_K = 100$ квадратиков

45 из них закрашенны $\Rightarrow$ $\frac{S_M}{S_K} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

+

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Минимальная сумма взноса за 2 дня:

1+51 ⇒ нельзя, т.к разница = 50(тыс)

⇒ либо 2+51 либо 1+52 = 53 тыс.

Максимальная сумма взноса за 2 дня.

50+50 → ~~нельзя, т.к разница~~

взнос за второй день должен быть больше 50

⇒ 49+51 = 100 тыс. не max!

больше нельзя т.к сумма не превосходит 100.

⇒ Минимальная сумма всех взносов =

= 53·50 = 2650 тыс

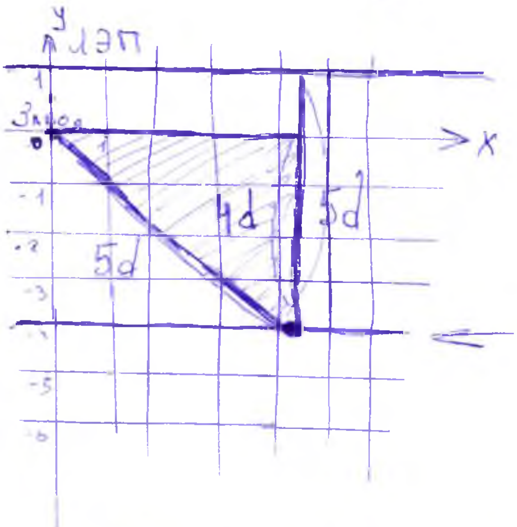
Максимальная

100·50 = 5000 тыс.

Ответ: собрали от 2650 тыс до 5000 тыс.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5




на этой прямой искомая точка.

Пусть ЛЭП = y = 1 $\quad d = 1$

Некоторая точка находится на расстоянии $5d \Rightarrow$ она на $y = -4d$ (ордината точки)

для поиска координат точки построим треугольник. Он - прямоугольный.

Гипотенуза $= 5d =$ расстояние до завода.

$5d =$ расстояние до ЛЭП, но между заводом и ЛЭП $1d \Rightarrow$ 1 из катетов $= 5d - 1d = 4d$.

$\Rightarrow$ по теореме пифагора.

$$(5d)^2 = (4d)^2 + x^2$$

$$25d^2 = 16d^2 + x^2$$

$$x^2 = 9d^2$$

$x = 3d$ $\quad$ $x$ - абцисса искомой точки.

Ответ: координаты точки $(3d; -4d)$

F

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| МАОУ „Лицей № 42" | 90 Н 10-50 | ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником |
|---|---|---|
| Место проведения | шифр | |

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Хайтина

**ИМЯ** Александра

**ОТЧЕСТВО** Юрьевна

**Дата рождения** 28.09.2005 **Класс:** 7

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Хай

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1.

1) Если МИ-с, то ИИ-с и АВ-с (с – сидит)
2) Только 1 из АВ или ПП сидит. (не с – не сидит)
3) Хотя бы 1 из ИИ и МИ сидит
4) ПП и ИИ – или оба сидят или оба не сидят.

Предположим, что МИ – с.
МИ-с ⇒ ИИ-с, АВ-с (по 1)
ИИ-с ⇒ ПП-с (по 4)
АВ-с ⇒ ПП-не с (по 2)
Получили противоречие. ⇒ МИ-не с.
МИ-не с ⇒ ИИ-с (по 3)
ИИ-с ⇒ ПП-с (по 4)
ПП-с ⇒ АВ-не с (по 2)
Получили только 1 возможный вариант, где: ПП-сидит, АВ-не сидит, МИ-не сидит, ИИ-сидит,
Ответ: Марья Ивановна не сидит, Александра Варфоломеевна – не сидит, Иван Ильич – сидит, Петр Петрович – сидит.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90H 10-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) $2019^{2020}+2020^{2019}$

Т.к нужно узнать последнюю цифру суммы, то можно рассматривать только последние цифры.

Т.к 2020 заканчивается на 0, а при умножении 0 на 0 всегда получится 0, то $2020^{2019}=\ldots0$ (заканчивается на 0).

Рассмотрим последнюю цифру 2019, т.е 9:

$9^1=9$

$9^2=\ldots1$

$9^3=\ldots9$

$9^4=\ldots1$

Заметим закономерность. При возведении 9 в нечетную степень получится число оканчивающиеся на 9, а при возведении 9 в чётную степень получится число оканчивающиеся на 1. Т.к 2020-четное, то $2019^{2020}=\ldots1$ (заканчивается на 1)

Т.к последняя цифра суммы - это последняя цифра суммы ~~двух~~ последних цифр слагаемых, то ~~$(2019^{2020}+2020^{2019})=(\ldots1+\ldots0)=\ldots1$~~ сумма $2019^{2020}$ и $2020^{2019}$ будет заканчиваться на 1:

+

$2019^{2020}+2020^{2019}=\ldots1+\ldots0=\ldots1$.

Ответ: последняя цифра суммы $2019^{2020}$ и $2020^{2019}$ – 1.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90Н 10-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. Подходят пары, где:

1) x - от 0 до 1, 1 - не включительно
~~y - от 0 до~~ y - от 0 до 1 1 - не включительно.

2) x - от 1 до 2, 2 - не включительно
y - от 1 до 2, 2 - не включительно

3) x - от 2 до 3, 3 - не включительно
y - от 2 до 3, 3 - не включительно.

4) x - от 3 до 4, 4 - не включительно
y - от 3 до 4, 4 - не включительно

5) x - от 4 до 5, 5 - не включительно
y - от 4 до 5, 5 - не включительно

6) x - от 5 до 6, 6 - не включительно
y - от 5 до 6, 6 не включительно

7) x - от 6 до 7, 7 - не включительно
y - от 6 до 7, 7 - не включительно.

8) x - от 7 до 8, 8 - не включительно
y - от 7 до 8, 8 - не включительно

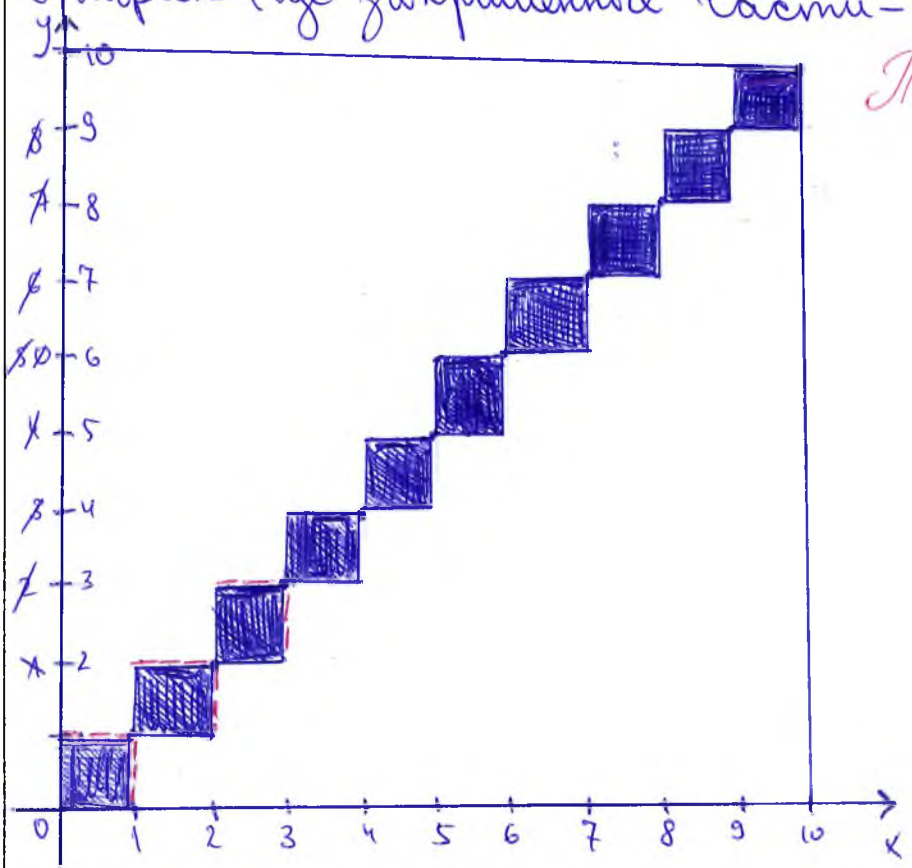
9) x - от 8 до 9, 9 - не вкл.
y - от 8 до 9, 9 - не вкл.

10) x - от 9 до 10, 10 не вкл.
y - от 9 до 10, 10 не вкл.

и точка (10, 10).

Получается 10 ~~квадратов~~ прямоугольников ~~из точек~~, а т.к. эти ~~квадратов~~ прямоугольники из за точек почти равны квадратам 1×1, а квадратов 1×1 в квадрате 10×10 100, то множество M занимает от площади квадрата K примерно $\frac{10}{100} = 0{,}1$ часть.

График (где закрашенные части - точки):



Почему нет других решений?

4

Ответ: 0,1 часть

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 90Н 10-50

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) Рассмотрим слова „ШЕСТЬСОТ" и „СТО". Все буквы из слова „СТО" есть в слове „ШЕСТЬСОТ" ⇒ ⇒ вес слова „СТО" не может быть больше веса слова „ШЕСТЬСОТ" (т.к вес слова - сумма кодов всех букв данного слова).

Чтобы вес слова „СТО" был не ~~меньше~~ веса слова „ШЕСТЬСОТ", нужно чтоб ~~весы~~ этих слов были равными, т.к вес слова „СТО" не может быть больше веса слова „ШЕСТЬСОТ" ⇒ „Ш"=0, „Е"=0, „Ь"=0.

В слове „ШЕСТЬСОТ" так же 2 раза повторяются буквы „С" и „Т", которые есть в слове „СТО" ⇒ Если „С">0 или „Т">0, то вес слова „ШЕСТЬСОТ" будет больше веса слова „СТО", т.к в слове „СТО" только 1 С и 1 Т, а в слове „ШЕСТЬСОТ" - 2С, 2Т и 1О ⇒ „С"=0 и „Т"=0.

Т.к в слове „ШЕСТЬСОТ" ~~вес~~ код всех букв кроме О равен 0 и в слове „СТО" код всех букв кроме О равен 0, то в обоих словах вес будет равный коду буквы О ⇒ О может быть кодом любое число от 0 до 9 ⇒ вариантов так закодировать буквы 10.

Т.к у 5-ти букв код одинаковый мы не сможем однозначно восстановить слово. ~~Если ко~~

Если коды букв не могут повторяться, то так закодировать буквы нельзя, т.к все буквы из слова „СТО" есть в слове „ШЕСТЬСОТ" и в слове „ШЕСТЬСОТ" есть ещё 3 другие буквы ⇒ вес слова „ШЕСТЬСОТ" будет больше веса слова „СТО".

Ответ: если коды букв могут повторяться, то вариантов так закодировать буквы - 10, а однозначное восстановление слова по коду невозможно, а если коды букв не повторяются, то так закодировать нельзя.

4

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) Пусть 10 мин = 1 ед. вр.

3ч = 180 мин = 18 ед вр.

Пусть $x$ ед вр ела ватрушки Женя. Тогда Саша ела ватрушки $(18-x)$ ед. вр. Составим уравнение:

$\cancel{5x + x(18-}$

$5x+3(18-x)=70$

$5x+54-3x=70$

$2x=16$

$x=8$ ⇒ 8 ед. вр ела ватрушки Женя

1) $18-8=10$ (ед. вр) - ела ватрушки Саша.

2) $5\cdot 8=40$ (в) - ~~ел~~ досталось Жене

3) $3\cdot 10=30$ (в) - досталось Саше.

Ответ: 40 ватрушек - Жене, 30 ватрушек Саше.

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Москва

Место проведения

МD 44-74

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** Чижов

**ИМЯ** Андрей

**ОТЧЕСТВО** Дмитриевич

**Дата рождения** 12.02.2002 **Класс:** 11

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2002
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№1

$x^3-3x=t$

Пусть $f(x)=x^3-3x$, найдём т-ки лок-х макс. и мин.

$f'(x)=(x^3-3x)'=0$

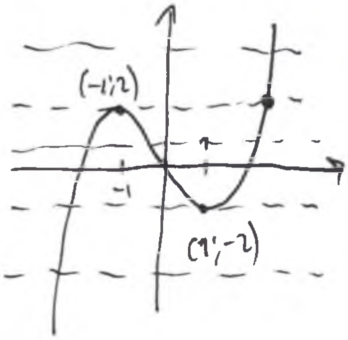
$3x^2-3=0$ ~~$x\in$~~ $3(x^2-1) \vee 0$ (опред. знак $f'(x)$)

$x=\pm 1$ ~~на~~ на пр-ке $x\in[-1;1]$ ф-я ~~возрастает~~ убывает

$f(1)=-2$ на пр-ке $x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ ф-я возрастает

$f(-1)=2$

Схематично изобразим $f(x)$




Заметим, что при $|t|>2$ ур-е имеет один корень

Найдём $x$

1) $x^3-3x=2$

$(x+1)(x+1)(x-2)=0$

$x=\left[\begin{array}{l}-1\\2\end{array}\right.$

2) $x^3-3x=-2$

$(x-1)^2(x+2)=0$

$x=\left[\begin{array}{l}1\\-2\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Оценивая абсолютную величину $x$, получим

в силу того, что на $x\in(1;+\infty)$ $f(x)\uparrow$ возрастает и на $x\in(-\infty;-1)$ $f(x)\uparrow$ возрастает

$|x|>2$

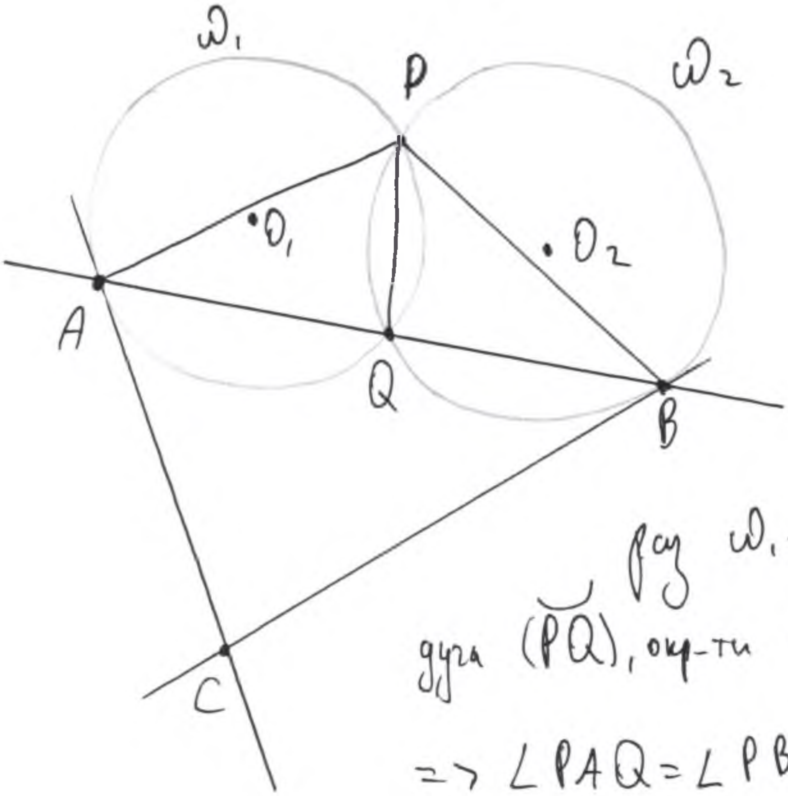
Ответ: $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$|x|>2$.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3




$\omega_1$, $\omega_2$ – окр-ти с центрами $O_1$ и $O_2$ соответственно

$\omega_1 = \omega_2$

Раз $\omega_1 = \omega_2$, то

дуга $(\overset{\smile}{PQ})_1$ окр-ти $\omega_1$ равна дуге $(\overset{\smile}{PQ})_2$ окр-ти $\omega_2$

$\Rightarrow \angle PAQ = \angle PBQ$

$\Rightarrow \angle APB$ – равнобедренный

$\Rightarrow AP = PB$

Рассм-м частный случай

Пусть $\angle PQA = PQB = 90^\circ$

Тогда $AQ = QB$

Тогда $\overset{\smile}{AP} = \overset{\smile}{PB}$

$\overset{\smile}{AQ} = \overset{\smile}{QB}$

Ясно, что $AP = PB$ тогда и только тогда, когда $AQ = QB$

+

Вопрос задачи сводится к рассмотрению углов $PQA$ и $PBC$

т.к. $\omega_1 = \omega_2$ и ~~PAQ =~~ $AP = PB$, мы знаем, что равные хорды стягивают равные дуги

$\Rightarrow \overset{\smile}{AP} = \overset{\smile}{PB} \Rightarrow \angle PQA = \angle PBC$, как внутренние

$\Rightarrow AQ$ и $BC$ видно под одинаковым углом

ЧТД

№4

$S(x,y)=\frac{x+y}{2}$

$S(a,x_0)=b$ ; $a,b,x\in X$  Пусть $a\neq b$

$\Rightarrow S(b,x_1)=a$

$$\begin{cases}\frac{a+x_0}{2}=b\\ \frac{b+x_1}{2}=a\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}x_0=2b-a\\ x_1=2a-b\end{cases}$$

Пусть $X=\{a, b, 2b-a, 2a-b\}$

$$\frac{b+x_2}{2}=2b-a$$

$$x_2=3b-a$$

$\cancel{x_2=b \Leftrightarrow b=0}$

1) $x_2=2b-a \Leftrightarrow b=0$

2) $x_2=2a-b \Leftrightarrow 4b=3a$

3) $x_2=b \Leftrightarrow 2b=a$

4) $x_2=a \Leftrightarrow 3b=2a$

1) $X=\{a,0,-a,2a\}$

$\frac{a+r_0}{2}=2a$

$\nexists r_0\in X$

2) $X=\{\frac{4}{3}b, b, \frac{2}{3}b, \frac{5}{3}b\}$

$\frac{\frac{4}{3}b+r_1}{2}=\frac{5}{3}b$

$\nexists r_1\in X$

3) $X=\{b, 2b, 0, 3b\}$

$\frac{2b+r_3}{2}=3b$

$\nexists r_3\in X$

4) $X=\{b, \frac{3}{2}b, \frac{1}{3}b, 2b\}$

$\frac{\frac{3}{2}b+r_4}{2}=2b$

$\nexists r_4\in X$

+

$\Rightarrow$ Ответом будет любое одноэлементное множество $X=\{p\}; p\in R$

N 2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k \end{cases}$$

$$\{x\}^2=k+2[y]\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \{x\}^2\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \{x\}=0 \Rightarrow x=[x]$$

$$\begin{cases} 2x+y=\frac{3}{2} \\ -2[y]=k \end{cases}$$

сложив оба ур-я: $4x+2y-2[y]=3+k$

$$4x+\cancel{2[y]}+2\{y\}-\cancel{2[y]}=3+k$$

$$4x+2\{y\}=3+k$$

$$2\{y\}=3+k-4x\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \{y\}\in\mathbb{Z} \Rightarrow \{y\}=0$$

$$\Rightarrow y=[y]$$

$$\cancel{\begin{cases} 2x+y=\frac{3}{2} \\ -2y=k \end{cases}}$$

~~y = 3/2 => нет решений~~

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

3 п. 30 дв. ⟶ 30 п. 3 дв.

Пусть операция А – +2 п.; −1 дв.

Б – +1 п.; +2 дв.

В – −2 п.; +1 дв.

Г – −1 п.; −2 дв.

Очевидно, что операции А, В и Б, Г – попарно взаимообратные.

То есть (# операций А + # операций В) мы получим тот же результат, что и при max(# опер-ий А, В) − min(#оп-й А, В)

=> пусть кол-во оп-й А = a

кол-во оп-й Б = b

тогда решим ур-я в целых числах

$$\begin{cases} 3 + 2a + b = 30 \\ 30 - a + 2b = 3 \end{cases}$$

$a + 3b = 0$

$a = -3b$

Ø => результат будет получен при применении операций В (3b) раз

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Екатеринбург

Место проведения

VC 46-50

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** ШАВАЛИЕВА

**ИМЯ** АЛИНА

**ОТЧЕСТВО** РАФАЭЛЕВНА

**Дата рождения** 09.03.2005 **Класс:** 9

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

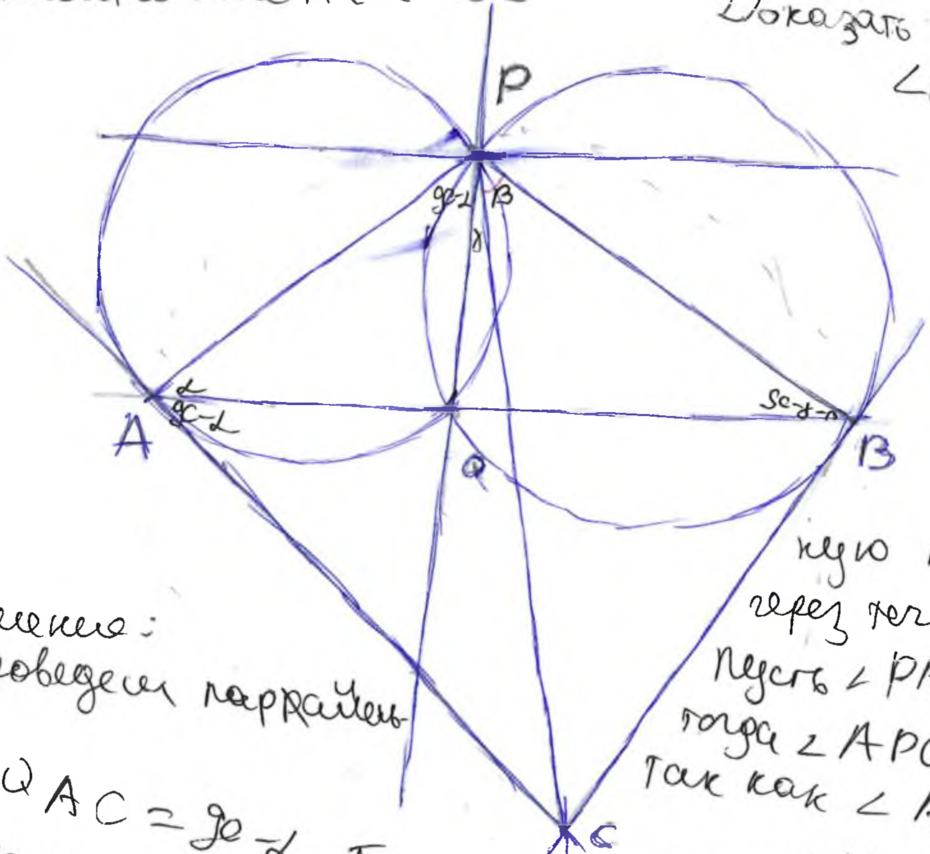
**Подпись участника олимпиады:** АШ

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

№ 3

Дано: 2 окр пересекающиеся в точках P и Q
$PQ \perp AB$ где AB точки пересечения с окружностью касательные AC и BC

Доказать $\angle APQ = \angle CPB$




Решение:
проведем параллельную прямую через точку P к AB

Пусть $\angle PAQ = \alpha$, тогда $\angle APQ = 90-\alpha$
Так как $\angle AQP = 90°$

$\angle QAC = 90-\alpha$ т.к AC касательная ($\angle PAC = 90°$)
Пусть $\angle CPB = \beta$, ~~тогда~~ а $\angle QPC = \gamma$, тогда
$\angle QBP = 90-\gamma-\beta$, $\angle QBC = \gamma+\beta$ т.к CB касательная $\angle PAC = \angle PBC = 90° \Rightarrow$
их сумма равна 180 => PBCA вписан в окр.
=> $\angle\angle CAQ = \angle CPB$ т.к они опираются на дугу CB => $90-\alpha = \beta$, а $\angle ABQ = 90-\alpha$
$\angle CPB = \beta \Rightarrow \angle APQ = \angle CPB \Rightarrow$
AQ и CB видны из точки P под одинаковым углом

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 $\begin{cases} 2[x_1]+x_2=\frac{3}{2} \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$

$\begin{cases} 4[x_1]+2x_2=3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$

$7[x_1]=7$

$[x_1]=7$ $x_1$ принадлежит $[1;2)$

$x_2=\frac{3[x_1]-4}{2}=-0,5$

Ответ: $x_1$ равен $[1;2)$, $x_2=-0,5$

±

№1. По условию Вконтакте сидит либо АВ либо ПП (где буквы это ~~первые~~ начальные "имени и фамилии")

1 Вариант: Если Вконтакте сидит АВ ~~так же тогда значит, что если АВ выходит в сеть,~~ ~~то и ИФ~~ так же либо ИИ сидит либо МИ, 1. если вконтакте сидит ИИ, то ПП так же (по условию), а у нас либо АВ либо ПП => это невозможно, если сидит МИ, то ИИ и АВ так же сидит, но если сидит

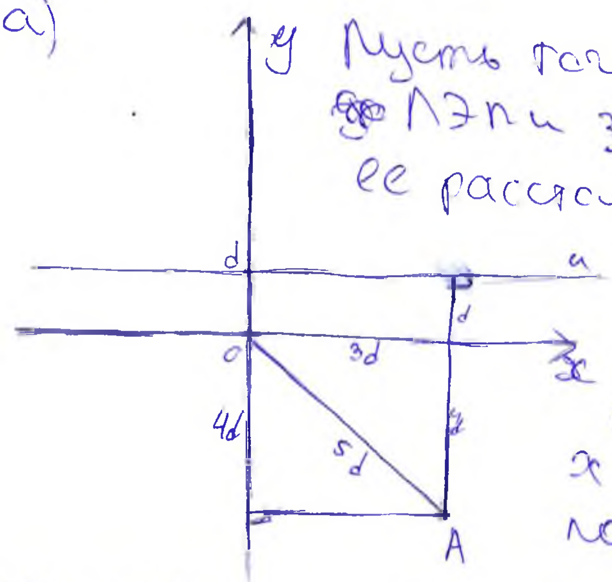
ИИ, то ПП тоже => это невозможно => АВ не сидит Вконтакте => сидит вчем ПП тоже вчем сидит ИИ, а МИ не может вчем сидеть, т.к если бы она была вчем, то и АВ также была вчем => в сети только Петр Петрович и Иван Ильич

\+

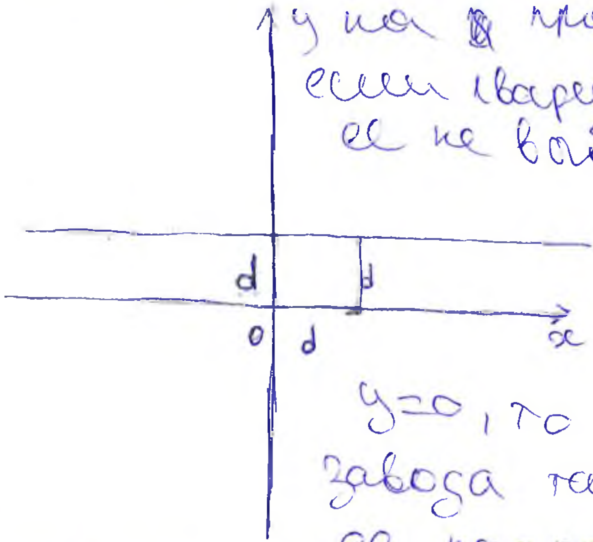
Ответ: Петр Петрович и Иван Ильич

№5

а)




Пусть точка удаленная от ЛЭП и завода на 5d будет А, тогда ее расстояние от завода 5d и от ЛЭП также 5d => если мы проведем перпендикуляр к прямой a (ЛЭП), то до оси x расстояние будет 4d, а по теореме пифагора расстояние от точки пересечения этого перпендикуляра с осью x до завода равно 3d => ее координаты (3d; -4d) либо (-3d; -4d) если А будет находится в другой полуплоскости, то расстояние до ЛЭП будет короче чем до завода, что очевидно б) для $n=1$, точка должна находится от а на расстоянии $d$ => лежать либо на прямой $y=0$ либо $y=2d$ если 1 вариант, то очевидно где бы мы ее не выбрали расстояние до завода будет больше если же она будет находится на прямой $y=0$, то что бы расстояние до завода так же было равно $d$, то ее координаты должны быть равны $(0; d)$



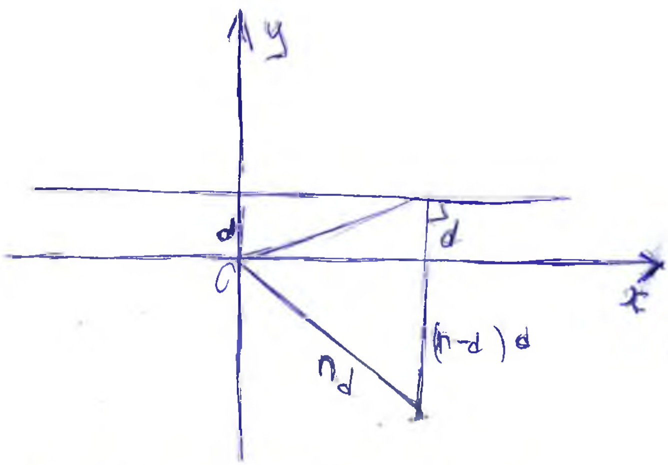
~~точка (находящиеся) не могут лежать по краю~~ Все выше сказанное возможно только при том, где бегущую лису считаем за материальную точку каждая точка на беговой лисе должна быть равно удалена от завода и ЛЭП +

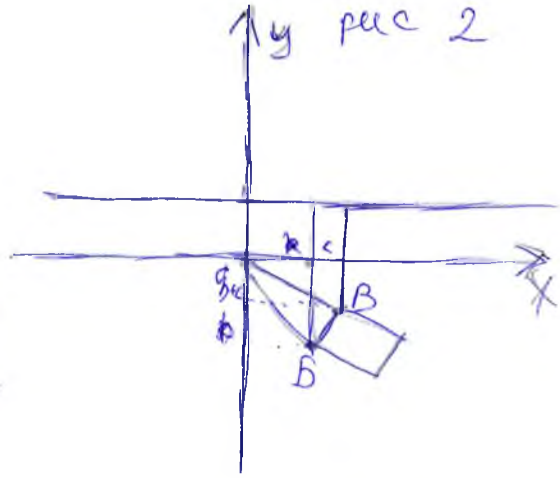
Если мы бегущую лису считаем за материальную точку, то это возможно для всех n см продолжение на стр 6

№4 от 0 до 2000 т.к если у нас есть пара взносов отличающихся хотя бы на 100, то мы всегда сможем представить ее в сумме 2 взносов не отличающихся на 100 например $x$ и $x+100$ представим в виде $x_{1}$ и $x_{2}$ $x+4$ $x+195$ $x+100$ и $x+96$ Ответ: от 0 до 2000 тыс

верно ли для всех пар?

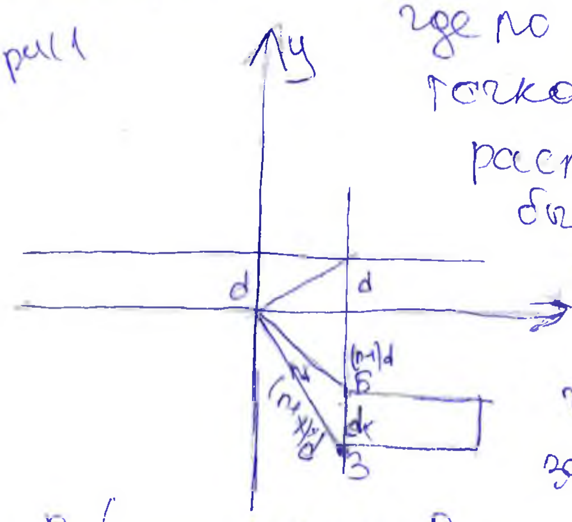
+




Если же бензиновая лавка не является материальной точкой

рис 1




где по условию каждая точка на дороге должна располагаться так чтобы была одинаково удалена от завода и от ЛЭП. Рассмотрим рис где точка Б удалена от завода на расстояние nd, а точка В удалена от завода на расстояние $(n+x)d$ => сторона лавки БВ равна $xd$ рассмотрим треугольник с вершинами в заводе и точками В и Б у него стороны $(n+x)d$ $dx$ $nd$ $(n+x) = dx + nd$ => такое невозможно

рассмотрим 2 рисунок пусть расстояние от завода до точки Б это ~~ка~~, тогда если рассмотрим ось X и пусть это будет $bc$, тогда это невозможно т.к получится, что $b+c<b$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

17091

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VC 46-50

~~рис 3~~

рассмотрим рисунок 3

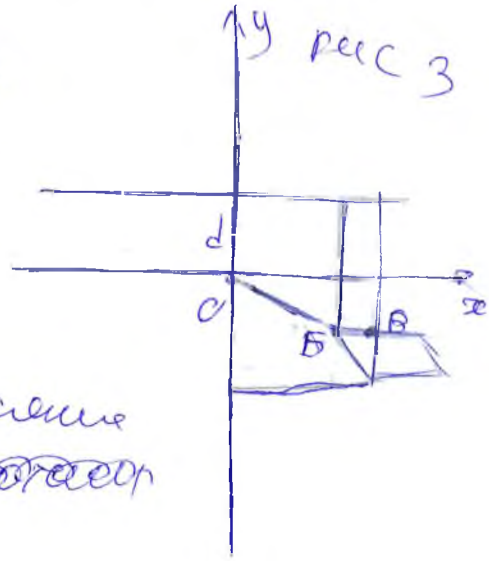
рассмотрим точки А и Б

они равно удалены от

ЛЭП, но при этом

имеют различные расстояние

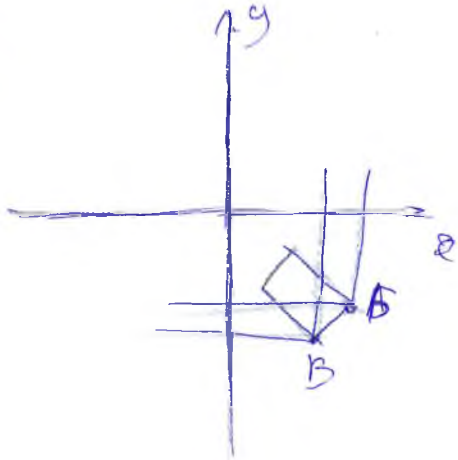
до завода ~~[illegible]~~




рассмотрим рисунок 4

рассмотрим точки Б и В

(аналогично рис 1)



# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| | | |
|---|---|---|
| СОШ 4 | ЙZ 39 - 96 | ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником |
| Место проведения | шифр | |

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** Шибаев

**ИМЯ** Александр

**ОТЧЕСТВО** Михайлович

**Дата рождения** 29.10.2004 **Класс:** 9

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2004 (число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ________

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1.

Пусть Мария Ивановна: МИ
Иван Ильич - ИИ
Александра Варфоломеевна: АВ
Петр Петрович: ПП

Пусть МИ - сидит в ВК.
тогда ИИ и АВ - тоже ⇒ ПП тоже сидит т.к. МИ сидит.
АВ и ПП сидят, а по условию только один из них. ⇒ МИ - не сидит.
Если МИ не сидит, то сидит ИИ, т.к. хотя бы один из них должен сидеть.
Если сидит ИИ то сидит и ПП т.к. у них одинаковый „статус".
Если сидит ПП, то АВ - не сидит, т.к. только один из них сидит (по усл).
⇒ сидят Иван Ильич и Петр Петрович.
Ответ: Иван Ильич и Петр Петрович.

+

Задача №2

$$\begin{cases} 2[x_1]+x_2=1{,}5 & \cdot 2 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 4[x_1]+2x_2=3 \\ 3[x_1]-2x_2=4 \end{cases}$$

$$7[x_1]=7$$

$$[x_1]=1 \Rightarrow x_1\in[1;2)$$

$$\Downarrow$$

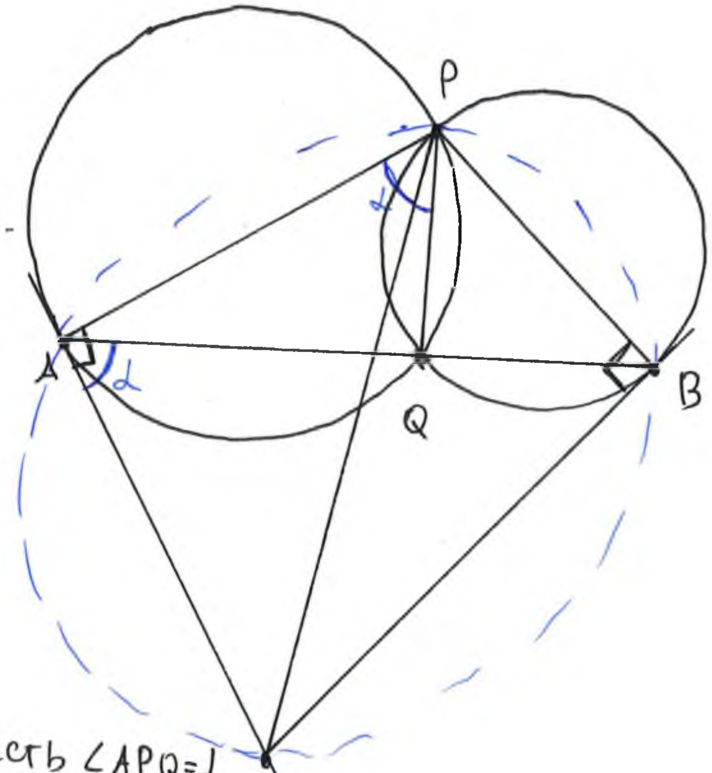
$$2\cdot 1+x_2=1{,}5$$

$$x_2=-0{,}5$$

Ответ: $x_1\in[1;2)$, $x_2=-0{,}5$.

×

Задача №3




1) Пусть $\angle APQ=\alpha$

тогда $\angle QAC=\alpha$ (угол между хордой и касат)

$\angle PAQ=90-\alpha \Rightarrow \angle PAC=90-\alpha+\alpha=90°$.

2) ~~Пусть $\angle BPC=\beta$~~ Аналогично докажем, что $\angle PBC=90°$

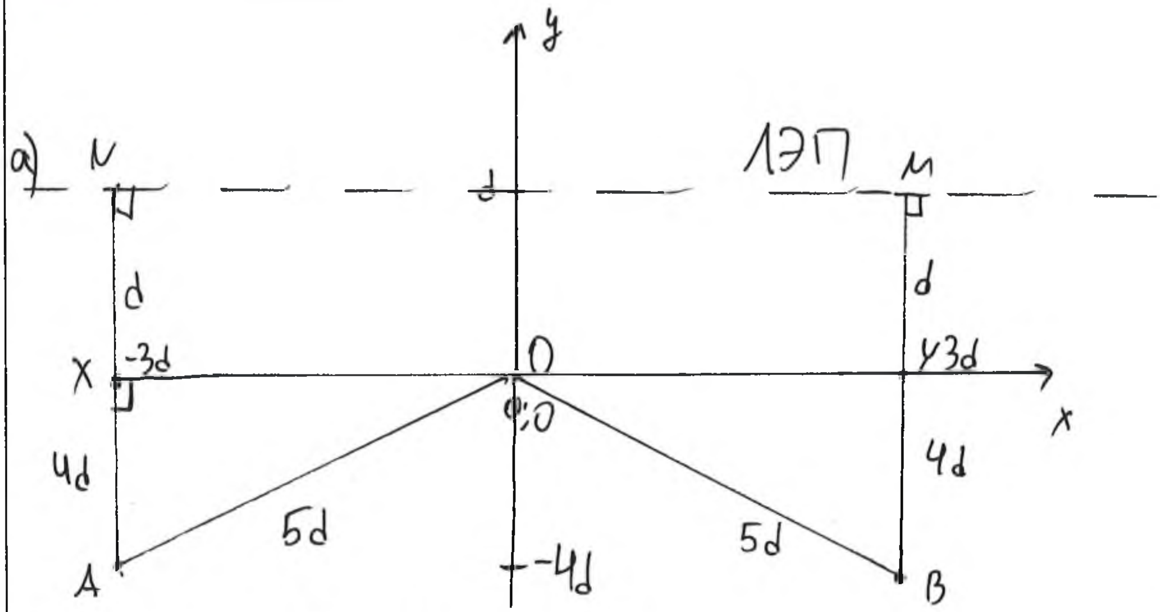
Заметим, что $A PBC$ - вписаный, т.к. противоположные углы в сумме дают 180 (90+90). $\Rightarrow \angle CAB=\angle CPB=\alpha$ (опираются на CB).

Получаем: $\angle APQ=\angle CPB=\alpha$, ч.т.д.

Если PC пересекает AB на отрезке QB, то доказывается совершенно также.

+/

Задача №5.



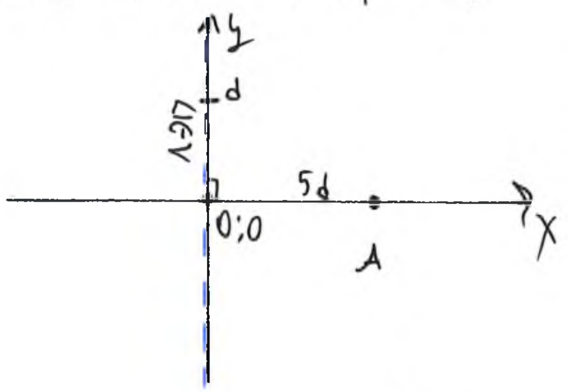

т.к. по усл. точки A и B должны быть равноудалены от O и от ЛЭП ⇒ если $AO = 5d$ то и $AN = 5d$ аналогично $BM = 5d$

$AN \perp$ ЛЭП

$BM \perp$ ЛЭП $\Rightarrow NX = MY = d \Rightarrow AX = 4d = BY \Rightarrow$

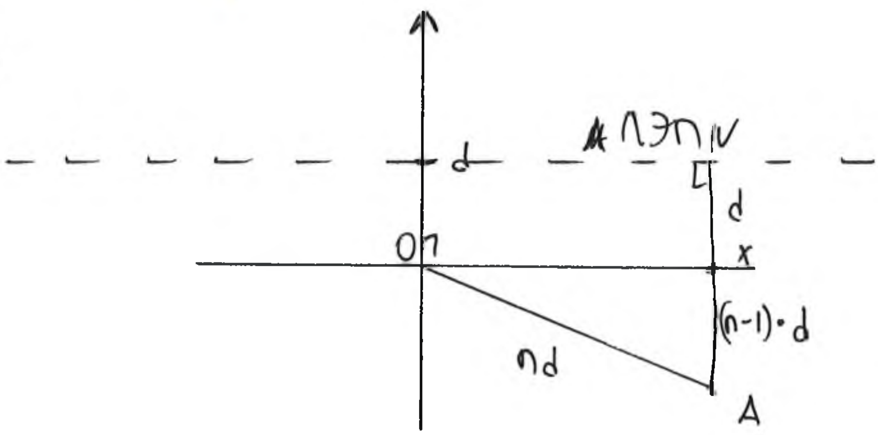
$\Rightarrow OX = OY = 3d$ (по т. Пифагора) $\Rightarrow A(-3d; -4d)$ $B(3d; -4d)$

Если же ЛЭП ∥ OY то:




$A_2(5d; 0)$.

б)



ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$NX = d$

$OA = nd$

$XA = (n-1)\cdot d$

$OX^2 = n^2d^2 - d^2(n-1)^2 = d^2\cdot(2n-1)$

$OX = d\cdot\sqrt{2n-1} \Rightarrow 2n-1$ должно быть полным квадратом.

очевидно, что $2n-1$ - нечетно.

а квадраты возрастают на нечетные числа:

$0$
$1+0=1$
$1+3=4$
$4+5=9$
$9+7=16$
⋮

надо рассмотреть только нечетные квадраты. 2 подряд нечетных квадрата отличаются спагала на 8 потом на 16, потом на 24....

Это не сложно д-mb.: ~~[illegible]~~

$1 \xrightarrow{+x} 4 \xrightarrow{+x+2} 9 \xrightarrow{+x+4} 16 \xrightarrow{+x+6} 25 \xrightarrow{+x+8} 36 \xrightarrow{+x+10} 49$

$9-1=8$

$25-9=16$
$+8$
$+8$
⋮

- ~~нечет.~~
- ~~чет~~
- ~~нечет.~~

Значит $2n-1=1$
$2n-1=9$
$2n-1=25$
т.к. в каждом следующем уравнении правая часть возрастает на 8, то $n$ возрастает на 4, т.к. в уравнении $2n$.

$2n-1=1$
$n=1 \Rightarrow n=1, 1+4, 1+8....$, т.е. представимо в виде $n=4k+1$, где $k$ целое $\geq 0$.

Ответ: $n = 4k+1$.
Если же $1\Im n$ ~~проходит~~ параллельно $OY$ (т.е. будет совпадать, то $n\in N$).

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №7

Очевидно, что если бы все банкиры внесли деньги во второй день, то было бы максимум, но т.к. в первый день хотя бы 1 банкир внёс, то максимум: $(200\cdot 99+99)\cdot 1000$, т.к. в первый день max 100, но если бы было 100, тогда бы во второй день max был бы 199, а $199\cdot 99+100 > 200\cdot 99+99$

а минимум если бы все кроме одного в первый день внесли 1000, а оставшийся во второй день 102 000, т.к. 101 000 он не мог $101000-1000=100\,000$.

Значит $\min = 99000+102000=201\,000$

Ответ: сумма $x$: $201\,000 \le x \le 19\,899\,000$.

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

| № группы | Место проведения |
|---|---|
| | СОШ №4 |

**шифр:** RL 31-55

**← Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** [illegible]

**ФАМИЛИЯ** Шнайдерис

**ИМЯ** Герардас

**ОТЧЕСТВО** Герардович

**Дата рождения** 05.06.2005 **Класс:** 8

**Предмет** МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

**Работа выполнена на** 03 **листах** **Дата выполнения работы:** [illegible]
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31 - 55

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Марья Ивановна - МИ
Иван Ильич - ИИ
Александра Варфоломеевна - АВ
Пётр Петрович - ПП

Известно что:
если МИ, то ИИ и АВ
1 из АВ и ПП
не меньше 1 из ИИ и МИ
ПП и ИИ либо оба, либо никто

Т.к. 4 нас 4 учителя => рассмотрим 4 варианта.

I - если сидит МИ

1) тогда сидят ИИ и АВ
2) т.к. сидит ИИ, то должен и ПП
3) т.к. сидит АВ, то ПП должен не сидеть
=> противоречие, вариант неверный

II - если сидит ПП

1) тогда сидит и ИИ
2) тогда не сидит АВ
3) если МИ сидит, то должны АВ и ИИ => будет противоречие => МИ не сидит
вариант верный

III - если сидит АВ

1) тогда ПП не сидит
2) т.к. ПП не сидит то и ИИ не сидит
3) если МИ сидит то будет противоречие (как варианте II) => МИ не сидит
4) должен сидеть хотя бы 1 из ИИ и МИ, а у нас оба не сидят => противоречие

IV - если сидит ИИ
Аналогично варианту II

1) тогда сидит и ПП
2) т.к. ПП сидит, то АВ не сидит
3) если сидит МИ то противоречие (вар II) => МИ не сидит
=> вариант - верный

Верные те варианты где сидят только ПП и ИИ
⇓
Ответ: во ВКонтакте сидят только Петр Петрович и Иван Ильич

№2

$\vdots$ - делится на

$\ell$ - заканчивается на:

Найти: $(2020^{2019} + 2019^{2020})\ \ell$ ?

1) найдем $2020^{2019}\ \ell$ ?
Любое число $\ell$ 0, при умножении на любое другое число всё равно $\ell$ 0
это следует из того что любое произведение делится на то же, что и множители => если 1 из множителей $\vdots 10$, то и произведение $\vdots 10$, а всё что $\vdots 10$, заканчивается на 0 $(10\cdot 9 = 90;\ 80\cdot 47 = 3760)$

Лист 01 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL 31-55

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$2020 \vdots 10 \Rightarrow 2020^{2019} = 2020 \cdot 2020^{2018}$ тоже $\vdots 10 \Rightarrow 2020^{2019}$ ք 0

2) Найдем $2019^{2020}$ ք ?

~~[illegible]~~ при умножении в столбик $\begin{array}{r}2019\\ \times 2019\end{array}$ I-ое действие это $9 \times 9$, пишем 1 и на неё потом не влияем, то есть $2019^2$ ք 1; затем мы будем умножать получившееся число на 2019 и там I-ым действием будет 1 на 9, то есть $2019^3$ ք 9, потом аналогично $9 \times 9 \Rightarrow 2019^4$ ք 1

Получается что $2019^x$ ք 1, если $x \vdots 2$ (чётный) и $2019^x$ ք 9 если $x \not\vdots 2$ (нечётный)

⇓

$2019^{2020}$ ք 1 (т.к. $2020 \vdots 2$)

3) найдем $(2020^{2019} + 2019^{2020})$ ք ?

т.к. $2020^{2019}$ ք 0, а $2019^{2020}$ ք 1 (доказано действиями 1 и 2), то их сумма ք на сумму последних циф т.к. при сложении в столбик I-ым действием будет складывание их последних цифр ⇒

$$\begin{array}{r} \ldots 1 \leftarrow 2019^{2020} \\ + \ldots 0 \leftarrow 2020^{2019} \\ \hline 1 \end{array} \Rightarrow$$

$\Rightarrow (2020^{2019} + 2019^{2020})$ ք 1

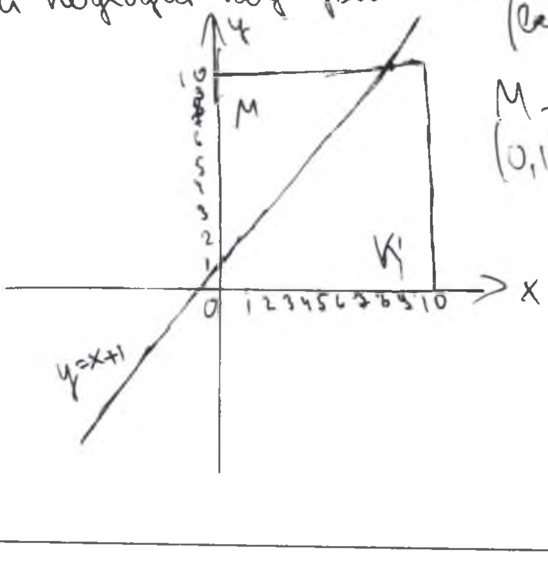
Ответ $2020^{2019} + 2019^{2020}$ заканчивается на 1

№3

т.к. квадрат с вершинами в (0,0) и (10,10) будет полностью располагаться в I-ой четверти координатной плоскости то и x, и y у точек будут только положительные ⇒ $|x| < |y|$ то же, что и $x < y$ (знак модуля на положительные числа не влияет)

Если не учитывать дробные значения, а только целые, то нижней границей M будет отрезок функции $y = x+1$ проходящий через K, потому что в этой функции $y > x$, с минимальной разницей (для I-ой четверти), всё что выше этой функции подходит под условие ⇒ остальные границы это стороны K (берём только для I-ой четверти где расположена фигура!!!)

Ответ:




M – это треугольник с вершинами в: (0,1); (0;10) и (9;10)

№5

~~Т.к. ...~~

№4

финансисты – фр    тысячи – т

Дано: 250 фр – вносят по 1 разу, t = 2 дня

Каждый вносит ≤ 100 000    2 любых взноса не отличаются ровно на 50 000

I ый день ≤ 50 000

II день > 50 000

чтобы взносы не отличались ровно на 50т, ~~надо~~ и не повторялись минимально, надо чтобы в Iый день 25 фр сделало взнос и во второй тоже (т.к. 50:2=25) тогда чтоб условие работало в Iый день должны жертвовать 1т, 3т, 5т, 7т и т.д. (следующий взнос = предыдущий +2т)

А во IIой день они должны жертвовать 52т, 54т, 56т и т.д. (правило тоже)

Таким образом каждый день будут платить $\frac{1}{2}$ всех фр, взносы не будут повторяться и отличатся ровно 50 т

сумма = 1т + 3т + 5т ... + 49т + 52т + 54т ... + 98т + 100т

объединим числа в пары сумма которых = 101т

сумма = (1т + 100т) + (3т + 98т) + (5т + 96т) + ... + (49т + 52т)

тогда получится 25 пар суммой 101т => 25 · 101т

сумма = 101т + 101т + 101т + ... + 101т

сумма = 25 · 101т

сумма = 2525000

Ответ: 2525000 рублей

+

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Г - Х

Место проведения

ЯR 59-32

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17111

**ФАМИЛИЯ** Шохрин

**ИМЯ** Роман

**ОТЧЕСТВО** Сергеевич

**Дата рождения** 24.12.2002

**Класс:** 11

**Предмет** математика

**Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:**

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17(11)

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЯR 59-32

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$x^3-3x=t$.

$t'=3x^2-3$ ОДЗ: $x\in R$

Нули ф-ции:

$3x^2-3=0$

$x^2-1=0$

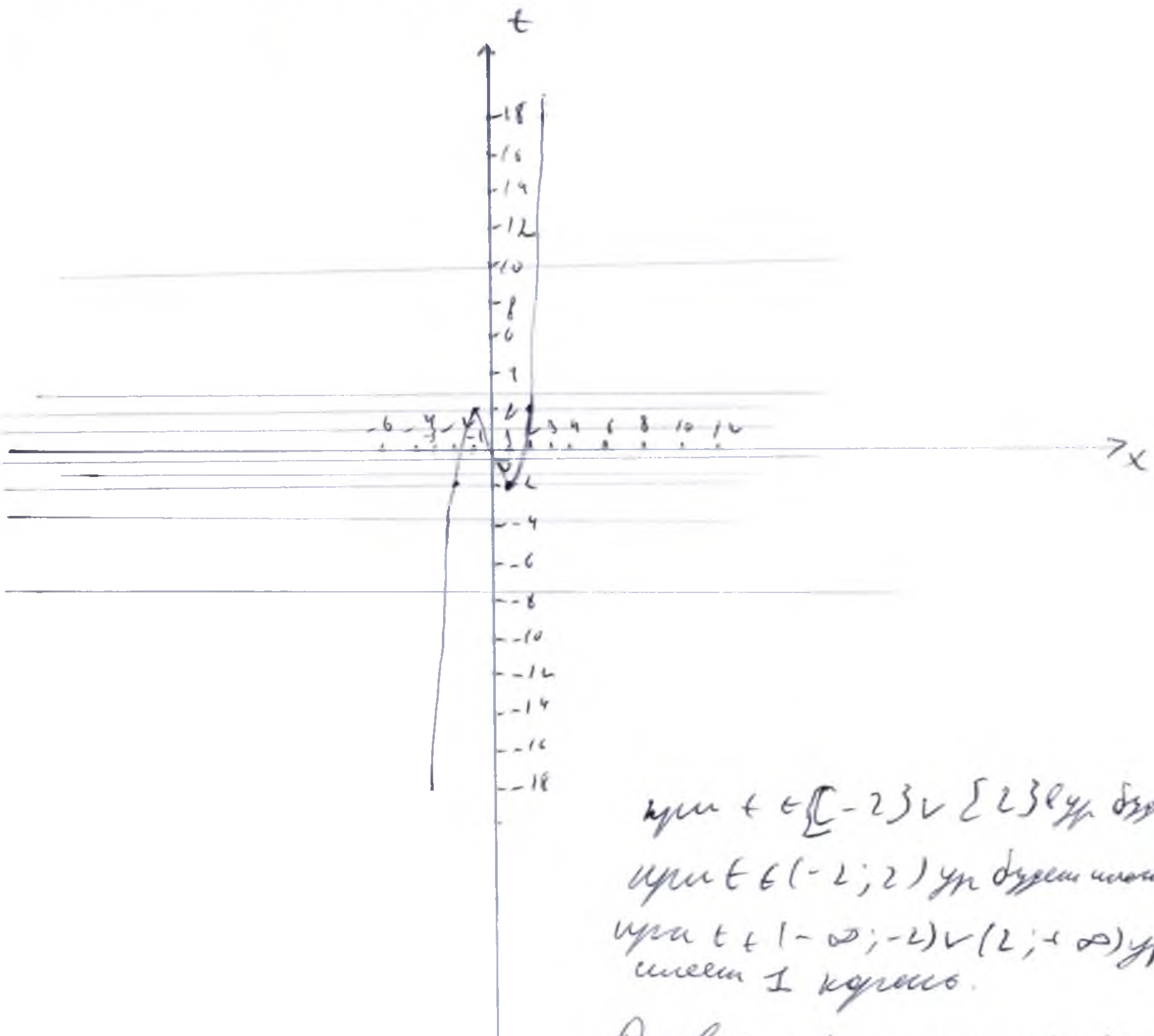
$x=\pm 1$

$+\nearrow$ $-\searrow$ $+\nearrow$ ($-1$, $+1$, $x$)

$x_{min}=1$

$x_{max}=-1$,

построим график ф-ции $t(x)$



при $t\in\{-2\}\vee\{2\}$ ур. будет иметь 2 корня

при $t\in(-2;2)$ ур. будет иметь 3 корня

при $t\in(-\infty;-2)\vee(2;+\infty)$ ур. имеет 1 корень.

Ответ: $t\in(-\infty;-2)\vee(2;+\infty)$

Где оценка сверху по модулю?

$\pm$

Лист 01 из 03

№4

Пусть $X:[m;n]$ - некоторый промежуток ($m>n$), тогда $m, n$ - некоторые числа

$S(a,x)=b$ $\quad a,b,x\in X$

$\frac{a+x}{2}=b$

$a+x=2b$

$x=2b-a$, при $b=m$, $a=n$ ур имеет вид:

$x=2m-n = m+(m-n)$, т.к. $m>n \Rightarrow m-n>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow m+(m-n)>m \Rightarrow x\notin X$, но если $m=n$, то

$x=2m-n=2m-m=m \Rightarrow x\in X$, значит

любое множество $X=\{m\}$, где $m$ - некоторое число

будет подходить условию $S(a,x)=b$ $a,b,x\in X$ +

Ответ: все множества вида $X=\{m\}$, где $m$- некоторое число

№2

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ ([x]-x)^2-2[y]=k. \end{cases}$$

$x-[x]=\{x\}$

$$\begin{cases} 2[x]+y=\frac{3}{2} \\ (x-[x])^2-2[y]=k \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2[x]+[y]+\{y\}=\frac{3}{2} \ (1) \\ \{x\}^2-2[y]=k \ (2) \end{cases}$$

в ур (1) дробную часть составляет лишь $\{y\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \{y\}=\{\frac{3}{2}\}=\frac{1}{2}$

Ур (1) имеет вид: $2[x]+[y]=1$

ур(2):

$\{x\}^2-2[y]=k.$, т.к. $0\le\{x\}<1$, то $0\le\{x\}^2<1$,

но $-2[y]$ и $k$ – целые числа, значит $\{x\}^2$ тоже целое число $\Rightarrow \{x\}^2=0$, тогда система имеет вид:

след. страница ⇒

$$\begin{cases} 2[x]+[y]=1 & (1) \\ -2[y]=k. & (2) \end{cases}$$

(2): $[y]=-\frac{k}{2}$ $\{y\}=\frac{1}{2}$

(1) $2[x]+[y]=1$

$2[x]=1-[y]$

$[x]=\frac{1-[y]}{2}$

$[x]=x=\frac{1+\frac{k}{2}}{2}=\frac{2+k}{4}$

Ответ: $x=\frac{2+k}{4}$, $y=-\frac{k}{2}+\frac{1}{2}$.

7

К какое?

N5

его возможности:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | +2 | +1 | -2 | -1 |
| 2 | -1 | +2 | +1 | -2 |

из значения (3; 30) необходимо сделать (30; 3), значит необходимо добавить 27 пятерок, убрать 27 двоек, но команды ((+2; -1); (-2; +1)) и ((+1; +2); (-1; -2)) взаимоисключающие друг друга, а двумя из команд возможно получить лишь (30; 4) (максимально близкое значение), но получить (30; 3) этими командами нельзя.

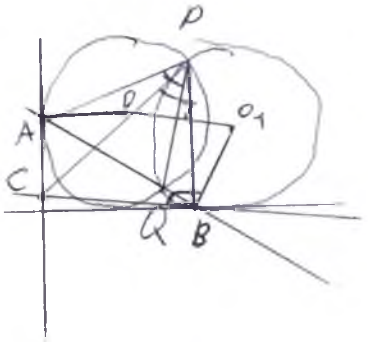
Ответ: нет, ~~не может~~

можно повторять действия

не доказано

7

N3




Дано: две окр $O$, $O_1$

окр $O \cap$ окр $O_1 = P, Q$,

$l \cap$ окр $O = A$, $l \cap$ окр $O_1 = B$, $Q \in l$

Док-ть: $\angle APQ = \angle CPP$

Док-во:

—

$OO_1 \perp PQ$

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ Г-200

Место проведения

НI 13-92

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17051

**ФАМИЛИЯ** Шумский

**ИМЯ** Александр

**ОТЧЕСТВО** Константинович

**Дата рождения** 04.03.2009

**Класс:** 5

**Предмет** Математика

**Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах**

**Дата выполнения работы:** 08.02.20
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Ши

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НI 13 -92

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Предположим, что Сиропчик виновен, значит он соврал, значит он съел корм, тогда Торопыжка и Пончик не врут, но Пончик сказал что Сиропчик корм не ел, значит Сиропчик невиновен.

Предположим, что виновен Торопыжка, тогда он соврал, тогда корм не ели не Пончик не Сиропчик, а он сам, Сиропчик сказал, что не ел корм - это правда, и Пончик сказал, что Сиропчик не ел корм - это правда. При условии, что Торопыжка виновен всё получается, значит он виновен.

Ответ: Торопыжка.

±

Третий случай не разобран

№2

Если мы всё время будем пять умножать на пять, даже 2020 раз, но на конце всегда будет пять, т.к. мы каждый раз умножаем „5", которая стоит в конце числа, на 5, мы опять получаем 5 на конце числа, и так можно делать бесконечно, всегда на конце будет 5.

Если мы всё время будем умножать 6 на 6, даже 2019 раз, но на конце всегда будет 6, т.к. мы каждый раз умножаем 6, которая стоит в конце числа, на 6, мы опять получаем 6 на кон-

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НI 13-92

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

из числа, то можно делать бесконечно, всегда на конце будет 6.

Мы возвели 5 в 2020-ую степень, и ~~получили~~ получили на конце 5, и возвели 6 в 2019-ую степень и получили на конце 6. Теперь ~~нам~~ нам нужно сложить последние цифры: 5+6=11, ~~последняя цифра~~ сумма последних цифр, из полученных благодаря возведению в степени, чисел, равна одиннадцати. Последняя цифра числа 11 - ~~единица~~ один. Значит последняя цифра суммы чисел $5^{2020}+6^{2019}$, равняется одному.

Ответ: 1.

+

№4

~~Во~~ слове „пятьсот" есть ~~буквы~~ все буквы составляющие слово „что", значит вес слова „что" не может быть больше веса слова „пятьсот", а также, что если буквы „п", „я", „т", „ь" не закодированы нулями, то вес слова „пятьсот" больше, чем вес слова „сто". Предположим что все „лишние" буква в слове „пятьсот" закодированы нулями, тогда:

„пятьсот" = „0000zxy", „сто" = „zyx", „z, y, x" - цифры которыми закодированы буквы „с, т, о".

Как мы видим у этих 2-ух слов одинаковый вес: „z+y+x".

Значит это возможно.

+

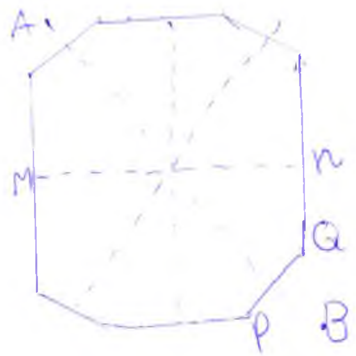
Лист 02 из 04

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Но это ~~[illegible]~~ делает невозможным однозначное ~~[illegible]~~ восстановление слова по его коду, т.к. есть несколько одинаковых цифр: нулей, и можно к каждому из n-ти нулей ~~[illegible]~~ поставить ~~[illegible]~~ 4 буквы, прежде чем получится слово „~~по~~пятьсот". ~~[illegible]~~ Но это невозможно лишь со словом „пятьсот", со словом „сто" можно сразу определить буквы по коду. Ответ: можно, нет.

N3

~~Сгиб~~ разрез был проведён рядом с вершиной угла, когда раскрыли лист увидели это:




(Я изобразил не очень точно)

∓

нужный ответ не приведен

Как видно на рисунке, изменения произошли по линии AB, а форма по линии MN не изменилась. Дело в том, что когда был сложен треугольник под ним было ещё 3 Δ (угла), в том числе ~~углы~~ углы A и B

Ответ: по линии AB ?

N5

Предположим, что вагонов 15, сумма при правильном расположении номеров равна 120, теперь ~~[illegible]~~ попробуем найти ошибочный вариант. Сначала попробуем ~~[illegible]~~ написать 2 раза единицу, тогда на последнем вагоне номер 14.

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

и тогда сумма всех номеров равна 106. До 111 не хватает 5, тогда удваиваем не единицу, а число на 5 больше – 6, тогда сумма всех номеров равна 111.

Ответ: вагонов 15, удвоенный номер 6.

## Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ, Г-200

Место проведения

АА 32-96

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17071

**ФАМИЛИЯ** Щербакова

**ИМЯ** Елена

**ОТЧЕСТВО** Николаевна

**Дата рождения** 14.04.2007 **Класс:** 7

**Предмет** Математика **Этап:** Заключительный

**Работа выполнена на** 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 08.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** Щ

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА 32-96

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Ответ: В ВКонтакте сидят Пётр Петрович и Иван Ильич.

Решение:

Обозначим: ВК- ВКонтакте

МИ- Марья Ивановна

ИИ- Иван Ильич

АВ- Александра Варфоломеевна

ПП- Пётр Петрович

Если МИ сидит в ВК, то и ИИ, и АВ сидят в ВК, а если ИИ сидит в ВК, то и ПП сидит в ВК => если МИ сидит в ВК, то все 4 человека сидят в ВК. Но из 2 утверждения либо АВ, либо ПП сидит в ВК => МИ не сидит в ВК => по 3 утверждению ИИ сидит в ВК => и ПП сидит в ВК. Если ПП сидит в ВК, то АВ не может сидеть в ВК => только ПП и ИИ сидят в ВК.

+

№4

Ответ: 1) да; 2) 10; 3) нет.

Решение:

Предположим, что $С+Т+О=Ш+Е+С+Т+Ь+С+О+Т$

Тогда:

$С+Т+\cancel{О}=Ш+Е+Ь+\cancel{О}+2С+2Т$

$\cancel{С}+\cancel{Т}=Ш+Е+Ь+\cancel{2}С+\cancel{2}Т$

$Ш+Е+С+Т+Ь=0$

Но если сложением 5 цифр мы получили 0, то либо хотя бы одно число отрицательно, либо все числа $=0$. $\Rightarrow Ш, Е, С, Т, Ь=0$

$О=О \Rightarrow$ О-любое, а если от 0 до 9, то О может быть ~~обозначено~~ обозначено 10-ю вариантами.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АА 32 - 96

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Но если числа Ш, Е, С, Т, Ь = 0, то они все одинаковы => восстановление неоднозначно.

№2

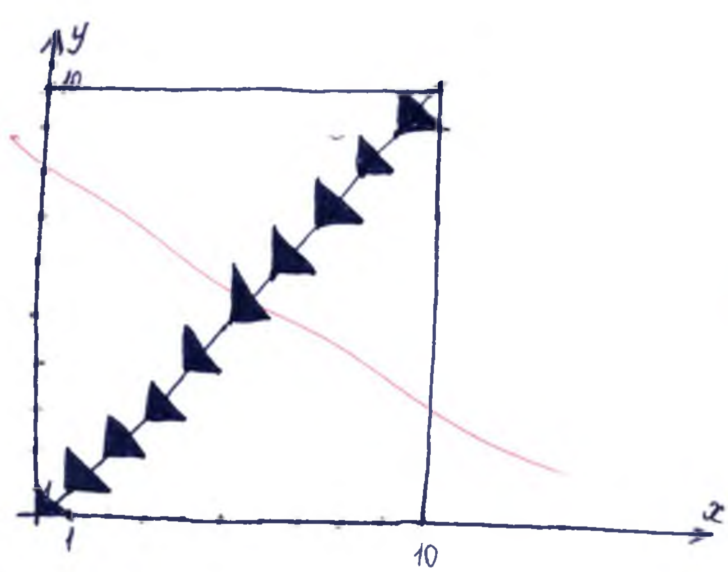
Ответ: 1.

Решение: Последняя цифра числа 2019 – 9, ~~след.~~ => ~~оно~~ $2019^{2020}$ будет оканчиваться на последнюю цифру степеней девятки. Если степень чётная, то заканчивается на 1, а если нет – на 9. Здесь степень чётная, значит и $2019^{2020}$ оканчивается на 1. Любая степень 2020 оканчивается на ноль, т.к. $2020^n = 202^n \cdot 10^n \Rightarrow 2020^{2019} = 202^{2019} \cdot 10^{2019}$, оканчивается на ноль. $1+0=1$.

№3

Ответ: 0,05 (5%).

Решение:




Закрасим множество М. Это 10 прямоугольных треугольников => они составляют $S = (10 \cdot 1) : 2 = 5$

Всего $S_K = 10 \cdot 10 = 100$ $\quad \frac{5}{100} = 0{,}05$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Решение:

Обозначим:

Женя - Ж Ватрушка - В(в) y - время, за которое в ел С.

Саша - С x - время, за которое в ел Ж

За 10 мин Ж съедает 5 в => За час Ж съест 30 в

За 10 мин ~~Ж~~ С съедает 3 в => За час С съест ~~...~~ 18 в

$$\begin{cases} 30x+18y=70 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$18x+18y=54$

$18y=54-18x=70-30x$

$16=12x$

$x=\frac{16}{12}=1\frac{1}{3}$ ч

$y=3-1\frac{1}{3}=1\frac{2}{3}$ ч

$1\frac{1}{3}\cdot 30=\frac{4\cdot 30}{3}=40$ в

$1\frac{2}{3}\cdot 18=\frac{5\cdot 18}{3}=30$ в

=> Ж съел 40 в, С съел 30 в.

Ответ: 40 ватрушек досталось Ж, 30 - Саше

+

# Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЧРИО

Место проведения

JS 14-26

шифр

← **Не заполнять**
**Заполняется ответственным работником**

**Вариант №** 17091

**ФАМИЛИЯ** Якимова

**ИМЯ** Ксения

**ОТЧЕСТВО** Павловна

**Дата рождения** 11.06.2004 **Класс:** 9А

**Предмет** математика **Этап:** заключительный

**Работа выполнена на** 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 8.02.2020
(число, месяц, год)

**Подпись участника олимпиады:** ЯК

**Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.**

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Пронумеруем утверждения:

1) Если Марья Ивановна сидит, то Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят.

2) Только Александра Варфоломеевна, или только Петр Петрович

3) Хотя бы один из двух: Ивана Ильича и Марьи Ивановны

4) Петр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят, либо оба не сидят Вконтакте.

Рассмотрим несколько вариантов:

- Если Вконтакте сидит Марья Ивановна, то там сидят Иван Ильич и Александра В. Но это противоречит нашим утверждениям, т.к будет 2 случая:

  ✓ Из 3 утверждения возьмем, что сидит только Иван Ильич, тогда из утв. 4 получаем, что также будет сидеть и Пётр Петрович. Но это противоречит 2 утверждению, т.к Вконтакте Александра В и Петр П. одновременно сидеть не могут.

  ✓ Пусть в Вконтакте сидят и Иван И. и Марья И. (из 3 утверждения), тогда из 4 утверждения получаем, что там будет сидеть и Петр П. Но это также противоречит 2 утверждению.

- Пусть Вконтакте сидит Александра Варф., тогда из 2 и 4 утверждения получаем, что там может сидеть только Марья Ивановна. Но из 1 утверждения там будет сидеть и Иван Ильич, а это опять же противоречит 4 утверждению, т.к Александра В и Петр Петрович одновременно сидеть не могут.

- Остается вариант, что Вконтакте будет сидеть Пётр Петрович, тогда из 4 утвержде-

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ним там будет сидеть Иван Ильич. Вместе с ними никто ВКонтакте больше сидеть не будет, т.к. из 2 утв. Александра В. не может, а если из 3 утв. взять, что будет сидеть Марья Ивановна, то это будет противоречить 1 утверждению.

Ответ: ВКонтакте сидят Пётр Петрович, Иван Ильич.

+

№2

$$\begin{cases} 2[x_1] + x_2 = \frac{3}{2} \\ 3[x_1] - 2x_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2[x_1] \\ 3[x_1] - 2\cdot\left(\frac{3}{2} - 2[x_1]\right) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2[x_1] \\ 3[x_1] - 3 + 4[x_1] = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2[x_1] \\ 7[x_1] = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2[x_1] \\ [x_1] = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2[x_1] \\ [x_1] = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3}{2} - 2 \\ [x_1] = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = -0,5 \\ [x_1] = 1 \end{cases}$$

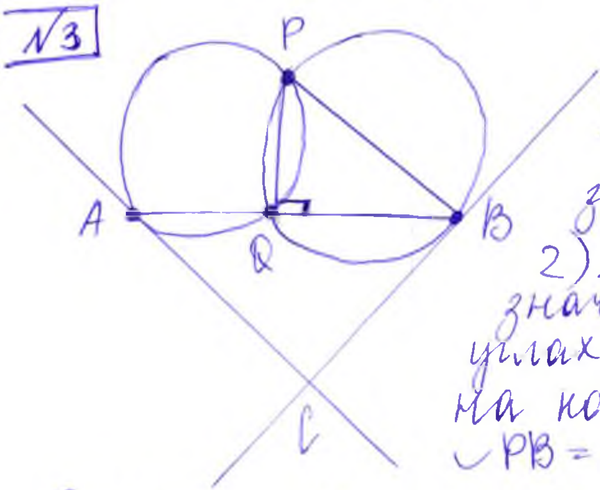
Целой частью $[x]$ числа $x$ называется наибольшее целое число, не превосходящее $x$.

$[x_1] = 1$, значит $1 \le x_1 < 2$, т.е. $x_1 \in [1; 2)$.

Ответ: $x_1 \in [1; 2)$; $x_2 = -0,5$

×

№3




Док-во:

1) По условию $PQ \perp AQ$, зн-т $\angle AQP = 90°$. Зн-т, нужно доказать, что $PB \perp CB$.

2) $\angle PQB$ – вписанный в окр-ть, значит, по теореме о вписанных углах (впис. угол равен половине дуги, на которую он опирается), т.е. $\smile PB = 2\angle PQB = 2\cdot 90° = 180°$

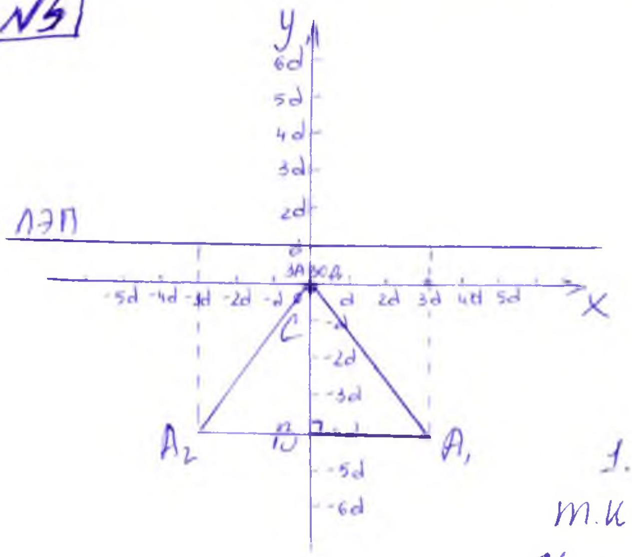
Отсюда, PB – диаметр.

×

3) Т.к. PB - диаметр, CB - касательная, то по св-ву касательной к окружности, получаем $PB \perp CB$. (Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному ~~к~~ в точку касания).

Что и требовалось доказать.

№5




а) 1) XoY

2) ЛЭП (0; d) - прямая

3) (0; 0) - завод

Т.к. т. A удалена от завода на расст. 5d, то она также должна быть удалена от ЛЭП на 5d.

Найдем коорд. этой точки A:

1. $d - 5d = -4d$ - ордината, т.к. т. удалена от ЛЭП на 5d.

2. Чтобы найти абсциссу, рассм-м $\triangle ABC$ - п/у, по т. Пифагора: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$AB = \sqrt{5^2 - 4^2}$

$AB = \sqrt{9}$

$AB = \pm 3$, значит

точка A имеет координаты: $(3d; -4d)$ или $(-3d; -4d)$

б) Для любых натуральных n, т.к. можно найти любую точку, которая будет равноудалена от завода и от ЛЭП на nd.

Для того, чтобы найти ординату этой точки, надо: $(d-n)$ - ордината. По т. Пифагора найдем абсциссу этой точки, т.к. расст. от завода до точки будет гипотенузой.

$(\sqrt{n^2-(d-n)^2}; d-n)$

—
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ЛS 14-26

**ВНИМАНИЕ!** Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 Так как в задаче не сказано, сколько банкиров сделали взнос в 1 день, и, аналогично, во 2, то задача имеет 2 случая:

I случай В один день 1, в др. 99, ~~то~~ или в один 99, то в др. 1.
тогда минимальная разница между взносами 2 тысячи, а максимальная 101 тыс.
Значит, мы можем посчитать миним. и максимальн. сумму которую могли собрать в данном случае.
Если разница 2, то значит в 1 день внесли 2 тыс 99 банкиров, тогда всего $2\cdot 99 + 101\cdot 1 = 198 + 101 =$
$= 299$ тысяч

можно

Если разница 101, то значит в 1 день внесли меньше

$1\cdot 99 + 99\cdot 200 = \cancel{18711}$ 19800 $+ 99 = \cancel{18810}$ 19899 — max

II случай: в 1 день все, в другой никто или
в 1 день никто, в друг. день все.
Пусть в 1 день все по 1 тыс, т.е всего 100 тыс
либо 99 тыс, т.е 9900 тыс

Пусть в 1 день взносов не было,
тогда во 2 день внесли либо по 101, т.е всего 10100 тыс
либо по 200, т.е всего 20000 тыс

Получим, что могут собрать от 100 тыс, д/о 20000 тыс.