

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11114 для 11 класса

1. Проектировщик опоры ЛЭП инженер Обрывалин имеет чертеж равнобокой трапеции с основаниями a и $10a$ и с углами при большем основании 35° . Ему необходимо отметить на большем основании такую точку, чтобы сумма длин перпендикуляров, опущенных из этой точки на боковые стороны (или их продолжения) была бы минимальной. Сколько таких точек можно найти? В каком отношении они будут делить большее основание?

2. Исследуя прочность опоры ЛЭП, инженер Обрывалин получил выражение

$$P(n) = \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{(n-1)n/2}\right).$$

Существует ли такое n , при котором $P(n) \leq 0,5\underbrace{0\dots0}_{{2020} \text{ нулей}}5$?

3. Существует ли функция $f(x) = a^x - 1 + a(x-1)$ такая, что $f(1) = f(2)$?

4. В основании прямой призмы лежит пятиугольник $ABCDE$, стороны BC , CD и DE которого имеют длины $2 - \sqrt{2}$, $3 + \sqrt{2}$, $1 + 2\sqrt{2}$. Можно ли в такую призму вписать цилиндр? (Цилиндр вписан в призму, если он имеет ту же высоту, что и призма, а его боковая поверхность касается каждой боковой грани призмы.)

5. Решите в целых числах уравнение

$$(\sqrt{2})^{38x} \cdot (0,5)^{-21y} = 256^{100}.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. Решите уравнение

$$1 + \frac{2\sqrt{3}}{x\sqrt{x}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{x} + \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{x}}.$$

2. Дана сфера единичного радиуса с центром $(0, 0, 0)$. Прямая, пересекающая ось OZ , касается сферы и образует с плоскостью $ХОУ$ угол 60° .

Найдите координаты всех возможных точек касания сферы такой прямой.

Среди всех точек касания найдите ближайшую к точке пересечения сферы с лучом $y = x$ ($x \geq 0, z = 0$).

3. В точках $x = x_1, x_2, x_3$, $x_1 < x_2 < x_3$, функция

$$f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot \sqrt{2}^x$$

принимает значения y_1, y_2, y_3 , причем $y_1 < y_3$. Сравните числа y_1, y_2 и y_3 .

4. Дату 9.11.20 можно назвать красивой, так как $9 + 11 = 20$.

Сколько дат такого вида в годы с 2020 по 2030?

На какой день недели придется 19.11.30?

Найдите в 2030 году все понедельники указанного вида.

5. Решите уравнение в целых числах

$$|xyz| = |x| - |y|.$$

Могут ли числа x, y, z , удовлетворяющие этому уравнению, быть тангенсами углов одного треугольника?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11101 для 10 класса

1. Проектировщик опоры ЛЭП инженер Закамский имеет чертеж равнобокой трапеции с основаниями a и $15a$ и с углами при большем основании 15° . Ему необходимо отметить на большем основании такую точку, чтобы сумма длин перпендикуляров, опущенных из этой точки на боковые стороны (или их продолжения) была бы максимальной. Сколько таких точек можно найти? В каком отношении они будут делить большее основание?

2. Исследуя прочность опоры ЛЭП, инженер Закамский пришел к величине

$$P = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2020^2}\right).$$

Найдите значение P с тремя знаками в дробной части.

3. В пятиугольнике одна сторона имеет длину 2 см, а остальные — по 1 см. Можно ли в такой пятиугольник вписать окружность?

4. Для арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3, \dots выполняются условия $a_m = n$, $a_n = m$ при некоторых различных фиксированных m и n . Найдите a_{m+n} .

5. Решите уравнение в целых числах

$$19x + 21y = 800.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12104 для 10 класса

1. Решите уравнение

$$\frac{9\sqrt{5}}{x\sqrt{x}} + 1 = \frac{10 - \sqrt{5}}{\sqrt{x}} + \frac{10\sqrt{5} - 9}{x}.$$

2. Касательная к кривой $y = -\sqrt{4 - x^2}$, проведенная в точке A , наклонена к оси Ox под углом 120° . Найдите:
координаты точки A ,
уравнение этой касательной,
уравнение прямой OA .

3. Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, имеет целые коэффициенты и принимает в точках $x = d_1, d_2, d_3$, где $d_1 < d_2 < d_3$ и все эти три числа целые, значения из множества $\{d_1, d_2, d_3\}$. Выясните, возможно ли одновременное выполнение трех условий

$$f(d_1) = d_3, \quad f(d_2) = d_1, \quad f(d_3) = d_2.$$

4. Дату 20.11.20 можно назвать красивой, так как пара ее первых цифр и пара последних цифр одинаковы.

Сколько дат такого вида в годы с 2020 по 2099?

На какой день недели придется 30.03.30?

5. Решите уравнение в целых числах

$$\sqrt{xyz} = \sqrt{x} - \sqrt{y}.$$

Могут ли числа x, y, z , удовлетворяющие этому уравнению, быть косинусами углов одного треугольника?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11993 для 9 класса

1. Проектировщик опоры ЛЭП инженер Пенжинский имеет чертеж треугольника ABC , в котором $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 55^\circ$. Ему необходимо отметить на стороне AB такую точку, чтобы сумма длин перпендикуляров, опущенных из этой точки на две другие стороны была бы минимальной. Сколько таких точек можно найти? В каком отношении они будут делить сторону AB ?

2. Исследуя прочность опоры ЛЭП, инженер Закамский пришел к величине

$$P = \left(1 - \frac{5}{8}\right) \left(1 - \frac{7}{15}\right) \left(1 - \frac{9}{24}\right) \cdots \left(1 - \frac{2 \cdot 2020 - 1}{2020^2 - 1}\right).$$

Найдите значение P с тремя знаками в дробной части.

3. В пятиугольнике длина одной из сторон вдвое больше среднего арифметического длин двух смежных с ней сторон. Можно ли в такой пятиугольник вписать окружность?

4. Найдите все функции вида $f(x) = (1/a)x + b$, удовлетворяющие условию

$$\text{если } x \in E, \text{ то и } f(x) \in E,$$

где $E = \{c_1, c_2, c_3\}$, c_1, c_2, c_3 — произвольные попарно различные упорядоченные по возрастанию числа: $c_1 < c_2 < c_3$.

5. Решите уравнение в целых числах

$$21x + 23y = 220.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12993 для 9 класса

1. Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{2} + 4}{x} + \frac{3\sqrt{2}}{x^3} = \frac{4\sqrt{2} + 3}{x^2} + 1.$$

2. Касательная к графику функции $y = \sqrt{3 - x^2}$, проведенная в точке A , наклонена к оси Ox под углом 150° . Найдите координаты точки A .

3. Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a < 0$, принимает в точках

$$x = d_1, d_2, d_3, \quad d_1 < d_2 < d_3,$$

значения из множества $\{d_1, d_2, d_3\}$. Известно, что $f(d_1) = f(d_3)$. Найдите все возможные наборы $(f(d_1), f(d_2), f(d_3))$.

4. Дату 2.10.20 можно назвать красивой, так как $2 \cdot 10 = 20$.

Сколько дат такого вида в годы с 2021 по 2031?

На какой день недели придется 15.02.30?

5. Решите уравнение в целых числах

$$3xyz = x - 3y.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11882 для 8 класса

1. Проектировщик опоры ЛЭП инженер Лайтов имеет чертеж прямоугольного треугольника ABC , в котором $\angle A = 25^\circ$, $\angle C$ – прямой. Ему необходимо отметить на стороне AB такую точку, чтобы сумма длин перпендикуляров, опущенных из этой точки на две другие стороны, была бы минимальной. Сколько таких точек можно найти? В каких местах стороны AB они будут находиться?

2. 19 октября в Царском Селе в честь дня знаменитого лица проводился праздничный фейерверк. Было выпущено 418 снарядов из нескольких пушек. Все пушки были построены в две одинаковые батареи и произвели по одинаковому количеству выстрелов. Число батарей меньше числа пушек в батарее, а число пушек в батарее меньше числа выстрелов, сделанных одной пушкой. Сколько выстрелов произвела каждая пушка?

3. Два игрока ведут довольно странную игру. Каждый из них поочередно выбирает по одной карте из 14 с числами $-15, -12, -11, -10, -5, -9, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ (и не возвращает ее). Выигрывает тот, у кого окажется больше сумма модулей 7 выбранных чисел. У какого игрока больше шансов выиграть: у того, кто делает первый ход, или у второго?

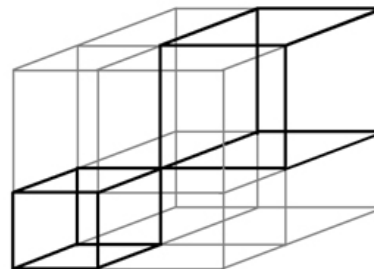
4. Найдите все функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, принимающие значения $f(d) = e$, $f(e) = d$ при заданных числах d, e .

5. Саша и Маша вскапывали огород на даче, поделив его на две равные по площади части. Каждый должен вскопать свою половину. Саша копает в 1,5 раза быстрее Маши. Когда Саша вскопал $1/3$ своей части огорода, его лопата сломалась, и он стал копать в 1,5 раза медленнее Маши. Кто быстрее вскопал свою половину огорода? Найдите также отношение времени, потраченного Сашей, ко времени работы Маши.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 12882 для 8 класса

1. Из тонкой проволоки изготовили 8 различных параллелепипедов, из которых сложили куб, изображенный на рисунке. Ребро куба имеет длину 12 см. Найдите суммарную длину проволоки, потраченной на изготовление выделенных нижнего и верхнего параллелепипедов.



2. На турнире по стрельбе каждый участник получает 8 баллов за попадание в мишень и минус 5 баллов за промах. Саша участвовал в турнире и заработал 13 баллов, при этом он израсходовал не более 20 патронов. Сколько выстрелов он произвел?

3. Лыжник шел по трассе от старта до финиша, а затем той же трассой обратно. По просеке, защищенной от ветра, он двигался со скоростью 1 лес в час. В некотором месте трасса сворачивает на открытую равнину, и вдоль трассы дует ветер. Скорость лыжника при попутном ветре составляет 2 леса/ч, при встречном ветре — $\frac{2}{3}$ леса/ч. Весь этот путь занял у лыжника 1 час 46 минут. Какова длина трассы? Найдите также среднюю скорость лыжника на всем пути (туда и обратно).

4. Дату 02.11.20 можно назвать красивой, так как она имеет вид

$$X_1X_2. X_3X_3. X_2X_1.$$

Сколько дат такого вида в годы с 2020 по 2040?

5. Три доблестных рыцаря решили провести турнир в честь прекрасной дамы. Правила турнира таковы.

1. Поединки ведутся турнирным (безопасным) оружием, чтобы не нанести повреждения ни рыцарям, ни коням.
2. Каждые два участника проводят между собой не более одного поединка.
3. Все заявленные каждым участником поединки должны состояться.

Оценив свои возможности и выносливость своих коней, два рыцаря вызвались провести по 3 поединка, а третий рыцарь — 2 поединка.

Какое минимальное количество участников надо добавить к этим трем, чтобы турнир стал возможен? Сколько поединков должны они провести?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 11774 для 7 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. При дворе короля Артура за круглый стол сели равные по своим достоинствам рыцари. Каждый из них за каждый год со времени установления этого обычая совершил одно и то же число подвигов. Количество лет со времени установления обычая меньше числа подвигов, совершенных рыцарем за год, а число подвигов каждого рыцаря в году меньше числа рыцарей. Всего совершено было 470 подвигов. Сколько же рыцарей сидело за круглым столом короля Артура?

2. Два игрока ведут довольно странную игру. Каждый из них поочередно выбирает по одной карте из 14 с числами $-11, -10, -9, -8, -7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ (и не возвращает ее). Выигрывает тот, у кого окажется больше сумма модулей 7 выбранных чисел. Может ли выиграть тот, кто делает второй ход?

3. Найдите все возможные значения коэффициентов a, b, c функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, принимающей в заданных точках $x = d$ и $x = 2d$ значение $f(d) = f(2d) = 0$.

4. Двум работникам поручено выполнить два одинаковых задания. Первый работник все время трудился с одинаковой производительностью. Второй начал работу на 30% интенсивнее первого, однако, выполнив 30% задания, он устал, и его производительность стала такой же, как у первого, а последние 30% задания он выполнял с производительностью на 30% ниже, чем у первого. Кто быстрее выполнил задание?

5. Стороны треугольника имеют длины 13, 14 и 15 см. Можно ли преобразовать такой треугольник в прямоугольный, увеличив (или уменьшив) каждую сторону исходного треугольника на одно и то же число

а) сантиметров,

б) процентов.

(Треугольник со сторонами a, b, c прямоугольный тогда и только тогда, когда $a^2 + b^2 = c^2$).

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 12773 для 7 класса

1. На рисунке изображен план магазина. При его ремонте на покраску стен было израсходовано следующее количество банок краски: склад – 18, служебное помещение – 12, зона разгрузки товара – 24. Сколько банок краски израсходовано на зал, если высота потолка везде одинакова? Расход краски на единицу площади считайте постоянным.

СКЛАД	ЗАЛ
служебное помещение	зона разгрузки

2. Бабуля на рынке продавала цветы по 130 рублей каждый. Продав немного цветов, она купила горшочки для рассады по цене 20 рублей за штуку. После этого у нее осталось 150 рублей. Сколько она продала цветков и купила горшочков, если их суммарное количество не превосходит 20?

3. В детстве Михаил Лермонтов катался с подружками на лодочке в бабушкином имении Тарханы Пензенской губернии. От причала лодочка прошла по озеру со скоростью 3 версты в час, затем вошла в вытекающую из озера речку и двигалась со скоростью 6 верст/ч до мельницы. Здесь дети сделали остановку, посмотрели на работу мельника, а затем таким же путем вернулись обратно на причал в имении бабушки Елизаветы Алексеевны Арсеньевой. Против течения лодочка двигалась со скоростью 2 версты/ч, и весь путь (туда и обратно), не считая времени на остановку у мельницы, занял 2 часа 40 минут. Каково расстояние по воде от причала до мельницы?

4. Дату 2.10.20 можно назвать красивой, так как $2 \cdot 10 = 20$. Сколько дат такого вида в годы с 2021 по 2031?

5. Шесть доблестных рыцарей изъявили желание участвовать в турнире в честь прекрасной дамы. Правила турнира таковы.

1. Поединки ведутся турнирным (безопасным) оружием, чтобы не нанести повреждения ни рыцарям, ни коням.

2. Каждые два участника проводят между собой не более одного поединка.

3. Все заявленные каждым участником поединки должны состояться.

Оценив свои возможности и выносливость своих коней, три рыцаря вызвались провести по 3 поединка, а три других — по 2 поединка.

Может ли состояться такой турнир? Ответ обоснуйте.

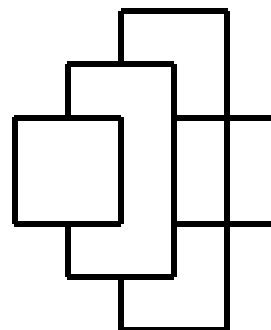
ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11661 для 6 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Какой цифрой заканчивается число 8^{2020} ?

2. В городе Давилоне используются монеты достоинством в 1, 5 и 9 сан-
тиков. Можно ли десятью такими монетами набрать сумму 45 сантиков?

3. Можно ли, не отрывая карандаша от бумаги, нарисовать фигуру, изображенную справа? Либо опишите, как это сделать, либо объясните, почему этого сделать нельзя.



4. Африканский животновод Комби Корм содержит на своей ферме 5 бегемотиков. К моменту ветеринарного осмотра суммарный вес бегемотиков достиг 1,5 т. Верно ли, что есть хотя бы одна пара бегемотиков, которую можно отвезти на осмотр на машине грузоподъемностью 7 ц?

5. Лосяш пошел навестить Пина. В тот же момент Пин на только что изобретенном водородном скутере поехал по той же дорожке к Лосяшу. Через 6 минут Пин оказался ровно посередине между своим домиком и идущим ему навстречу Лосяшем. Еще через 4 минуты друзья поравнялись, но Пин не смог затормозить и проехал остаток пути до домика Лосяша с той же скоростью. Сколько времени потратил Пин на всю дорогу от своего дома до дома Лосяша?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12662 для 6 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Для нумерации домов на проспекте Столетия Плана ГОЭЛРО использовано 999 табличек с цифрами. Каждая табличка содержит одну цифру; дома нумеровались без пропусков, начиная с единицы. Сколько домов на проспекте?

2. Найдите все общие делители чисел $2020^{2021} - 1$ и $2020^{2021} + 1$.

3. Квадратная шоколадка, обсыпанная по периметру ароматным перцем, разделена бороздками на 25 равных квадратных долек. Можно ли распределить эти дольки между пятью гурманами так, чтобы каждому досталось поровну и шоколада, и перца?

4. Пончик и Сиропчик решили перекусить килограммовой кулебякой и несколькими килограммами медовых пряников. За то время, когда Пончик одолел половину кулебяки, Сиропчик съел пятую часть всех пряников. Оставшиеся пряники Пончик слопал так же быстро, как Сиропчик вторую половину кулебяки. Во сколько раз Пончик ест быстрее (или медленнее) Сиропчика, если прожорливость каждого не зависит от того, что едят?

5. Вы предлагаете кому-либо загадать число и умножить его само на себя. К полученному результату просите прибавить удвоенное загаданное число и еще единицу. Как по объявленному результату этих действий определить загаданное число? (Сформулируйте и обоснуйте способ действий.)

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11552 для 5 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

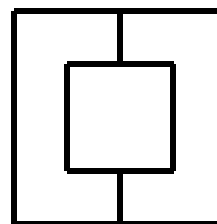
1. Какие 10 цифр следует вычеркнуть из числа

28 462 846 284 628 462 846,

чтобы число из оставшихся цифр было максимально возможным?

2. В городе Давилоне используются монеты достоинством в 1, 3 и 7 сан-
тиков. Можно ли десятью такими монетами набрать сумму 35 сантиков?

3. Можно ли, не отрывая карандаша от бумаги, нарисовать фигуру, изображенную справа? Либо опишите, как это сделать, либо объясните, почему этого сделать нельзя.



4. Можно ли скормить 26 арбузов семи бегемотикам так, чтобы все семь из них получили разное количество арбузов?

5. В течение пяти дней юный натуралист ест яблоки, по одному в день. Затем в течение пяти дней он ест апельсины, также по одному в день. Потом снова пять дней – яблоки и так далее без перерывов. В какой день недели будет съеден двухсотый апельсин, если первое яблоко съедено в понедельник?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12551 для 5 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Для нумерации домов на проспекте Столетия Плана ГОЭЛРО использована 201 табличка с цифрами. Каждая табличка содержит одну цифру; дома нумеровались без пропусков, начиная с единицы. Сколько домов на проспекте?

2. Найдите все общие делители чисел

$$\underbrace{2020 \cdot 2020 \cdot \dots \cdot 2020}_{2019 \text{ раз}} \quad \text{и} \quad \underbrace{2020 \cdot 2020 \cdot \dots \cdot 2020}_{2019 \text{ раз}} + 1.$$

3. Квадратный ковер обшит по периметру бахромой. Можно ли разрезать его на 36 одинаковых квадратных кусков и сдать их в шесть разных пунктов переработки отходов так, чтобы в каждый пункт попало одинаковое количество и ткани ковра, и бахромы?

4. В бюро ремонта «Ай-люли» сдали два планшета и 25 смартфонов. Сначала стажер чинил планшет, а мастер все это время занимался смартфонами. Когда стажер закончил, мастер взялся за второй планшет и к концу рабочего дня починил его, а стажер за это время отремонтировал все остальные смартфоны. Сколько смартфонов починил мастер, если любую работу он выполняет вдвое быстрее стажера?

5. Возьмите любое двузначное число. Удвойте его и припишите к нему справа 0. К результату прибавьте исходное число. Теперь умножьте полученное число на 481. У вас получится шестизначное число, в записи которого трижды повторяется исходное число. Объясните, почему так происходит.