Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Н7F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

АО 28-50

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Андрианова

ИМЯ Анастасия

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 12.07.2007 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АО 28-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 1:

$x^2+4x=2021$

$x(x+4)=2021$

Т.к. $2021=43\cdot47$, то 2021 можно представить в виде произведения двух целых множителей только 2 способами

$2021=1\cdot2021$ и $2021=43\cdot47$, больше у 2021 нет других делителей

Также эти два множителя равны x и $x+4$ соответственно, а $2021\neq1+4$, т.е. этот вариант не подходит

А вот $47=43+4$

Значит, $x=43$

$x^2+4x=43^2+4\cdot43=43(43+4)=43\cdot47=2021$

Условие выполнено

Ответ: $x=43$

7

Задача № 2:

Ответ: нет, нельзя это утверждать.

Приведём контрпример:

140 км/ч	0 км/ч	140 км/ч	0 км/ч	140 км/ч	0 км/ч	140 км/ч
30 мин	30 мин	30 мин	30 мин	30 мин	30 мин	30 мин

В данном примере автомобиль сначала едет 30 мин со скоростью 140 км/ч, а потом 30 минут просто стоит и т.д.

Так в любой промежуток времени в 1 час автомобиль 30 мин стоял и 30 мин ехал со скоростью 140 км/ч, т.е. всего проезжал $140\cdot\frac{30}{60}=70$ км

При этом за 3,5 часа автомобиль проехал $140\cdot\left(\frac{30}{60}\cdot4\right)=280$ км, т.е. $V_{ср}=\frac{S}{t}=\frac{280}{3,5}=80$ км/ч, а не 70 км/ч. Поэтому это утверждать нельзя

±

Задача № 3:

Если среди этих 2021 целых чисел был хоть один 0, то все произведение было бы равно 0, а не 1. Значит, 0 там нет.

Если там было хоть одно целое число ≥2, то т.к. даны только целые числа, произведение тоже было бы ≥2.

Значит, эти 2021 чисел равны 1 и -1. Т.к. в итоге получилось положительное число 1, значит отрицательных чисел -1 было чётное количество.

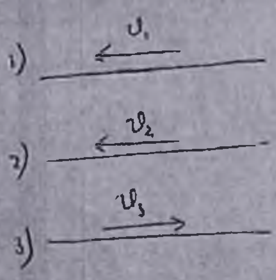
$(-1)^3=-1$, а $1^3=1$

Т.к. 2021 - нечётное число, а -1 было чётное количество, то 1 было нечётное количество.

Чтобы сумма 1 и -1 было равно 0 надо, чтобы 1 и -1 было поровну.

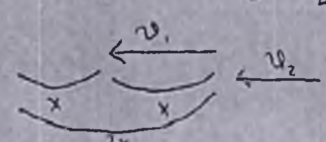
Но у нас нечётное количество 1 и чётное количество -1, поэтому количество 1 и -1 не могут быть равны. Значит, и их сумма не может быть равной 0.

Задача № 4:



Пусть x - длина поезда, а v_1, v_2, v_3 - скорости 1, 2 и 3 поездов соответственно.

Тогда второй поезд проходит мимо первого за $t_1 = \frac{2x}{v_2 - v_1}$, т.к. чтобы пройти мимо первого, второму нужно пройти 2x у.е.



А скорость его равна разности скорости второго и первого (v_2-v_1), т.к. второй догоняет первого и скорость равна тому, насколько между ними сокращается расстояние за 1 у.е времени.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

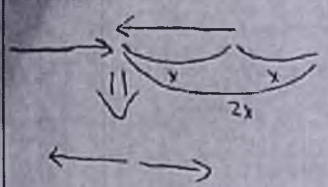
Задача 4 (Продолжение):

Т.е. второй проходит мимо первого за $t_1=\frac{2x}{v_2-v_1}$

и за 4 мин 12 сек = 252 секунд

Значит, $\frac{2x}{v_2-v_1}=252$

Третий проходит мимо второго за $t_2=\frac{2x}{v_2+v_3}$



Т.е суммарно ~~пер~~ второму и третьему надо проехать 2x у.е, а скорость их сближения равно сумме их скоростей, т.о. v_2+v_3. Значит, $\frac{2x}{v_2+v_3}=t_2=36$ сек.

Аналогично, третий пройдёт мимо первого за $t_3=\frac{2x}{v_3+v_1}$

Заметим, что $\frac{2x}{v_2-v_1}=252 \Rightarrow (v_2-v_1)=\frac{2x}{252}=\frac{x}{126}$

и $\frac{2x}{v_2+v_3}=36 \Rightarrow v_2+v_3=\frac{2x}{36}=\frac{x}{18}$

Также, $v_3+v_1=v_3+v_2-(v_2-v_1)$

Получаем, что:

$t_3=\frac{2x}{v_3+v_1}=\frac{2x}{(v_3+v_2)-(v_2-v_1)}=\frac{2x}{1}:\frac{\frac{x}{18}-\frac{x}{126}}{1}=\frac{2x}{\frac{6x}{126}}=\frac{2x\cdot 126}{6x}=42$ сек

Значит, $t_3=42$ сек

Ответ: за 42 секунды

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ АО 28-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5:

а) Все компьютеры (10)

Лэптопы (x) — Десктопы (10−x)

$\frac{x}{2}$ — соединены с десктопами; $\frac{x}{2}$ — соединены друг с другом

Пусть было x лэптопов и значит 10−x — десктопов

По схеме видно, что $\frac{x}{2}$ лэптопов соединены друг с другом, значит их чётное количество.

$\frac{x}{2} \vdots 2 \Rightarrow x \vdots 4$, но $x \leq 10$

Значит, x может быть равен 0, 4 и 8

0 — x не может быть равен так, как $\frac{x}{2}$ лэптопов соединены с десктопами.

- Если же $x = 8$, то 4 лэптопа соединены с десктопами, тогда десктопов ≥ 4, значит всего компьютеров ≥ 12 — противоречие

Значит, $x = 4$ лэптопа и $10 - x = 6$ десктопа

Тогда $\frac{x}{2} = 2$ лэптопа соединены с десктопами. Теперь запишем состав пар:

1) лэптоп - десктоп
2) лэптоп - десктоп
3) лэптоп - лэптоп } 2 оставшихся лэптопа
4) десктоп - десктоп } 4 оставшихся
5) десктоп - десктоп } десктопа разбили на пары

Ответ: 4 лэптопа и 6 десктопов. Состав пар здесь

+

б) половина десктопов — это $\frac{6}{2} = 3$, значит 3 лэптопа должны соединиться с десктопами, но тогда остается $4 - 3 = 1$ лэптоп, и у него не будет пары. Поэтому таким образом кабели переподключить нельзя

Ответ: Нет, нельзя

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F02	
№ группы	Место проведения

W1 67-14

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17 081

ФАМИЛИЯ Анисимов

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Артёмович

Дата рождения 15.07.2006

Класс: 8

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Дано:
$T = 330$ мин
$\tau = 1$ ч
$l_1 = 900$ км

Верно ли, что $\vartheta = 900 \frac{км}{ч}$

Решение:
Неверно. Приведём контр-пример.
Пусть первые пол часа он летит со скоростью $1600 \frac{км}{ч}$, потом со скоростью $200 \frac{км}{ч}$ (следующие 0,5 часа). И т.д. ~~то~~ чередуясь он будет лететь со скоростями ~~по~~ $1600 \frac{км}{ч}$ и $200 \frac{км}{ч}$ по 0,5 часа.
Заметим, что в любом промежутке времени равному $\tau = 1$ч, он будет лететь 0,5 часа со скоростью $1600 \frac{км}{ч}$, и 0,5 часа со скоростью $200 \frac{км}{ч}$ и за 1ч ~~+в~~ он пролетит ~~l~~ $l_0 =$

$= 0{,}5 \cdot 200 + 0{,}5 \cdot 1600 = 100 + 800 = 900$ км $= l_1$

Но при этом он в сумме пролетит $L = 5 \cdot 900 + 0{,}5 \cdot 1600 = 5300$ км (разобьём полёт на 5 частей по 1 часу от начала полёта и на 0,5 часа, где летел со скоростью $1600 \frac{км}{ч}$.
За каждый час он пролетел по 900 км и за 0,5ч – 800 км). И 330 мин = 5,5 часа)

Тогда средняя скорость $\vartheta_1 = \frac{L}{T} = \frac{5300}{5{,}5} = \frac{53000}{55} = \frac{10600}{11} > 900$ т.к $900 \cdot 11 = 9900 < 10600$.

А значит нельзя утверждать, что $\vartheta = 900 \frac{км}{ч}$

Ответ: нельзя

№2.

Дано: $a=14$, $b=7$; С,Г-? С-Г-?

Решение:

а) Заметим, что т.к. из каждого пункта выходит только 1 маршрут, то все пункты разбиваются на пары.

Причём существует 3 типа маршрутов. Село - Село, Город - Город, Село - город. Пусть кол-во городов - Г, а сел - С. Тогда $(Г-\frac{Г}{2}) \vdots 2$ т.к ~~оставшиеся~~ города не соединённые с селами тоже разбиваются на пары, тогда $Г \vdots 4$.

Разберём все варианты:

1) $Г=0$, по условию невозможно

2) $Г=4$, тогда сёл 10, а сёла не соедин с городами разбиваются на пары, т.к $14-\frac{Г}{2} \vdots 2$, т.к $\frac{Г}{2} \vdots 2$. И кол-во маршрутов $С-Г=\frac{Г}{2}=2$.

3) $Г=8$, тогда сёл 6, кол-во маршрутов $С-Г= =\frac{Г}{2}=4$

4) $Г=12$, тогда сёл 2, но $\frac{Г}{2}>С \Rightarrow$ ~~невозмож~~ сёл не хватает !!!

Ответ: 2 варианта: $С=10$; $Г=4$; $С-Г=2$ и
$С=6$; $Г=8$; $С-Г=4$.

б) В 2 случае это невозможно, т.к $\frac{С}{2}=5>Г$. И городов не хватает для пар С-Г.

В 3 случае это тоже невозможно, т.к $\frac{С}{2}$ - должно быть $\vdots 2$ (док-во в начале для Г, здесь ан-но). Но $\frac{С}{2}=\frac{6}{2}=3$ - нечётно !!!

Ответ: нельзя

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Дано:

$(N_1+N_3)\cdot T = 15$ км (1)

$(N_1+N_2+N_3)\cdot T = 2\cdot T\cdot(N_1+N_2)$

$N_2+N_3 = 4\cancel{T}N_2$

$N_3\cdot T - ?$

Решение:

Пусть N_1 - интенсивность 1 бригады, N_2 - второй, N_3 - третьей. А T - длительность месяца (Дано записано с помощью этих обозначений).

Тогда т.к. $N_2+N_3 = 4N_2$

$$N_3 = 3N_2.$$

А т.к. $(N_1+N_2+N_3)\cdot T = 2\cdot T\cdot(N_1+N_2)$

$$N_1+N_2+N_3 = 2N_1+2N_2$$

$$N_3 = N_1+N_2$$

$$\cancel{N_3=}$$

$$3N_2 = N_1+N_2$$

$$N_1 = 2N_2$$

Подставим N_1 и N_3 в (1):

$5N_2\cdot T = 15$ км

$N_2 = \frac{3\text{ км}}{T}$

Откуда:

$N_3\cdot T = 3N_2\cdot T = \frac{9\text{ км}}{T}\cdot T = 9$ км

Ответ: 9 км

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть это числа $a_1, a_2, a_3, \dots a_N$.

Тогда $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_N = 1$.

Значит кол-во отрицательных чисел среди них чётно.

Заметим, что число в 21 степени имеет ~~1) Если N- чётное число Тогда если N чисел~~ ~~Это~~ тот же знак, что и само число, т.к 21- нечётное число.

Так как все числа целые (ни одно не равно 0, иначе произведение $=0$), значит $|a_i| \geq 1$.

Но ~~и~~ тогда $|a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_N| \geq 1$. Значит, т.к $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_N = 1$, то каждое число (из $\{a_1, a_2 \dots a_N\}$), равно либо 1, либо -1.

А тогда $a_1 + a_2 + \dots + a_N = 0$, только тогда, когда ~~и~~ кол-во (-1) равно кол-ву (1). Значит, т.к кол-во (-1) - чётно, то $N \vdots 4$.

Ответ: при $N \vdots 4$ - возможно, при $N \not\vdots 4$ - невозможно.

Пример для $N \vdots 4$:

$\frac{N}{2}$ - единицу и $\frac{N}{2}$ минус единицу

Произведение $a_1 \cdot a_2 \cdot a_{\dots} \cdot a_N = 1$, т.к $\frac{N}{2}$ - чёт

и сумма $(a_1 + a_2 \dots + a_N) = 0$, т.к $\frac{N}{2} + \left(-\frac{N}{2}\right) = 0$.

ч.т.д.

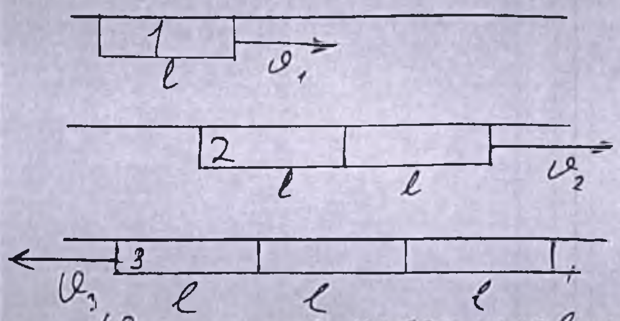
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5



(Расположение дорог условное)

Пусть длина 1 поезда l, тогда длина 2 поезда $2l$, а 3 – $3l$.
Пусть скорость 1 поезда ϑ_1. Второго - ϑ_2, третьего - ϑ_3.

Тогда из условия:

(1) $\dfrac{3l}{\vartheta_2-\vartheta_1} = 2$ мин 6 с $= 126$ с

(2) $\dfrac{5l}{\vartheta_2+\vartheta_3} = 30$ с

Найти: $\dfrac{4l}{\vartheta_3+\vartheta_1}$ -?

+

Из (1):

$\dfrac{l}{\vartheta_2-\vartheta_1} = \dfrac{126}{3} = 42$ с $\qquad \dfrac{\vartheta_2-\vartheta_1}{l} = \dfrac{1}{42}$ (3)

Из (2):

$\dfrac{l}{\vartheta_2+\vartheta_3} = \dfrac{30}{5} = 6$ с $\qquad \dfrac{\vartheta_2+\vartheta_3}{l} = \dfrac{1}{6}$ (4)

Вычтем из (4) - (3):

$\dfrac{\vartheta_3+\vartheta_2}{l} - \dfrac{\vartheta_2-\vartheta_1}{l} = \dfrac{1}{6} - \dfrac{1}{42}$

$\dfrac{\vartheta_3+\vartheta_1}{l} = \dfrac{7-1}{42} = \dfrac{6}{42} = \dfrac{1}{7}$

$\dfrac{l}{\vartheta_3+\vartheta_1} = 7$ с $\longrightarrow \dfrac{4l}{\vartheta_3+\vartheta_1} = 28$ с.

Ответ: 28 с

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F02	Дистанционно, с использованием ВКС

№ группы Место проведения

VU 61-65

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Антонов

ИМЯ Григорий

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 02.02.2008

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! VU 61-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Кубик 2×2×2 – 5 грамм

Кубик 6×6×6 – ? грамм

У кубика 2×2×2 – 6 граней размером 2×2. У кубика 6×6×6 – 6 граней размером 6×6. Каждая грань кубика 6×6×6 равна 9 граням кубика 2×2×2. Значит кубик 6×6×6 будет ~~весить~~ весить в 9 раз больше.

5·9 = 45 (грамм) – весит кубик 6×6×6

Ответ: 45 грамм весит кубик 6×6×6.

+

№2

Площадок – 1021 шт.

~~Лест~~ Лестничных пролетов – 2021 шт.

Вышек – ? шт.

Количество лестничных пролетов на вышке равно количеству площадок на вышке ·2–1. Если на вышке 1000 площадок, то пролетов – 1000·2–1 = 1999. Максимальное количество площадок на вышке – 1011, т.к. тогда всего 2021 лестничных пролётов. Если на вышке 1 площадка, то пролётов 1. Если на вышке 2 площадки, то всего 3 пролёта.

Если на 1 вышке 1000 площадок, то не хватает 21 ~~х~~ площадок и 22 пролётов. Тогда на другой вышке – 2 площадки и 3 пролёта. Теперь не хватает 19 площадок и 19 пролётов. Тогда на 19 вышках по 1 площадке. Всего – 21 вышка.

+

Если на 1 вышке 1001 площадка, то не хватает 20 площадок и 20 пролётов. Тогда на 20 вышках по 1 площадке. Всего – 21 вышка.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Если на 1 вышке 1002 площадки, то не хватает 19 площадок и 18 пролетов. Нам нужно площадок больше чем пролетов, но невозможно поставить каждую вышку, на которой площадок больше пролетов, т.к. если на вышке 1 площадка (минимальное количество), то 1 пролёт.

Если на 1 вышке 999 площадок, то не хватает 22 площадки и 24 пролета. Тогда на другой вышке — 3 площадки и 5 пролетов. Теперь не хватает 19 площадок и 19 пролетов. Тогда на 19 вышках по 1 площадке. Всего 21 вышка.

Ответ: 21 вышка.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VИ 61-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Уберем одинаковые части в дробях т.к. они ни на что не влияют

$$\frac{21\,20\,21}{21\,21\,22} \qquad \frac{21\,19\,20}{21\,20\,21}$$

Разобьём каждую дробь на 3 части

$$\frac{21}{21};\ \frac{20}{21};\ \frac{21}{22} \quad и \quad \frac{21}{21};\ \frac{19}{20};\ \frac{20}{21}$$

1) $\frac{21}{21} = \frac{21}{21}$

2) $\frac{20}{21}$ и $\frac{19}{20}$ Общий знаменатель дробей – 420.

$$\frac{400}{420} > \frac{399}{420}$$

3) $\frac{21}{22}$ и $\frac{20}{21}$ Общий знаменатель дробей – 462.

$$\frac{441}{462} > \frac{440}{462}$$

Значит $\frac{212021}{212122} > \frac{211920}{212021}$, значит $\frac{202120202021}{202120212022} >$

$> \frac{202120192020}{202120202021}$.

Ответ: $\frac{202120202021}{202120212022} > \frac{202120192020}{202120202021}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 170К1   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 61-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Пусть кол-во целых чисел равно x, тогда их произведение равно 1, если $2n$ (т.е. чётное количество) множителей равны (-1), а остальные $(x-2n)$ равны 1.
Сумма целых чисел равна 0, если $2n = x - 2n$ (т.е кол-во чисел равных -1 равно кол-ву чисел равных 1), т.е. если $x = 4n$ (эти условия не могут быть выполнены одновременно)
$2021 \neq 4n \Rightarrow$ сумма $\neq 0$ ~~(не кратно 4)~~
Ответ: не может.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VU 61-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть снегоплавильный комбинат работает 30 мин, потом отдыхает 30 мин., потом работает 30 мин. и т.д. Тогда какое бы время мы не выбрали, он будет 30 мин. работать и 30 мин. отдыхать. Тогда за 30 мин. снегоплавильный комбинат будет плавить 30 т. снега. Значит производительность снегоплавильного комбината 60 т/час.

Ответ: нельзя.

не средняя

7

Лист 3 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М11F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

XJ 17-47

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ БАБИНА

ИМЯ ЮЛИЯ

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВНА

Дата рождения 20.01.2003 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бабиц

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1.

$a^2x^4+2abx^3+(2ac+b^2)x^2+2bcx+c^2=$

$=a^2x^4+2acx^2+c^2+2abx^3+2bcx+b^2x^2=$

$=(ax^2+c)^2+2bx(ax^2+c)+b^2x^2=$

$=(ax^2+c+bx)^2$

$ax^2+bx+c=0$

$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\rightarrow$ нечетное

$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$

Если $x_1\cdot x_2$ - целые, то $c \vdots a$

А значит a - нечетное

$a+b+c$ - нечетное, т.к. a - нечетное, c - нечетное, то b - нечетное

Значит $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ нечетное $\Rightarrow$ один корень четный, а другой нечетный.

А значит $x_1\cdot x_2$ - четное, что противоречит, что $\frac{c}{a}$ - нечетное

$\Rightarrow$ корни многочлена не могут быть целыми.

Ответ: корни такого многочлена не могут быть целыми числами.

+

Задание 4.

$2021 = 43 \times 47$

$40(x+y) + xy = 421$

$40x + xy + 40y + 1600 = 421 + 1600$

$x(40+y) + 40(y+40) = 2021$

$(x+40)(y+40) = 2021$

2021 делится на 1, 43, 47, 2021

Тогда:

1) $x+40=1$
$x=-39$
$y+40=2021$
$y=1981$
$(-39; 1981)$ - 1-ое решен.

2) $x+40=43$
$x=3$
$y+40=47$
$y=7$
$(3;7)$ - 2-ое решен.

3) $x+40=47$
$x=7$
$y+40=43$
$y=3$
$(7;3)$ -3-е решен.

4) $x+40=2021$
$x=1981$
$y+40=1$
$y=-39$
$(1981; -39)$ -4-е решен.

Ответ: $(-39; 1981)$; $(3;7)$; $(7;3)$; $(1981; -39)$.

+ не все решения

Задание 3

$F(x) = x^2 + px + q$ - имеет ровно 1 корень, тогда $D=0$

$p^2 - 4q = 0 \Rightarrow q = \frac{p^2}{4}$

$F(x) = x^2 + px + \frac{p^2}{4} = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 17-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$F(F(x)) = (F(x) + \frac{p}{2})^2 = ((x+\frac{p}{2})^2 + \frac{p}{2})^2$

$F(F(F(x)))$ ~~...~~ $= (F(F(x)) + \frac{p}{2})^2 = 0$

$F(F(x)) + \frac{p}{2} = 0$

$((x+\frac{p}{2})^2 + \frac{p}{2})^2 + \frac{p}{2} = 0, \quad p \le 0$

$(x+\frac{p}{2})^2 + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\frac{-p}{2}}$

$(x+\frac{p}{2})^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{-p}{2}}$

$x + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{\frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{-p}{2}}}$

Т.к. корня должно быть только 3, то какие-то 2 совпадут

1) $-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{-p}{2}} = 0$

$\sqrt{\frac{-p}{2}} = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 0$

Если $p=0$, то все 4 корня одинаковые

2) $-\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{-p}{2}} = 0$

$\sqrt{\frac{-p}{2}} = -\frac{p}{2}, \quad p \le 0$

$-\frac{p}{2} = \frac{p^2}{4}$

$p^2 + 2p = 0$

$p(p+2) = 0$

$p=0$ – не подходит $p=-2$

$x - 1 = \pm\sqrt{1+1\pm\sqrt{1}}$

$x-1 = \pm\sqrt{0}$ $\quad x-1 = \pm\sqrt{2}$

$x = 1$ $\quad x = 1 \pm \sqrt{2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 17-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

А корень тогда $F(x)=0$

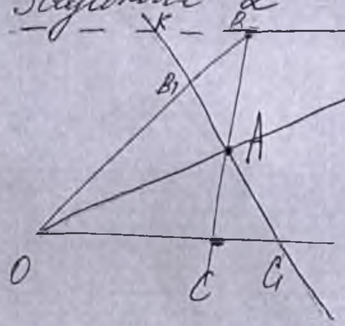
$x^2+1x+\frac{1}{4}=0$

$x=-\frac{1}{2}$

Ответ: $1;\ 1\pm\sqrt{2};\ -\frac{1}{2}$.

+

Задание 2



1) Пусть угол называется $\angle BOC$

Проведем прямую OA и отложим на ней AM=OA

BM//OC

построение не гарантирует

надо было объяснять построение иначе

Тогда $\triangle OAC=\triangle ABM$, т.к. $AO=AM$,

$\angle OAC=\angle BAM$ - вертикальные, $\angle AOC=\angle AMB$ -

- накрестлежащие, тогда $BA=AC$

2) Докажем, что $\triangle OBC$ имеет наим. площ.

Пусть есть другой ~~ничего~~ $\triangle OB_1C_1$

$B_1C_1\cap BM=K$

Тогда $S_{\triangle OB_1C_1}=S_{\triangle OAC_1}+S_{\triangle OAB_1}=$

$=S_{\triangle AKM}+S_{\triangle OAB_1}=S_{\triangle ABM}+S_{\triangle AKB}+S_{\triangle AOB}-S_{\triangle ABB_1}=$

$=\underbrace{S_{\triangle ABM}+S_{\triangle AOB}}_{S_{\triangle OBC}}+S_{\triangle AKB}-S_{\triangle ABB_1}=S_{\triangle OBC}+$

$+S_{\triangle KBB_1}>S_{\triangle OBC}$, ч.т.д.

Площадь любого другого $\triangle$-ка больше, чем $S_{\triangle OBC}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 17-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит $AC:AB = 1:1$, т.е. пополам, чтоб площадь была наименьшей.

(+)

Ответ: 1:1, пополам.

Задание 5.

$E(x;y) = \left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}$

$|ax+y| \le b$

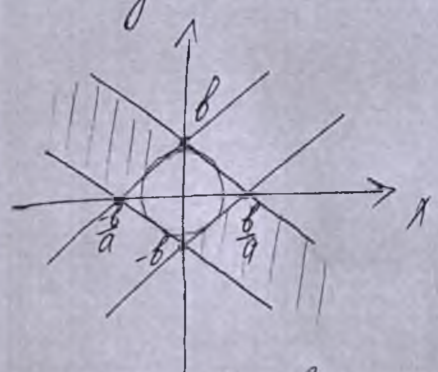
$|ax-y| \geq b$

$a, b \in R$

$ax+y=b$ $\quad$ $ax-y=b$

$y=-ax+b$ $\quad$ $y=ax-b$

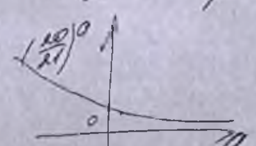
$\left[\begin{array}{l} ax-y \geq b \\ ax-y \le -b \end{array}\right.$



$-b \le ax+y \le b$

$\left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}$

$\left(\frac{20}{21}\right)^{a}$ - ф-я убывающая



т.к. $x^2+y^2 \geq 0$ при $x, y \in R$, то максимальное значение при $x^2+y^2 = min$

$x^2+y^2=r^2$ - окружность

min значение будет, когда окружность касается сторон ромба, т.е. вписана в ромб.

Найдем радиус вписанной окр.:

$S = p \cdot r = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$

$\underbrace{\sqrt{b^2+\left(\frac{b}{a}\right)^2}}_{\text{сторона ромба}} \cdot 2 \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 2b \cdot 2\frac{b}{a}$

$r = \frac{\cancel{2}b^2}{a \cdot \cancel{2}\sqrt{b^2+\frac{b^2}{a^2}}} = \frac{b^{\cancel{2}}}{a \cdot \cancel{b} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{a^2}}} =$

$= \frac{b}{\sqrt{a^2+1}}$

$E(x,y) = \left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2} = \left(\frac{20}{21}\right)^{r^2}$

$E(x,y) = \left(\frac{20}{21}\right)^{\frac{b^2}{a^2+1}}$

Ответ: $\left(\frac{20}{21}\right)^{\frac{b^2}{a^2+1}}$

при каких a, b?

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
M6F02	Дистанционно, с использованием ВКС

шифр: VII 61-82

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ: БРИЧКО

ИМЯ: МАКАР

ОТЧЕСТВО: ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения: 09.06.2008 Класс: 6

Предмет: МАТЕМАТИКА Этап: Заключительный

Работа выполнена на 05 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ИИ 61-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

Посчитаем площадь поверхности куба 2·2·2:

$\underbrace{2\cdot2}_{\text{площадь одной грани}}\cdot\underbrace{6}_{\text{кол-во граней}}=24$

Также посчитаем площадь куба 6·6·6:

$6\cdot6\cdot\underbrace{6}_{\text{кол-во граней}}=216$

Теперь посчитаем во сколько раз больше площадь куба 6×6×6, чем площадь куба 2×2×2:

216:24=9 раз.

Значит масса большого куба в 9 раз больше:

$\underbrace{5}_{\text{вес куба 2×2×2}}\cdot9=45$ грамм

Ответ: 45 грамм.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VII 61-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Докажем, что тех площадок, которые соеденены между друг другом не менее чем 1000:

$999 \cdot 2 + 22 = 2020$

↑ кол-во пролетов между не самых низких площадок. ↑ кол-во пролетов между землей и низкой площадкой

значит кол-во площадок, которые выше самых низких не менее 1000.

$x \cdot 2 + y = 2021$

↑ четн. ↑ нечетн.

? Логично, что кол-во самых низких площадок не более 21 и оно нечетн.

Также y - кол-во всех вышек, значит кол-во всех вышек: 21, 19... 1

∓

Ответ: 21, 19... 1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! VU 61-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 3

Давайте посмотрим какое число ближе к единице:

$1-\frac{202120202021}{202120212022}$ или $1-\frac{202120192020}{202120202021}$

$202120212022-202120202021=20212022-20202021=10001$

$202120202021-202120192020=20202021-20192020=10001$

$1-\frac{10001}{202120212022}<1-\frac{10001}{202120202021}$, значит:

$\frac{202120202021}{202120212022}>\frac{202120192020}{202120202021}$ - ответ

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 61-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Логично, что среди этих чисел нету нуля, иначе:

$x \cdot y \cdot \ldots \cdot 0 = 0$

Также если среди чисел будет число больше 1, то и произведение будет больше или меньше 1:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot -1 \neq 1$

Также будет, если число будет меньше −1.

Значит числа у нас только −1 и 1. Но тогда, чтобы сумма была равна 0 кол-во −1 и 1 должно быть равным.

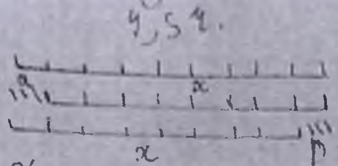
2021 - нечетное число, значит это невозможно.

Ответ: нет, не может.

+

№5

Давайте разобьем наше время на промежутки по 30 минут:



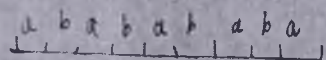
Пусть a - кол-во снега, которое очистили вначале, а b - в конце.

Как мы можем увидеть $a+x=x+b$, значит $a=b$.

Так можно сказать про все нечетные промежутки, значит:

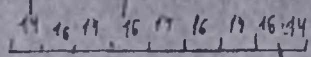
также делаем с 3 и 7 и т.д.

Мы знаем, что $a+b=30$ и $a+c=30$, значит $b=c$. Значит все четные тоже равны.



Как мы можем заметить если $a \neq b$, то средняя производительность не 30т/ч.

Пример:



$(14\cdot5+16\cdot4):4,5 \neq 30$

Ответ: нельзя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М11F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

XJ 17-89 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

шифр

Вариант № 17 111

ФАМИЛИЯ Брызгалова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 11.07.2003 Класс: 11

Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 21.02.21 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Брыз

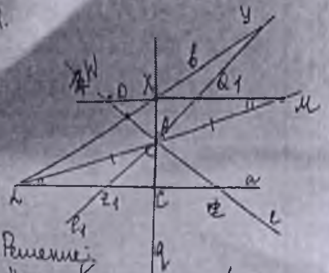
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XI 17-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.



Дано: $\angle$ ~~XBC~~ $\angle p < 90°$

A-лежит внутри $\angle p$;

$A \in q$, т.ч. прямая q

отсекает от угла треугольник наименьшей площади.

Найти: $\frac{AX}{AC} = ?$

Решение:

1) Пусть вершина $\angle p$ – точка L

2) Д.п. LA; AM = LA

Д.п. $MX \parallel a$, $XA \cap a = C$

$MX \cap b = X$

$\triangle LXC$ – треугольник, отсеченный прямой q, ($A \in q$), с наименьшей площадью, т.е.

3) $\triangle MXA = \triangle LCA$, по стороне и двум прилежащим к ней углам. ($LA = MA$, по построению. $\angle LAC = \angle MAX$, как вертикальные; $\angle XMA = \angle CLA$, как накрест лежащие при $XM \parallel a$ и секущей LM).

Значит, $AX = AC$, т.е. $\frac{AX}{AC} = \frac{1}{1}$

4) Предположим, что $\triangle LQZ$ имеет площадь меньшую, чем $\triangle LXC$, тогда ($QZ \cap MX = W$)

$S_{AWX} - S_{QWX} = S_{QACZ} - S_{QWX}$

$S_{AWX} = S_{ACZ}$

$S_{LXC} = S_{LAC} + S_{LXA} = S_{LAC} + S_{LQA} + S_{QXA}$; $S_{LQZ} = S_{LAC} + S_{LQA} + S_{CAZ}$

$S_{CAZ} > S_{QXA}$, значит, $S_{LXC} < S_{LQZ}$, т.е. $\triangle LXC$ - с наименьшей площадью. (Расположение точек L-Q-X может быть и иным (L-X-Q), рассуждение для L-X-Y аналогично рассуждению, написанному выше

Ответ: $\frac{1}{1}$.

№1.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$a^2x^4+2abx^3+(2ac+b^2)x^2+2bcx+c^2=P(x)$

$\begin{cases} c=2n+1,\ n\in Z \\ a+b+c=2k+1,\ k\in Z \end{cases}$

Могут ли корни $P(x)$ быть целыми числами?

• Если $x=\frac{p}{q}$ - корень $P(x)$, то p-делитель свободного члена, т.е. c^2, а q- делитель старшего коэффициента, т.е. a^2. (1)

• Если x-число целое, то p кратно q

Т.к. $(a+b+c)$ - нечетное, то

1) Ч+Ч+Н=Н

2) Н+Н+Н=Н

Значит, числа a и b одинаковой четности.

Теорема Виета: $\begin{cases} x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4=-\frac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_1\cdot x_4+x_2\cdot x_3+x_2\cdot x_4+x_3\cdot x_4=\frac{c}{a} \\ x_1\cdot x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_2\cdot x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=-\frac{d}{a} \\ x_1x_2x_3x_4=\frac{e}{a} \end{cases}$

если $x=1$-корень $P(x)$, то $\begin{cases} 4=-\frac{b}{a} \\ 6=\frac{c}{a} \\ 4=-\frac{d}{a} \\ 1=\frac{e}{a} \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{b}{a}=-\frac{d}{a} \\ a=e \\ c=6a \\ b=4a \end{cases}$ $\begin{cases} b=d \\ a=e \\ c=6a \\ b=4a \end{cases}$

Тогда $a+b+c=a+4a+6a=3a$ - нечетное, но $c=6a$ - четное при любом a, что противоречит условию задачи.

Из (1) $\Rightarrow$ x может быть равен $\frac{c^2}{a^2}$; $\frac{c^2}{a}$, $\frac{c^2}{-a}$, $\frac{c}{a^2}$, $\frac{-c}{a^2}$, $\frac{c}{a}$, $\frac{-c}{a}$, $\frac{-c}{-a}=\frac{c}{a}$; $\frac{c}{-a}$

Для того чтобы $x\in Z$ необходимо, чтобы $\frac{c^2}{a^2}\in Z$; $\frac{c^2}{a}\in Z$, $\frac{c^2}{-a}\in Z$ и т.д.

$c \,\vdots\, a$

$c=am$, где $m\in Z$

Пусть x_0- корень $P(x)$, удовлетворяющий всем условиям, тогда по схеме Горнера

	a^2	$2ab$	$2ac+b^2$	$2bc$
		$2ab+a^2$	$2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0$	$2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0$ ↳
x_0	a^2	$(2ab+a^2)x_0$	$(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0$	$(2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0)x_0$

17111

XJ17-89

$$c^2+(2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0)x_0)$$

$$\underbrace{(c^2+(2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0)x_0)x_0}_{\text{остаток от деления } P(x) \text{ на } x_0\text{, т.е. } 0}$$

$$(c^2+(2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0)x_0)x_0 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} c^2+(2bc+(2ac+b^2+(2ab+a^2)x_0)x_0)x_0=0 \\ x_0=0 \end{array}\right.$$

Если $x_0=0$, то $c^2=0$, c - нечетное, c^2 - нечетное, 0 - четно, значит, $x_0=0$ - не подходит

$$c^2+(2bc+(2ac+b^2+2abx_0+a^2x_0)x_0)x_0=0$$

$$c^2+(2bc+2acx_0+b^2x_0+2abx_0^2+a^2x_0^2)x_0=0$$

$$c^2x_0+2bcx_0+2acx_0^2+b^2x_0^2+2abx_0^3+a^2x_0^3=0$$

$$x_0^3(2ab+a^2)+x_0^2(2ac+b^2)+x_0(c^2+2ac)=0$$

$$\begin{cases} x_{01}+x_{02}+x_{03}=\dfrac{-2ac-b^2}{2ab+a^2} \\ x_{01}x_{02}+x_{02}x_{03}+x_{01}x_{03}=\dfrac{2ac+b^2}{2ab+a^2} \\ x_{01}x_{02}x_{03}=\dfrac{-c^2+2ac}{2ab+a^2} \end{cases}$$

~~Пусть $a=b=1$, $c=3$~~

Если $x=1$, то $a^2+2ab+(2ac+b^2)+2bc+c^2=0$

$$c=-a-b$$

$$\begin{cases} a+b+c=2k+1 \\ c=2n+1 \\ c=-a-b \end{cases} \qquad \begin{cases} 0=2k+1 \text{ - ложь} \\ c=2n+1 \\ c=-a-b \end{cases}$$

Возможно ли иное условие ... нуть рассуждений.

Ответ: нет, не могут

№4

$2021=43\cdot47$

$$40(x+y)+xy=421. \quad (1)$$

$$40x+40y+xy=421$$

$$y=\frac{421-40x}{x+40}, \quad x\neq-40$$

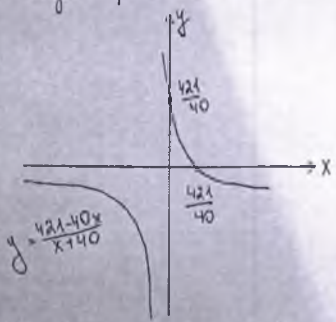
при $x=40$: $40(x+y)+xy=421$

$40(40+y)+40y=421$

$1600+80y=421$; $80y=-1179$, $y\notin\mathbb{Z}$, т.е. $x=40$ -

04 08

не входит в решение.



$40x+40y+xy-421=0$
$40x+40y+xy-400-21=0$
$40(x+y+10)+xy-21=0$

(1) симметричное уравнение, т.е. пара чисел (a;b) и (b;a) - корни

Ответ: $(-2061;-41)$; $(-83;-87)$; $(-39;1981)$; $(7;3)$; $(-87;-83)$; $(-41;-2061)$; $(3;7)$; $(1981;-39)$

Вариант: 17111

XW 17-89

№3.

$F(x)=x^2+px+q$ имеет ровно 1 вещественной корень

$x=x_0$ - корень

$F(F(F(x)))$ имеет ровно 3 вещественных корня.

$F(F(F(x)))=\cancel{F(F(x^3+px+q))}\cancel{(x^2+p}\ldots=(x^2+px+q)^4+\cancel{2p(x^2+px+q)^3}+$
$+p^2(x^2+px+q)^2+q^2+2p(x^2+px+q)^3+2q(x^2+px+q)+2pq(x^2+px+q)+$
$+p(x^2+px+q)^2+p(x^2+px+q)+pq+q=$
$=(x^2+px+q)^4+2p(x^2+px+q)^3+(p^2+p)(x^2+px+q)+(2pq+2q+p^2)(x^2+$
$+px+q)+pq+q+q^2$

при $p=-q$

№4

$40(-2061+(-41))+2061\cdot41=40(-2102)+84501=-84080+84501=$
$=421$

$40(-83-87)+(-83)(-87)=40\cdot(-170)+7221=\cancel{-4000}^{-1,1900}+7221=421$

$40(-39+1981)+(-39)\cdot1981=40\cdot1942-77259=421$

Вариант: 17111

XJ 17-89

№5.

$E(x;y)=\left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}$

$|ax+y|\le b$; $|ax-y|\ge b$

$\begin{cases} ax+y\le b \\ ax+y\ge -b \\ \left[\begin{array}{l} ax-y\ge b \\ ax+y\le -b \end{array}\right. \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \begin{cases} y\le b-ax \\ y\ge -b-ax \end{cases} (1) \\ \left[\begin{array}{l} y\le ax-b \\ y\le -b-ax \end{array}\right. \end{cases}$

(1) $\begin{cases} y\le b-ax \\ y\ge -b-ax \end{cases}$

I

$-b-ax \quad b-ax \quad y$

$b-ax\ge -b-ax$

$2b\ge 0$

$b\ge 0$

II

$b-ax \quad -b-ax \quad y$

$b-ax< -b-ax$

решений нет

$x^2+y^2=t$, тогда

$E(t)=\left(\frac{20}{21}\right)^{t}$

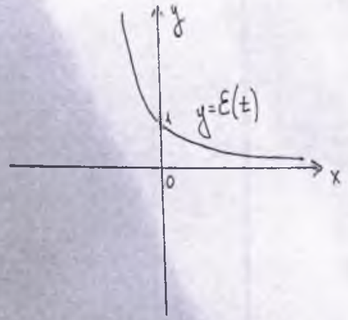
$0<\frac{20}{21}<1$

Значит, $y=E(t)$ убывает на $D(E)$, т.е. на R.

Значение функции $y=E(t)$ будет максимально при минимальном значении аргумента, т.к. $t=x^2+y^2$, то

$x^2+y^2\ge 0$

$x^2+y^2=0$ при $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$



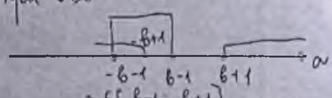
$\max E(x;y) = E(0,0) = 1$

Так, например $E(1;1) = \frac{20}{21}^2 = \frac{400}{441} < 1$

~~Ответ~~ Проверим, удовлетворяет ли (1;1) неравенствам:

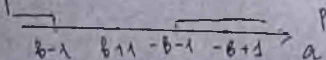
$\begin{cases} |a+1| \le b \\ |a-1| \ge b \end{cases}$ $\begin{cases} \begin{cases} a+1 \le b \\ a+1 \ge -b \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a-1 \ge b \\ a-1 \le -b \end{array} \right. \end{cases}$ $\begin{cases} \begin{cases} a \le b-1 \\ a \ge -b-1 \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} a \ge b+1 \\ a \le -b+1 \end{array} \right. \end{cases}$

при $b \ge 0$



$a \in [-b-1; -b+1]$

при $b < 0$



решений нет.

Ответ: 1.

обл. не найдена

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Мь Fo1	дистанционно с использованием ВКС

№ группы Место проведения

VИ 17-23

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 11061

ФАМИЛИЯ БАЛКОВСКИЙ Т

ИМЯ ТИМОФЕЙ

ОТЧЕСТВО РОМАНОВИЧ

Дата рождения 12.02.2009 **Класс:** 6

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Балковский

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1

Покрытие (листовым материалом) первого кубика - $4 \cdot 6 = 24$, а второго $36 \cdot 6 = 216$. $216 : 24 = 9$ (во столько раз покрытие второго кубика больше покрытия первого) $5 \cdot 9 = 45$ грамм

Ответ второй кубик весит 45 грамм

2

Кол-во лестничных пролетов вычисляется так - кол-во площадок $\cdot 2 - 1$. Возьмем что вышка одна (площадок 1021) Но тогда пролетов $1021 \cdot 2 - 1 = 2041$ Когда добавляется одна вышка - пролетов становится на один меньше. $2041 - 2021 = 20$. Нужно добавить 20 вышек.

$1 + 20 = 21$

Ответ: установлена 21 вышка

4.

Чтобы произведение чисел было 1, это должны быть ~~противоположные~~ числа, обратные к ~~противоположным~~ ~~числам~~ (по типу $\frac{5}{4}$ и $\frac{4}{5}$). Ну а чтобы их сумма была равна нулю также там должны быть ~~пр~~ противоположные числа ($-\frac{5}{4}$ и $-\frac{4}{5}$) Но кол-во чисел нечетно, так что там точно будет это число без противоположного числа. Единственное подходящее число 1. Но тогда их сумма будет равна 1. Приходим к противоречию.

Ответ: нет, не может.

5

~~Во Но нельзя утверждать, допустим, что ср. пр. сн. 1т/2мин. Ведь возможно что он две минуты плавит тонны а потом 2 минуты отдыхает.~~

Нет. Вероятно Разделим 4 часа 30 м на 9 отрезков времени по 30 минут. Вполне возможно что он работает так.

10т 20т 10т 20т 10т 20т 10т 20т 10т (Все эти отрезки по 30 мин)

~~Казалось бы~~ В любой промежуток времени длительностью час он переплавил 30 т. снега, но его ср. производительность $\frac{130т}{4,5ч} = \frac{260т}{9ч} = 28\frac{8}{9}$ т/ч. Так что утверждать что ср. пр. комбайна 30т/ч нельзя.

Ответ нельзя

3

В единице дробям не хватает $\frac{1001}{2021 \cdot 2021 \cdot 2022}$ и $\frac{1001}{2021 \cdot 2022 \cdot 2021}$. Логично, что больше дробь с меньшим знаменателем т.е. правая. Это означает, что к второй дроби нужно прибавить больше чем к первой т.е. первая дробь больше.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 17-23

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $\frac{202120202021}{202120212022} > \frac{202120192020}{202120202021}$ +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

МО 83-44

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Векшин

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 23.09.2004 Класс: 10

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Рассм. i-ю прямую. Все прямые || $y = x$, 2021 ⇒ имеют вид $y = x + k$

$$\begin{cases} y_{1i} = x_1 + k_i \\ y_{2i} = x_2 + k_i \\ y_{1i} = \frac{1}{x_{1i}} \\ y_{2i} = \frac{1}{x_{2i}} \end{cases} \qquad y = \frac{1}{y} + k_i$$

$$y^2 = 1 + k_i y$$

$$y^2 - k_i y - 1 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{k \pm \sqrt{k^2+4}}{2}$$

$$y_1 y_2 = \frac{1}{4}\left(k - \sqrt{k^2+4}\right)\left(k + \sqrt{k^2+4}\right) =$$

$$\frac{1}{4}\left(k^2 - (k^2+4)\right) = \frac{1}{4}\cdot(-4) = -1$$

Соотв. $P_1 P_2 = y_1 x_1 \cdot y_2 x_2 \cdot \ldots \cdot y_N x_n =$

$$(-1)^N = \begin{cases} 1 \text{ при } N : 2 \\ -1 \text{ при } N \not: 2 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} z = 1;\ z = \left(\frac{\pi}{4} + \pi n\right), \text{ при } N : 2 \\ \operatorname{tg} z = -1;\ z = \left(\frac{3}{4}\pi + \pi n\right), \text{ при } N \not: 2 \end{array}\right.$$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$x^2+px+q=0$; $p,q=2n+1$; $n\in\mathbb{Z}$

$p=2n+1$

$q=2m+1$

$x^2+(2n+1)x+2m+1=0$

Найдём корни ур-я:

$$x_{1,2}=\frac{-2n-1\pm\sqrt{(2n+1)^2+4(2m+1)}}{2}$$

$D=(2n+1)^2-4(2m+1)=$

$\cancel{4m}\ 4n^2+4n+1-8m-4=$

$4(2n^2+n-2m)-3$

чтоб корни были целыми, надо, чтоб $D=h^2$; $h\in\mathbb{N}_0$

$(2n+1)^2-4(2m+1)=h^2$

$(2n+1)^2-h^2=4(2m+1)$

$(2n+1-h)(2n+1+h)=4(2m+1)$

$(p-h)(p+h)=4q \Rightarrow h$ - нечётное (чтоб $p-h\ \vdots\ 2$, $p+h\ \vdots\ 2 \Rightarrow (p-h)(p+h)\ \vdots\ 4$)

$\cancel{p-h\ \vdots\ 4}$

Заметим, что $(p-h)(p+h)$ кратно 8: $\begin{cases}p-h=a\\ p+h=a+2h\end{cases}$

1. Оба числа $(p-h)$ и $(p+h)$ - чётные.

$h\not\vdots\ 2 \Rightarrow$ либо a, либо $a+2h\ \vdots\ 4$, т.к каждое второе чётное число кратно 4.

$(p-h)(p+h)\ \vdots\ 8 \Rightarrow q\ \vdots\ 2$ ✗

$(p-h)(p+h)=8c$, $c\in\mathbb{N}$

$=4q$

$q=2c$ ✗ q-не чёт

Ответ: не может.

+

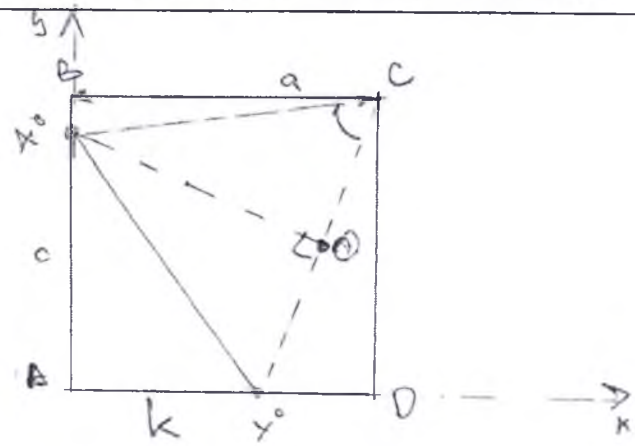
Лист 2 из 9

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$AY = k$

$AX = c$



$k^2 + c^2$

$$k + c + \sqrt{k^2+c^2} = 2a$$

$$\sqrt{k^2+c^2} = (2a - k - c)$$

$$k^2 + c^2 = 4a^2 - 4a(k+c) + (k+c)^2$$

$$\cancel{k^2+c^2} = 4a^2 - 4a(k+c) + 2kc + \cancel{k^2+c^2}$$

$$4a^2 = 4a(k+c) - 2kc$$

$$2a^2 = 2ak + 2ac - kc$$

$$a = k + c - \frac{kc}{2a} = k + c\left(1 - \frac{k}{2a}\right)$$

$$c = \frac{a-k}{1 - \frac{k}{2a}}$$

Введём систему координат.

$A = (0;0)$; $Y° = (k, 0)$; $X° = (0;c)$

$C = (a;a)$

Найдём (CY)

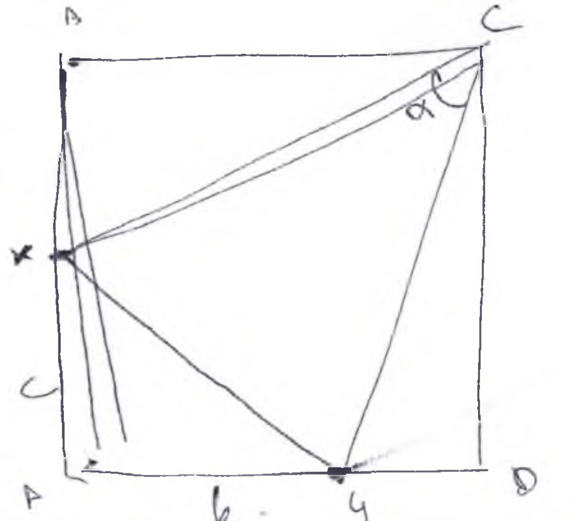
$$(CY): \frac{a-x}{a-k} = \frac{a-y}{a}$$

$$a^2 - ax = \cancel{a^2 - a(k+y)} + k = a^2 - ya - ka + ky$$

№3.

Запишем теорему косинусов

$c = \frac{a-k}{1-\frac{k}{2a}} = \frac{2a(a-k)}{2a-k}$



$\gamma = \sqrt{((a-c)^2+a^2)((a-k)^2+a^4)}$

$xy^2 = xc^2 + cy^2 - 2\,xc\cdot cy\cdot\cos\alpha$

применим т. Пифагора:

$c^2+k^2 = (a-c)^2+a^2+(a-k)^2+a^2 -$

$2\sqrt{((a-c)^2+a^2)((a-k)^2+a^2)}\cdot\cos\alpha$

$\cancel{c^2}+\cancel{k^2} = a^2-2ac+\cancel{c^2}+a^2-2ka+\cancel{k^2}+2a^2 -$

$2\gamma\cos\alpha$

$2a(k+c) = 4a^2 - 2\gamma\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{2a^2-a(k+c)}{\gamma}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Найдём γ.

$$\gamma = \sqrt{\left((a-c)^2+a^2\right)\left((a-k)^2+a^2\right)}$$

$$\left((a-c)^2+a^2\right) = a^2-2ac+c^2+a^2 =$$

$$2a^2-2ac+c^2 =$$

$$= 2a^2 - \frac{4a^2(a-k)}{2a-k} + \frac{4a^2(a-k)^2}{(2a-k)^2} =$$

$$= 2a^2 + \frac{4a^2(a-k)^2 - 4a^2(a-k)(2a-k)}{(2a-k)^2} =$$

$$2a^2 + \frac{4a^2(a-k)(-a)}{(2a-k)^2} = 2a^2 - \frac{4a^3(a-k)}{(2a-k)^2} =$$

$$= \frac{2a^2(4a^2-4ak+k^2) - 4a^3(a-k)}{(2a-k)^2} =$$

$$= \frac{8a^4 - 8a^3k + 2a^2k^2 - 4a^4 + 4a^3k}{(2a-k)^2} =$$

$$\frac{4a^4 - 4a^3k + 2a^2k^2}{(2a-k)^2}$$

$$(a-k)$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$$\left((a-c)^2+a^2\right) = \left(\frac{4a^4-4a^3k+2a^2k^2}{(2a-k)^2}\right) =$$

$$\gamma^2 = \frac{\left(4a^3(a-k)+2a^2k^2\right)\left((a-k)^2+a^2\right)}{(2a-k)^2} =$$

$$= \frac{\left(4a^3(a-k)+2a^2k^2\right)\left(2a(a-k)+k^2\right)}{(2a-k)^2} =$$

$$= \frac{2a^2\left(2a(a-k)+ak^2\right)^2}{(2a-k)^2}$$

тогда:

$$\gamma = \frac{\sqrt{2}a\left(2a(a-k)+k^2\right)}{(2a-k)}$$. подст. в ответ

$$k+c = \frac{k(2a-k)+2a(a-k)}{2a-k}$$

$$\cos\alpha = \frac{2a^2-a(k+c)}{\gamma}$$

$$k+c = \frac{\cancel{2ak}-k^2+2a^2-\cancel{k\cdot 2a}}{2a-k} = \frac{2a^2-k^2}{2a-k}$$

$$\cos\alpha = \frac{2a^2-\frac{2a^3-ak^2}{2a-k}}{\gamma} = \frac{4a^3-2a^2k-2a^3+ak^2}{\gamma(2a-k)}$$

$$= \frac{2a^3-2a^2k+ak^2}{\gamma(2a-k)}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\sqrt{3}$

$$\cos\alpha = \frac{2a^3 - 2a^2k + ak^2}{\sqrt{2}a\left(2a^2 - 2ak + k^2\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

тогда $\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{2}$

+

не рациональный способ решения.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

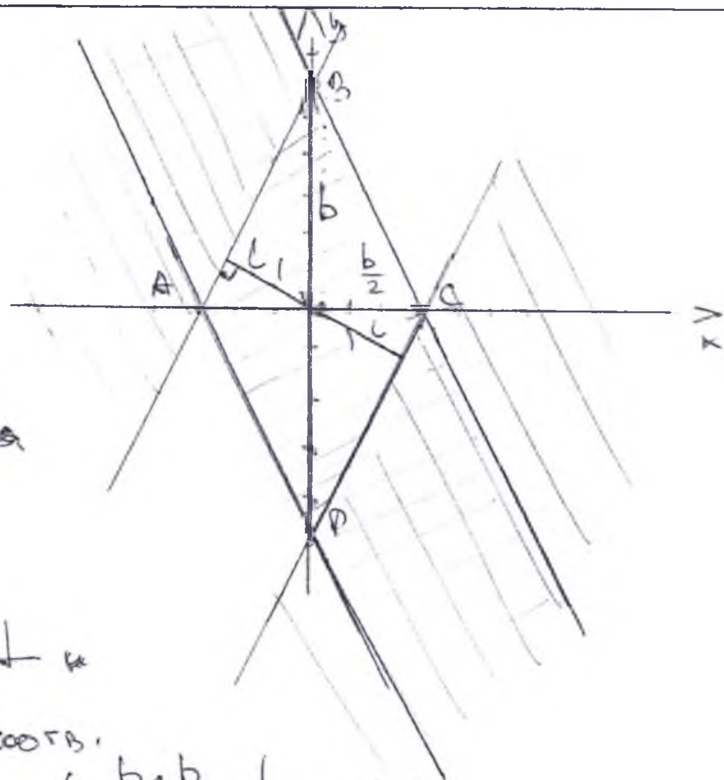
Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Область, задаваемая неравенствами, показана на графике:



Ищем $\min f = x^2 + y^2$ – минимальное – квадрат расстояния от точки $(0, 0)$ до требуемой области.

Мин. расстояние – $\perp$ к прямым (AB) и (CD) соотв.

$S_{ABCD} = 4 S_{\triangle OBC} = 4 \cdot b \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{2} = b^2$

$S_{ABCD} = CD \cdot 2l$

$CD = \sqrt{\frac{b^2}{4} + b^2}$ по Т. Пифагора

$\sqrt{\frac{5}{4}} \cdot b \cdot 2l = b^2$ $\quad S_{ABCD} = b^2 = b \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} \cdot 2 \cdot l$

$b = \sqrt{5}\, l$

$l = \frac{b}{\sqrt{5}}$ $\quad l = \frac{b}{\sqrt{5}}$

Ответ: $\min f = \left(\frac{b}{\sqrt{5}}\right)^2$

$\pm$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$\frac{101n+25}{57n+14}$$ при каких n можно сократить?

если сократится такая дробь, то должна сократиться и такая:

$$\frac{101n+25-57n-14}{57n+14}=\frac{44n+11}{57n+14}=\frac{11(4n+1)}{57n+14}$$

т.к. $\frac{kq}{kp}=\frac{q}{p} \Leftrightarrow \frac{kq-kp}{kp}=\frac{k(q-p)}{kp}=\frac{(q-p)}{p}$

сокр. на одно и то же число k.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F03	Дистанционно с использованиЕМ ВКС
№ группы	Место проведения

IV 79-67

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ ВЕСЕЛОВА

ИМЯ АЛЕКСАНДРА

ОТЧЕСТВО АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 06.09.2009 Класс: 5

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Веселова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

$\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

$1\frac{10001}{20212020} < 1\frac{10001}{20202020}$

(+)

$20212020 > 20202019$

Т.к. зноминатель одной дроби больше другого, а числители равны, значит больше та дробь, у которой зноменатель меньше.

№2.

Дано:
кубик $2\times2\times2$ – 2гр. краски
Найти:
кубик $6\times6\times6$ – ?гр. краски

S одной грани $2\times2\times2$ кубика $= 2\times2 = 4 (см^2)$
граней $6 \Rightarrow S_1 = 4\cdot6 = 24 (см^2)$
площадь кубика $2\times2\times2$

(+)

S одной грани $6\times6\times6$ кубика $= 6\times6 = 36 (см^2)$
граней кубика – 6
$S_2 = 6\cdot36 = 216 (см^2)$ площадь кубика $6\times6\times6$
$S_2 : S_1 = 216 : 36 = 9$ (раз) – в 9 раз потребуется краски больше на кубик $6\times6\times6$, чем на кубик $2\times2\times2$
Т.к. на S_1 ушло 2 гр краски $\Rightarrow S_2$ уйдут $2\times9 = 18$ (гр) краски
Ответ. 18 граммов краски

№5.

Если произведение равно 1, значит множителей равных -1 - чётное число, и множителей равных 1 - чётное число. Сумма будет равна 0, если складываем -1 и 1, т.е. должно быть равное чётное количество слагаемых, т.к. число 2021 - нечётное, т.е. не делится поровну на 1 и -1, что противоречит условию. Сумма не получится равной - 0.

Ответ. Нет, не может

№3.

Дано:
2021 - площадок
2102 - лесенок

Найти:
вышек - ?

На каждой вышке ровно на 1 лесенку больше, чем площадок (по условию задачи), следовательно 2102 - 2021 = 81 (шт.) лесенок больше, чем площадок.
Получаем, что вышек 81 шт.

Ответ. 81 вышка в N городе.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ IV 79-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Дано:

1 час = 60 мин

60 мин. – 3 кг варенья

полтора часа = 90 мин.

Найти:

средняя продолжительность – 3 кг/ч

90 мин = 7 дней недели ?

60 мин = 3 кг варенья

60 мин = 3 кг

30 мин = $1\frac{1}{2}$ кг

90 мин = $4\frac{1}{2}$ кг варенья всего съел

Составим пропорцию:

$4\frac{1}{2}$ кг – 90 мин

x кг – 60 мин.

верно ли?

$4\frac{1}{2} \cdot 60 = 90x$

$x = 4\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{90} = \frac{\cancel{9}^{3} \cdot \cancel{60}^{2} \cdot 1}{\cancel{2}_{1} \cdot \cancel{90}_{1}} = \frac{3}{1} = 3$ (кг/ч)

ч.т.д.

Ответ. Можно

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

комната № 3	Онлайн
№ группы	Место проведения

VII 17-48

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Виноградова

ИМЯ Милана

ОТЧЕСТВО Максимовна

Дата рождения 24.01.2008

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

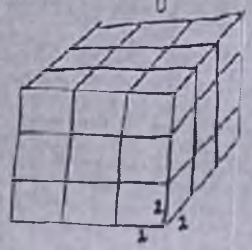
Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1) · подсчитаем сколько кубиков $2 \times 2 \times 2$ входит в большой куб



первый ряд - 9
второй ряд - 9
третий ряд - 9

−

· $9 \cdot 3 = 27$ маленьких кубиков
· каждый кубик 5 грамм
$27 \cdot 5 = 135$ (г)

Ответ: куб $6 \times 6 \times 6$ весит 135 грамм.

2) · подсчитаем количество лестничных пролётов на одной вышке

n - площадки наблюдения

лестничные пролёты - $(n \cdot 2) - 1$

(от каждой площадки по 2 пролёта вниз, кроме последней)

· подсчитаем количество лестничных пролётов на всех вышках.

$(n \cdot 2)$ - количество вышек (по - 1 за каждую)

· пл - 1021
пр. - $(1021 \cdot 2)$ - кол-во в. = 2021

$(2021 \cdot 2) -$ вышки $= 2021$

$2042 -$ вышки $= 2021$

вышки $= 21$

+

Ответ: в заповеднике установлена 21 вышка

4) · если их произведение равно 1, то это числа −1 и 1.

· пусть мы смогли получить ноль

· тогда −1 и 1 было поровну, но

$2021 / 2$

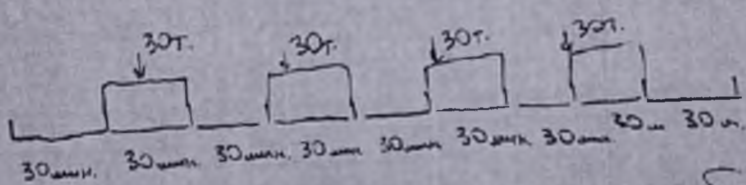
+

Противоречие

значит нельзя получить 0

Ответ: нет.

5) мой ответ НЕТ, и я приведу пример.



· в указанные промежутки комбинат будет плавить по 30 т.

· среднее производительность:

$$\frac{120\text{ т.}}{4,5\text{ ч.}} \approx \frac{26,7\text{ т.}}{1\text{ ч.}} \neq \frac{30\text{ т.}}{1\text{ ч.}}$$

+

Ответ: нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! VII 17-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3) вычтем из единицы оба дроби

$1 - \frac{202120202021}{202120212022}$ $1 - \frac{202120192020}{202120202021}$

$\frac{10001}{202120212022} < \frac{1001}{202120202021}$

если при вычитании получилась дробь больше то число меньше

+

Ответ: $\frac{202120202021}{202120212022} > \frac{202120192020}{202120202021}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

МО 76-11

Шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Волкова

ИМЯ Юлия

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 16.01.2004 Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

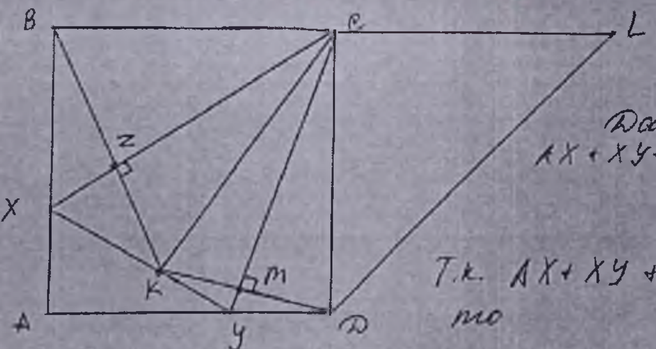
Подпись участника олимпиады: Волк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 $x^2+px+q=0$ p – целое нечетное, q – целое нечетное
Требуется узнать, имеет ли данное уравнение целые корни. Пусть x_1 – целое, x_2 – целое.
По теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = q$; $x_1+x_2=-p$.
Если q – целое нечетное, то x_1 и x_2 должны быть оба целыми нечетными, иначе их произведение будет четным, а q – нечетное.
Если x_1 и x_2 – целые нечетные, то их сумма тоже целая, но четная, так как сумма двух нечетных чисел является четной, но $-p$ по условию – целое нечетное – противоречие.
Следовательно x_1 и x_2 не могут быть целыми, т.к. не выполняется теорема Виета, значит она может выполняться только с вещественными x_1 и x_2. => уравнение не может иметь целые корни.
Ответ: уравнение не может иметь целые корни.

+

~~№2~~. №3.



Дано:
$AX+XY+AY=2AB$.

Т.к. $AX+XY+AY=2AB$, то

Достроим точку K так, что $KX=BX$, $KY=DY$.
Пусть $\angle AXY=2\alpha$, тогда $\angle XYA=90-2\alpha$. Значит $\angle BXK=180-2\alpha$, а $\angle XBK=\angle XKB$ (т.к. $\triangle BXK$ – равнобедренный) $=(180-180+2\alpha):2=\alpha$.
$\angle KYD=180-90+2\alpha=90+2\alpha$ $\angle YKD=\angle YDK=(180-90-2\alpha):2=$
$=45-\alpha$.
Значит $\angle DKY+\angle XKB=\alpha+45-\alpha=45°$.
Значит $\angle BKD=180°-45°=135°$.
Достроим нашу фигуру так, что четырехугольник $BKDL$ будет вписанным.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики».

Вариант: 17101

Шифр, не заполнять: МО; 6-11

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3 продолжение.

Для этого $\angle DLB = 45^\circ$. (т.к. противоп. углы в сумме дают 180°).

Значит $DC = CL$ (т.к. $\triangle LCD$ - прямоуг. равнобедренный) $DC = CL = BC$. аналогично.

C - центр окружности CK так же является радиусом. Значит:

Серединные перпендикуляры ~~xc и yc к про~~ из точек X и Y к BK и KD пересекутся в точке C, также они являются биссектрисами углов $\angle BXK$ и $\angle KYD$.

$\angle mYD = \angle mYK = \frac{\angle KYD}{2} = \frac{90+2\alpha}{2} = 45+\alpha$.

$\Rightarrow \angle YCD = 90-45-\alpha = 45-\alpha$.

$\angle ZXB = \frac{\angle BXK}{2} = \frac{180-2\alpha}{2} = 90-\alpha$.

$\angle ZCB = \angle XCB = 90-90+\alpha = \alpha$.

$\angle XCY = 90 - \angle YCD - \angle XCB = \cancel{90-90} = 90-45+\alpha-\alpha = 45^\circ$

$\sin\angle XCY + \cos\angle XCY = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{2}$.

(-1-)

N5 Свойство НОД НОД $(a;b) =$ НОД $(a-b; b)$.

НОД$(57n+14; 101n+25) =$ НОД $(44n+11; 57n+14)$.

НОД $(44n+11; 57n+14) =$ НОД $(13n+3; 44n+11)$.

НОД $(13n+3; 44n+11) =$ НОД $(31n+8; 13n+3)$

НОД $(31n+8; 13n+3) =$ НОД $(18n+5; 13n+3)$

НОД $(13n+3; 18n+5) =$ НОД $(5n+2; 13n+3)$.

НОД $(5n+2; 13n+3) =$ НОД $(8n+1; 5n+2)$

НОД $(5n+2; 8n+1) =$ НОД $(3n-1; 5n+2)$

НОД $(3n-1; 2n+3) =$ НОД $(n-4; 2n+3)$

НОД $(n-4; 2n+3) =$ НОД $(n+7; n-4)$

НОД $(n+7; n-4) =$ НОД $(n-4; 11)$.

$n-4 = 11k$.

$n = 11k+4$. Значит при $n = 11k+4$ дробь можно сократить.

(~~НОД~~ Если у 2ух чисел есть НОД, (и у числ. и у знаменателя), значит дробь сократима, поэтому использовалось НОД для решения задачи). Ответ: при $n = 11k+4$

(+)

Лист 02 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! МО 76-11

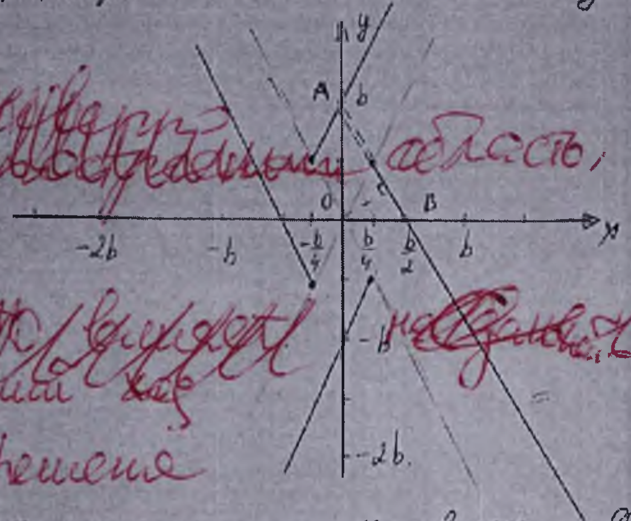
ВНИМАНИЕ! Проверьте только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4. $f(x,y) = x^2 + y^2$

$|2x+y| < b$, $|2x-y| \geq b$.

$x^2 + y^2 = R^2$ – уравнение окружности. центр в точке $(0;0)$.

$|R|$ стремится к минимальному значению.



$|2x+y| = b$

1) $2x+y = b$ $2x+y \geq 0$

2) $-2x-y = b$ $2x+y < 0$

1) $y = b - 2x$ $y \geq -2x$

2) $y = -b - 2x$ $y < -2x$

$|2x-y| = b$

1) $2x - y = b$ $2x - y \geq 0$

2) $-2x + y = b$ $2x - y < 0$.

1) $y = 2x - b$ $y \leq 2x$

2) $y = b + 2x$ $y > 2x$.

~~неверная область~~

~~не будет~~ ~~решения~~ не видим

решения

Наименьшее значение – высота в прямоуг. треугольнике AOB.

$AB^2 = AO^2 + OB^2$ $AB^2 = b^2 + \frac{b^2}{4} = \frac{5b^2}{4}$ $AB = \frac{b\sqrt{5}}{2}$.

$h = \frac{ab}{c}$. $h = \frac{b \cdot \frac{b}{2} \cdot 2}{b\sqrt{5}} = \frac{b^2}{b\sqrt{5}} = \frac{b}{\sqrt{5}}$ – наименьшее значение функции $f(x,y) = x^2 + y^2$.

Ответ: $\frac{b}{\sqrt{5}}$. в кв-т надо возвести

№1. ~~график $y = \frac{1}{x}$ – гипербола.~~ прямые имеют один и тот же коэф (угловой), т.к. параллельны.

2 точки находятся так, что одна на одной части гиперболы, а другая на другой.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

IV 88-99

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ ГАГАРИНСКИЙ

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Александровиу

Дата рождения 18.07.2010 **Класс:** 5

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 03 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Га

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Для сравнения дробей выделим у них целую часть:

$$\frac{20222021}{20212020} = 1\frac{10001}{20212020}$$

$$\frac{20212020}{20202019} = 1\frac{10001}{20202019}$$

Целую часть (единицу) при сравнении можно отбросить.

+

Из дробей с одинаковым числителем больше та, у которой меньше знаменатель:

$\frac{10001}{20212020} < \frac{10001}{20202019}$, значит $\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

Задача 2.

Окрашиваются все 6 граней кубика.

Площадь поверхности маленького кубика:

$S_{м.к.} = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24 см^2$, на его окрашивание ушло 2 г краски, значит, 1 г краски расходуется на $12 см^2$.

Площадь поверхности большого кубика:

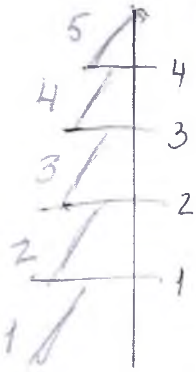
$S_{б.к.} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 см^2$

$216 : 12 = 18$ (г) краски пойдет на его окрашивание.

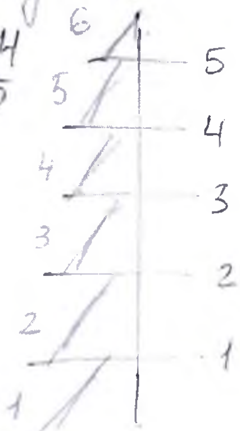
Ответ: 18 грамм.

+

Задача 3.



площадок-4
лесенок-5

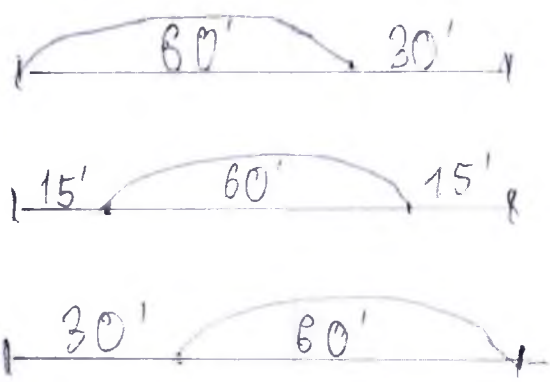


площадок -5
лесенок - 6

На каждой вышке количество площадок на одну меньше количества лесенок, поэтому в городе N таких вышек
2102 − 2021 = 81
Ответ: 81 вышка.

+

Задача 4.



На каждом отрезке в 1 час Пончик съест 3 кг варенья. Если в какую-то минуту он не ест варенье, то ровно на 60-ю минуту точно ест. Количество минут в 1,5 часах 90 - чётное.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Поэтому можно утверждать, что средняя прожорливость Пончика составляет 3кг варенья в час.

Ответ: да.

вывод не обоснован

∓

Задача 5.

Если произведение целых чисел равно 1, т.е. это +1 или −1. При этом кол-во −1 чётно, сумма +1 и −1 даёт 0, но общее количество целых чисел 2021 - нечетно. Поэтому их сумма не может быть равной нулю.

Ответ: нет.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М8Ф01	Заочный Поток
№ группы	Место проведения

W150-89

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Газизуллин

ИМЯ Рамиль

ОТЧЕСТВО Рустемович

Дата рождения 18.12.2006

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 21.03.21
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. 330 минут = 6,5 ч

—

Т.к. если брать любой час, то расстояние будет равно 900 км, то возьмём первые 6 часов + последние 6 часов, + (30 мин начала и 30 минут конца) = 13 часов; S за этот промежуток времени равно 13 часов · 900 $\frac{км}{ч}$ = 11700 км

А т.к. мы взяли все участки времени дважды, то самолёт за 330 минут прошел 5850 км => $v_{ср} = \frac{5850 км}{6,5 ч} = 900 \frac{км}{ч}$

Ответ: да, можно $v_{ср} = 900 \frac{км}{ч}$

2. Т.к. половина городов связана с сёлами, то другая половина связана с городами =>

+

Для каждой дороги город-город должно быть 2 дороги город-село =>

Рассмотрим все случаи (1г-г, 2г-г, 3г-г ...):

1г-г

г г г с с с с
| | | | | | |
г с с с с с с

такое возможно это случай а)

2г-г

г г г г г г с
| | | | | | |
г г с с с с с

такое также возможно это случай б)

3г-г

г г г г г г г
| | | | | | |
г г г с с с с

в этом случае у нас 3г-г и нам надо 6 г-с, а т.к. соединений у нас всего 7, то такое невозможно, а значит, т.к. чем больше г-г, то больше г-с смысла рассматривать дальше нету.

В случае а) 4 города, 10 сёл, 2 город-село;

б) 8 городов, 6 сёл, 4 город-село.

После смены маршрутов у нас на 1 с-с должно быть 2 г-с, а т.к. половины количества сёл в обоих случаях нечётны, то и получить мы также как и с городами не сможем, ведь ситуация с сёлами аналогична ситуации с городами.

Ответ: А) 4 города, 10 сёл, 2 г-с или 8 городов, 6 сёл, 4 г-с; Б) нельзя

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. Пусть v_1 = скорость работы 1 бригады, v_2 = скорость работы 2 бригады, v_3 = скорость работы 3 бригады, тогда составим систему уравнений:

$v_1 \cdot 1м + v_3 \cdot 1м = 15км$

$v_1 \cdot \cancel{1м} + v_2 \cdot \cancel{1м} + v_3 \cdot \cancel{1м} = 2(v_1 \cdot \cancel{1м} + v_2 \cdot \cancel{1м})$

Пусть x = неизвестная длина участка трубы, тогда

$\frac{x}{v_2+v_3} \cdot 4 = \frac{x}{v_2} \Rightarrow v_2+v_3 = 4v_2 \Rightarrow v_3 = 3v_2$

$v_1+v_3 = 15\frac{км}{м} \Rightarrow v_1 + 3v_2 = 15\frac{км}{м} \Rightarrow v_1 = 15\frac{км}{м} - 3v_2$

$v_1+v_2+v_3 = 2v_1+2v_2 \Rightarrow v_3 = v_1+v_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3v_2 = 15\frac{км}{м} - 3v_2 + v_2$

$5v_2 = 15\frac{км}{м}$

$v_2 = 3\frac{км}{м}$

$v_3 = 9\frac{км}{м}$

$v_1 = 6\frac{км}{м} \Rightarrow S_3 = v_3 \cdot 1м = 9км$

Ответ: 3 бригада за месяц проложит S = 9км трубы.

4. Т.к. произведение N чисел равно 1 и числа целые, то эти числа равны либо 1, либо −1 ⇒

Среди данных N чисел чётное кол-во −1, а ост. это 1

Т.к. $1^{21} = 1$ и $-1^{21} = -1$, то сумма N чисел должна быть равна 0 а значит для каждой −1 должна быть единица, а т.к. кол-во −1 чётно, то и кол-во единиц чётно, а значит всего чисел чётное дважды ⇒ $N \vdots 4$

При других N это невозможно, т.к. если |сумма 1| > |сумма −1|, то сумма > 0, иначе |сумма 1| < |сумма −1|, то сумма < 0

Ответ: при $N \vdots 4$ (N кратные 4)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ М1 50-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Пусть l = длина 1 поезда, $2l$ = длина 2 поезда, $3l$ = длина 3 поезда, v_1 = скорость 1 поезда, v_2 = скорость 2 поезда, v_3 = скорость 3 поезда, тогда составим уравнения:

$$\begin{cases} \frac{3l}{v_2-v_1} = 126c. \Rightarrow l = 42c(v_2-v_1) \Rightarrow v_2 = \frac{l+42v_1}{42} \\ \frac{5l}{v_2+v_3} = 30c \Rightarrow l = 6(v_2+v_3) \Rightarrow v_2 = \frac{l-6v_3}{6} \\ \frac{l}{v_3+v_1} - ? \end{cases}$$

+

$$\frac{l+42v_1}{\cancel{42}\,7} = \frac{l-6v_3}{\cancel{6}}$$

$$l+42v_1 = 7l-42v_3$$

$$42(v_1+v_3) = 6l$$

$$\frac{l}{v_3+v_1} = 7c$$

Ответ: $\frac{l}{v_3+v_1} = 7c$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

10	НИУ МЭИ
№ группы	Место проведения

W1 50-78

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Галлаутдин

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 21.12.2005 Класс: 8

Предмет математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

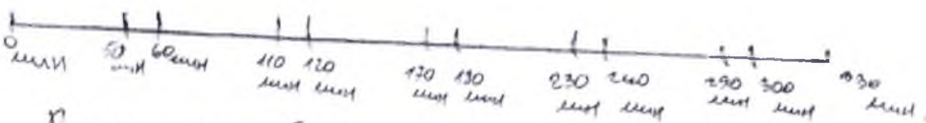
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Докажем от противного:

Предположим что можно, тогда $V_{ср}$ всегда будет равна 900км/час или $\frac{900км}{60мин} = 15км/мин$.

Разобьём весь путь на участки:



Пусть на больших участках скорость будет 8 км/мин, а на маленьких 50км/мин. На этой „раскраске" в любом отрезке длиной по времени в 1 час всегда будет 50 минут „большого участка" и 10 минут „маленького" расстояние пройденное за эти времена будет:

(1) $50мин \cdot 8км/мин + 10мин \cdot 50км/мин = 400км + 500км = 900км$, но средняя скорость будет:

~~900~~ $(1) \cdot 5 + 30мин \cdot 8км/мин = 900км \cdot 5 + 240км = 4740км$

$V_{ср} = \frac{4740км}{330мин} = \frac{158}{11} км/мин < 15км/мин$.

Противоречие => нет.

Ответ: нет, нельзя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17031 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

А) Понятно что количество городов должно делиться на 4, т.к иначе мы не сможем „разделить" нацело кол-во городов первый раз при сравнении „половинок" и второй раз, когда мы делим половину городов на пары. (1)

Пусть кол-во городов равно „4k" где $k \in \mathbb{N}$, начинаем перебирать k, при $k=1$ городов: 4, сёл 10, маршрутов село-город 2, пример:

1. Г Г Г С С С С
| | | | | | |
С С Г С С С С

При $k=2$:

2. Г Г Г Г Г Г С
| | | | | | |
С С С С С Г Г

городов – 8, сёл – 6; маршрутов село-город 4.

Б) Условие для существования в пункте „Б", аналогично условию в п(1): чтобы мы могли разделить села „пополам", а после ещё на пары, кол-во сёл должно ⋮ 4, а такого не происходило ни в первом, ни во втором случае.

Следовательно: ответ – нет.

Ответ: А) 1) 8 городов, 6 сёл, 4 маршрута
2) 4 города, 10 сёл, 2 маршрута.

Б) Нет, нельзя

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ W1 50-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть I-ая бригада работает со скоростью a км/мес, II-ая b км/мес, III-я c км/мес, $t = 1$ мес, тогда:

$$\begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ (a+b+c)t = (a+b)t\cdot 2 \;/ :t \\ b+c = 4b\end{cases} \quad \begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ (a+b+c) = 2a+2b \\ c = 3b\end{cases} \quad \begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ c = a+b \\ c = 3b\end{cases} \quad \begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ a = 2b \\ c = 3b\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ b = \frac{a}{2} \\ b = \frac{c}{3}\end{cases} \quad \begin{cases}(a+c)t = 15\text{км} \\ b = \frac{c}{3} \\ a = \frac{2c}{3}\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{5c}{3}t = 15\text{км} \\ b = \frac{c}{3} \\ a = \frac{2c}{3}\end{cases} \quad \begin{cases}ct = 9\text{км} \\ b = \frac{c}{3} \\ a = \frac{2c}{3}\end{cases}$$

(+)

Ответ: 9 км за 1 месяц III бригада.

№4

Все числа это „1" или „-1", т.к они $\in \mathbb{Z}$ и произведение их равно 1, иначе произведение не было бы равно 1.

(1) Кол-во „-1" - чётное - иначе бы произведение было бы отрицательным, а это не так, пусть их $2k$ где $k \in \mathbb{Z}_+$.

(2) Сумма 21-ых степеней их на что не влияет т.к:

$1^{21} = 1$ $(-1)^{21} = -1$.

(3) из п(1) и п(2) следует что чтобы сумма была равна „0" кол-во „-1" должно быть равно кол-ву „1". => единиц тоже $2k$, доказательство; пусть единиц x, тогда:

$2k(-1) + x = 0$ $\;-2k + x = 0$ откуда $x = 2k$. следовательно всего чисел $4k$. $= 2k+2k$. следовательно сумма может быть равна „0" при $N \vdots 4$. Иначе условия (1) и (3) не будут выполняться.

(+)

Пример:

$-1; -1; 1; 1$ $\quad (-1)(-1)(1)\cdot 1 = 1$

$(-1)^{21} + (-1)^{21} + 1^{21} + 1^{21} = -1 + (-1) + 1 + 1 = 0$.

Ответ: при $N \vdots 4$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть l - длина I-го поезда, тогда II-го $2l$ и III-го $3l$, скорость первого V_1, второго V_2, третьего V_3.

По условию:

$$\frac{3l}{V_2-V_1} = 126\text{ сек} \quad (1) \qquad \text{и} \qquad \frac{5l}{V_3+V_2} = 30\text{ сек} \quad (2)$$

; нам нужно найти $\frac{4l}{V_1+V_3}$ (3)

(4) из п(2): $\frac{l}{V_2+V_3} = 6\text{ сек}$ $\quad l = 6\text{ сек}(V_2+V_3) = V_2 \cdot 6c + V_3 \cdot 6c.$

(5) из п(1): $3l = 126c \cdot V_2 - 126c \cdot V_1$

$126V_1 = 126c \cdot V_2 - 3l$

$V_1 = \frac{126c \cdot V_2 - 3l}{126c}$

Подставляя значения из п(4) и п(5) в п(3), получаем:

$$\frac{4l}{V_1+V_3} = \frac{4 \cdot 126 l}{126V_2 - 3l + V_3 \cdot 126} = \frac{4 \cdot 126 l}{126V_2 + 126V_3 - 18V_2 - 18V_3} = \frac{4 \cdot 126 l}{108(V_2+V_3)} = \frac{14l}{3(V_2+V_3)} =$$

$$= \frac{14}{3} \cdot \frac{l}{V_2+V_3} = \frac{14}{3} \cdot 6c = 14 \cdot 2c = 28c.$$

Ответ: за 28 секунд.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01	НИУ МЭИ
№ группы	Место проведения

W1 50-74

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Дони

ИМЯ Полина

ОТЧЕСТВО Анатольевна

Дата рождения 20.06.2006 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.21
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дон

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WL 50-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

пусть V_1 – производительность I бригада, V_2 – производительность II бригады, V_3 – производительность III бригады, тогда

$$\begin{cases} (V_1+V_3)\cdot 1 = 15 & (1) \\ (V_1+V_2+V_3) = 2(V_1+V_2) & (2) \\ (V_2+V_3)\cancel{t} = 4(V_2)\cancel{t} & (3) \end{cases}$$

Из (3) $\Rightarrow (V_2+V_3)\cancel{t} = 4V_2\cancel{t}$

$V_2+V_3 = 4V_2$

$\boxed{V_3 = 3V_2}$

Из (2) $\Rightarrow V_1+V_2+V_3 = 2V_1+2V_2 \quad | -V_1-V_2$

$\boxed{V_3 = V_1+V_2}$

$\left.\begin{matrix} V_3 = 3V_2 \\ V_3 = V_1+V_2 \end{matrix}\right| \Rightarrow 3V_2 = V_1+V_2$

$\boxed{2V_2 = V_1}$

(+)

тогда $(V_1+V_3)\,1 = 15 \Leftrightarrow (2V_2+3V_2)\,1 = 15$

$5V_2 = 15$

$V_2 = 3\ \frac{км}{мес}$

$V_3 = 3V_2 = 3\cdot 3$ км/мес $= 9$ км/мес

Значит за месяц III бригада может проложить $V_3\cdot t = 9$ км/мес $\cdot$ 1 мес $= 9$ км трубы.

Ответ: в месяц III бригада может проложить 9 км трубы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 пусть v_1 - скорость I поезда, v_2 - скорость II поезда, v_3 - скорость III поезда, l_1 - длина I поезда, l_2 - длина II поезда, l_3 - длина III.

I поезд ⟶ $v_1 < v_2$

II поезд ⟶ $l_2 = 2l_1$

III поезд ⟵ $l_3 = 3l_1$

по условию III поезд проходит мимо II за 30 секунд, значит

$$\frac{l_2+l_3}{v_2+v_3} = 30$$

$$\frac{5l_1}{v_2+v_3} = 30$$

$$l_1 = 6(v_2+v_3)$$

по условию II поезд проходит мимо I за 2 минуты 6 секунд

значит $\frac{l_1+l_2}{v_2-v_1} = 126$ 2 минуты = 120 секунд

$$\frac{3l_1}{v_2-v_1} = 126$$

$$3l_1 = 126(v_2-v_1)$$

$$l_1 = 42(v_2-v_1) \Rightarrow \cancel{v_2-v_1 = \frac{l_1}{42}}$$

приравняем выражение $l_1 = 6(v_2+v_3)$ и $l_1 = 42(v_2-v_1)$

$$6(v_2+v_3) = 42(v_2-v_1)$$

$$v_2+v_3 = 7v_2 - 7v_1$$

$$\boxed{v_3 = 6v_2 - 7v_1}$$

нам надо найти за какое время III поезд пройдет мимо I, т.е.

$$\frac{l_1+l_3}{v_1+v_3} = \frac{4l_1}{v_1+6v_2-7v_1} = \frac{4l_1}{6v_2-6v_1} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}l_1}{\underset{3}{\cancel{6}}(v_2-v_1)} = \frac{2l_1}{3(v_2-v_1)}$$

$$l_1 = 42(v_2-v_1) \Rightarrow v_2-v_1 = \frac{l_1}{42},$$

$$\frac{2l_1}{3\cdot\frac{l_1}{42}} = \frac{2l_1}{\frac{3l_1}{42}} = \frac{2l_1\cdot 14}{l_1} = 28 \text{ секунд}$$

+

Ответ: III поезд пройдет мимо I за 28 секунд.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Пусть x – количество городов, соединённых с сёлами, тогда x – сёл, соединённых с городами, количество городов, соединённых с сёлами, равно половине, т.о. $\frac{1}{2}$ от общего числа городов ⇒ x – количество городов, связанных с городами.

Тогда количество сёл, связанных с сёлами равно $14 - x - x - x = 14 - 3x$

т.е. таких пар $\frac{14-3x}{2} \geq 0$

$\frac{14-3x}{2} < 7$, при этом $\frac{14-3x}{2}$ – целое число

$\frac{14-3x}{2} < 7$

$14 - 3x < 14$

$-3x < 0$

$\boxed{x > 0}$

$\frac{14-3x}{2}$ – целое число, только при $14 - 3x \vdots 2 \Rightarrow 3x \vdots 2 \Rightarrow \boxed{x \vdots 2}$

$7 - 1{,}5x$ – количество пар (село-село), поэтому

$7 - 1{,}5x \geq 0$

$7 \geq 1{,}5x$

$x \leq \frac{70}{15}$

$\boxed{x \leq 4\frac{2}{3}}$

$0 < x \leq 4\frac{2}{3}$, x – целое, $x \vdots 2$, к такому условию подходит только $x = 2$ и $x = 4$.

~~В этом~~ случае В I случае, тогда $x = 2$ ⇒ в Замедвестье 4 города и 10 сёл, а маршрутов типа село-город 2.

Во II случае 8 городов и 6 сёл, а маршрутов типа село-город 4.

~~Ответ~~

Ответ: в I случае в Замудетье 4 города и 10 сёл, 2 маршрута типа село-город 2; во II случае 8 городов и 6 сёл, 4 маршрута типа село-город.

Б) Проверим можно ли так переделать сеть маршрутов, чтобы ровно половина сел была связана с городами, для этого рассмотрим оба возможных случая

1) 10 сёл и 4 города, значит 5 сёл должно быть связана с городами, но этого не может быть, т.к. ~~—~~ 4<5, т.е. количество городов меньше количества сёл, которые должны быть с ними связаны. — $\boxed{\text{не может}}$

2) 6 сёл и 8 городов, значит 3 села должны быть связана с городами, но 3 оставшихся не связана с городами, т.е. могут быть связаны с городами, т.е. они должны образовывать маршруты типа село-село, но это невозможно, т.к. их количество 3 - нечетно. — $\boxed{\text{не может}}$

Значит, такого не может быть, т.е. нельзя переделать ~~м~~ маршрутов, так чтобы ровно половина сёл была связано с городами.

Ответ: нельзя.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-74

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4

пусть a_1, a_2, a_3 - эти числа, тогда $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ - целые числа по условию

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n = 1$ по условию

т.к. по условию $a_1, a_2, a_3, \dots a_n$ - целые числа, => любое $|a| = 1$

В среди N таких чисел должно быть четное количество чисел, равных -1

(+)

при этом

$a_1^{21} + a_2^{21} + \dots + a_n^{21} = 0$

21 - нечетная степень, поэтому числа знаки не поменяют

Но чтобы это сумма равнялась 0, надо чтобы отрицательные 1 скомпенсировали положительные единицы т.е количество (при этом кол-во отриц уже должно быть четным) отрицательных единичек равнялось количеству положительных единичек, а это возможно, только при N:4

это невозможно при N ⋮̸ 4, потому что тогда хотя бы 1 одной единичке не хватит пары с противоположным знаком, => сумма будет ≠0.

пример того, что сумма 21-х степеней может быть = 0.

$1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

$1^{21} + 1^{21} + (-1)^{21} + (-1)^{21} = 1 + 1 + (-1) + (-1) = 0$ - такое может быть

Ответ: может, при N ⋮ 4 это возможно, а при N ⋮̸ 4 это невозможно.

пример того, что это невозможно при N ⋮̸ 4

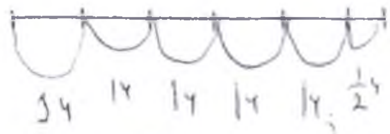
$1 + 1^{21} + 1^{21} + (-1)^{21} + (-1)^{21} + (-1)^{21} = 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 = 0$

но: $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1 \neq 1$ - не подходит

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

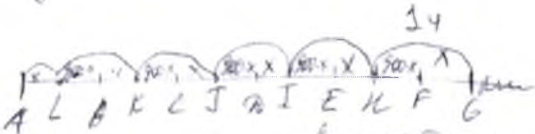
№1

330 минут = 5,5 часов



за каждый из этих часов авиалайнер пролетал 900 км. (по условию)

А в последние 30 минут он пролетел меньше 900 км, обозначим это расстояние за X.



AL, BK и тд. - это временные промежутки

Но каждый за час авиалайнер пролетает 900 км ⇒ HF − 900 − x км
за EH − x км, IE − 900 − x км, DI − x км, JD − 900 − x км
за CJ − x км, KC − 900 − x км, BK − x, LB − 900 − x км
за AL − x км.

Тогда

за EH, FG, DI, CJ, BK, AL авиалайнер пролетает по X км
за LB, KC, JD, IE, HF он пролетает по 900 − x км, поскольку по условию за 1 час он пролетает 900 км

$$V_{ср} = \frac{6x + 5(900 - x)}{5,5} = \frac{4500 + 6x - 5x}{5,5} =$$

$$= \frac{4500 + x}{5,5}$$ — равна 900 км/ч только в частном случае при $x = 450$ км

$\left(\frac{4500 + x}{5,5} = 900 \Rightarrow 4500 + x = 4950,\ x = 450\right)$

Поэтому нельзя утверждать, что средняя скорость лайнера составила 900 км/ч.

Ответ: нельзя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F03	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

M1078-50

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Дорфман

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Леонидовна

Дата рождения 14.07.2004 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дорфман

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 78-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. $y=x+2021$ пересекает $y=\frac{1}{x}$ ровно в двух т.; прямые l_j параллельны $y=x+2021$, значит, они имеют вид $y=x+b$

Решу уравнение: $\frac{1}{x}=x+b \iff \frac{1-x^2-bx}{x}=0 \iff \begin{cases} x^2+bx-1=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$

Т.к. по условию у уравнения 2 различных корня, то $D>0$.

$D=b^2+4$. Значит, $x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2+4}}{2}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2+4}}{2}$

(Заметим, что $\sqrt{b^2+4}>\sqrt{b^2}>|b|$. Значит, $x_1, x_2\neq 0$)

Подставлю получившиеся значения абсцисс в ур-е $y=\frac{1}{x}$:

$y_1=\frac{2}{-b+\sqrt{b^2+4}}$; $y_2=\frac{2}{-b-\sqrt{b^2+4}}$;

По условию, $\operatorname{tg} Z = P_1P_2 = y_1(1)y_1(2)\dots y_1(N)\,y_2(1)y_2(2)\dots y_2(N)$

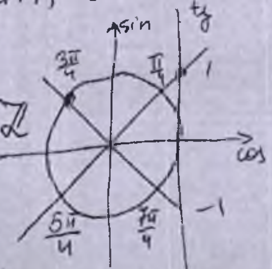
$= (y_1(1)y_2(1))(y_1(2)y_2(2))\dots(y_1(N)y_2(N))$

$y_1(j)y_2(j)=\frac{2}{-b+\sqrt{b^2+4}}\cdot\frac{2}{-b-\sqrt{b^2+4}}=\frac{4}{(-b+\sqrt{b^2+4})(-b-\sqrt{b^2+4})}$

$=\frac{4}{b^2-b^2-4}=\frac{4}{-4}=-1.$

неоптим. = хор. можно короче!

Значит, $\operatorname{tg} Z=(-1)^N$. Значит, если N имеет вид $2n$, то $\operatorname{tg} Z=1 \iff Z=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$



если N имеет вид $2n+1$, то

$\operatorname{tg} Z=-1 \iff Z=\frac{3\pi}{4}+\pi m,\ m\in\mathbb{Z}.$

Ответ: при четных N $Z=\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$, при нечётных N $Z=\frac{3\pi}{4}+\pi m,\ m\in\mathbb{Z}$.

!

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ: МЮ 78-50

~~№2 $x^2+px+q=0$; Может ли уравнение иметь целые корни, если p, q – целые нечетные?~~

~~Решение:~~

~~$D=p^2-4q$; Представим $p=2n+1$, $q=2m+1$, $n, m \in \mathbb{Z}$~~

~~$D=(2n+1)^2-4(2m+1)=4n^2+4n+1-8m-4=4n(n+1)-8m-3$. $8m \vdots 8$~~

[illegible] ~~Заметим, что (8 ...)~~

~~А) если $n\equiv 0 \pmod 2$, то $4n \vdots 8 \Rightarrow 4n(n+1) \vdots 8 \Rightarrow D\equiv 5 \pmod 8$~~

~~Б) если $n\equiv 1 \pmod 2$, то $(n+1)\equiv 0 \pmod 2 \Rightarrow 4n(n+1) \vdots 8 \Rightarrow D\equiv 5 \pmod 8$~~

~~Итак, $D\equiv 5 \pmod 8$ при любом целом n.~~

~~Найдем остаток от деления на 8 квадрата нечетного числа: (т.к. $D=p^2-4q$, а p, q – нечетные, то и сам D нечетный)~~

k	$k^2 \bmod 8$
1	1
3	1
5	1
7	1

~~Значит, $k^2\equiv 1 \pmod 8$ при любом нечетном k.~~

~~Значит, p^2-4q не является квадратом целого числа $\Rightarrow x_1$ и x_2 не могут быть целыми.~~

~~Ответ: не может.~~

№2) $x^2+px+q=0$; Может ли уравнение иметь целые корни, если p, q - целые нечетные?

Решение

А) рассмотрим случай, когда корень только один:

$D=p^2-4q=0$; тогда $p^2=4q$; $4q \vdots 2 \Rightarrow p^2 \vdots 2$ (противоречие условию, $p \not\vdots 2$)

Б) рассмотрим случай, когда есть 2 корня:

$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=q \end{cases}$ Если $q\equiv 1 \pmod 2$, то $\begin{cases} x_1\equiv 1 \pmod 2 \\ x_2\equiv 1 \pmod 2 \end{cases}$

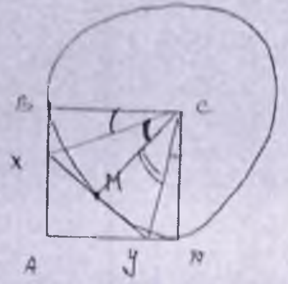
Значит, $(x_1+x_2) \vdots 2 \Rightarrow p \vdots 2$ (противоречие условию)

Ответ: не может.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

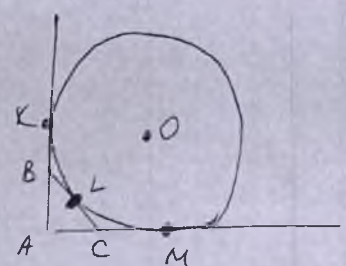
№3)



Дано: ABCD - квадрат;
$X \in AB$, $Y \in AD$;
$P_{\triangle XY} = 2AB$
Найти: $\cos\angle XCY + \sin\angle XCY$

Решение:
1) Построю вневписанную окр-ть $\triangle XAY$ (окр-ть касается XY в т. M). На выносном чертеже докажу, что длина отрезка касательной, проведенная к вневписанной окр-ти из противолежащей вершины $\triangle$, равна полупериметру этого $\triangle$:

Дополнительный этап:



Дано: $\triangle ABC$; ω - вневпис. окр-ть
AK касается ω в т. K,
AM касается ω в т. M
CB касается ω в т. L.
Доказать: $AK = \frac{1}{2} P_{ABC}$

Доказательство: $AK = AM$ (кас-е из одной точки),
$BK = BL$; $CL = CM$ (кас-е к окр-ти из одной точки)
Тогда $AB + BL = AB + BK = AK = AM = AC + CM = AC + CL$
Итак, $AB + BL = AC + CL \Rightarrow AB + BL = \frac{1}{2} P_{ABC} \Rightarrow AK = \frac{1}{2} P_{ABC}$

2) Итак, окружность касается стороны AB в такой т. Z, что $AZ = \frac{1}{2} P_{AXY} = \frac{1}{2} \cdot 2AB = AB \Rightarrow$ Z и B совпадают;
$\Rightarrow$ окружность проходит через т. B и D.
3) Т.к. $CB = CD$, то C - центр вневписанной окр-ти.
$XB = XM$ (кас-е из одной точки) $\Rightarrow \angle BCX = \angle MCX$ (центр. углы, опирающиеся на равные дуги)
Аналогично, $\angle YCM = \angle YCD$.
Значит, $\angle XCY = \frac{1}{2} \angle BCD = 45°$.
$\cos 45° + \sin 45° = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.
Ответ: $\cos\angle XCY + \sin\angle XCY = \sqrt{2}$.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5) $\frac{101n+25}{57n+14}$, $n\in N$. Выделим целую часть:

$\frac{44n+11+57n+14}{57n+14} = 1+\frac{44n+11}{57n+14} = 1+\frac{11(4n+1)}{57n+14}$ логич. ошибка

Значит, $(4n+1):(57n+14)$. Это возможно только при $4n+1=0 \Leftrightarrow n=-\frac{1}{4}$, $n\notin N$, что противоречит условию

Ответ: таких n не существует.

−

N4) $f(x,y)=x^2+y^2$; $|2x+y|\le b$; $|2x-y|\ge b$

↓(отсюда $b\ge 0$)

А) $|2x+y|\le b \Leftrightarrow \begin{cases}-b\le 2x+y\le b\\ b\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-b-2x\le y\le b-2x,\\ b\ge 0\end{cases}$

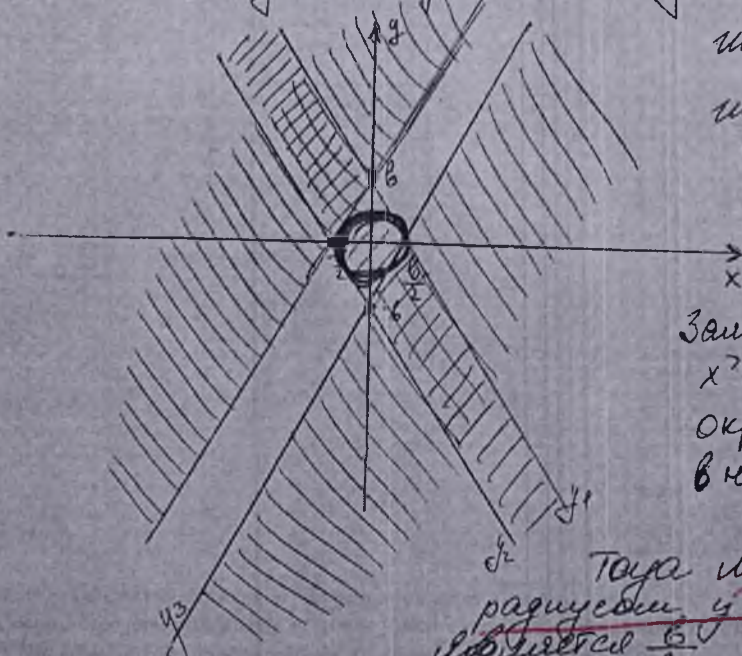
$y_1=-2x+b$; $(0;b)$; $(\frac{b}{2};0)$

$y_2=-2x-b$; $(0;-b)$; $(-\frac{b}{2};0)$

Б) $|2x-y|\ge b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-y\ge b\\ 2x-y\le -b\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y\le 2x-b\\ y\ge 2x+b\end{array}\right.$

$y_3=2x-b$; $(0;-b)$; $(\frac{b}{2};0)$

$y_4=2x+b$; $(0;b)$; $(-\frac{b}{2};0)$



Штриховкой ///// показано решение А
Штриховкой \\\\ показано решение Б

Заметим, что $x^2+y^2=r^2$ – уравн. окр-ти с центром в начале координат и радиусом r.

Тогда минимальным радиусом у этой окр-ти является $\frac{b}{2}$

Значит, $x^2+y^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{b^2}{4}$.

Ответ: $\frac{b^2}{4}$.

в этом ошибка

−

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
M8F02	Дистанционно, с использованием ВКС

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

W1 67-84

шифр

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Дрозд

ИМЯ София

ОТЧЕСТВО Романовна

Дата рождения 30.06.2006 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Дано:
$t = 330$ мин
$t_0 = 1$ ч
$S_0 = 900$ км

$V_{ср.} = 900 \frac{км}{ч}$?

Решение:
$t = 330$ мин. $= 330 : 60 = 5,5$ ч.
$S_1 = S_0 \cdot 5 = 4500$ км
$S = S_1 + S_2$
S_2 - неизвестно

1) если v - постоянная => $S_2 = 0,5ч. \cdot S_0 = 450$ км
$S = 4500 + 450$ (км) $= 4950$ км
$V_{ср.} = 4950 : 5,5 = 900$ км/ч.

2) если v - непостоянная => $S_2 \neq 450$ км
$S \neq 4950$ км
$V_{ср.} \neq 900$ км/ч

почему?

+

Ответ: нет

№2

Дано:
14 г.+с.
7 дорог
$\frac{1}{2}$ г. → с.

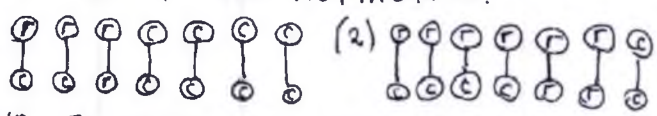
А) Найти:
г. = ?
с. = ?
дорог г.-с. = ?
Б) Можно ли $\frac{1}{2}$ с. → г. ?

Решение:
А) если $\frac{1}{2}$ г. → с. => г. ⋮ 2
$\frac{1}{2}$ г. ⋮ 2
с. > $\frac{1}{2}$ г.

1) $14 : 2 = 7$ (г.) ⋮̸ 2 - не подходит
2) $7 + 1 = 8$ (г.) ⋮ 2
$8 \cdot \frac{1}{2} = 4$ (г.) ⋮ 2
$14 - 8 = 6$ (с.) > 4 (г.)
} => подходит
3) $14 ⋮̸ 3$ => с. $\neq \frac{1}{2}$ г. => с. > $\frac{1}{2}$ г.
4) если г. = 6 ⋮ 2 => $\frac{1}{2}$ г. = 3 (г.) ⋮̸ 2 - не подходит.
5) если г. = 4 ⋮ 2 => $\frac{1}{2}$ г. = 2 (г.) ⋮ 2
$14 - 4 = 10$ (с.) > 2 (г.)
} => подходит.
6) если г. = 2 ⋮ 2 => $\frac{1}{2}$ г. = 1 (г.) ⋮̸ 2 - не подходит.
7) если г. = 10 ⋮ 2 => $\frac{1}{2}$ г. = 5 (г.) ⋮̸ 2 - не подходит.
8) если г. = 12 ⋮ 2 => $\frac{1}{2}$ г. = 6 (г.) ⋮ 2
$14 - 12 = 2$ (с.) < 6 (г.) - не подходит.

+

Примеры: (5) (2)



Б) Да, можно по тому же принципу, что мы использовали в пункте А, изменив города на сёла, сёла на города. При этом условие $\frac{1}{2}$ г. → с. соблюдаться не сможет, т.к.

?

если $\frac{1}{2}$ г. → с. и $\frac{1}{2}$ с. → г. => $\frac{1}{2}$ с. = $\frac{1}{2}$ г. => с. = г., где с. ⋮ 2, г. ⋮ 2
$14 : 2 = 7$ ⋮̸ 2 (пункт. 1)

Ответ: А) 1) города = 8, села = 6, маршруты типа село-город = 4
2) города = 4, сёла = 10, маршруты типа село-город = 2
Б) Да

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Дано:
$I + III = 15$ км
$I + II + III = 2(I + II)$
$II + III = 4 \cdot II$

$III = ?$

Решение:
$I + II + III = 2(I + II) \Rightarrow III = I + II$
$I + III = I + (I + II) = 2 \cdot I + II = 15$ км
$II + III = 4 \cdot II \Rightarrow III = 3 \cdot II$
$III = I + II \Rightarrow 3 \cdot II = I + II \Rightarrow I = 2 \cdot II$
$2 \cdot I + II = 4 \cdot II + II = 5 \cdot II = 15 \Rightarrow II = 15 : 5 = 3$ (км)
$III = 3 \cdot II \Rightarrow III = 3 \cdot 3 = 9$ (км)

+

Ответ: 9 км

№4

Дано:
N целых чисел
$N_1 \cdot N_2 \cdot ... \cdot N_n = 1$

Может ли $N_1^{21} + N_2^{21} ... + N_n^{21} = 0$?
При каких N?
При каких N нет?
Почему?

Решение:
N - целые числа $\Rightarrow$ произведение $= 1$ возможно только при $N = \pm 1$, причём кол-во $N = -1$: 2
Да, сумма их 21 степеней может быть равна 0, если кол-во $N = 1$ = кол-ву $N = -1$, так как:
$1^{21} + (-1)^{21} = 1 - 1 = 0$
если кол-во $N = 1 \neq$ кол-ву $N = -1$, то при вычислении суммы:
$1^{21} + (-1)^{21} + (-1)^{21} = 1 - 1 - 1 = -1 \neq 0$
$1^{21} + 1^{21} + (-1)^{21} = 1 + 1 - 1 = 1 \neq 0$
она не равна 0.

∓

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
М 7F02	Дистанционно с использованием РСС

шифр: А0 87-74

← **Не заполнять.** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Евсеев

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 12.09.2007 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ае

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 19071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ А087-71

№1

$x^2+4x=2021$

$x(x+4)=2021$

$43\cdot 47=2021$

$47-4=43$, $x=43$, $x+4=47$

Ответ: $x=43$

№2

Можно утверждать, что средняя скорость 70км/ч.

$V_{ср}=\dfrac{S_1+S_2+S_3\ldots+S_n}{t_1+t_2+t_3\ldots+t_n}$

Если взять n промежутков времени, то

$V_{ср}=\dfrac{n\cdot S}{n\cdot t}=\dfrac{S}{t}$

Из условия t – промежуток времени 1 час, s – расстояние, которое он проехал, всегда 70км

$V_{ср}=\dfrac{70}{1}=70$ км/ч

Ответ: можно.

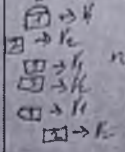
№3

Т.к. все числа целые, а их произведение $=1$, то они равны 1 или –1, причём „–1" чётное количество. Сумма кубов могла бы быть $=0$, если количество –1 и 1 было бы одинаковое, но это не возможно, т.к. 2021 нечётное число.

Ответ: не может

№4

Поезд 2 догоняет поезд 1. L – длина поезда.



поезд 2 поравнялся с поездом 1, проехал L

поезд 2 обогнал поезд 1 и проехал ещё L (свою длину) Итого путь поезда 2 при обгоне $=2L$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

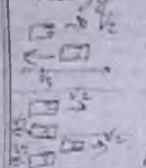
Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НО 87-71

$V_{\text{обг }1-2} = V_2 - V_1$

$t_{\text{обг }1-2} = \frac{2l}{V_2 - V_1} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{2l}{t_{\text{обг }1-2}} \Rightarrow V_1 = V_2 - \frac{2l}{t_{\text{обг }1-2}} = V_2 -$

$- \frac{2l}{252}$

поезд 3 проходит мимо поезда 2



встреча

поровнялись, поезд 3 проехал l

разъехались, поезд 3 проехал еще l

путь поезда $3 = 2l$

$V_{\text{встр }2-3} = V_2 + V_3$

$t_{\text{встр }2-3} = \frac{2l}{V_3 + V_2}$

$V_3 + V_2 = \frac{2l}{t} = \frac{2l}{36}$

$t_{\text{встр }2-3} = \frac{2l}{V_3 + V_2}$

$V_3 + V_2 = \frac{2l}{t} = \frac{2l}{36}$

$t_{\text{встр }1-3} = \frac{2l}{V_3 + V_1}$

V_1 нашли ранее: $V_1 = V_2 - \frac{2l}{252}$

$t_{\text{встр }1-3} = 2l : \left(V_3 + V_2 - \frac{2l}{252}\right)$

поставляем $V_3 + V_2$, их сумма:

$V_3 + V_2 = \frac{2l}{36}$

$t_{\text{встр }1-3} = 2l : \left(\frac{2l}{36} - \frac{2l}{252}\right) = 2l : \left(\frac{14l}{252} - \frac{2l}{252}\right) =$

$= 2l : \frac{12l}{252} = \frac{2\cancel{l} \cdot 252}{12\cancel{l}} = \frac{2 \cdot 252}{12} = 42$ сек

Ответ: 42 сек.

Лист 2 из 3

№5

а) т.к. половина Л (лемонов) соединена с Д (рассматривается) по их кол-во чётное, при этом половина количества Л также должна делиться на 2, чтобы они могли подключиться друг к другу.

Например, если 7 Л и 5 Д, то половина Л = 3 и останется ещё один Л, который можно будет подключить только к Д, а значит подключена будет не половина, а все.
Так же и с 6 Л, после подключения 3-х из них к Д останется 3, два из которых можно будет соединить между собой, а один останется только к Д.
Т.е. кол-во Л должно делиться на 4, при этом половина Л не может быть больше всех Д. Т.е. 8 Л не подходит, т.к. половина = 4, что больше, чем 2 Д. (10 − 8 = 2) Л может быть только 4, Д = 6.

1

б) Нельзя переподключить, объяснение по пункту а. Число для выполнения условия Д. должно делиться на 4.
Половина Д = 3, их подключим к 3 Л, останется 3 Д. Два можно соединить между собой и останется один Д, который можно подключить только к Л, а значит подключено будет больше половины Д.

Ответ: а) Л = 4, Д = 6, б) не может

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M9F-01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

PB 68-16

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ ЖУРАВЛЁВ

ИМЯ ГЕОРГИЙ

ОТЧЕСТВО ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 29.09.2005 **Класс:** 9

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Гец

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

лист 01 из 07

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РВ 68-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Обозначим за x – пр-ть I бригады ($\frac{км}{мес}$)

y – II бригады ($\frac{км}{мес}$)

z – III бригады тогда: ($\frac{км}{мес}$)

$4\cdot\frac{1}{z+y}=\frac{1}{y}$ – посл. условие;

$\frac{4}{z+y}=\frac{1}{y}$

$4y=z+y$

$z=3y$

Запишем все условия:

$$\begin{cases}\frac{15}{x+z}=1\\ \frac{k}{x+y}=1\\ \frac{2k}{x+y+z}=1\\ z=3y\end{cases}$$

k – сколько км за месяц от I+II бр.

$$\begin{cases}15=x+z & (1)\\ k=x+y & (2)\\ 2k=x+y+z & (3)\\ z=3y & (4)\end{cases}$$

(3)-(1): $2k-15=y$

см.(2) $\Rightarrow x=15-k$ (5)

(3)-(2): $k=z$;

см.(4) $z=6k-45$ (6)

теперь 5 и 6 в (1)

$15=6k-45+15-k$

$5k=45$

$\underline{k=9}$

$x=6$

$y=3$;

$$\begin{cases}15=9+6-4y\\ 9=6+3-4y\\ 18=9+6+3-4y\\ 9=3-4y\end{cases}$$

тогда $z=9$ ($\frac{км}{мес}$)

и за 1 месяц III бригада проложит 9 км.

Ответ: 9 км проложит III бригада за 1 месяц

+

№2

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \ldots = \frac{x_{2020}}{x_{2021}} = n;\ n \in Q;$

тогда $\frac{x_1}{x_2} = n;\ \frac{x_2}{x_3} = n.$

$x_1 = n x_2 \leftarrow x_2 = n \cdot x_3$

$x_1 = n^2 \cdot x_3$

$\frac{x_3}{x_4} = n;\ x_3 = n \cdot x_4$

$x_1 = n^3 x_4$

$\vdots$

$x_1 = n^{2021-1} \cdot x_{2021}$

см условие:

$2^{2022} = n^{2020} \cdot 2^2 = 4$

тогда $n^{2020} = 2^{2020}$

$\left[\begin{array}{l} n = 2 \quad \text{I сл} \\ n = -2 \quad \text{II сл} \end{array}\right.$

I сл: $x_2 = 2^{2021};$
$x_3 = 2^{2020};$
$x_4 = 2^{2019}$
$\vdots$
$x_k = 2^{2023-k}$
$x_{2021} = 2^2 = 4$ - ду

+

II сл. $x_2 = -2^{2021}.$
$x_3 = 2^{2020}$
$x_4 = -2^{2019}$
$\vdots$
$x_k = (-2)^{2023-k}$
$x_{2021} = (-2)^2 = 4$ - ду

Ответ: I сл.: $x_2 = 2^{2021};\ x_3 = 2^{2020}, \ldots x_k = 2^{2023-k}, \ldots, x_{2020} = 8;\ x_{2021} = 4;$

II сл: $x_2 = -2^{2021};\ x_3 = 2^{2020}, \ldots\ x_k = (-2)^{2023-k}, \ldots, x_{2020} = -8;\ x_{2021} = 4$

Вариант: 17091 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РВ 68-16

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$n \in N$, ~~[illegible]~~ ⚡-противоречие

Заметим, что ~~[illegible]~~ $N(n)=2n$; ~~[illegible]~~;

Если $n \in Z$; $n \leq 0$; то $N(n) = -2n+1$

тогда

~~Заметим~~ Заметим, что по усл; $x; y \in Z$

а) $\underbrace{N(x)=2021; \quad N(x)=-2x+1}$

$-2x+1=2021.$

$-2x=2020$

$x=-1010;$ ✓

$N(-1010)=2021;$

б) $N(x)-N(y)=2021;$

Iсл; $x>0$; тогда $N(x)$ - четн; тогда $N(y)$ - нег; т.к. ч.-нег = нег

ч. - ч. = ч

$N(x)=2x$

$N(y)=-2y+1$;

по усл:

$2x-(-2y+1)=2021.$

$2x+2y-1=2021.$

$y=1011-x$

$x=1027$; $\Rightarrow y=-16$

$N(x)=2054$; $N(y)=32+1=33$

$2054-33=2021$ — чтд.

~~$x=-1010$ $y \in$ ...~~; а

Если $x<1011$, $y \in \varnothing$, т.к.

$N(x)<2022$;

а $N(y)<2022-2021$

$N(y)<1$;

а $N(y) \in N$ - ⚡

Лист 04 из 07

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ РВ 68-26

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пол. $x \le 0$; тогда $N(x)$ - нечетн; $N(y)$ - четн; т.к. неч.-неч. = ч

неч. - ч. = неч

тогда

$N(x) = -2x+1$

$N(y) = 2y$

Подом: $-2x+1-2y = 2021$

$y = -1010 - x$

$x = -1017$

$y = -1010 + 1017 = 7$

$N(x) = 2034 + 1 = 2035$

$N(y) = 7 \cdot 2 = 14$

Пр. $N(x) - N(y) = 2035 - 14 = 2021$ - уд

$x = -1010$; то $N(y) = 0$ - ~~?~~, т.к. $N(y) = N$

Если $x > -1010$, то

$N(x) > 2021$;

и $N(y) < 0$ - ~~?~~, т.к. $N(y) \in N$

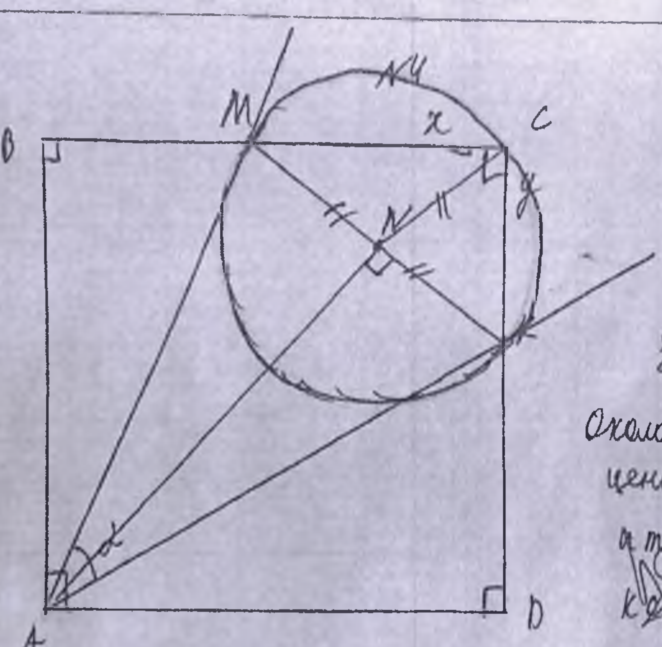
Ответ: если а) $x = -1010$; б) если $x > 0$ (Пол.), то $\begin{cases} x \ge 1011; \\ y = 1011 - x \end{cases}$ ~~y = 1011~~

Пол. если $x < 0$, то $\begin{cases} x < -1010 \\ y = 1011 - x \end{cases}$; ~~иначе~~

~~$x \ge 1$~~

при $x \in [-1010; 1011)$, корней нет

+



N - сер. MK; $MC=x$; $CK=y$;

$AB=BC=CD=AD=a$;

Если N - сер. MK, то $NC=MN=NK$

Заметим, что если мы опишем около $\triangle MCK$ окружность, то центр будет в т. N (т.к. $\angle MCK=90°$), ~~а тогда AM и AK - касательные к окружности~~ и

$x+y+\sqrt{x^2+y^2}=2a$

пусть $\angle MAK=\alpha$, тогда

$BM=a-x$; $KD=a-y$;

и $AM^2=a^2+(a-x)^2$;

$AK^2=a^2+(a-y)^2$

по теореме косинусов:

$MK^2=AM^2+AK^2-2\cos\alpha\cdot MA\cdot AK$.

Заметим, что если $MC=CK$, то при перемещении т. M для вып. условия, угол $\alpha=const$,

тогда если $MC=CK$, то AM и AK - касат; 2 сет.

тогда ~~AKC - бис.~~ AN - бис; медиана и высота.

NC - ~~бис~~ медиана, бис, высота

тогда $A, N, C\in 1$ прямой;

т.к. $x=y$, то $2a=2x+\sqrt{2}x=\frac{x}{\sin\alpha}$

$a=x+\frac{\sqrt{2}}{2}x$

$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{MN}{MA}$; $MA^2=a^2+(a-x)^2=$

$MN=\frac{\sqrt{2}x}{2}$

$=(1+\frac{\sqrt{2}}{2})^2x^2+\frac{1}{2}x^2=$

и $\frac{MN}{MA}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

$=x^2(2+\sqrt{2})$

$MA=x\sqrt{2+\sqrt{2}}$

7

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ PB 68-16

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}$$

$\Downarrow$

$$\alpha=2\cdot\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}\right)$$

Ответ: $\alpha=2\cdot\arcsin\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}$; $\alpha\approx 45^\circ$

№3

Заметим, что если ||-но, то $y=x+2020$ $y_*=kx+n$; $\underline{\underline{k=1}}$

—

Лист 07 из 07

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F03	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VU 67-20

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 19061

ФАМИЛИЯ Каримов

ИМЯ Бахтияр

ОТЧЕСТВО Шамилевич

Дата рождения 20.10.2008 Класс: 6

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число месяц год)

Подпись участника олимпиады: Каримов

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

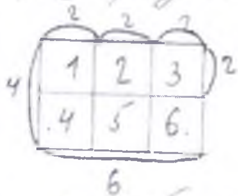
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

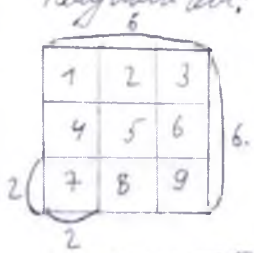
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 67-20

№1

У кубика всего 6 сторон. Кубик 2×2×2, у него 6 сторон (грани), ребро равно двум. Этот кубик можно развернуть и получить:



Если бы были ещё три стороны такие, то получили бы:



+

одну сторону кубика 6×6×6.

Тогда, если 2×2×2 кубик 6 сторон, то ещё плюс три стороны, а это $3<6$ в 2 раза:

$3+6=9$ - сторон кубика 2×2×2 надо, а 6 сторон 2×2×2 весят 5 грамм, поэтому, если $9>6$ в полтора раза, то $5\times1,5 = \cancel{7} 7,5$ грамм: все сторона 6×6×6 весит 7,5 грамм или 7,5 грамм весит 1,5 кубика 2×2×2.
Мы знаем, что 1 сторона 6×6×6 весит 7,5 грамма, то кубик 6×6×6 весит $7,5\times6 = 45$ грамм.
Ответ: 45 грамм.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 шифр, не заполнять! ⇒ VU 67-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Допустим у нас одна вышка, тогда лестниц в ней будет $1020 \cdot 2+1=2041$ на 20 больше, чем надо. Если мы ~~потеряв~~ уберём ~~один пролёт~~ одну площадку, то лестниц станет на две меньше, но эта площадка образует хотя бы один пролёт (лестницу), так как будет принадлежать другой вышке, то есть $2-1=1$ - снятие количества лестниц, потому будет ~~20~~ 2 вышек с одной площадкой и одна вышка с 1001 площадкой, а это $20+1000 \cdot 2+1=2021$ лестниц

$2021=2021$

$1001+20=1021$ $1021=1021$

$20+1=21$ вышка

Ответ: 21 вышка.

+

№3.

У первой дроби до единицы не хватает $\frac{10001}{202120212022}$, потому что

$$1-\frac{202120202021}{202120212022}=\frac{10001}{202120212022}$$

У второй дроби до единицы не хватает:

$$1-\frac{202120192020}{202120202021}=\frac{10001}{202120202021}$$, но

$$\frac{10001}{202120212022}<\frac{10001}{202120202021}$$, потому что

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 67-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

2021 2021 2022 > 2021 2020 2021, а значит, если первому числу ближе к единице, чем второму, первая дробь больше второй дроби.

(+)

Ответ: $\frac{2021\,2020\,2021}{2021\,2021\,2022} > \frac{2021\,2019\,2020}{2021\,2020\,2021}$

№4

В двух случаях может быть произведение равное 1:

1). $-1 \times -1 = 1$. (чётное количество (-1))

2). $1 \times 1 = 1$.

Чтобы было в сумме 0, эти числа можно разбить на пары $-1+1$, но чисел должно быть нечётное количество, поэтому 2021 число ~~либо~~ 1 (-1 не может, так как для неё не будет пары -1 и тогда при умножении получится -1), а $0+1=1$, то есть противоречие

(+)

Ответ: нет.

№5.

Если за 1 час 30 тонн снега, то производительность средняя будет 30 т/час. В этом можно убедиться, что. за 4 ч. 30 мин.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 67-20

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5. (продолжение)

От. 0. до 1 часа 30 тонн, от 1 до 2 - 30 тонн, от 2 до 3 - 30 тонн и от 3 до 4 30 тонн. от 4 до 4,5 часов 15 тонн.

Нельзя ли по-другому?

$30 \times 4 + 15 = 135$

~~135 / 4,5~~ $135 : 4,5 = 30$ тонн/час.

То есть, это средняя производительность за 4,5 часа, за 3 часа $30 \times 3 : 3 = 30$ т/ч - те же самые, потому что мы 30 тонн за каждый час умножаем на количество часов и делим на эти же самые количество часов, чтобы узнать за 1 час. по-другому это $30 \times a : a = 30$ т/ч.

Ответ: да

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

МЮ 76-99

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Катюнин

ИМЯ Павел

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 12.09.2004 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

~~N1~~
N2

Предположим, уравнение $x^2+px+q=0$, где p, q - нечетные целые, имеет некоторый целый корень x_1. Тогда оно может либо иметь один корень (x_1), либо кроме него иметь второй корень x_2.
Если x_1 - единственный корень, то уравнение имеет вид

$$(x-x_1)(x-x_1)=0$$
$$x^2-2x_1+x_1^2=0$$

т. е. $-2=p$ - противоречит условию.

Если же уравнение имеет второй корень x_2, то по теореме Виета,

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1x_2=q \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=-x_1-p \\ x_1(-x_1-p)=q \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=-x_1-p \\ -x_1^2-px_1=q \end{cases}$$ - тогда если x_1 нечетный, то $-x_1^2-px_1$ четно, т. к. p также нечетно по условию, если x_1 четный, то $-x_1^2-px_1$ также четно, т.е. если $x_1 \in \mathbb{Z}$, то q или p всегда четно.

т. е. уравнение $x^2+px+q=0$, где p, q - нечетные целые не может иметь целых корней.

Ответ: не может
+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

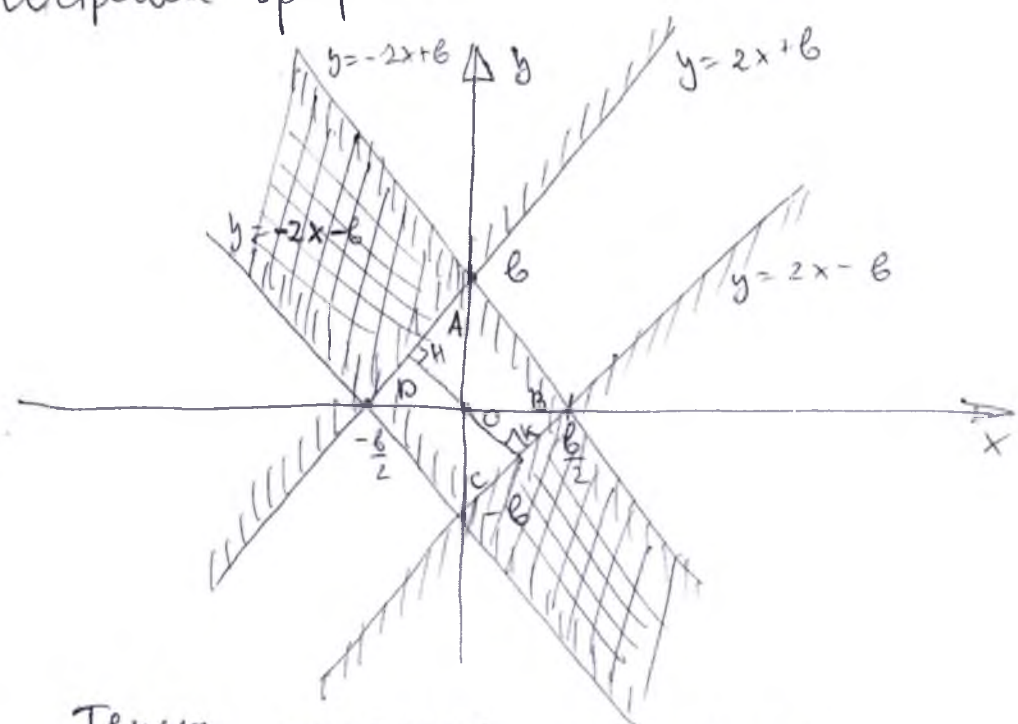
№4.

$$\begin{cases} |2x+y| \le b \ (1) \\ |2x-y| \ge b \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y \le b \\ 2x+y \ge -b \\ \left[\begin{array}{l} 2x-y \ge b \\ 2x-y \le -b \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} y \le -2x+b \\ y \ge -2x-b \\ \left[\begin{array}{l} y \le 2x-b \\ y \ge 2x+b. \end{array}\right. \end{cases}$$

Заметим, что при $b<0$ (1) не имеет решений, т.е. наименьшее значение $f(x;y)$ не существует, а при $b=0$ $(x,y)=(0,0)$ - решение, т.е. наименьшее значение $\cancel{F(x)}$ $f(0;0)=0$ (т.к. $f(x;y)$ не может принимать значение <0, т.к. $x^2\ge 0$, $y^2 \ge 0$ при $x \in R$; $y \in R$.)

Тогда рассмотрим случай, где $b>0$:

Построим график:



Теперь множество точек в дважды заштрихованной области совпадает с множеством решений системы.

Обозначим точки пересечение прямых с осями координат, как показано на рисунке.

Заметим, что $f(x;y)=x^2+y^2$ принимает наименьшее значение в точке, наименее удаленной от начала координат, т.к. $x_1^2+y_1^2=QO^2$, где $Q(x_1;y_1)$.

$\triangle AOD = \triangle COB$, т.к.

~~$\triangle AOD$, $\triangle AOB$, $\triangle COB$, $\triangle COD$ попарно равны, т.к.~~ углы при вершине O прямые (т.к. $Ox \perp Oy$), а $OD = OB = \frac{b}{2}$, $OA = OC = b$.

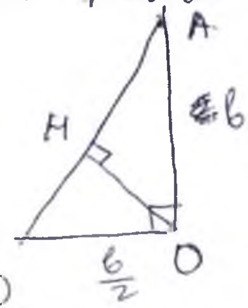
~~Тогда~~ Тогда в ~~$\triangle AOD$, $\triangle AOB$, $\triangle COB$, $\triangle COD$~~ $\triangle AOD$ и $\triangle COB$ высоты к гипотенузам равны.

А т.к. необходимо найти ближайшую к O точку, то она совпадает с основанием перпендикуляра из O на одну из прямых AD и BC (т.к. перпендикуляр всегда меньше наклонной).

Тогда т.к. высоты на гипотенузы в $\triangle AOD$ и $\triangle COB$ равны (по док.), то существуют 2 такие точки – H и K, где OH и OK – высоты на AD и BC.

Тогда найдя OH^2, найдем наименьшее значение $f(x;y)$.

рассмотрим $\triangle AOD$:



$$S(\triangle AOD) = \frac{OH \cdot AD}{2}$$

$$S(\triangle AOD) = \frac{OD \cdot AO}{2}$$

$$\frac{OH \cdot AD}{2} = \frac{OD \cdot AO}{2}$$

$$OH \cdot AD = OD \cdot AO$$

$$OH = \frac{OD \cdot AO}{AD}$$

$$OH^2 = \left(\frac{OD \cdot AO}{AD}\right)^2$$

$AD = \sqrt{b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{b\sqrt{5}}{2}$ (по т-ме Пифагора), то

$$OH^2 = \left(\frac{\frac{b}{2} \cdot b}{\frac{b\sqrt{5}}{2}}\right)^2 = \left(\frac{b^2}{b\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\frac{b}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{b^2}{5}.$$

Тогда наим. знач. $f(x;y)$ при $b>0$ равно $\frac{b^2}{5}$.

Ответ: при $b<0$, f_{min} не существует
при $b=0$, $f_{min}=0$
при $b>0$, $f_{min}=\frac{b^2}{5}$

+

№5.

$\frac{101n+25}{57n+14}$. Дробь сократима, если НОД числителя и знаменателя больше 1. Воспользуемся алгоритмом Евклида:

$НОД(101n+25; 57n+14) =$
$= НОД(57n+14; 101n+25-(57+14)) =$
$= НОД(57n+14; 44n+11) = НОД(57n+14; 57n+14-(44n+11)) = НОД(57n+14, 13n+3) =$
$= НОД(13n+3; 57n+14-(13n+3)) =$
$= НОД(13n+3; 44n+11) = НОД(13n+3; 44n+11-(13n+3)) =$
$= НОД(13n+3; 31n+8) = НОД(13n+3; 31n+8-(13n+3)) =$
$= НОД(13n+3; 18n+5) = НОД(13n+3; 18n+5-(13n+3)) =$
$= НОД(5n+2; 13n+3)$ ⊜

~~т.к. $n \geq 1$, то $15n+2 > 13n+3$ при $n \in N$.~~

~~⊜ $НОД(15n+2-(13n+3); 13n+3) = НОД(13n+3; 2n-1) =$~~
~~$= НОД(13n+3-2n+1; 2n-1) = НОД(11n+4; 2n-1) =$~~
~~$= НОД(2n-1; 11n+4-2n+1) = НОД(2n-1; 9n+5) =$~~
~~$= НОД(2n-1; 9n+5-2n+1) = НОД(2n-1; 7n+6) =$~~
~~$= НОД(2n-1; 5n+5) = НОД(2n-1; 3n+6) =$~~
~~$= НОД(2n-1; n+7)$~~
~~при $n=1$, $НОД(1;8)=1$~~
~~при $n=2$, $НОД(3;9)=3$~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\ominus$ НОД$(5n+2; 8n+1) \ominus$
т.к. $n \in N$, то $n \geq 1$, и $8n+1 > 5n+2$

$\ominus$ НОД$(5n+2; 3n-1) =$ НОД$(3n-1; 2n+3)$

при $n=1$, НОД$(2;5)=1$
при $n=2$, НОД$(5;7)=1$
при $n=3$, НОД$(8;9)=1$
при $n=4$, НОД$(11;11)=11$, то при $n=4$ дробь сократима
~~при $n=5$, НОД$(14;13)=1$.~~

Заметим, что т.к. $n \geq 1$, то при $n \geq 5$
$3n-1 > 2n+3$.

рассмотрим случай, когда $n \geq 5$:
НОД$(3n-1; 2n+3) =$ НОД$(n-4; 2n+3) =$
$=$ НОД$(n-4; n+7) =$ НОД$(n-4; 11)$.
Тогда дробь сократима, если
$n=4$, или $(n-4) \vdots 11$, $n \in N$
т.е. $n = 11k+4$, $k \in Z$, $k \geq 0$.

Ответ: $n = 11k+4$, $k \in Z$, $k \geq 0$.

+

№1.

$tg z = P_1 P_2$
$tg z = y_1(1) \cdot y_1(2) \cdot \ldots \cdot y_1(N) \cdot y_2(1) y_2(2) \cdot \ldots \cdot y_2(N)$
$tg z = y_1(1) \cdot y_2(1) \cdot y_1(2) \cdot y_2(2) \cdot \ldots \cdot y_1(N) \cdot y_2(N)$.

Т.к. каждая прямая l_j параллельна прямой $y = x+2021$, то $l_j = x + k_j$

Найдем точки пересечения с $y = \frac{1}{x}$:

$\frac{1}{x} = x + k_j$

$1 = x^2 + k_j x$, $x \neq 0$

$x^2 + k_j x - 1 = 0$, $x \neq 0$ $\quad D = k_j^2 + 4 \quad x = \frac{-k_j \pm \sqrt{k_j^2+4}}{2} \neq 0$ т.к. $\sqrt{k_j^2+4} > |k_j|$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 76-99

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(т.к. $k_j^2+4>k_j^2$)

то $y_1(j)=\frac{1}{x_1(j)}=\frac{2}{-k_j+\sqrt{k_j^2+4}}$

$y_2(j)=\frac{1}{x_2(j)}=\frac{2}{-k_j-\sqrt{k_j^2+4}}$

Неоптимальный путь, можно короче

$y_1(j)\cdot y_2(j)=\frac{2\cdot 2}{(-k_j+\sqrt{k_j^2+4})(-k_j-\sqrt{k_j^2+4})}=$

$=\frac{4}{k_j^2-(k_j^2+4)}=\frac{4}{-4}=-1.$

то при $N \vdots 2$ $p_1\cdot p_2=1$, $\operatorname{tg} z=1$ $z=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

при $N \not\vdots 2$ $p_1\cdot p_2=-1$, $\operatorname{tg} z=-1$, $z=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

Ответ: при $N\vdots 2$ $z=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

при $N\not\vdots 2$ $z=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

XJ 75-41

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Киреткина

ИМЯ Арина

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 03.09.2003 Класс: 11

Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы: 21.02.2021 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: рА.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XI 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$a^2x^4+2abx^3+(2ac+b^2)x^2+2bcx+c^2=$

$=(ax^2+bx)^2+2c(ax^2+bx)+c^2=$

$=(ax^2+bx+c)^2$

Если квадрат $=0$, то и ax^2+bx+c должно быть равно 0.

По теореме Виета

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

Т.к. x_1 и x_2 - целые числа (должны быть целыми), то их сумма и произведение также целые числа, а значит $b=ka$, $c=ma$.

Заметим что по условию c - нечетное число, а т.к. $c=ma$, то a также нечетно, а если сумма $a+b+c$ нечетна, то b также должно быть нечетным числом. Посмотрим на дискриминант уравнения ax^2+bx+c. Он должен быть полным квадратом какого-либо числа. Получаем:

$b^2-4ac=k^2a^2-4ma^2=a^2(k^2-4m)$. Значит k^2-4m — полный квадрат какого-либо числа. Заметим, что т.к. k и m - нечетные числа (они являются множителями нечетных чисел b и c), то k^2-4m - тоже нечетное число, получили $k^2-4m=z^2 \Rightarrow (k-z)(k+z)=4m$

Рассмотрим таблицу остатков k и z по модулю 4. Т.к. это нечетные числа, их остатки могут быть равны 1 или 3. Тогда посмотрим на $k+z$ и $k-z$ по модулю 4.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 продолжение

k	z	k + z	k - z
1	1	2	0
1	3	0	2
3	3	2	0
3	1	0	2

Заметим, что каждое из $k+z$ и $k-z$ делится на 2, а одно из этих чисел делится еще и на 4, а значит $(k-z)(k+z)$ делится на 8. В то же время $(k-z)(k+z) = 4m$, т.е. $4m \vdots 8$, $m \vdots 2$, но m – множитель исходного числа c, а значит на 2 не делится, значит b^2 – част- не полный квадрат какого-либо числа, а корни – не целые числа, что

где окончание решения и ответ?

(+)

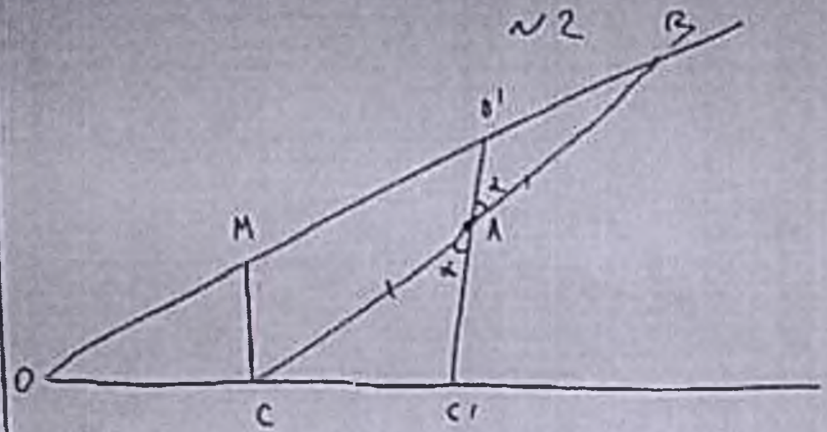
Лист 2 из 8

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2



Дано: точка A внутри угла

Ответ: 1:1.

(+)

Решение. В отношении 1:1. Докажем это. Пусть $\triangle OBC$ — не треугольник минимальной площади. Тогда есть какой-то $\triangle OB'C'$ у которого площадь меньше. Заметим, что $S\triangle OBC = S\, OB'AC + S AB'B$, а $S\, OB'C' = S\, OB'AC + S ACC'$, значит если $S\triangle OBC > S\triangle OB'C'$ $SAB'B > SACC'$. У треугольников $\triangle AB'B$ и $\triangle ACC'$ общий угол, $AB = AC$. $\frac{SABB'}{SACC'} = \frac{AB' AB \cdot \sin\alpha \frac{1}{2}}{AC\, AC' \sin\alpha \frac{1}{2}} = \frac{AB'}{AC'}$, т.к. $SABB' > SACC'$, $AB' > AC'$. Пусть $AC' = a$, $AB' = a+k$. Проведем из C прямую (прямая CM) $\parallel B'C'$. Тогда в $\triangle CMB$ AB' — средняя линия ($AB' \parallel MC$, $AC = AB$), значит $MC = 2AB' = 2a+2k$. Рассмотрим $\triangle OMC$ и $\triangle OB'C'$. Т.к. $MC \parallel B'C'$, а $MC < B'C'$ ($OM < OB'$, $OC < OC'$, ~~а тогда~~ в треугольники подобны по 3 углам, а значит $MC < B'C'$). Однако $MC = 2a+2k$, а $B'C' = 2a+k$, по предположению $k>0$, а значит мы пришли к противоречию. Таким образом мы доказали, что найти треугольник меньшей площади не удается, а значит мы нашли минимальный, ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Т.к. $x^2+px+q=0$ имеет один вещественный корень, это возможно лишь в том случае, когда дискриминант равен 0. Значит $p^2-4q=0$. Возможны 2 случая. Рассмотрим 1:

$p=2\sqrt{q}$. Тогда $x^2+px+q=(x+\sqrt{q})^2$.

$F(F(x))=((x+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2$, а $F(F(F(x)))=(((x+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2+\sqrt{q})^2$

Это может равняться 0 лишь в случае $\sqrt{q}=0$, но тогда для x возможно лишь одно решение, что противоречит условию. Значит возможен лишь второй случай

$p=-2\sqrt{q}$

Тогда $F(x)=(x-\sqrt{q})^2$, $F(F(x))=((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q})^2$,

$F(F(F(x)))=(((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q})^2-\sqrt{q})^2=0$

Начнем раскрывать скобки и смотреть на решения!

$((x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q})^2=\sqrt{q}$

1. $(x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q}=\sqrt[4]{q}$

$(x-\sqrt{q})^2=\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}$

1. $x-\sqrt{q}=\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$
2. $x-\sqrt{q}=-\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$

2. $(x-\sqrt{q})^2-\sqrt{q}=-\sqrt[4]{q}$

$(x-\sqrt{q})^2=\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}$

1. $x-\sqrt{q}=\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$
2. $x-\sqrt{q}=-\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$

У нас получилось 4 возможных решения для x в зависимости от q. Посмотрим на то, какие 2 из них могут совпадать, выпишем все возможные решения еще раз.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 продолжение

1. $x = \sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q} + \sqrt[4]{q}}$
2. $x = \sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q} - \sqrt[4]{q}}$
3. $x = \sqrt{q} - \sqrt{\sqrt{q} + \sqrt[4]{q}}$
4. $x = \sqrt{q} - \sqrt{\sqrt{q} - \sqrt[4]{q}}$

Всего возможно $C_4^2 = 6$ вариантов выбрать 2 числа оттуда, которые совпадают, можно сократить это кол-во.

Заметим, что мы прибавляем $\sqrt{q}$ к каждой части, так что т.к. мы приравниваем их друг к другу их пока можно отбросить. ~~Итак, заметим, что 1 может быть равен 3 или 4, а 2 — 3 или 4 только в случае, когда $\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = \sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}} = 0$, а это возможно только в случае, когда $q=0$, но тогда у нас не будет 3 случая для x. Значит равны друг другу либо 1 и 2, либо 3 и 4.~~

① $\sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = \sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}}$

$\sqrt{q} + \sqrt[4]{q} = \sqrt{q} - \sqrt[4]{q}$

$\sqrt[4]{q} = -\sqrt[4]{q}$

$q=0$

(случай 1 рассматривает возможность равенства 1 и 2 и 3 и 4, т.к. в данном рассмотрении они одинаковы)

② $\sqrt{q} + \sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = \sqrt{q} - \sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$

$\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = -\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = 0$

$\sqrt{q} + \sqrt[4]{q} = 0$ (т.к. корень равен „-корню", значит он $=0$)

Тогда $q=0$, мы снова приходим к противоречию.

(Случай равенства 1 и 3)

③ $-\sqrt{\sqrt{q}\pm\sqrt[4]{q}} = \sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}}$

$\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = 0$

$\sqrt{q}+\sqrt[4]{q} = 0$ $q=0$ — противоречие

(корень может равняться отрицательному корню только в том случае, когда они оба $=0$)

Это был случай равенства 1 и 4 или 2 и 3, т.к. в данном рассмотрении эти случаи идентичны)

④ Остался последний случай равенства 2 и 4

Рассмотрим его на следующем листе

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 продолжение

$\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}} = -\sqrt{\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}} = 0$ (корень ≥ 0)

$\sqrt{q}-\sqrt[4]{q}=0$

$\sqrt{q}=\sqrt[4]{q}$

$q=\sqrt{q}$

$\sqrt{q}=1$

$q=1$.

Заметим, что при этом значении 2 и 4 равны, т.к. оба равны $\sqrt{q}+0=1$. Тогда 1 я будет равен $\sqrt{q}+\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = 1+\sqrt{1+1} = 1+\sqrt{2}$, а 3 будет равно $\sqrt{q}-\sqrt{\sqrt{q}+\sqrt[4]{q}} = 1-\sqrt{2}$. Заметим, что помимо этих трех полученных ~~значений~~ у нас не будет других значений, а значит задача ~~решена~~. ~~Заметим~~ ~~заме~~, что мы рассмотрели все случаи, и получить 3 корня каким-либо другим способом невозможно.

Ответ: корни равны 1, $1-\sqrt{2}$, $1+\sqrt{2}$.

+

№4

$40(x+y)+xy=421$

$x(40+y)+40y=421$

$x=\dfrac{421-40y}{40+y}$

$x=-40+\dfrac{2021}{40+y}$

Т.к. x и y – целые числа, то $\dfrac{2021}{40+y}$ – целое число

Значит
$$\left[\begin{array}{l}40+y=43\\40+y=47\\40+y=-43\\40+y=-47\\40+y=2021\\40+y=-2021\\40+y=1\\40+y=-1\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}y=3\\y=7\\y=-83\\y=-87\\y=1981\\y=-2061\\y=-39\\y=-41\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x=7\\x=3\\x=-87\\x=-83\\x=-39\\x=-41\\x=1981\\x=-2061\end{array}\right.$$

Ответ: $x=7$ $y=3$, $x=3$ $y=7$, $x=-87$ $y=-83$, $x=-83$ $y=-87$, $x=-39$ $y=1981$, $x=1981$ $y=-39$, $x=-41$ $y=-2061$, $x=-2061$ $y=41$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 75-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Чем меньше сумма x^2+y^2, тем больше значение $\left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}$, т.к. $\frac{20}{21}<1$. Значит x и y должны быть минимальными по модулю. Для этого

В этом логическая ошибка

$ax-y=-b$

$ax=y-b$

$|2y-b|\le b$

Пусть $y=k$, тогда $ax=k-b$, тогда найдем минимум функции $\frac{(k-b)^2}{a^2}+k^2$ для k. $\frac{k^2}{a^2}-\frac{2bk}{a^2}+k^2+\frac{b^2}{a^2}$

$k^2\left(1+\frac{1}{a^2}\right)-\frac{2b}{a^2}(k)$. $f'=\left(2-\frac{2}{a^2}\right)k-\frac{2b}{a^2} \Rightarrow \frac{2a^2-2}{a^2}k=\frac{2b}{a^2} \Rightarrow$

$(a^2-1)k=1$

$k=\frac{1}{a^2-1}$

Значит минимальное значение $y=\frac{1}{a^2-1}$, $x=\frac{\frac{1}{a^2-1}-b}{a}=$

$=\frac{1-a^2b+b}{a^3-a}$, $y^2=\frac{1}{a^4-2a^2+1}$ $x^2=\frac{b^2+\frac{1}{a^4-2a^2+1}-\frac{2b}{a^4-2a^2+1}}{a^2}$

—

Лист 18 из 18

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М7F01	ДИСТАНЦИОННО
№ группы	Место проведения

АО 28-67

шифр

Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ КЛИМЧЕНКО

ИМЯ ВАЛЕНТИНА

ОТЧЕСТВО ИЛЬИНИЧНА

Дата рождения 01.10.2007 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021 (число месяц год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! АО 28-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$x^2+4x=2021$

$x^2+4x-2021=0$

$x^2+4x+4-4-2021=0$

$(x^2+4x+4)-2025=0$

$(x+2)^2-45^2=0$

$(x+2-45)(x+2+45)=0$

$(x-43)(x+47)=0$ => либо $x-43=0$ => $x=43$ либо $x+47=0$ => $x=-47$

Ответ: $x=43$ или -47.

№2.

Нет, нельзя. Рассмотрим следующую ситуацию: в первые 30 минут он проехал 70 км, во вторые стоял, в третьи 70 км, в четвёртые 0 км, в пятые 70 км, в шестые 0 км, в седьмые 70 км. Все условия выполняются. Всего проехал 280 км за 3,5 ч =>

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! АО 28-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Rightarrow$ средняя скорость $\frac{280 км}{3,5 ч} = 80 \frac{км}{ч} \neq 70 \frac{км}{ч} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ нельзя.

+

Ответ: нельзя.

№3

1 - в произведении могут дать только 1 и -1 (т.к. числа целые), т. к. $1^3 = 1$, а $-1^3 = -1$, то для того чтобы сумма кубов была равна 0, сумма самих чисел должна быть равна 0 $\Rightarrow$ а "1" и "-1" ~~должно быть~~ равное кол-во $\Rightarrow$ кол-во всех чисел чётное, но 2021 - нечетное. Противоречие $\Rightarrow$ невозможно

+

Ответ: невозможно.

№4

Пусть ϑ первого поезда ϑ_1, второго ϑ_2, третьего ϑ_3, тогда (длина каждого поезда - а)

$2a = 252(\vartheta_2 - \vartheta_1)$

$2a = 36(\vartheta_2 + \vartheta_3)$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$252(\vartheta_2-\vartheta_1)=36(\vartheta_2+\vartheta_3)$

$7(\vartheta_2-\vartheta_1)=\vartheta_2+\vartheta_3$

$7\vartheta_2-7\vartheta_1=\vartheta_2+\vartheta_3$

$7\vartheta_2-\vartheta_2=\vartheta_3+7\vartheta_1$

$6\vartheta_2=\vartheta_3+7\vartheta_1$

$\vartheta_3=6\vartheta_2-7\vartheta_1$

Пусть третий поезд проходит мимо первого за n секунд, тогда:

$2a=n(\vartheta_3+\vartheta_1)$

$2a=n(6\vartheta_2-7\vartheta_1+\vartheta_1)$

$\left.\begin{array}{l}2a=6n(\vartheta_2-\vartheta_1)\\2a=\cancel{8}252(\vartheta_2-\vartheta_1)\end{array}\right\}\Rightarrow 6n=252\Rightarrow$

$\Rightarrow n=\cancel{7}42$ секунды

Ответ: 42 секунды

№5

Кол-во узлов чётно, т.к. ровно половина соединена с десктопами. Кол-

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

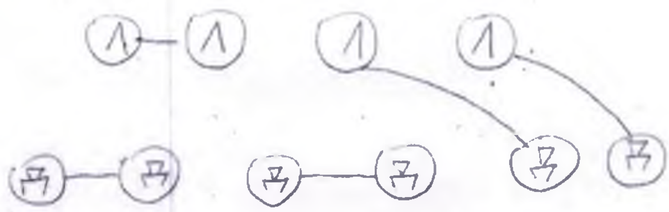
Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! A028-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

во лептопов соединённых между собой чет-но, (т.к. они делятся на пары) => кол-во лептопов кратно 4 => либо 4, либо 8 (не 0 из усл.).

Если их 8, то десктопа два => соединены с ними могут быть только 2 лептопа, но это не половина => ∅ => лептопа 4. Такое возможно (А)



(л - лептоп, д - десктоп).

Раз лептопов 48, то десктопов 6, 6 не ⋮ 4 => нельзя перегадки, так чтобы ровно половина десктопов была соединена с лэптопами (В) => нет.

Ответ: А 4 лептопа, 6 десктопов (расстановку см. на карт.), В: нельзя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F02	ДИСТАНЦИОННО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВКС
№ группы	Место проведения

W1 67-41

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ КОЛЕСНИКОВ

ИМЯ АЛЕКСАНДР

ОТЧЕСТВО ЮРЬЕВИЧ

Дата рождения 22.06.2006

Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

330 мин = 30 мин · 11 ; начертим отрезок и поделим его на 11 частей (330 мин = 5,5 ч)

800, 100, 800, 100, 800, 100, 800, 100, 800, 100, 800

каждый маленький отрезок — растояние, которое пролетел Авиалайнер за 30 минут; так как каждый час (любой) он пролетал 900 км, тогда сумма соседних отрезков = 900, пусть отрезки будут равны 100 и 800 км соответственно, тогда его средняя скорость будет равна: $((6 \cdot 800) + (5 \cdot 100)) : 5{,}5$ км/ч $= \frac{5300 \text{ км}}{5{,}5 \text{ ч}} = 963{,}(63)$ км/ч

+

963,(63) км/ч > 900 км/ч.

Ответ: нельзя утверждать, что всегда средняя скорость лайнера составляет 900 км/ч.

№ 2

так как ровно половина всех городов связана с селами, тогда количество городов четное, иначе ровной половины не было бы, так как количество городов четное и количество населенных пунктов четное, тогда сел тоже четное количество. Так же, если половина всех городов связана с селами, то другая половина связана между собой, по условию все города или села связаны друг с другом, значит половина всех городов - четная, а значит количество всех городов ⋮ 4 (продолжение см лист 2) тогда пусть количество городов $= 4n$, а количество сел $2m$, тогда $4n+2m=14$, мы сделаем таблицу, сколько всего городов, сел может быть.

таблица

города	села	пути мима село-город
4	10	2
8	6	4
12	2	не подходит

так как половина всех городов соединяется с селами, то половина всех городов $\le$ селам; вариант 12 городов

$\frac{4n}{2} \le 2m \Rightarrow 2n \le 2m$;

и 2 сел нам не подходит, так как $\frac{12}{2} = 6 > 2$

оставшиеся варианты удовлетворяют условиям!

в первом варианте количество путей мима село-города $= 2$; во 2 случае $= 4$

б) по условию количество сел $\vdots\, 2$, так же оставшиеся, только половина сел должна быть связана с селами, тогда количество сел $\vdots\, 4$, тогда пусть $2m = 4k$, значит

$4m+4k=14 \Rightarrow 4(m+k)=14$ $\quad 14 \not\vdots\, 4$, значит такого не может быть.

+

Ответ: а) см. таблицу

б) не может так быть

№3
начертим таблицу

+

строка №	бригады	длина трубы	время
1	I	$x-y$	t
2	II	y	t
3	III		t
4	I + II	x	t
5	I + III	15 км	t
6	II + III	$4y$	t
7	I + II + III	$2x$	t

Пусть 1 и 2 бригада проложили трубу длиной x, тогда $I+II+III = 2x$; пусть 2 бригада проложила трубу длиной y, тогда I бригада проложила бы $x-y$; $II+III = 4y$, т.к. они на одинаковое количество трубы затратили в 4 раза меньше времени, то за одинаковое время они проложат в 4 раза длинее трубу - тогда третья бригада проложила бы трубу, длиной $15\text{ км} - x + y$ или $2x - x + y - y$ или $4y - y$; это все можно приравнять, тогда $15\text{ км} - x + y = x = 3y$. $\Rightarrow$ $x = 3y$, значит $15 + y = 2x \Rightarrow 15 + y = 6y \Rightarrow 5y = 15$; $y = 3$; тогда $3y = 9$ Ответ: 9 км

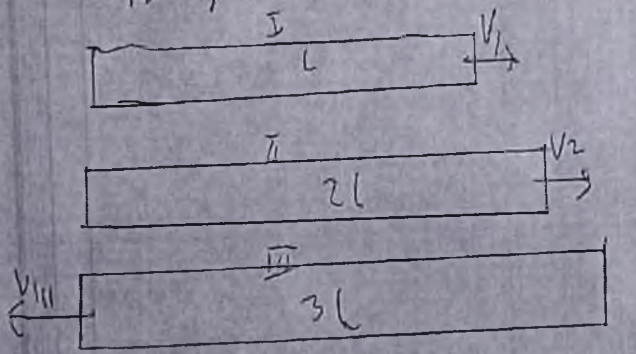
№4

Если числа целые, тогда при умножении одного целого числа на другое произведение становится дальше от 0 по числовой прямой последовательно и от единицы, но при умножении на 1 или на (-1) результат меняется только знаком, тогда количество чисел (-1) должно быть четным, $(-1)^{21} = -1$; тогда 21 - нечетное число, значит тогда сумма будет равна 0 тогда и только тогда, когда кол-во 1 = кол-во (-1) и кол-во 1 и (-1) ⋮ 2, в других случаях такое невозможно

Так чему равно N? Какое N-?

№5

Начертим поезда



$\frac{3l}{(V_2-V_1)} = 126$ сек

$\frac{5l}{(V_2+V_3)} = 30$ сек ⇒ $\frac{l}{V_2-V_1} = \frac{126}{3} = 42$ сек

$\frac{21l}{V_2+V_3} = \frac{3l}{V_2-V_1}$ ⇒ $\frac{7}{V_2+V_3} = \frac{1}{V_2-V_1}$ ⇒

$7V_2 - 7V_1 = V_2 + V_3$

$6V_2 - 6V_1 = V_1 + V_3$.

$t = \frac{4l}{V_1+V_3} = \frac{4l}{6(V_2-V_1)} = \frac{2}{3}\cdot\frac{l}{V_2-V_1}$ ⇒ ~~$\frac{2}{9}\cdot\frac{3l}{V_2-V_1} = 126$ сек $\cdot\frac{2}{9} =$~~

$= \frac{2}{3}\cdot 42$ сек $= 28$ сек.

Ответ: 28 секунд.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

Мо 76-46

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Ларин

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 03.08.2004 Класс: 10

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЛА

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 76-96

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1

Линии $y=x+2021$ будут параллельны линии $y=x+c$, где c любое.

Для них будет верно:

$\begin{cases} x=0 \\ y=c \end{cases}$ $\begin{cases} x=-c \\ y=0 \end{cases}$

Заметим, что $y=\frac{1}{x}$ располагается в 1 и 3 четвертях, при этом симметрична относительно $y=x$ и $y=-x$.

Из этого можно сделать вывод, что $\begin{cases} y_1=-x_2 \\ y_2=-x_1 \end{cases}$

Для линии $y=x+0$

$y_1=-1$ $x_1=-1$

$y_2=1$ $x_2=1$

$y_1 \cdot y_2=-1$

При этом, при изменении c, y_1 увеличится во столько же раз, во сколько уменьшится y_2, или наоборот (из вышесказанного).
Тогда произведение $y_1 \cdot y_2 = -1$ всегда

$p_1 \cdot p_2$ равняется произведению $y_1 y_2$ для всех прямых l_i.
Таким образом при нечетном N: $p_1 \cdot p_2 = -1$
При четном: $p_1 \cdot p_2 = 1$

$tg\, z = -1$
$z_1 = 135°$
$z_2 = 315°$
Для нечетн. N

$tg\, z = 1$
$z_3 = 45°$
$z_4 = 225$
Для четн. N

Ŧ

N 2

неверно решены элементарные тригон. ур-я

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 76-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Предположим, что $x^2+px+q=0$ имеет целые корни при p и q нечетных.

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p \\ x_1\cdot x_2=c \end{cases}$$

1) Чтобы $-(x_1+x_2)$ было нечетным требуется: x_1 - нечетный x_2 четный или наоборот.

2) Чтобы $x_1\cdot x_2$ было нечетным: x_1 - нечетн. и x_2 - нечетн.

1) и 2) не могут выполняться одновременно, значит такого быть не может.

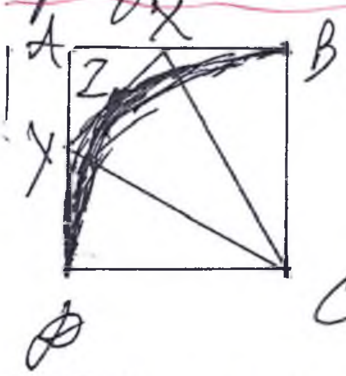
Ответ: не может.

+

N 3

~~Разберем~~ Рассмотрим

вневписанную окружность треугольника AXY.



Она проходит через точки B, D и Z (по свойству)

Точка C — центр, поэтому $\angle YCZ = \angle YCD$, $\angle XCZ = \angle XCB$

$\angle YCX = 0{,}5 \angle DCB$

$\angle YCX = 0{,}5 \cdot 90^\circ = 45^\circ$

$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos \angle YCX + \sin \angle YCX = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

+

ответ: $\sqrt{2}$

N4

Для выполнения условия

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МЮ 76-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

чтобы x и y имели разные знаки.

Тогда второе условие можно преобразовать так: ~~отметим~~

$|2x-y| \geq b$

$|2x|+|y| \geq b$

Из этого мы видим, что т.к. при x стоит коэффициент 2, для получения минимального значения x^2+y^2 требуется взять минимальный y и максимальный x;

$y=0 \quad |2x|=b$

~~отметим~~,

Тогда $x=\pm\frac{b}{2}$

$F(x,y)=\left(\frac{b}{2}\right)^2+0^2=\frac{b^2}{4}$

При этом отметим, что $b \geq 0$, иначе первое условие

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

не может выполняться.

Ответ: $\frac{b^2}{4}$ не учтена обл.

−

№5

Т.к. 25 − 14 = 11, для сокращения дроби требуется, чтобы $101n+25$ и $57+14$ делились на 11.

Исходя из признака делимости на 11 (~~сумма четных чисел~~ сумма цифр на четных поз. = сумме цифр на нечетн. или отличается на 11), можно найти

$n_1 = 4$

$$\frac{101\cdot 4+25}{57\cdot 4+14} = \frac{429}{242} = \frac{11\cdot 39}{11\cdot 22} = \frac{39}{22}$$

и $n = n_1 + 11\cdot k$

$n = 4 + 11k$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 76-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Где k – целое число не меньше нуля.

Ответ: при $n = 4 + 11k$ (k – целое неотриц.) +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M6F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VU 17-88

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 14061

ФАМИЛИЯ МАЛЬЦЕВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 23.05.2008

Класс: 6

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2020
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VU 17-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

Для начала найдём ~~площадь~~ объем листа, использованного для первого кубика. Она равна $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$ (~~площадь~~ объем грани) $\cdot 6$ (кол-во граней) $= 24$ ед^3. На второй же кубик потребуется $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ ед^3 того же материала. $\frac{216}{24} = \frac{9}{1}$ - отношение ~~площадей~~ объёма (и массы соотв.) первого кубика ко второму. $5 \cdot \frac{9}{1} = 45$ (г) - весит ~~п~~ второй кубик

(+)

№ 4

Для начала поймём, что в этом произв. не может быть нулей (т.к. тогда произв. будет равна нулю) и чисел больше единицы и меньше -1 (т.к. тогда произв. будет больше или меньше 1. => в произв. есть только 1 и -1. Но чтобы произв. было равно 1 нам нужно, чтобы число минус единиц было чётно. Из этого мы делаем вывод, что число единиц нечётно. С другой стороны чтобы сумма была равна нулю, нам нужно чтобы число единиц было равно числу минус единиц. Из ~~ну~~ сказанного мной выше мы получаем противоречие: ведь нечётное число не может быть равно чётному. Следовательно такое невозможно.

(+)

№ 3

$$\frac{202120202021}{202120212022} \;?\; < \frac{202120192020}{202120202021} \quad | \text{ преобр. в вид } 1 - ...$$

(+)

$$1 - \frac{10001}{202120212022} < 1 - \frac{10001}{202120202021} \quad | -1$$

$$-\frac{10001}{202120212022} < -\frac{10001}{202120202021}$$

| по правилу сравнения дробей с одинак. зн. числ.: у которой знаменатель меньше, та и больше

$-202120212022 < -202120202021$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 17-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Как известно, кол-во промежутков между площадками = кол-во площадок - 1 = 1020

посчитаем кол-во пролётов под каждой площадкой. Пусть оно равно 2. Тогда всего пролётов не 2021, как в условии, а 1021·2 = 2042. При замене одной площадки не над землёй, на площадку над землёй мы теряем 1 пролёт => число площадок над землёй (и вышек соотв.) = (2042 - 2021) : 1 = 21.

Ответ: 21.

(+)

№ 5

$\frac{30\,т}{час} = \frac{0,5\,т}{мин}$

пусть комбинат работал ~~к~~ n мин (ед. изм. чел) тогда он переплавил $\frac{n \cdot 0,5т}{n\ мин} = \frac{0,5\,т}{мин} = \frac{30\,т}{час}$, так будет работать для любого n, так как n просто сокращается в начале вычислений => может

(−)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М7F01	ДИСТАНЦИОННО, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

АО 28-60

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ МЕТЕЛКИН

ИМЯ АРТЁМ

ОТЧЕСТВО ЭДУАРДОВИЧ

Дата рождения 28.02.2007 **Класс:** 7

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: МЕТЕЛКИН

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Всего 5 листов!

№ 1.

$M = X(X+4) = 43 \cdot 47$

43, 47 – простые

$43 \cdot 47 \,\vdots\, X$

±

X может равняться $1, 43, 47, 43 \cdot 47$

$-1, -43, -47, -43 \cdot 47$

Тогда $M = 43 \cdot 47$, только при $X = 43$ или $X = -47$

Ответ: 43; -47

№2.

Нельзя. Приведём пример:

80 км/ч	60 км/ч	80 км/ч	60 км/ч	80 км/ч	60 км/ч	80 км/ч
40 км	30 км	40 км	30 км	40 км	30 км	40 км
$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ ч

$V_{ср} = \frac{250}{3,5} = 71\frac{3}{7}$ км/ч

+

при этом любые 70 км пройдены за час

№3.

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots a_{2021} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ каждое число может равн. 1 или -1

Пусть кол-во 1 = X

тогда -1 будет 2021 - X

Тогда сумма кубов равна

$1^3 \cdot X + (-1)^3 \cdot (2021 - X) = X - 2021 + X =$

$= 2X - 2021$

$2x - 2021 \neq 0$

нечётное чётное

Ответ: не может

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АО 28-60

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4.

Пусть длина поезда равна x, а V_1, V_2, V_3 – скорости поездов

второй поезд при обгоне первого проедет относительно него $2x$ с относительной скоростью $V_2 - V_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow (V_2 - V_1) \cdot 252 = 2x$, а для второго и третьего получим $(V_2 + V_3) \cdot 36 = 2x$, т.к. сближаются. Так-же $(V_1 + V_3) \cdot t = 2x$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) \cdot 252 = \left(\frac{V_2}{V_1} + \frac{V_3}{V_1}\right) \cdot 36 = (1 + \frac{V_3}{V_1}) \cdot t \quad \Big| : V_1$$

$$(V_2 : V_1 - 1) \cdot 252 = \left(\frac{V_2}{V_1} + \frac{V_3}{V_1}\right) \cdot 36 = \left(1 + \frac{V_3}{V_1}\right) \cdot t$$

a a b b

$$(a - 1) \cdot 252 = (a + b) \cdot 36 = (1 + b) \cdot t$$

$$(a - 1) \cdot 252 = (a + b) \cdot 36$$

$$(a - 1) \cdot 7 = a + b$$

$$7a - 7 = a + b$$

$$6a - 7 = b$$

$(a+6a-7)\cdot 36=(1+6a-7)\cdot t$

$(7a-7)\cdot 36=(6a-6)\cdot t$

$t=\dfrac{7(a-1)\cdot 36}{6(a-1)}=42$ сек

+

$a\neq 1$, т.к. $V_2>V_1$

Ответ: 42 сек

№5.

+

а) кол-во лэптопов $\vdots\, 2$, пусть их $2x$.
Тогда десктопов $10-2x$

$x\leq 10-2x$ $3x\leq 10\Rightarrow x=1$ или 2 или 3

Половина лэпт-в, которая не соединена с деск-ми должна разбиться на пары между собой $\Rightarrow x\,\vdots\, 2\Rightarrow x=2$.
Приведём пример.

$Л_1$ — $Л_2$ $Л_3$ — $Д_1$ $Л_4$ — $Д_2$ $Д_3$ — $Д_4$ $Д_5$ — $Д_6$

б) Нельзя, т.к. ост. 3 десктопа, которые не соединены с лэптопами, должны будут

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

соединяться друг с другом, а 3 ⁄ 2

Ответ: а) 4 лэптопа, 6 десктопов б) нельзя

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М8О2	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

W1 67-56

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ Павлова

ИМЯ Светлана

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 22.08.06

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 21.02.21 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пав

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11051 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-56

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №2

А: Так как ~~кол-во городов~~ ровно половина городов соединены с сёлами, значит, количество городов чётное. Если с сёлами соединены только половина, значит, остальные соединены между собой, и, исходя из этого, количество городов кратно 4. В пределах 14 (общее количество городов и сёл) таких чисел 3: 4, 8, 12. В последнем случае ~~10~~ сёл 2, а городов, соединённых с ними, 6. А 4 и 8 подходят. Таким образом, есть два варианта: 1) городов 4, сёл 10, маршрутов город-село 2. 2) городов 8, сёл 6, маршрутов город - село 4.

Ответ: 1 вариант: 4 города, 10 сёл, 2 маршрута. 2 вариант 8 городов, 6 сёл, 4 маршрутов.

(+)

Б. Как было доказано ранее, в таком случае ~~ее~~ количество сёл кратно 4, но ни в одном из двух вариантов, полученных в части А, такого нет, значит, это невозможно.

Задание №4.

(+)

Ряд чисел: ~~$a_1 a_2$~~ $a_1, a_2, a_3, a_4 \dots a_n$.

Известно: $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n = 1$. Это возможно, если все числа равны 1 и ~~отрицательных половина~~ ~~он~~ количество отрицательных кратно 2 или их нет вообще.

~~Как~~ $a_1^{21} + a_2^{21} + a_3^{21} \dots + a_n^{21} = 0$. Половина из них должна быть отрицательными, так как уже было доказано, что все $a = 1$.

Ответ: n - чётное и ~~1/2~~ половина чисел равны -1.

Лист 01 из 02

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11031 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! W1 67-56

Задача №1

~~Известно, что кот в то~~ Как известно, час = 60 минут, то есть за каждую минуту он пролетал 900 : 60 = 15 км. Таким образом, за 330 минут он пролетел 330 · 15 = 4750 км. Если предположить, что ~~в полёте~~ его скорость была 900 км/ч, получим, что в полёте он был 4750 : 900 = 5,111... ч, что не соответствует действительности. +

Ответ: нет, не мог.

Задача №3

Обозначим скорость работы I бригады как x, II как y, III как z. Тогда получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+z=15 \\ z+z+y=(y+x)2 \\ y+z=4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=15-z \\ (15-z)+z+y=2y+2(15-z) \\ y+z=4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15+y=2y+30-6y \\ z=3y \end{cases} \Rightarrow 5y=15 \Rightarrow$$

$\Rightarrow y=3$. Отсюда: $3+z=4\cdot 3 \Rightarrow z=12-3=9$. +

Ответ: скорость III бригады 9 км/месяц.

Задача №5

~~Обозначим время, за которое~~

Обозначим скорость движения I поезда как a, II – b, III – c.

Тогда получим систему уравнений, где s – время, за которое III обошёл I, x – длина I.

$$\begin{cases} c+b=\frac{x}{20} \\ b-a=\frac{x}{126} \\ c+a=\frac{x}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=\frac{x}{20}-b \\ b-a=\frac{x}{126} \\ (\frac{x}{20}-b)+a=\frac{x}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=\frac{x}{126}+a \\ \frac{x}{20}-\frac{x}{126}-a+a=\frac{x}{s} \end{cases} \Big| :x \Rightarrow \frac{1}{20}-\frac{1}{126}=\frac{1}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s}=\frac{53}{1260} \Rightarrow s=23\frac{41}{53} \text{ сек.}$$ +

Ответ: $23\frac{41}{53}$ сек.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистанционно. с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

IV 88-97
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ Первушина

ИМЯ Валентина

ОТЧЕСТВО Михайловна

Дата рождения 06.05.2009 Класс: 5

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

$$\begin{array}{r} -\,20222021 \\ 20212020 \\ \hline 10001 \end{array} \Rightarrow \frac{20222021}{20212020} = 1\frac{10001}{20212020}$$

$$\begin{array}{r} -\,20212020 \\ 20202019 \\ \hline 10001 \end{array} \Rightarrow \frac{20212020}{20202019} = 1\frac{10001}{20202019}$$

Сравним знаменатели: +

$20212020 > 20202019$

Меньше та дробь, у которой знаменатель

$$\Rightarrow 1\frac{10001}{20212020} < 1\frac{1001}{20202019} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

У кубика 2х2х2 $S_{пов} = 6a^2 = 6 \cdot 2^2 = 24 см^2$
То есть на $24 см^2$ приходится 2 грамма.
У кубика 6х6х6 $S_{пов} = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 216 см^2$

216 : 24 = 9 (раз) больше $S_{пов.}$ куба 6х6х6
2 · 9 = 18 (грамм) краски на куб 6х6х6.
Ответ: 18 грамм

+

№5

Произведение -1, только если все множители = 1, или = -1 (четное кол-во)

2021 - нечетное кол-во ⇒
их сумма не может быть = 0

Ответ: нет, ~~нельзя~~ не может быть

+

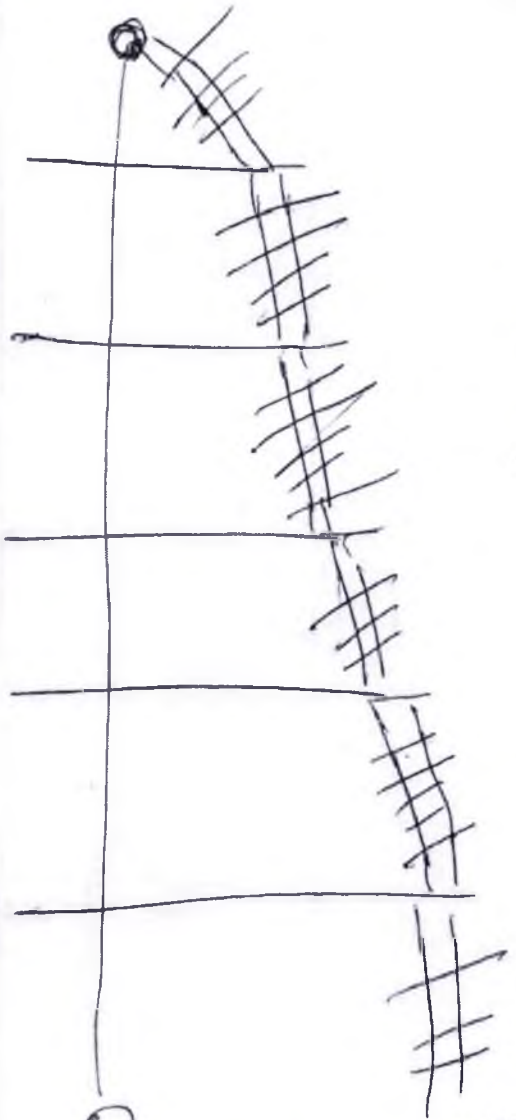
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! IV 88-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



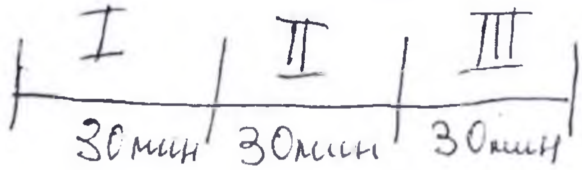
Площадок 2021
Лесенок 2102
Вышек - ?

Заметим, что с каждой площадки выходит лесенка, а с верхней - две (одна к вершине)
2102 - 2021 = 81 лесенок идут к вершинам

Ответ: 81 вышка

+

№4



II промежуток в 30 минут попадает в любой промежуток времени длиной в 1 час

1) Если он в I и III не ел, а во II съел 3кг => за 90 минут он съел 3 кг => прожорливость 2кг в час

2) Если он в I, II, III ~~ел~~ ел по 1,5кг => он за 90 минут съел 4,5 кг => => его прожорливость 3кг в час

Ответ: нельзя.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
М6F02	Дистанционно, с использованием ВКС

VU 61-51

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Платонова

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Григорьевна

Дата рождения 11.12.2008

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VИ61-51

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Известно, что у куба 6 сторон. Следовательно, одна его сторона 2×2 весит

$$5:6=\frac{5}{6} \text{ грамма}$$

Одна сторона куба 6×6 состоит из $(6:2)\cdot(6:2)=9$ сторон куба 2×2. Следовательно, одна сторона 6×6 весит

$$9\cdot\frac{5}{6}=7{,}5 \text{ граммов.}$$

А весь куб $6\times6\times6$ весит

+

$$7{,}5\cdot6=45 \text{ граммов}$$

Ответ: 45 граммов весит куб $6\times6\times6$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 61-51

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

x - кол-во площадок на одной вышке

y - кол-во вышек

$xy = 1021$

$2x-1$ = пролётов на одной вышке

$y(2x-1)$ = пролётов всего

$xy + 1000 = y(2x-1)$

$xy + 1000 = 2xy - y$

$1000 = xy - y$

$1000 = 1021 - y$

$y = 1021 - 1000$

$y = 21$

Ответ: 21 вышка в заповеднике.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! VU 61-51

№3

Сначала нужно узнать, какова разница между единицей и каждой из этих дробей.

1-я дробь:

$$\frac{202120212022-202120202021}{202120212022}=\frac{10001}{202120212022}$$

2-я дробь:

$$\frac{202120202021-202120192020}{202120202021}=\frac{10001}{202120202021}$$

$$\frac{10001}{202120212022}<\frac{1001}{202120202021}$$

Разница между 1-й дробью и единицей меньше, чем разница между 2-й дробью и единицей.

Следовательно, 1-я дробь больше.

+

Ответ: $\frac{202120202021}{202120212022}>\frac{202120192020}{202120202021}$

№4

Чтобы произведение 2021 числа равнялось 1, среди них должно быть чётное кол-во "-1" и нечётное кол-во "1". Чтобы сумма всех этих чисел равнялась нулю, кол-во "-1" и "1" должно быть равным. Но любое чётное число не равно любому нечётному числу, поэтому их сумма не может быть равна нулю.

Ответ: нет, их сумма не может быть равна нулю. +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VU 61-51

ЗНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5

Предположим, что так утверждать нельзя. Тогда в какой-либо промежуток времени, который равен 1-му часу комбинат плавил бы не 30 тонн снега, а другое кол-во. Такого по условию быть не может, поэтому так утверждать можно.

неверно

Ответ: да, так утверждать можно.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистанционно, с использованием ВКС

№ группы Место проведения

IV 88-81

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051.

ФАМИЛИЯ Пономарева

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Павловна

Дата рождения 03.04.2009 Класс: 5

Предмет математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IV 88-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

дробь $\frac{20222021}{20212020}$ меньше дроби $\frac{20212020}{20202019}$ т.к.

если сделать эти дроби ~~пр~~ правельными:

$$20222021 - 20212020 = 10001 \qquad 20212020 - 20202019 = 10001$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$\frac{10001}{20212020} \qquad \frac{10001}{20202019}$$ числители равны!

10001=10001.

рассмотрим знаменатели:

$20212020 > 20202019$

Значит:

$$\frac{20222021}{20212020} < \cancel{\frac{202120}{202019}}\ \frac{20212020}{20202019}$$

Ответ: $\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 2

1) Найдем Sповерхности обоих кубов:

$S_{пов} = a^2 \cdot 6$

$S_{пов^1} = 2^2 \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24 см^2$

$S_{пов^2} = 6^2 \cdot 6 = 36 \cdot 6 = 216 см^2$

2) Если на куб¹ тратится 2 грама что в 24 : 2 = 12 раз меньше Sпов¹ куба, то на куб² тратится в 216 : 24 = = 9 раз ~~не~~ больше краски

3) То есть на второй куб тратится 2 · 9 = 18 грамов краски.

Ответ: 18 грамов краски потребуется на куб².

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

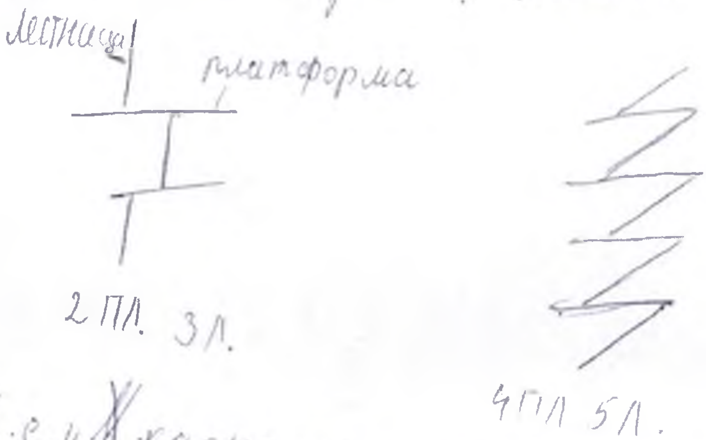
Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 1V88-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3

Рассмотрим строение вышек:



~~Т.е. у каждой платформы~~

Т.е. у каждой вышки лест на 1 больше платформ.

1) Найдем на сколько лестниц больше платформ

2102 - 2021 = 81 шт.

Если у каждой вышки есть 1 лишняя лестница (ведущая вверх), то вышек 81 штука.

Ответ: в городе N 81 вышка.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IV 88-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 4

Можно утверждать, что средняя прожорливость Пончика составляет 3 кг в час. Т.к. в течении любого промежутка времени длительностью в 1 час он съедал ровно 3 кг варенья.

Ответ: можно

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 5

Множители должны быть равны либо 1, либо -1.
При этом кол-во -1 должно быть четным, т.к. $-1 \cdot -1 = 1$.

Чтобы сумма была равна 0 надо чтобы кол-во -1 было нечетным т.к $-1+1=0$

Значит сумма всех множителей не может быть равна 0.

Ответ: не может быть.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	ЗАОЧНЫЙ ПОТОК
№ группы	Место проведения

МЮ 76-55

шифр

— Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ПШЕНИЧНИКОВ

ИМЯ ГЛЕБ

ОТЧЕСТВО ВИКТОРОВИЧ

Дата рождения 01.09.2004 Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 7 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Все прямые l_i параллельны прямой $y=x+2021$ => прямые l_i имеют вид: $y=x+k$, где k - какое-то число

Найдем пересечение l_i с кривой $y=\frac{1}{x}$

$$x+k=\frac{1}{x}$$

$$x^2+kx-1=0$$

$$D=k^2+4$$

$$x_{1,2}=\frac{-k\pm\sqrt{k^2+4}}{2}$$

$$x_1=\frac{-k}{2}+\frac{\sqrt{k^2+4}}{2} \Rightarrow y_1=x_1+k=\frac{1}{2}k$$

Найдем y_1 и y_2.

$$y=\frac{1}{x} \Rightarrow x=\frac{1}{y}$$

$$y=x+k \Rightarrow x=y-k$$

$$\frac{1}{y}=y-k$$

$$y^2-ky-1=0$$

$$D=k^2+4$$

$$y_{1,2}=\frac{k\pm\sqrt{k^2+4}}{2}$$

$$y_1\cdot y_2=\left(\frac{k}{2}+\frac{\sqrt{k^2+4}}{2}\right)\cdot\left(\frac{k}{2}-\frac{\sqrt{k^2+4}}{2}\right)=\frac{1}{4}\left(k^2-k^2-4\right)=-1$$

$$P_1\cdot P_2=y_1(1)\cdot y_1(2)\cdot y_2(1)\cdot y_2(2)\ldots=\left(y_1(1)\cdot y_2(1)\right)\cdot\left(y_1(2)\cdot y_2(2)\right)\ldots=$$
$$=(-1)^N$$

$$\operatorname{tg} z=(-1)^N$$

Если $N=2k$, где $k\in N$: $\operatorname{tg} z=(-1)^{2k}$

$$\operatorname{tg} z=1$$

$$z=\frac{\pi}{4}+\pi n$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ МЮ 76-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжи.)

если $N=2k-1$, где $k\in N$: $tg\, z=(-1)^{2k-1}$

$tg\, z=-1$

$z=\frac{3}{4}\pi+\pi n$

Ответ: если N - четно, то $z=\frac{\pi}{4}+\pi n$

если N - нечетно, то $z=\frac{3}{4}\pi+\pi n$.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 1710

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! МЮ 76-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

$x^2+px+q=0$

p и q - целые нечетные.

Запишем теорему Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-p & (1) \\ x_1\cdot x_2=q & (2) \end{cases}$$

Из (2): q - нечетно => x_1 и x_2 - нечетн.

Из (1): -p - нечетно => либо x_1 - четно и x_2 - нечетно
либо x_1 - нечетно и x_2 - четно

Получили противоречие => уравнение не имеет целых корней.

Ответ: нет.

+

№4.

$f(x,y)=x^2+y^2$

$\left.\begin{array}{l} x^2\geqslant 0 \\ y^2\geqslant 0 \end{array}\right| \Rightarrow f(x,y)\geqslant 0 \Rightarrow$ миним. 0.

Докажем, что всегда найдется $x=0$ и $y=0$ (при любом b).

$|2x+y|\leq b \Rightarrow b\geqslant 0.$

Пусть $2x+y=n$
$2x-y=m$

Возможны случаи: $\begin{cases} n>0 \\ m>0 \end{cases}$, $\begin{cases} n<0 \\ m<0 \end{cases}$, $\begin{cases} n>0 \\ m<0 \end{cases}$, $\begin{cases} n<0 \\ m>0 \end{cases}$

Разберем их:

I) $\begin{cases} 2x+y\leq b \\ 2x-y\geqslant b \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y\leq b \\ -2x+y\leq -b \end{cases}$ $\begin{cases} 2y\leq 0 \\ -2x+y\leq -b \end{cases}$ $\begin{cases} y\leq 0 \\ -2x+y\leq -b \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} 2x\leq b-y \\ b-y\in[b;+\infty) \end{array}\right| \Rightarrow 2x\leq b$, т.к. $b\geqslant 0$, то точно найдется $x=0$.

т.е. есть значения $x=0$ и $y=0$

II) $\begin{cases} -2x-y\leq b \\ -2x+y\geqslant b \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y\geqslant -b \\ -2x+y\geqslant b \end{cases}$ $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ -2x+y\geqslant b \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} 2x\geqslant -b-y \\ -b-y\in(-\infty;-b] \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x\geqslant -b \\ b>0 \end{array}\right| \Rightarrow$ есть знач. $x=0$

т.е. $y=0$ и $x=0$

III) $\begin{cases} 2x+y\leq b \\ 2x-y\leq -b \end{cases}$ $\begin{cases} x\leq 0 \\ 2x+y\leq b \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} y\leq b-2x \\ b-2x\in[b;+\infty) \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y\leq b \\ b>0 \end{array}\right| \Rightarrow$ есть знач. $y=0$ и $x=0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ МЮ 76-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

и (продолж.)

IV) $\begin{cases} 2x+y \geq -b \\ 2x-y \geq b \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-y \geq b \end{cases}$

$y \geq -b-2x$

$-b-2x \in (-\infty; -b]$ $\Big| \Rightarrow y \geq -b$, $b \geq 0$ $\Big| \Rightarrow$ есть знач $y=0$ и $x=0$

т.е. при всех возможных вариантах, точно найдутся значения $x=0$ и $y=0$

т.е. минимально $f(x,y)=0$

не учтена область!

Ответ: 0

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЮ 76-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$\frac{101n+25}{57n+14}$

1) Если n - чет ,то 101n+25 - неч. 57n+14 - чет $\Rightarrow \frac{101n+25}{57+14} = \frac{неч}{чет} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ нельзя сократить на четное число

2) Если n-неч., то 101n+25 - четн. 57n+14 - неч. $\Rightarrow \frac{101n+25}{57+14} = \frac{четн}{неч} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ нельзя сократить на четн. число

Т.е. дробь можно сокращать только на нечетные числа

Будем поочередно делить числа на нечетные числа и смотреть на остатки, если в числителе и знаменателе они одинаковы, то дробь можно сократить на это число.

Надо перебрать неч. числа до 14, т.к. после 14 в знамен. будут остатки вида nk+14, а в числителе sn+d, где d≠14.

	101n+25	57n+14
3	2n + 1	0·n + 2
5	n + 0	2n + 4
7	3n + 4	n + 0
9	2n + 7	3n + 5
11	2n + 3	2n + 3
13	10n + 12	5n + 1

← подх, т.е при n = 4 + 11k дробь сократима.

Подошло только число 11.

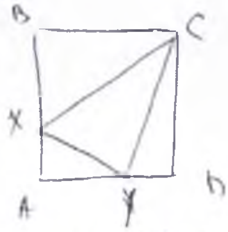
Ответ при n = 4+11k, где k ∈ N, k = 0.

+

Лист 6 из 7

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



пусть $XA = x$, $AY = y$, $AB = a$ $\Rightarrow$ $x + y + \sqrt{x^2+y^2} = 2a$

$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} = 4a^2 - 2ax - 2ay - 2ax + \cancel{x^2} + xy - 2ay + yx + \cancel{y^2}$

$xy = 2a^2 - 2ax - 2ay$

$CX = \sqrt{2a^2 + x^2 - 2ax}$

$CY = \sqrt{2a^2 + y^2 - 2ay}$

по т. косин.

$\cos XCY = \dfrac{2a^2 + x^2 - 2ax + 2a^2 + y^2 - 2ay - x^2 - y^2}{2CX \cdot CY} = \dfrac{2a^2 - xy}{2CX \cdot CY}$

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

IV 88-24

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ Ручко

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Денисович

Дата рождения 11.03.2009 Класс: 5

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ручко

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IV 88-24

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$\frac{20222021}{20212020}$ $\frac{20212020}{20202019}$

Числители $2022202 > 20212020$

Знаменатели $20212020 > 20202019$

Сделаем знаменатели одинаковыми и сравним числители

$\frac{20222021 \cdot 20202019}{20212020 \cdot 20202019}$ $\frac{20212020 \cdot 20212020}{20202019 \cdot 20212020}$

Числители: $408.525.652.460399 < 408.525.752.480.400$.

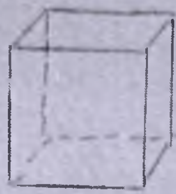
Знаменатели одинаковые.

Ответ: $\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

$$
\begin{array}{r}
\times\ 20222021 \\
20202019 \\
\hline
181998189 \\
20222021 \\
00000000 \\
40444042 \\
00000000 \\
40444042 \\
00000000 \\
40444042 \\
\hline
408525652460399
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\ 20212020 \\
20212020 \\
\hline
40424040 \\
00000000 \\
40424040 \\
20212020 \\
40424040 \\
00000000 \\
40424040 \\
\hline
408525752480400
\end{array}
$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$ABCA_1B_1C_1$ – куб №2



$a_1 = 2$ см
$b_1 = 2$ см } 2 грамма
$c_1 = 2$ см

$a_2 - 6$ см
$b_2 - 6$ см } ? грамм
$c_2 - 6$ см

Решение:

1) $S_1 = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 4 = 24$ (см²) I кубик
2) $S_2 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6 \cdot 36 = 216$ (см²) II кубик
3) $216 : 24 = 9$ (раз) II кубик больше I

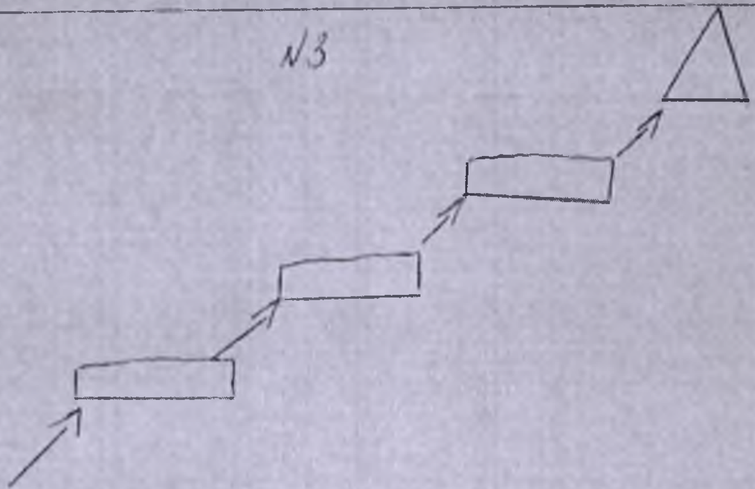
216 | 24
216 | 9
0

4) $9 \cdot 2 = 18$ (г) краски для кубика 6·6·6.

Ответ: 18 грамм

+

№3



Лесенок на каждой вышке больше чем площадок на 1. Пусть вышек x штук тогда общее количество лесенок и площадок отличается друг от друга на x.

$2102 - 2021 = x$

$x = 81$

Ответ: 81.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IV 88-24

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

За равные промежутки времени 1 час Пончик съедает 3 кг варенья. Значит скорость поедания 3 кг в час.

Ответ: средняя прожорливость 3 кг варенья в час.

—

№5

Среди этих чисел нет 0 т.к., умножение на 0 = 0.
Числа могут быть только 1 и −1 1−1=0 два числа
Умножение двух отрицательных чисел есть число положительное ~~число есть~~.
Значит число "−1" должно быть четное количество.
Чтобы в сумме был ноль, то числа 1 должно быть столько же сколько −1
2021 − нечетное число
2020 : 2 = 1010 − количество "1 и −1"
Значит $\underbrace{1\cdot 1 \ldots \cdot 1}_{1010 \text{ раз}} \cdot \underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot\ldots\cdot(-1)}_{1010 \text{ раз}} = 1\cdot 1 = 1$
2021 число может быть только 1, что бы произведение = 0
Значит сумма этих чисел
$\underbrace{1+1+\ldots+1}_{1010} + (\underbrace{-1-1-1-\ldots-1}_{1010}) + 1 = 1010 - 1010 + 1 = 1 \neq 0$
Ответ: не может

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения

W1 50-46

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ СВИРИДОВА

ИМЯ АННА

ОТЧЕСТВО АНАТОЛЬЕВНА

Дата рождения 23.10.2006 **Класс:** 8

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Анат

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Средняя скорость равна

$$V_{ср.} = \frac{S\ всё}{t\ всё}$$

t всё = 330 минут (как сказано в условии) = = 5,5 ч

Так как авиалайнер в любой промежуток времени, равный 1ч, преодолевает расстояние в 900км, то мы можем всё, данное нам время разбить на промежутки длиной в 1ч.

Тогда S всё $= 900\frac{км}{ч} \cdot 5{,}5ч$ А средняя скорость равняется:

$$V_{ср.} = \frac{900\frac{км}{ч} \cdot 5{,}5ч}{5{,}5ч} = 900\frac{км}{ч}$$

4

Ответ: да, можно

№2

Заметим, что количество городов должно быть всегда чётным, ведь неполных городов быть не может.

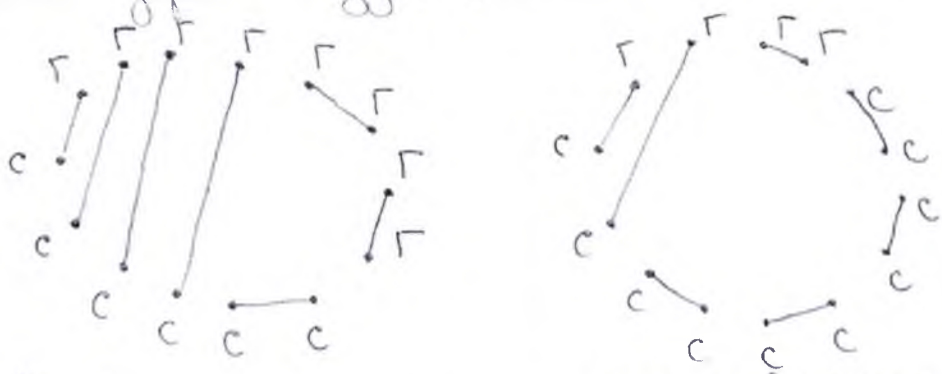
Число сёл в таком случае тоже чётно, так как 14 - чётное число, а чёт. = чёт. + чёт или чёт. = нечёт. + нечёт. (в данной ситуации подходит первый случай).

Так же заметим, что после соединения половины городов с сёлами, должно остаться чётное число городов и сёл. ~~Тогда~~ Потому что оставшиеся сёла и города могут быть соединены только способом город - город или село - село (т.к. из одного населённого пункта выходит одна дорога, а дороги типа город - село уже все возможные есть.)

Исходя из этого, можем сказать, что и соединений типа город - село будет чётное кол-во, так как количество городов и количество сёл - чётное, а чёт. = чёт. + чёт.

Таким образом, получается что количество городов должно делиться на 4. (чётное при делении на 2, частное тоже чётное). Всего населённых пунктов ~~12~~ 14, а значит число городов может быть: или 4, или 8, или 12.

12 не может быть, так как в этом случае число сёл равняется 2, а число городов, из которых дороги ведут в сёла - 6.



(+)

В обоих случаях число дорог равняется 7, как и сказано в условии. То есть число дорог типа город - село может быть 4 или 2.

При данном выше числе городов и сёл (в обоих вариантах) нельзя сделать перестановку маршрутов так, чтобы ровно половина сёл была связана с городами, так как число сёл не кратно 4 (в обоих случаях).

При другом количестве городов и сёл такое сделать можно, а точнее, если сёл 4 или 8.

№3

Пусть производительность 1 и 2 бригад – x. Тогда производительность всех трёх бригад – 2x. Пусть производительность 2 бригады – y. Тогда производительность 2 и 3 бригад – 4y. Конечно, это производительность за месяц.

Заметим, что 1, 2 и 3 – 2x, а 1 и 2 – x. Значит производительность 3 бригады x.

Заметим, что 2 – y, а 2 и 3 - 4y. Значит производительность 3 бригады 3y.

Заметим, что 1 и 3 – 15км, 2 – y, а 1,2 и 3 - 2x. Тогда можно составить уравнение:

$$\begin{cases} 3y = x, \\ 15 + y = 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x, \\ 15 + y = 2x; \end{cases}$$

$$15 + \frac{1}{3}x = 2x$$

$$15 = \frac{5}{3}x$$

$$x = 9$$

9км трубы может проложить в месяц 3 бригада

Ответ: 9км

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Так как произведение всех чисел равняется 1, среди чисел нет нулей.

Так как все числа целые, то такое возможно только если все числа - это 1, либо среди N чисел чётное количество - (−1) (если их количество будет нечётным, то произведение будет равняться −1.

Так как сумма чисел равна нулю, очевидно, что среди N чисел есть −1. Их чётное количество. Чтобы сумма всех чисел равнялась 0, каждой −1 нужна 1, чтобы приравнять её к 0. ~~Тогда~~ (в 21 степени −1 = −1 так как степень нечётная, а 1 = 1). Тогда такое возможно при N - чётное, где половина чисел - это −1, а другая половина - это 1., значит N какое?

(+)

№5.

Пусть длина первого поезда l, тогда длина второго поезда $2l$, а длина третьего $3l$. Пусть скорость первого поезда V_2, скорость второго V_1, а скорость третьего V_3.

Второй ~~скорость~~ поезд проходит мимо первого за 2мин 6с (126с). Это значит, что второй поезд проходит расстояние, равное $2l$ за 126с, так как проезжая мимо любого поезда, текущий поезд проходит расстояние, равное своей длине. Так как 1 и 2 поезд движутся в одном направлении, то своё расстояние второй поезд проходит со скоростью, равной скорости отдаления 2 поезда (скорость у него больше по условию) от 1 поезда.

Составим уравнение:

① $\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2l} = 126c$

Так же, 3 поезд проезжая мимо 2 поезда, проходит расстояние, равное своей длине. Но 3 поезд движется в противоположную сторону, значит в уравнении мы будем рассматривать его длину с противоположным знаком. Так же, своё расстояние 3 поезд будет проходить с суммарной скоростью 2 и 3 поездов, так они движутся в противоположных направлениях. Составим уравнение:

② $\frac{\vartheta_1 + \vartheta_3}{-3l} = 30c$

Нас просят найти ③ $\frac{\vartheta_1 + \vartheta_3}{-3l}$

① $\vartheta_1 - \vartheta_2 = 252\, l \cdot c$

② $\vartheta_1 + \vartheta_3 = -90\, l \cdot c$

② - ① $\vartheta_1 + \vartheta_3 - \vartheta_1 + \vartheta_2 = -90\, l \cdot c - 252\, l \cdot c =$

$= -342\, l \cdot c$

③ $\frac{\vartheta_1 + \vartheta_3}{-3l} = \frac{-342\, \cancel{l} \cdot c}{-3\, \cancel{l}} = 114c$

Ответ: за 114 с

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M6F02	
№ группы	Место проведения

VЦ 61-52

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ СМОЛИН

ИМЯ СВЯТОСЛАВ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 12.02.2008 Класс: 6

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ССС

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17061 шифр, не заполнять! ⇨ VU61-52

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~№1~~

~~V кубика 2x2x2 = 8 (2^3)~~

~~V кубика 6x6x6 = 6^3 = 216~~

~~кубик 2x2x2 < кубика 6x6x6 в $\frac{216}{8}$ = 27 раз, значит вес кубика 6x6x6 = 27·5 = 135 (гр)~~

~~Ответ. вес кубика 6x6x6 = 135 грамм~~

№3

$$\frac{202120202021}{202120212022}+\frac{10001}{202120212022}=1$$

$$\frac{202120192020}{202120202021}+\frac{10001}{202120202021}=1$$

$$\frac{10001}{202120212022}<\frac{10001}{202120202021}$$

Значит

$$\frac{202120202021}{202120212022}>\frac{202120192020}{202120202021}$$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17001

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VИ 61-52

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Если все числа целые и их произведение = 1 значит модули этих чисел равны 1, получается что все эти числа = либо 1 либо -1. Тогда чтобы сумма этих чисел была равна 0 нужно чтобы 1 и -1 было равное кол-во, то есть вместе должно быть четное кол-во чисел, а 2021 ⋮̸ 2 (нечётное). Получается что такого не может быть

Ответ: нет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 12061 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВИ 61-52

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$S_{2\times2\times2} = (2\cdot2)\cdot6 = 24$

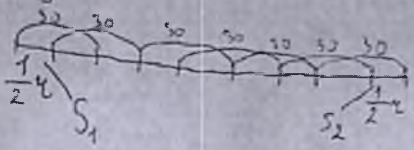
$S_{6\times6\times6} = (6\cdot6)\cdot6 = 216$

Вес кубика $6\times6\times6 = \frac{216}{24}\cdot5 = 45$ (гр.)

Ответ: 45 грамм

+

№5



X = кол-во снега за ~~4,5~~ 4,5 часа

$S_1 = X - 30\cdot4$

$S_2 = X - 30\cdot4$

Значит $S_1 = S_2$

не обязательно

$S_1 + S_2 = 2X - 8\cdot30 = (9-8)\cdot30 = 30$

Получается $S_1 = S_2 = \frac{1}{2}\cdot30 = 15$

Средняя производительность $= \frac{4\cdot30+15}{4,5} = 30$ Т/ч

Ответ: да

+

№2

Кол-во пролётов $k = 2021$

кол-во площадок $m = 1021$

Заметим что $k = 2m - n$

$n = 2m - k = 2\cdot1021 - 2021 = 2042 - 2021 = 21$

Ответ: 21-а вышка.

+

Лист 03 из 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

XJ 17-49

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Тимофеева

ИМЯ Любовь

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 30.08.2003 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. $a^2x^4+2abx^3+(2ac+b^2)x^2+2bcx+c^2=0$

c, $a+b+c$ – нечетные целые

Если корни целые нечетные, то они являются числами вида $\frac{c^2}{a^2}$ – частное свободные коэффиценты и коэффиценты при x^4

c – нечетное, значит, $a+b$ – четное, тогда

1) $a=2m$, $b=2k$

Если $a=2m$, то $\frac{c^2}{a^2}$ корни не могут быть целыми – не подходит

2) $a=2m+1$, $b=2k+1$

Если $a=2m+1$ и ~~x~~ x – нечетное, $b<2k+1$ то

a^2x^4 – нечет
$2bx^3$ – чет
$2acx^2$ – чет
b^2x^2 – нечет
$2bcx$ – чет
c^2 – нечет

значит, сумма всех корней (слагаемых) нечетное число и не может быть 0.

Ответ: не могут быть.

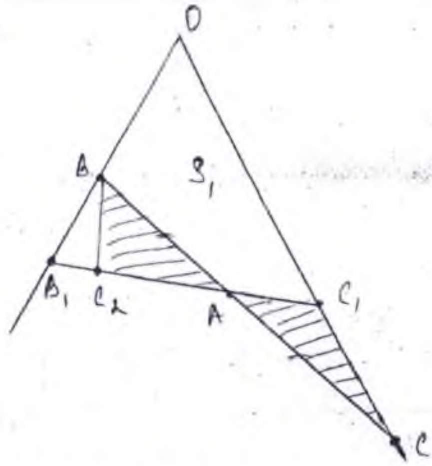
(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XI 17-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2)



Проведем BC так что BA = AC

Тогда $\triangle OBC$ – наименьший по площади

докажем, что так

проведем произвольную B_1C_1,

отложим $AC_2 = AC_1$, тогда

$\triangle ABC_2 = \triangle ACC_1$ по двум сторонам и углу между ними, их площади одинаковые

$S_{\triangle OBC} = S_1 + S_{\triangle ACC_1}$

$S_{\triangle OB_1C_1} = S_1 + S_{ABC_2} + S_{\triangle BB_1C_2}$ что больше $S_{\triangle OBC}$ – наименьшее значение

Значит, A делит отрезок прямой пополам

Ответ: пополам

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(3) $F(x) = x^2 + px + q$ имеет один корень, значит, $D = p^2 - 4q = 0$,

$q = \frac{p^2}{4}$, $F(x) = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2$

Значит, $F(F(F(x))) = \left(\left(\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 = 0$ имеет три корня

$\left(\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2} = 0$

$\left(\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2}\right)^2 = -\frac{p}{2}$

Если $p > 0$, то корней нет

Если $p = 0$, то корень один $x = 0$

Значит, $p < 0$.

$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{-\frac{p}{2}}$, $\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{-\frac{p}{2}}$

Если оба числа $-\frac{p}{2} \pm \sqrt{-\frac{p}{2}} > 0$, то корней четыре – не подходит

Значит, $-\frac{p}{2} - \sqrt{-\frac{p}{2}} = 0$, $\sqrt{-\frac{p}{2}} = -\frac{p}{2}$, $p = 0$ или $p = -2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ значит, $p = -2$ $(x-1)^2 = 1 \pm 1$

$\left[\begin{array}{l}(x-1)^2 = 0 \\ (x-1)^2 = 2\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{2}\end{array}\right.$ – три вещественных корня

Ответ: $x = 1;\ 1 \pm \sqrt{2}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XV 17-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(4) $40(x+y)+xy=421$ $\qquad 2021 = 43\cdot 47$ простые

$40x+40y+xy=421$

$x(y+40)=-40y+421$

$x=\dfrac{-40y+421}{y+40}=\dfrac{-40(y+40)+1600+421}{y+40}=-40+\dfrac{2021}{y+40}$

$2021 : (y+40)$ без остатка если

$y+40=\pm 1$

$y+40=\pm 2021$

$y+40=\pm 43$

$y+40=\pm 47$

$y+40=1 \quad y=-39 \quad x=2021-40=1981$

$y+40=-1 \quad y=-41 \quad x=-2021-40=-2061$

$y+40=2021 \quad y=1981 \quad x=-40+1=-39$

$y+40=-2021 \quad y=-2061 \quad x=-41$

$y+40=43 \quad y=3 \quad x=7$

$y+40=-43 \quad y=-83 \quad x=-87$

$y+40=47 \quad y=7 \quad x=3$

$y+40=-47 \quad y=-87 \quad x=-83$

Ответ: $(1981;-39)$ $(-2061;-41)$ $(-39;1981)$ $(-41;-2021)$ $(7;3)$ $(3;7)$ $(-83;-87)$ $(87;-83)$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ XJ 17-49

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) $\left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}$ - максимальное значение, если x^2+y^2 - минимальное значение

Нарисуем области $|ax+y|\le b$

$|ax-y|\ge b$

$\begin{cases} ax+y\le b \\ ax+y\ge -b \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} ax-y\ge b \\ ax-y\le -b \end{array}\right.$

$y=-ax+b$

$y=-ax-b$

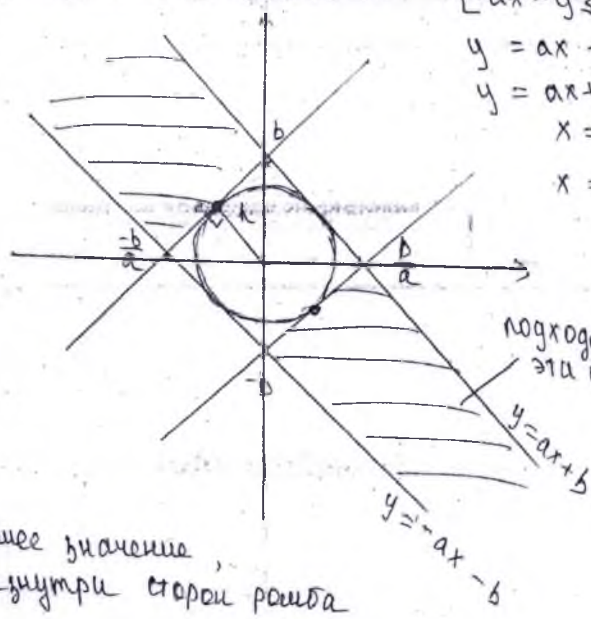
$b>0$, пусть для определенности $a>0$

$y=ax-b$

$y=ax+b$

$x=\frac{b}{a}$

$x=-\frac{b}{a}$



x^2+y^2 - наименьшее значение, если касается изнутри сторон ромба

m, n - катеты

c - гипотенуза

$h=\frac{m\cdot n}{c}$ для прямоугольного Δ-ка

Значит, $h=\frac{b\cdot\frac{b}{a}}{\sqrt{b^2+\frac{b^2}{a^2}}}=\frac{\frac{b^2}{a}}{\sqrt{\frac{a^2b^2+b^2}{a^2}}}=\frac{b^2}{b\sqrt{a^2+1}}=\frac{b}{\sqrt{a^2+1}}$

$x^2+y^2=R^2=h^2=\frac{b^2}{a^2+1}$

Ответ: $x^2+y^2=\frac{b^2}{a^2+1}$

при каких a, b?

$E=?$

$\frac{}{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F03	1С МЕСТО
№ группы	Место проведения

W1 65-82

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 14081

ФАМИЛИЯ ТИХОКИН

ИМЯ МАКСИМ

ОТЧЕСТВО ИВАНОВИЧ

Дата рождения 19.05.2006 Класс: 8

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Тиш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

шифр, не заполнять! ⇨ W1 65-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

	S, км	v, км/м.	t, м
I	2y	2y	1
II	y ~~3b~~	y	1
III	x=3y	x=3y	1
I и II	x=3y	x=3y	1
I и III	15	15	1
II и III	4y	4y	1
I и II и III	2x=6y	2x=6y	1

X

Пусть $v_{(I и II)}=x$, тогда $v_{(I и II и III)}=2x$.

Пусть $v_{(II)}=y$, тогда $v_{(II и III)}=4y$.

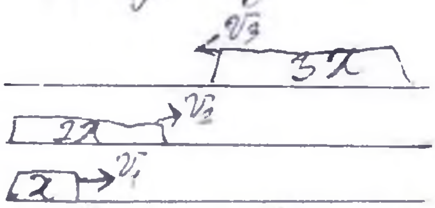
Так как $v_{(I и II и III)}=v_{(I и II)}+v_{(III)}$, то $v_{III}=2x-x=x$, добавим в таблицу.

Также $v_{(II и III)}=v_{II}+v_{III}$, тогда $v_{III}=4y-y=3y \Rightarrow x=3y$, заменим x на 3y в таблице.

Из этого следует что $v_I=v_{I и II}-v_{II}=3y-y=2y$, тогда $v_{I и III}=2y+3y \Rightarrow 15=5y \Rightarrow y=3$.

Получим количество километров построенных III бригадой за 1 месяц: $3y=3\cdot3=9$ километров.

№5



Пусть длина первого x, тогда длина второго 2x, а третьего – 3x. Составим систему уравнений:

3 - ий 4 нет

Лист 1 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 65-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} 3x+2x=(v_2+v_3)\cdot 30 \\ 2x+x=(v_2-v_1)\cdot(2\cdot 60+6) \end{cases}$$

3 ур-я с 3-мя неизвестными (1-ое ур-е?)

$$\begin{cases} \frac{x}{6}=v_2+v_3 \\ \frac{x}{42}=v_2-v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2=\frac{x}{42}+v_1 \\ v_3=\frac{x}{6}-\left(\frac{x}{42}+v_1\right) \end{cases}$$

+

$$v_2=\frac{x}{42}+v_1$$

$v_3=\frac{6x}{42_7}-v_1$, тогда можем найти искомое время t

$$3x+x=\cancel{\ldots}\left(\left(\frac{x}{7}-v_1\right)+v_1\right)\cdot t$$

$$t=\frac{4x}{\left(\frac{x}{7}\right)}=\frac{28x}{x}=28$$

Ответ: 28 с.

№1 +

330 мин = 5,5 ч, значит за 5 ч он пролетел 900 · 5 = 4500 км, но мы не знаем сколько он пролетел за последние пол часа, обозначим это количество километров за x, тогда: $900\,км/ч=\frac{4500+x}{5,5}$. Отсюда найдём x: $x=450$ км, тогда утверждать что $v_{ср}=900$, можно только если $x=450$ км, но мы этого не знаем. почему?

Лист 2 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 65-82

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

тогда утверждать что $Ч_{гр}=900$ кигч — нельзя.

№2

~~А) Пусть количество городов x, а сёл y, тогда составим систему уравнений:~~

~~$x+y=14$~~

~~$\frac{x}{7}=y$~~

Пусть количество городов x, сёл $-y$, а сёл соединённых с городами z, тогда составим систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=14 \\ \frac{x}{2}=z \end{cases}$$

, тогда так как z-целое число то x-чётное, но $z=1$ не удовлетворяет условиям, тогда пусть $z=2$, следовательно $x=4$, $y=10$ подходит.

$$\begin{cases} x=2z \\ y=2(7-z) \end{cases}$$

Пусть $z=3$, тогда $x=6$, $y=8$ - не подходит, так как $y-2=a$ - чёт. но $8-3=5$-нечет.

Пусть $z=4$, тогда $x=8$, $y=6$ - подходит.

Пусть $z=5$, тогда $x=10$, $y=4$ - не подходит, так как $y<z$. Ответ: $x=4$; $y=10$, маршрутов типа село-город $=2$; и $x=8$; $y=6$, маршрутов село-город $=4$.

Б) Можно, просто x и y поменяются местами.

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М10F02	Дистанционно, с использованием ВКС

№ группы — Место проведения

МО 83-45

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Ткачева

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 29.02.2004 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число. месяц. год)

Подпись участника олимпиады: Тм

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 | Чтобы прямая была паралельна $y = x + 2021$ нужно чтобы ее уравнением было $y = k \cdot 2021 + x$, где k – коэффициент.

Заметим, что если прямая $y = k \cdot 2021 + x$ имеет ровно 2 общие точки с ~~прямой~~ кривой $y = 1/x$, то $y_1(j) = \frac{1}{x_1(j)}$ а $y_2(j) = \frac{1}{x_2(j)}$, ~~[illegible]~~ по условию.

Заметим, что все прямые будут паралельны не только $y = x + 2021$, но и любой прямой $y = k' \cdot 2021 + x$, где k' – коэфф тогда при $k' = 0$, все прямые паралельны прямой $y = x$.

~~[illegible]~~

$$\begin{cases} y = 2021 \cdot k' + x \\ y = \frac{1}{x}, x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} = 2021 \cdot k' + x \Rightarrow 1 = 2021 \cdot k' \cdot x + x^2 \Rightarrow$$ получилось квадратное уравнение относ. x: $x^2 + x \cdot k' \cdot 2021 - 1 = 0$

Решим его: $x_1 = \frac{-k' \cdot 2021 + \sqrt{(k' \cdot 2021)^2 + 4}}{2}$

$x_2 = \frac{-k' \cdot 2021 - \sqrt{(k' \cdot 2021)^2 + 4}}{2}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow y_1 = 2021 \cdot k' + x_1 = \frac{-k' \cdot 2021 + \sqrt{(k' \cdot 2021)^2 + 4}}{2} + \frac{2k' 2021}{2} = \frac{k' 2021 + \sqrt{(k' 2021)^2 + 4}}{2}$

y_2 (аналогично) $= \frac{k' \cdot 2021 - \sqrt{(k' \cdot 2021)^2 + 4}}{2}$

Тогда при умножении $y_1(j) \cdot y_2(j) = \frac{(k' 2021 + \sqrt{(2021 \cdot k')^2 + 4})}{2} \cdot \frac{(k' 2021 - \sqrt{(k' 2021)^2 + 4})}{2}$

то есть $\frac{(k' \cdot 2021)^2 - ((2021 \cdot k')^2 + 4)}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

неоптим. путь

Тогда $P_1 \cdot P_2$ будет $= 1$, если $N \vdots 2$, тогда число множит. будет четно и (-1) в чет степени $= 1$, и $P_1 \cdot P_2 = -1$ при $N \not\vdots 2$ аналогично

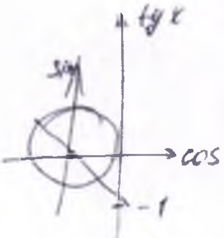
можно короче

Для любой прямой $y_1(j) \cdot y_2(j) = -1$

Тогда 1) случай $tg\, z = -1$

$z \neq \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$

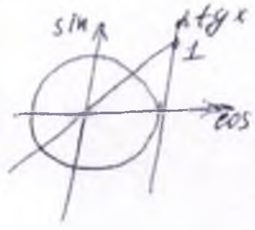
$z = arctg(-1) \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + \pi m, m \in Z$



2) случай $tg\, z = 1$

$z \neq \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z$

$z = arctg(1) = \frac{\pi}{4} + \pi m, m \in Z$



±

Ответ:

№2 $x^2+px+q=0$

По теореме Виета:

$x_1+x_2=-p$ (2)

$x_1\cdot x_2=q$ (1)

Если p и q – целые и нечетные, то по (1) x_1 и x_2 также целые и нечетные, т.к. если один из множителей четен, то все произведение четно, а т.к произведение нечетно, то и все множители нечетны.

Но при этом сумма x_1+x_2 также нечетна, т.к. p нечетно, но сумма двух нечетных чисел четна. противоречие

Значит, такого быть не могло.

Ответ: нет, не может

+

№4 $f(x,y)=x^2+y^2$

$$\begin{cases}|2x+y|\le b\\ |2x-y|\ge b\end{cases} \Rightarrow |2x+y|\le b\le|2x-y| \quad (1)$$

По свойству разности модулей и модуля разности получаем, что

$|2x-y|\ge|2x|-|y|$

По свойству суммы модулей и модуля суммы получаем, что: $|2x+y|\le|2x|+|y|$

Тогда преобразуем (1):

$|2x|+|y|\le b\le|2x|-|y|$

$\cancel{|2x|}+|y|\le\cancel{|2x|}-|y|$

$|y|\le-|y|\Rightarrow y=0$

Тогда ~~...~~ $|2x|\le b\le|2x|\Rightarrow|2x|=b\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{b^2}{4}=x^2\Rightarrow\frac{b^2}{4}+0^2=\frac{b^2}{4}$ – наименьш. значение функции.

Ответ: $\frac{b^2}{4}$

Область не построена это повлияло на дальнейший ход решения

–

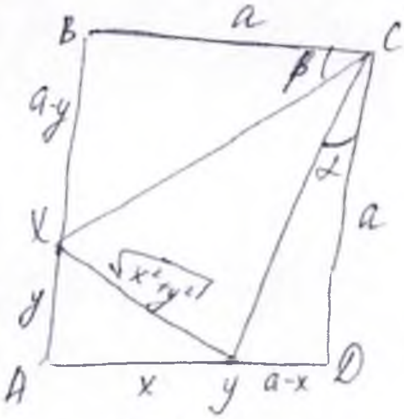
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.



$P_\Delta AXY = 2a$, где a – длина стороны квадрата.

Пусть $AY = x$, $AX = y$

соответ: $YD = a-x$; $BX = a-y$.

$\cos\angle XCY = \cos\angle(90^\circ - \beta - \alpha) = \sin\angle(\alpha+\beta)$,

где $\beta = \angle BCX$, $\alpha = YCD$

аналогично

$\sin\angle XCY = \cos\angle(\alpha+\beta)$; По теор Пифагора: $CY = \sqrt{a^2+(a-x)^2}$,

$CX = \sqrt{a^2+(a-y)^2}$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

По теор Пифагора для ΔAXY: $XY = \sqrt{y^2+x^2}$

По условию $x+y+\sqrt{x^2+y^2} = 2a \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 2a-x-y \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+y^2 = (2a-x-y)^2 \Rightarrow 4a^2+4ay+4ax+2xy = 0 \Rightarrow y = \frac{(4a^2+4ax)}{4a+2x}$

$\Rightarrow y = \frac{2a(x-a)}{x-2a} \Rightarrow a-y = \frac{ax \cancel{-2a^2} - 2ax \cancel{+2a^2}}{x-2a} = \frac{-ax}{x-2a}$

$\sin\alpha = \frac{a-x}{\sqrt{a^2+(a-x)^2}}$; $\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+(a-x)^2}} = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\sin\beta = \frac{a-y}{\sqrt{a^2+(a-y)^2}}$; $\cos\beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+(a-y)^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2+\frac{a^2x^2}{(x-2a)^2}}} = \sqrt{1-\sin^2\beta}$

$\cos(\alpha+\beta) = \sqrt{1-\sin^2\alpha}\cdot\sqrt{1-\sin^2\beta} - \sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\beta} + \sqrt{1-\sin^2\alpha}\cdot\sin\beta$ $\Rightarrow (\cos^2(\alpha+\beta)) + \sin^2(\alpha+\beta) = 1$

Преобразуя это выражение, получим, что

надо было изложить суть преобразований

Тогда $\cos(\alpha+\beta) = \frac{\sqrt2}{2}$, $\sin(\alpha+\beta) = \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \sin\angle XCY = \frac{\sqrt2}{2}$, $\cos\angle XCY$

$= \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \sin\angle XCY + \cos\angle XCY = \frac{\sqrt2}{2} + \frac{\sqrt2}{2} = \frac{2\sqrt2}{2} = \sqrt2$.

+

Ответ: $\sqrt2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-45

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 $\frac{101n+25}{57n+14} = k$, $k \in Z$, тогда дробь можно сократить на k.

$101n+25 = 57n \cdot k + 14k$

$n(101-57\cdot k) = 14k-25$

$n = \frac{14k-25}{101-57k}$, $n \in Z$

Для того, чтобы сократить эту дробь и $n>0$ нужно

$\frac{14k-25}{101-57k} > 0 \Rightarrow k \in \left(\frac{101}{57}; \frac{25}{14}\right)$ или же

$k \in (1{,}77; 1{,}78)$, но тогда k не является целым, что означает, что ~~такую~~ изначальную дробь нельзя сократить.

логич. ошибка!

Ответ: ни при каких n.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M9F01	ДИСТАЦИОННО, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВКС
№ группы	Место проведения

PB 68-67

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ ТРОФИМОВ

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 22/08/2006 Класс: 9

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 21/02/2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Лист 01 из 06

Задача №1

Пусть первая бригада выкладывает x км, вторая y км, третья z км (за месяц), тогда из условия следует система уравнений:

$$\begin{cases} x+z=15 \text{ (км)} \\ z=x+y \text{ (после упрощения } x+y+z=2(x+y)) \\ z=3y \text{ (после упрощения } y+z=4y) \end{cases}$$

Подставляем $3y$ во второе уравнение, вместо z, получаем: $x=2y$, подставим $2y$ из y в первое уравнение вместо x и z, получаем $y=3$; дальше $x=2y=6$ и $z=3y=9$. +

Ответ: 9 км

Задача №2

по свойству пропорции:

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} \Rightarrow x_2^2 = x_1 x_3$

$\frac{x_2}{x_3} = \frac{x_3}{x_4} \Rightarrow x_3^2 = x_2 \cdot x_4$ и т.д.

Пусть $x_2 = x_1 \cdot q$, тогда: т.к. $q \neq 0$ и $x_1 \neq 0$

$x_2^2 = x_1 x_3$

$x_1^2 \cdot q^2 = x_1 \cdot x_3 \mid : x_1$

$x_1 \cdot q^2 = x_3$; теперь докажем по индукции, что если $x_k = x_1 \cdot q^{k-1}$ и $x_{k-1} \cdot q = x_1 \cdot q^{k-2}$, то $x_{k+1} = x_1 \cdot q^k$. Базу индукции мы доказали.

Докажем переход индукции:
$x_k = x_1 \cdot q^{k-1}$ и $x_{k-1} = x_1 \cdot q^{k-2}$, мы доказали в начале, что $x_k^2 = x_{k-1} \cdot x_{k+1} \Rightarrow x_1^2 \cdot q^{2k-2} = x_1 \cdot q^{k-2} \cdot x_{k+1} \,|: x_1 \cdot q^{k-2}$,
т.к. $x_1 \neq 0$ и $q \neq 0$, то мы можем поделить;
$x_1 q^k = x_{k+1}$; переход индукции доказан и мы получили, что $x_1; x_2; x_3 \ldots; x_{2021}$ задают геометрическую прогрессию, тогда
$x_{2021} = x_1 \cdot q^{2020}$
$4 = 2^{2022} \cdot q^{2020} \,|:4$
$1 = 2^{2020} \cdot q^{2020}$
$1 = (2q)^{2020}$; откуда будет следовать, что
$q = \pm\frac{1}{2}$, причём оба варианта подходят

+

Ответ: $x_k = 2^{2022} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ или $x_k = 2^{2020} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}$

Задача 5

а) $N(x) = 2021$; заметим, что если $x > 0$, то $N(x) = 2x$, а если $x < 0$, то $N(x) = 1 - 2x$; а также от знака x (+ или −) будет зависеть чётность $N(x)$; если $x > 0$, то $N(x)$ чётно, если $x < 0$, то $N(x)$ — нечётно $\Rightarrow$ 2021 — нечётное $\Rightarrow$
$\Rightarrow N(x) = 1 - 2x = 2021 \Rightarrow x = -1010$
Ответ: -1010 ✓

б) т.к. 2021 — нечётно, то $N(x)$ и $N(y)$ разной чётности, значит x и y разных знаков.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Пусть $x>0$, а $y<0$, тогда:
$N(x)-N(y)=2x+2y-1=2021 \Rightarrow x+y=1011$; причём решений у этого уравнения уже бесконечно много

2) Пусть $x<0$; $y>0$, тогда:

$N(x)-N(y)=1-2x-2y=2021 \Rightarrow x+y=-1010$; и мы опять получили бесконечно много решений.

3) $x=0$; тогда $N(y)=-1010$; но из условия ясно, что отрицательные значения $N(y)$ принимать не могут.

4) $y=0$, тогда $N(x)=2022$; $x=1011$ ±

Ответ: 1) $y=0$; $x=1011$; 2) при $x>0$; $y<0$ $x+y=1011$ и 3) $x<0$; $y\geq 0$ и $x+y=-1010$; их же бесконечно много. как их описать?

Задача 3

Прямые параллельные $y=x+2021$ это $y=x+b$ (угловой коэффициент должен быть одинаков); найдём точки пересечения $y=x+b$ и $y=\frac{1}{x}$; это будут точки в которых $x+b=\frac{1}{x}$; решим это уравнение; умножим на $x\neq 0$; т.к. $x\neq 0$ (т.к. гипербола $\frac{1}{x}$ никогда не пересекает $x=0$); $x^2+bx=1$;
$x^2+bx-1=0$

$D = b^2+4>0$ (т.к. $b^2 \geq 0$, то это очевидно)

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2+4}}{2}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2+4}}{2}$; при x_1 значение y_1 будет:

$b - \frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2+4}}{2} = \frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$; а при x_2 значение y_2:

$b - \frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2+4}}{2} = \frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}$; заметим, что

$y_1 \cdot y_2 = \left(\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}\right)\left(\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2+4}}{2}\right) = \frac{b^2}{4} - \frac{b^2+4}{4} = -1$;

теперь сгруппируем $P_1 \cdot P_2$ по парам:

$P_1 \cdot P_2 = (y_1(1) \cdot y_2(1)) \cdot (y_2(2) \cdot y_1(2)) \cdot \ldots \cdot (y_1(k) \cdot y_2(k)) \cdot \ldots \cdot (y_1(N) \cdot y_2(N))$; причём мы доказали, что в каждой паре произведение равно -1 независимо от „b". Тогда имеем, что:

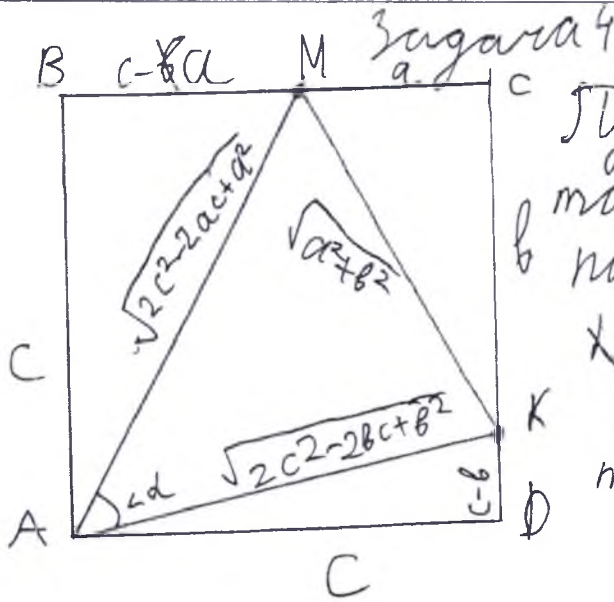
$P_1 \cdot P_2 = \underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\ldots\cdot(-1)}_{N} = (-1)^N$; откуда

следует, что если N - чётно, то $P_1 P_2 = 1$; а если N - нечётно, то $P_1 \cdot P_2 = -1$

Ответ: при чётных N; $P_1 \cdot P_2 = 1$; при нечётных $P_1 \cdot P_2 = -1$

(+)

Задача 4



Решение: Пусть $MC=a$; $CK=b$; тогда по теореме пифагора $MK=\sqrt{a^2+b^2}$, и пусть сторона квадрата равна c; тогда $KD=c-b$ и $BM=c-a$. А также из условия ясно, что $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=2c$; а по теореме пифагора для ΔABM и ΔADK получаем, что, что $AM=\sqrt{2c^2-2ac+a^2}$ и $AK=\sqrt{2c^2-2bc+b^2}$. Применим теорему косинусов для ΔAMK; где $\angle MAD=\alpha$, тогда

$MK^2=AM^2+AK^2-2\cos\alpha\cdot AM\cdot AK$; выразим $\cos\alpha$;

$$\cos\alpha=\frac{AM^2+AK^2-MK^2}{2\cdot AM\cdot AK}=\frac{4c^2-2ac-2bc}{2\cdot AM\cdot AK}=$$

$$=\cancel{\frac{2c^2-ac-bc}{AM\cdot AK}}\quad \cancel{\frac{2c^2-2ac+b^2-b^2+2c^2-2bc+a^2-a^2}{2}}$$

дальше продолжая тригонометрические преобразования; использовав один раз равенство $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=2c$; получим, что $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow$ ~~cos~~ $\angle\alpha=45^\circ$

где и как?

Ответ: 45°

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

W1 67-94

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Халягин

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 18.05.2006 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хал

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Нет, так утверждать нельзя. Пусть, например, авиалайнер в каждый из промежутков от начала до 30 минут после начала полёта, от 1 ч до 1,5 ч после начала, от 2 ч до 2,5 ч и т. д. (всего таких промежутков было 6, т. к. полёт длился 5,5 ч) пролетал по 100 км (тогда его скорость на этих участках была равна $\frac{100\,км}{0{,}5\,ч}=200\,км/ч$), а за каждый из остальных промежутков (от 0,5 ч до 1 ч после начала полёта, от 1,5 ч до 2 ч, ... от 4,5 ч до 5 ч, таких промежутков было 5) – по 800 км (скорость на этих участках была равна $\frac{s}{t}=\frac{800\,км}{0{,}5\,ч}=1600\,\frac{км}{ч}$). Тогда любой промежуток времени в 1 ч состоял из 0,5 ч полёта со скоростью 200 км/ч, за которые лайнер пролетал $s=vt=200\,км/ч\cdot 0{,}5\,ч=100\,км$, и 0,5 ч полёта со скоростью 1600 км/ч, за которые он пролетал $s=vt=1600\,км/ч\cdot 0{,}5\,ч=800\,км$, т. е. за каждый час он пролетал $100\,км+800\,км=900\,км$. При этом всего он пролетел $100\,км\cdot 6=600\,км$ со скоростью 200 км/ч и $800\,км\cdot 5=4000\,км$ со скоростью 1600 км/ч, т. е. $600\,км+4000\,км=4600\,км$, а его средняя скорость была равна $\frac{s_{всё}}{t_{всё}}=\frac{4600\,км}{5{,}5\,ч}=\frac{9200\,км}{11\,ч}\approx 836\,км/ч\neq 900\,км/ч$.

$$
\begin{array}{r|l}
9200 & 11 \\
\underline{88} & 836 \\
40 & \\
\underline{33} & \\
70 & \\
\underline{66} & \\
4 &
\end{array}
$$

Ответ: нет, нельзя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

А) Пусть в Заmедвежье x городов, тогда $\frac{x}{2}$ городов соединены с сёлами и $\frac{x}{2}$ - друг с другом. Но один маршрут между городами соединяет 2 города, т. е. $\frac{x}{2} \vdots 2$, а $x = 2 \cdot \frac{x}{2}$, зн. $x \vdots 4$. Если городов 12, то $\frac{12}{2} = 6$ из них соединены с сёлами, чего быть не может, т. к. сёл всего $14-12=2$. Если городов 8, то 4 из них соединены друг с другом и ещё 4 – с сёлами. Сёл всего $14-8=6$, зн. $6-4=2$ из них соединены друг с другом (такой случай возможен). Если городов 4, то 2 из них соединены с сёлами, а 2 - друг с другом, т. е. 2 из $14-4=10$ сёл соединены с городами, а $10-2=8$ - друг с другом (такая ситуация возможна).

Ответ: 1) 8 городов, 6 сёл и 4 маршрута типа село-город; 2) 4 города, 10 сёл и 2 маршрута типа село-город.

Б) В первом случае так переделать нельзя, т. к. тогда 3 села будут соединены с городами, а ещё 3 - друг с другом, что невозможно, т. к. $3 \not\vdots 2$, а во втором - потому, что $\frac{10}{2} = 5$ сёл будут соединены с городами, а городов всего 4.

Ответ: нет, нельзя. (+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть первая бригада за месяц прокладывает x км трубы, вторая – y км, а третья – z км.

Известно, что первая и третья бригады вместе прокладывают 15 км трубы, т. е. $x+z=15$. При этом, 3 бригады вместе прокладывают трубу в 2 раза длиннее, чем первая и вторая, т. е.

$x+y+z=2(x+y)$

$\cancel{x}+\cancel{y}+z=x+y+\cancel{x}+\cancel{y}$

$z=x+y$.

Вторая и третья бригады прокладывают участок в 4 раза быстрее, чем только вторая, зн. за месяц они вместе проложат трубу в 4 раза длиннее, чем только вторая, т. е.

$y+z=4y$

$z=3y$, $z=x+y$, т. е.

$3y=x+y$

$2y=x$

$x+z=15$, зн. $2y+3y=15$

+

$5y=15 | :5$

$y=3$

$z=3\cdot 3$

$z=9$, т. е. в месяц третья бригада прокладывает 9 км трубы.

Ответ: 9 км.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Единственные целые числа, произведение которых (в определённом количестве) равно 1 – это 1 и –1. $1^{21}=1$, $(-1)^{21}=-1$, поэтому если сумма 21-ых степеней ~~этих~~ данных чисел равна 0, то и сумма этих чисел равна 0, но это возможно только в случае, когда чисел 1 и –1 поровну, т. е. среди данных чисел $\frac{N}{2}$ равны 1 и ещё $\frac{N}{2}$ – –1. При этом на знак произведения данных чисел влияют только числа –1, а положительны только произведения чётного количества чисел –1, т. е. $\frac{N}{2} \vdots 2$, но $N=2\cdot\frac{N}{2}$, зн. $N \vdots 4$. Таким образом, такое возможно только при $N \vdots 4$, а при всех остальных значениях N – нет.

Ответ: при $N \vdots 4$.

4

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 67-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Пусть длина первого поезда равна a м, тогда длина второго равна $2a$ м, а третьего – $3a$ м.

Пусть скорость первого поезда равна x м/с, второго – y м/с, а третьего – z м/с. Тогда скорость отдаления первого и второго поездов равна $(y-x)$ м/с, скорость сближения первого и третьего – $(x+z)$ м/с, а скорость сближения второго и третьего – $(y+z)$ м/с.

Известно, что время, за которое скорость отдаления первого и второго поездов преодолевает их суммарную длину, равную a м$+2a$ м$=3a$ м, или время, за которое второй поезд проходит мимо первого, равно 2мин 6с$=126$с, т. е. $\frac{3a}{y-x}=126$. При этом время, за которое скорость сближения второго и третьего поездов преодолевает их суммарную длину, равную $2a$ м$+3a$ м$=5a$ м, или время за которое третий поезд проходит мимо второго, равно 30 с, т. е. $\frac{5a}{y+z}=30$

$\frac{3a}{y-x}=126 \mid \cdot 5$ $\qquad$ $\frac{5a}{y+z}=30 \mid \cdot 3$

$\frac{15a}{y-x}=630$ $\qquad$ $\frac{15a}{y+z}=90$

$630=7\cdot 90$, т. е. $\frac{15a}{y-x}=7\cdot\frac{15a}{y+z}$, или $\frac{1}{y-x}=7\cdot\frac{1}{y+z}$, зн.

$y-x=\frac{1}{7}(y+z)$, т. е. $y+z=7(y-x)$

$x+z=y+z-y+x=y+z-(y-x)=7(y-x)-(y-x)=6(y-x)$.

Третий поезд пройдёт мимо первого за время, за которое их скорость сближения преодолеет их суммарную длину, равную a м$+3a$ м$=4a$ м, т. е. за $\frac{4a}{x+z}$ с.

$\frac{4a}{x+z}=\frac{4a}{6(y-x)}=\cancel{\frac{3}{4}\cdot 6(y}\ \frac{4}{3}\cdot\frac{3a}{6(y-x)}=\frac{4}{18}\cdot\frac{3a}{y-x}=\frac{2}{9}\cdot 126=\frac{2\cdot\cancel{126}^{14}}{\cancel{9}_{1}}=28$, т. е. третий поезд пройдёт мимо первого за 28 с

Ответ: за 28 секунд.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М8F01	
№ группы	Место проведения

W1 50-80

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Цендровский

ИМЯ Артем

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 18.09.2006 Класс: 8

Предмет Математика Этап: Заключительный этап

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ И1 50-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Кол-во часов полёта – не целое число (5,5 часов). Если разделить это время на количество последовательных интервалов по 1 часу получим относительно следующие значения:

$$\underbrace{\underbrace{S_1}_{1ч}, \underbrace{S_2}_{1ч}, \underbrace{S_3}_{1ч}, \underbrace{S_4}_{1ч}, \underbrace{S_5}_{1ч}}_{4500 \text{ км}}, \underbrace{S_6}_{30 мин}$$

900 км, 900 км, 900 км, 900 км, 900 км, 900 км

← а здесь расстояние неизвестно и находится в интервале от 0 до 900 км

$$V_{ср} = \frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6}{5{,}5}$$

Тогда средняя скорость будет в интервале:

$$\frac{4500+0}{5{,}5} \leq V_{ср} \leq \frac{4500+900}{5{,}5}$$

Поэтому нельзя точно утверждать, что средняя скорость лайнера равна 900 $\frac{км}{ч}$

Ответ: Нет, нельзя

Лист 1 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. Пусть: P_1 – производительность 1 бригады
P_2 – 2 бригады
P_3 – 3 бригады

Тогда по условию:

$$\begin{cases} P_1 + P_3 = 15 \Rightarrow P_3 = 15 - P_1 \ (***) \\ P_1 + P_2 + P_3 = 2(P_1 + P_2) \Rightarrow P_3 = P_1 + P_2 \ (**) \\ P_2 + P_3 = 4P_2 \Rightarrow P_3 = 3P_2 \ (*) \end{cases}$$

из (**) и (***) следует

$P_1 + P_2 = 15 - P_1$

$2P_1 = 15 - P_2$, а из (*) $\Rightarrow$ $P_2 = \frac{P_3}{3}$

Тогда:

$2P_1 = 15 - \frac{P_3}{3}$

$P_1 = 7,5 - \frac{P_3}{6}$

Подставим в (***): $P_3 = 15 - (7,5 - \frac{P_3}{6})$

$P_3 = 7,5 + \frac{P_3}{6}$

$\frac{5}{6} P_3 = 7,5$

$5P_3 = 45$

$P_3 = 9$

Ответ: Третья бригада может проложить 9 км труб в смену.

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 50-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Произведение N чисел может равняться 1 только если все эти числа равны 1 или „-1", причём количество „-1" - чётное. Когда мы возводим в 21 степень, то знак чисел не изменяется, т. е. 1 останется 1, а „-1" - „-1". Чтобы сумма N чисел (1 или „-1") была равна 0, нужно чтобы кол-во 1 было равно кол-ву „-1", т. е. число N должно быть чётным. Но строго говоря, т. к. кол-во „-1" тоже должно быть чётным, т. е. допустим $2n$, то $N = 2 \cdot 2n = 4n$, т. е. N должно быть ещё кратным 4. При других N условие задачи невыполнимо.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ W1 80-80

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

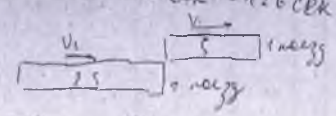
№5

S – длина 1 поезда

$2S$ – длина 2 поезда

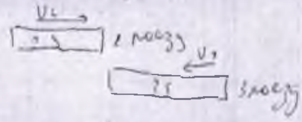
$3S$ – длина 3 поезда

I) 2 мин 6 сек = 126 сек



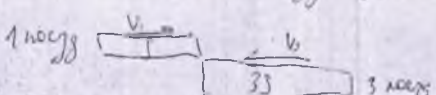
$t = \frac{3S}{V_2 - V_1} \Rightarrow 126 = \frac{3S}{V_2 - V_1}$ (*)

II)



$30 = \frac{5S}{V_2 + V_3}$ (**)

III)



$t = \frac{4S}{V_1 + V_3}$ (***)

из (*) $\Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{3S}{126} \Rightarrow V_2 = \frac{3S}{126} + V_1$

из (**) $\Rightarrow V_2 + V_3 = \frac{5S}{30} \Rightarrow V_2 = \frac{5S}{30} - V_3$

$\Downarrow$

$\frac{3S}{126} + V_1 = \frac{5S}{30} - V_3$

$V_1 + V_3 = \frac{5S}{30} - \frac{3S}{126} = \frac{105S}{630} - \frac{15S}{630} = \frac{90S}{630} = \frac{S}{7}$.

подставим в (***) $(V_1 + V_3)$, получим:

$t = \frac{4S}{V_1 + V_3} = \frac{4S}{\frac{S}{7}} = 28$ сек

Ответ: Третий поезд пройдет мимо первого за 28 секунд

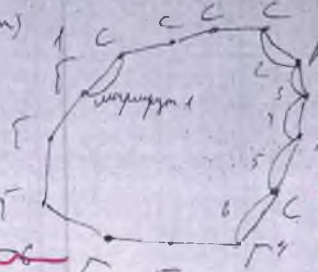
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ W150-80

№2

А) Известно, что $\frac{1}{2}$ ~~всех~~ всех городов связана с сёлами, значит число городов чётное, но больше 2 (иначе невозможно проложить маршрут)

Пусть Гор. – 8
Сел – 6 => тогда $\frac{1}{2}$ городов, соединены с сёлами = 4
(4 города соединены с сёлами)

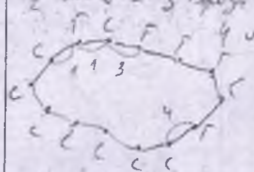


3 маршрута?

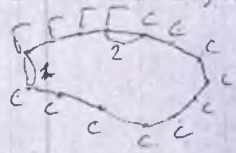
Тогда маршрутов город – село 6

?

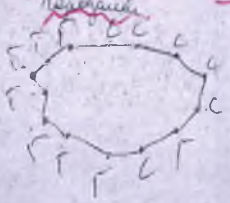
Пусть Г – 6
С – 8
$\frac{1}{2}$ от 6 = 3 города соединены с сёлами
4 маршрута Г – С



Пусть Г – 4
С – 10
$\frac{1}{2}$ от 4 = 2 Г связаны с сёлами
2 маршрута Город – село

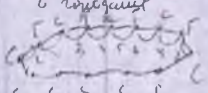


Б) Можно передвигать при Г – 8; С – 6
3 села должны быть соединены с городами



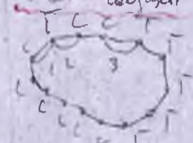
3 маршрута Г – С
3 села связаны с городами

При Г – 4
С – 10
5 сёл связаны с городами



8 маршрутов Г – С

При Г – 6
С – 8
4 села связаны с городами



4 маршрута Г – С

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

A028-77

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Чугунов

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 20.07.2007 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ A028-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$2021 = 43 \cdot 47$

$x^2 + 4x = 2021$, здесь угадывается формула разложения квадрата суммы, поэтому.

$x^2 + 4x + 4 - 4 = 2021$

$(x+2)^2 - 4 = 2021$, это формула разности квадратов:

$(x+2-2)(x+2+2) = 2021$

$x(x+4) = 2021$, из данного нам условия сразу видно, что $x = 43$

Ответ: $x = 43$

+

№2

Для начала вспомним, что средняя скорость — скорость тела на всём протяжении пути. Она находится путём деления всего ~~пути~~ пути, пройденного телом, на всё потраченное время ($V_{ср} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$).

Из ~~то~~ этой формулы нам известна ~~ен~~ только знаменатель, а с пройденным путём всё сложнее. С путём пройденным за первые 3 часа пути всё просто — это $3 \cdot 70 = 210$ км. Но как быть с 0,5 часа? В задаче не сказано, что автомобиль двигается с постоянной скоростью и поэтому он мог менять свою скорость во время движения (но он не останавливался).

+

Предположим, что автомобиль периодически, с интервалом в 0,5 часа, меняет свою скорость с 60 км/ч на 80 км/ч и обратно*. Тогда в последние полчаса автомобиль может проехать или 30 км или 40 км, а средняя скорость при этом не будет равна 70 км/ч.

*(Этот случай подходит под условие т.к. за первые полчаса автомобиль пройдёт 30 км, а за вторые пол часа 40 км, и наоборот)

Ответ: нет, так утверждать нельзя

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Для начала вспомним, ~~что~~ какие целые числа могут дать произведение равное единице (1).

Это может быть либо произведение либо произведение одних единиц, или смешанное произведение 1 и −1. (произведение одних −1 не подходит, т.к. тогда ~~будущее~~ произведение будет равно −1, т.к. число ~~1~~ множителей нечётно)

Тут же можно ~~от~~ отбросить и произведение одних единиц, т.к. тогда их сумма кубов ~~д~~ будет равна 2021.

Остаётся смешенное произведение из ~~ед~~ 1 и −1. Тут сразу нужно ~~говорить~~ говорить, что, чтобы их произведение было равно 1, нужно, чтобы ~~число~~ кол-во −1 было чётным (тогда их ~~сумма~~ произведение будет равно 1), а кол-во ~~этих~~ 1, нам не важно, т.к. они не влияют на знак произведения.

Тогда пусть кол-во −1 − 2x (т.к. это чётно), а 1 − 2021 − 2x = 2y + 1 (т.к. кол-во ~~цифр~~ чисел ~~произведения~~ нечётно, а кол-во −1 чётно, то кол-во 1 − нечётно.)

(+)

Следовательно, можно находить их сумму кубов.

Предположим, ~~что~~ что сумма кубов равна 0, тогда кол-во 1 и −1 должно быть равным (в данном случае 1 и −1 это уже кубы чисел − $(1)^3$ и $(-1)^3$), ~~но~~. Но вспомним, что кол-во чисел −1 изначально было 2x, а кол-во 1 изначально было 2y+1, и они ~~имеют~~ ~~раз~~ не одной чётности и, следовательно не могут быть равны.

~~Во~~ Соответственно, мы пришли к противоречию и такого быть не может.

Ответ: сумма кубов не может быть равна 0.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ A028-77

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Пусть L – длина поездов, а V_1, V_2 и V_3 – соответственные скорости поездов. (4мин 12 сек = 252 секунды), тогда данные задачи мы можем выразить следующим образом:

$V_1 < V_2$

$$\frac{L}{V_2 - V_1} = 252 \text{ сек.} \quad (1)$$

$$\frac{L}{V_2 + V_3} = 36 \text{ сек} \quad (2)$$

$\frac{L}{V_3 + V_1} - ?\ (3)$, теперь подставим в выражение (3) V_1 из выражения (1) и V_3 из выражения (2), тогда получим:

$$\frac{L}{\frac{L}{36} - V_2 + V_2 - \frac{L}{252}} = \frac{L}{\frac{7L}{36} - \frac{L}{252}} = \frac{L}{\frac{6L}{252}} = \frac{252L}{6L} = 42 \text{ сек.}$$

Ответ: 42 секунды

(+)

№5

А) Рассмотрим все варианты кол-ва ляптопов. Можно сразу отбросить варианты, где ляэптопов нечётное количество, т.к. тогда из них невозможно выделить половину. Сл-но рассмотрим 4 варианта, где лаэптопов нечётное кол-во во:

1. ~~д д д д~~ д д д д д д д д л л, здесь сразу видно, что хот лэптоп никак нельзя больше подключить, чтобы условие выполнялось.

(+)

2. д д д л л л л л л л л л – ситуация такая же, как и с вариантом 1, но только тут не хватает десктопов для подключения

3. ддд д л л л л л л – здесь в конце остаются только одно подключение, которое нам не подходит

4. дд д ддд л л л л – это подключение нам подходит

Лист 3 из 4

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

А) Следовательно, лэптопов – 4шт, а десктопов – 6шт. 2 пары л+д и 1 пара л+л, 2 пары д+д

Б) Сразу видно, что если нам надо подключить половину десктопов к лэптопам, то становится аналогичная ситуация, как в 3-ем варианте с лэптопами, и сл-но это невозможно.

Ответ: А) 4 лэптопов, 6 десктопов.

2 пары лэптоп + десктоп

2 пары ~~лэ~~ десктоп + десктоп

1 пара лэптоп + лэптоп

Б) нет, нельзя

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

МО 83-88

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Шамазов

ИМЯ Тимур

ОТЧЕСТВО Ирекович

Дата рождения 16.07.2004 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шам

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1. Т.к. l_j параллельна прямой $y = x + 2021$, то l_j имеют вид $y = x + b_j$

Имеем систему:

$$\begin{cases} y = x + b_j \\ y = \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow x + b_j = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 + b_j x - 1 = 0$$

$$D = b_j^2 + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x_1(j) &= \frac{-b_j - \sqrt{b_j^2+4}}{2} \\ x_2(j) &= \frac{-b_j + \sqrt{b_j^2+4}}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1(j) = \frac{1}{x_1(j)} = \frac{2}{-b_j - \sqrt{b_j^2+4}}, \quad y_2(j) = \frac{1}{x_2(j)} = \frac{2}{-b_j + \sqrt{b_j^2+4}}$$

Произведение $P_1 \cdot P_2$ можно представить, как

$$(y_1(1) \cdot y_2(1)) \cdot (y_1(2) \cdot y_2(2)) \cdots (y_1(N) \cdot y_2(N)) =$$

Заметим, что $y_1(j) \cdot y_2(j) = \frac{4}{b_j^2 - b_j^2 + 4} = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_1 \cdot P_2 = 1$$

Неотъемлемый ход решение привел к ошибке

Имеем $tg\, Z = 1 \Leftrightarrow Z = \frac{\pi}{4} + \pi \cdot k, \ k \in \mathbb{Z}$

Решение не зависит от N это неверно

Ответ: $Z = \frac{\pi}{4} + \pi \cdot k, \ k \in \mathbb{Z}$, решение не зависит от N

$\overline{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2. Пусть $p=2n+1$, $q=2m+1$, $n,m \in \mathbb{Z}$, тогда исходное уравнение перепишется в виде

$$x^2+(2n+1)x+2m+1=0$$

$$D=4n^2+4n+1-8m-4=4n(n+1)-8m-3$$

Т.к. хотя бы одно число n либо $n+1$ делится на 2, то $4n(n+1)$ делится на 8 ⇒

⇒ $4n(n+1)-8m$ делится на 8 ⇒ $D \equiv 5 \pmod 8$, однако квадраты целых чисел дают только остатки 0, 1 или 4 при делении на 8 ⇒

(mod 8) k	k^2
0	0
1	1
2	4
3	1
4	0
5	1
6	4
7	1

⇒ D не является квадратом целого числа ⇒ $x_{1,2}=\frac{-2n-1\pm\sqrt{D}}{2}$ является иррациональным ($\sqrt{D}$ - иррационально #) ⇒ $x_{1,2} \notin \mathbb{Z}$

Ответ: нет, не может

+

№5. Воспользуемся алгоритмом Евклида и посчитаем НОД $(101n+25, 57n+14)$ = НОД $(57n+14, 44n+11)$ = НОД $(44n+11, 13n+3)$ = НОД $(13n+3, 5n+2)$ = НОД $(5n+2, 3n-1)$ = НОД $(2n+3, 3n-1)$ = НОД $(2n+3, n-4)$ = НОД $(n-4, n+7)$ = НОД $(n+7, 11)$ ⇒ т.к. 11 - простое число, то дробь можно сократить при $n+7 \vdots 11$ ⇒ $n=11k-7$, где $k\in\mathbb{N}$

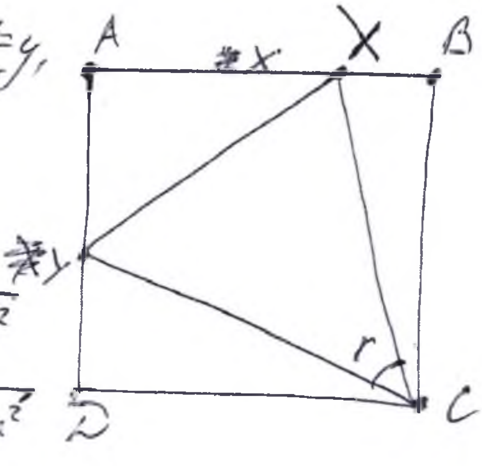
Ответ: $n=11k-7$, где $k\in\mathbb{N}$

Очень короткое и изящное решение!

+

Лист 02 из 05

№3. Пусть a – сторона квадрата. $AX = x$, ~~Ay~~ $AY = y$, тогда $XY = \sqrt{x^2+y^2}$



$XB = a - x$

$DY = a - y$

$CX = \sqrt{BX^2 + BC^2} = \sqrt{(a-x)^2+a^2}$

$CY = \sqrt{DY^2+DC^2} = \sqrt{(a-y)^2+a^2}$

$\angle XCY = \gamma$

По Th cos: $XY^2 = CX^2 + CY^2 - 2\cos\gamma \cdot XC \cdot CY \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{CX^2+CY^2-XY^2}{2XC\cdot CY} = \dfrac{2a^2 - a(x+y)}{\sqrt{((a-y)^2+a^2)((a-x)^2+a^2)}}$

По формуле $(a^2+b^2)(c^2+d^2) = (ac-bd)^2 + (ad+bc)^2$, получим, что $\sqrt{((a-y)^2+a^2)((a-x)^2+a^2)} = \sqrt{(xy - a(x+y))^2 + (2a^2 - a(x+y))^2} \Rightarrow \cos\gamma = \dfrac{2a^2 - a(x+y)}{\sqrt{(xy-a(x+y))^2+(2a^2-a(x+y))^2}}$ (1)

заметим, что $2a^2 - a(x+y) \neq 0$, иначе $2a^2 = a(x+y)$
$2a = x+y$,

однако $2a = x+y+\sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} = 0 \Rightarrow x=0,\ y=0$ – противоречие. Разделим числитель и знаменатель (1) на $2a^2 - a(x+y)$, получим:

$\cos\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{xy-a(x+y)}{2a^2-a(x+y)}\right)^2+1}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО 83-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (прод.) т.к. $x+y+\sqrt{x^2+y^2}=2a$, то

$\sqrt{x^2+y^2}=2a-(x+y)\ |^2$

$x^2+y^2=4a^2-4a(x+y)+x^2+y^2+2xy \Rightarrow$

$\Rightarrow xy=2a(x+y)-2a^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{-2a^2+2a(x+y)-a(x+y)}{2a^2-a(x+y)}\right)^2+1}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{-2a^2+a(x+y)}{2a^2-a(x+y)}\right)^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Согласно основному тригоном-му тождеству

$\cos^2\gamma+\sin^2\gamma=1$ ($\sin\gamma\geq 0$, т.к. γ - острый) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\gamma=\sqrt{1-\cos^2\gamma}=\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\gamma+\cos\gamma=\frac{2}{\sqrt{2}}$

Ответ: $\frac{2}{\sqrt{2}}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

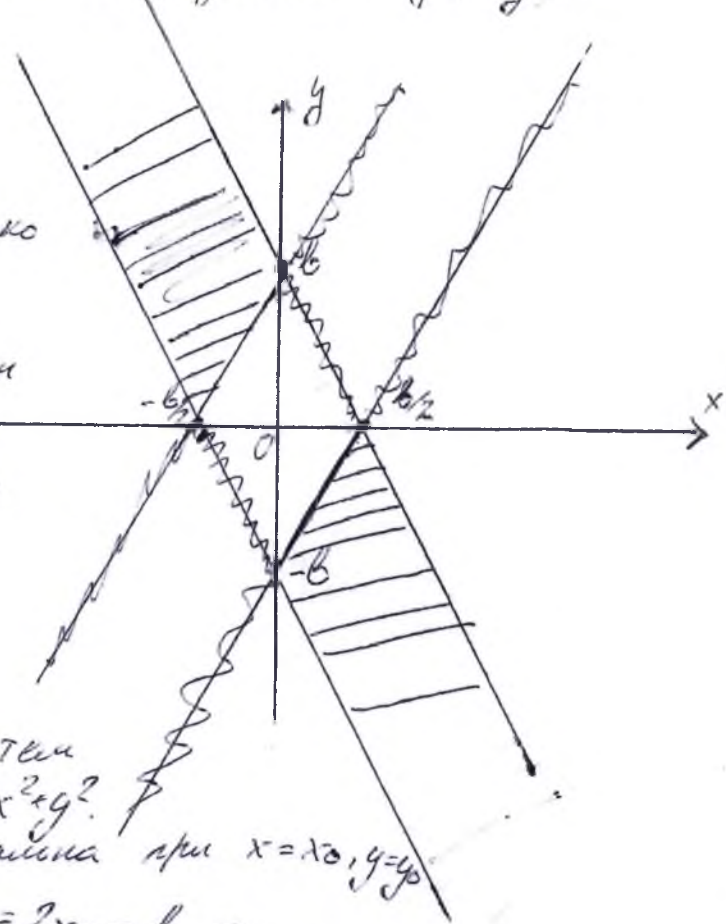
ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МО-83-88

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4. Ясно, что $b \geq 0$

$|2x+y| \leq b \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y \leq b \\ -2x-y \leq b \end{cases}$ - на плоскости с координатами (x, y) задаёт полосу, ограниченную сверху прямой $y = -2x+b$, снизу прямой $y = -2x-b$

Раскрывая второй модуль получим следующий график ~~f(x,y)~~ области определения $f(x,y)$:



т.к. $f(x,y)$ симметрична, отн-о знака, можем рассмотреть только случай ~~x≥0~~ $y \leq 0$

Заметим, что минимум $f(x,y)$ достигается при $x \in [0; \frac{b}{2}]$ на отрезке прямой $y = 2x - b$, т.к. иначе мы бы могли уменьшить модуль x или y и тем самым уменьшить x^2+y^2.

Пусть $f(x,y)$ - минимальна при $x = x_0, y = y_0$ ~~тогда y_0~~ тогда $y_0 = 2x_0 - b \Rightarrow$

$\Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = x_0^2 + 4x_0^2 - 4x_0 b + b^2 = \cancel{5x_0} \ 5x_0^2 - 4x_0 b + b^2$ - квадратный трёхчлен, при $x_0 \neq 0$ значение минимально при

$x_0 = \frac{4b}{10} = \frac{2b}{5} \Rightarrow y_0 = \frac{4b}{5} - b = -\frac{b}{5} \Rightarrow f(x_0, y_0) = \frac{4b^2}{25} + \frac{b^2}{25} =$

$= \frac{b^2}{5}$, если $x_0 = 0$, то $f(x,y) = b^2 \geq b^2/5$

Ответ: $b^2/5$

при каких b?

±

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F02	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

1V90-37

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ ЮРКШУС

ИМЯ ЕГОР

ОТЧЕСТВО ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 13.03.2009 Класс: 5

Предмет Математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 21.02.2021 (число, месяц, год)

всего 2 листа

Подпись участника олимпиады: ЯБ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! IV 90-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

площадь поверхности кубика $2\times2\times2 = 2\cdot2\cdot6 = 24$

площадь поверхности кубика $6\times6\times6 = 6\cdot6\cdot6 = 216$

216 больше чем 24 в 9 раз тогда и краски потребуется в 9 раз больше

$2\cdot9 = 18$ (г) краски нужно для $6\times6\times6$

Ответ: 18 г

+

№ 5

Ясно что все эти числа равны 1 или −1. Сумма этих чисел может быть $=0$ если 1 и −1 равное кол-во, но это произведение будет $=-1$ и такого не может быть т.к. у нас 2021 г и это нечётно и если 1 и −1 равное кол-во всех чисел будет. чётное

Ответ: нельзя.

+

№ 4

Ответ: нет.

предположим что недельный запас Сиропчика это 3 кг варенья, а Пончик съел эти 3 кг в 45 мин тогда какой бы мы час не взяли он всегда съест 3 кг варенья тогда в среднем за час он съедает: $3 : 1{,}5 = 2$, и $2 \neq 3$

+

№ 1

$\frac{20222021}{20212020}$ и $\frac{20212020}{20202019}$ т.к. $20222021\cdot20202019$ меньше чем 20212020^2 то $\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

Ответ: $\frac{20222021}{20212020} < \frac{20212020}{20202019}$

+

всего 2 листа

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

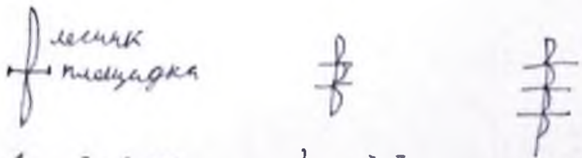
Вариант: 17051   ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IV 90-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

площадок 2021

лесенок 2101



1пл = 2лес   2пл = 3лес   3пл = 4лес

тогда сумма лесенок = сумме площадок +1

значит 2102 − 2021 = 81 вышка

Ответ: 81 вышка.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
M7F01	Дистанционно, с использованием ВКС

АО 28-65

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Якунина

ИМЯ Екатерина

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 10.01.2007

Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 21.02.2021
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Яко

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ АО 28-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

$x^2+4x=2021$

$x^2+4x+2^2=2021+4=2025$

$(x+2)^2=2025$

$x+2=45$, т.к. $2025=45^2$

$x=43$

Ответ: $x=43$

+

Задача 2.

Пусть за время с момента начала пути до 0,5 ч от начала пути автомобиль прошёл a км, за следующие 0,5 ч b км, и за следующие 0,5 ч c км. Тогда по условию $a+b=40$ и $b+c=40$, откуда $a=c$. Если за время от 1,5 ч до 2 ч от начала пути автомобиль прошёл d км, то $b+c=40$ и $c+d=40$, откуда $b=d$. Таким образом расстояние, пройденное за любые два промежутка времени 0,5 ч, между началом второго и концом первого из которых 0,5 ч, 1,5 ч, 2,5 ч и т.д., равны. Если разбить 3,5 ч на такие пары, ~~то получим как $a+b$, $b+c$ и т.~~ как $a+b$, $c+d$ и т.д., получим 3 пары, сумма которых равна $40\cdot 3=120$ и число, равное a. Средняя скорость автомобиля равна 40 км/ч, только если за последние 3,5 ч средняя скорость тоже равна 40 км/ч и $a=b=c=d$ и т.д., т.е. за каждые пол часа пройдено одинаковое расстояние, но это условие выполнится не обязательно.

Ответ: нет, нельзя

±

Задача 3.

Раз числа целые и их произведение равно 1, то среди этих чисел могут быть только числа 1 и −1. Произведение любого кол-ва единиц равно 1, а произведение минус единиц равно 1, только если их кол-во чётно. Чтобы всё произведение равнялось 1, произведение минус единиц

Задача 3 продолжение

тоже должно равняться 1, т.е. у нас чётное кол-во −1, а раз всего чисел 2021, то кол-во единиц нечётно. Куб числа 1 равен 1, а куб числа −1 равен −1. Чтобы сумма всех кубов этих 2021 чисел равнялась 0, должно быть равное количество кубов, равных 1 и кубов, равных −1. Но т.к. кол-во единиц и минус единиц разной чётности, то и кол-во кубов равных 1 и −1 будет разным, а значит сумма кубов этих чисел не может быть равна 0.

+

Ответ: нет, не может.

Задача 4.

Обозначим скорости поездов как V_1, V_2 и V_3 соответственно, а длину одного поезда S. Скорость, с которой 2-ой поезд проходит мимо первого, равна V_2-V_1, и с этой скоростью по условию он проходит расстояние S за 252с. Скорость, с которой третий поезд проходит мимо второго, равна V_3+V_2, а мимо первого V_3+V_1. Тогда:

$V_2-V_1=\frac{S}{252}$

$V_2+V_3=\frac{S}{36}$

+

$V_2+V_3-(V_2-V_1)=\frac{S}{36}-\frac{S}{252}=\frac{7S}{252}-\frac{S}{252}$

$V_3+V_1=\frac{6S}{252}=\frac{S}{42}$, т.е. время t_3, за которое третий поезд пройдёт мимо первого, равно 42с.

Ответ: за 42с.

Задача 5.

Пусть x - кол-во лэптопов, а y - кол-во десктопов. Тогда $x+y=10$. Т.к. половина лэптопов соединена с десктопами

Задача 5 продолжение

то $0{,}5x$ - целое число и x чётно. $0{,}5x$ лэптопов соединены с лэптопами, т.е. есть $0{,}5x / 2 = \frac{x}{4}$ пар, в которых лэптоп соединён с лэптопом, и это число тоже целое, откуда $0{,}5x$ делится на 2, т.е. x делится на 4. Числа, меньшие 10 и кратные 4 - это 4 и 8. Если $x=8$, то 4 лэптопа соединены с десктопами и должно быть не менее 4 десктопов, но тогда всего компьютеров не менее $8+4=12$, что противоречит условию. Значит $x=4$, $y=6$, и у нас есть 2 пары лэптопов с лэптопами, 2 пары лэптопов с десктопами и ~~1~~ 2 пары десктопов с десктопами. Если ровно половина десктопов связана с лэптопами, то половина десктопов связана с десктопами, т.е. есть $\frac{y}{2} / 2 = \frac{y}{4}$ пар десктопов с десктопами. Это число должно быть целым, но 6 не делится на 4, а значит нельзя переподключить кабели так, чтобы ровно половина десктопов была связана с лэптопами.

Ответ: А) 4 лэптопа, 6 десктопов; 2 пары лэптопов с лэптопами, 2 пары десктопов с лэптопами и 2 пары десктопов с десктопами. Б) нет, нельзя.

(+)