**Решение. Все классы**

1. Пусть движение начинается в момент времени $t_0 = 0$. В этот момент координата муравья равна $x_0 = 0$. Рассмотрим первый временно́й интервал $\Delta t$. В его начале муравей имеет собственную скорость $v = v_0$ и находится в неподвижной точке жгута. Согласно предложенным правилам дискретизации все точки, по которым пробежит муравей также следует считать неподвижными. Поэтому за время $\Delta t$ им будет пройден путь $v\,\Delta t$ и его новое положение в конце первого временно́го интервала будет иметь координату $x_1 = x_0 + v\,\Delta t$.

2. Точка, в которую прибежит муравей, уже не является неподвижной. Поскольку жгут растягивается равномерно, скорость этой точки будет во столько же раз меньше скорости свободного конца, во сколько раз эта точка ближе к неподвижному концу. Координата точки найдена и равна $x_1$. Координата свободного конца (равная новой длине жгута) $S_1 = S_0 + \Delta t\, u$. Таким образом, точка, в которой находится муравей, движется со скоростью $\dfrac{x_1\, u}{S_1}$, а скорость перемещения муравья в течение второго временно́го интервала $\Delta t$ составит $v_1 = v_0 + \dfrac{x_1\, u}{S_1}$.

Имея такую скорость, муравей переместится в точку с координатой $x_2 = x_1 + v_1\,\Delta t$, а новая длина жгута составит $S_2 = S_0 + 2\Delta t\, u$.

3. Проведя вычисления по полученным формулам, найдем ответ на первый вопрос.

4. Все, что будет происходить в последующие временны́е интервалы, будет описываться фомулами, аналогичными выведенным. Если к началу очередного интервала муравей будет находиться в точке с координатой $x_n$, то его скорость сложится из собственной скорости и скорости перемещения этой точки и составит

$$v_{n+1} = v_0 + \frac{x_n\, u}{S_n}.$$

Двигаясь с такой скоростью, муравей переместится в точку

$$x_{n+1} = x_n + v_{n+1}\,\Delta t.$$

При этом новая длина жгута составит $S_{n+1} = S_0 + (n+1)\Delta t\, u$.

Такой расчет нужно проводить до тех пор, пока очередная координата муравья не окажется больше координаты свободного конца жгута. В условии дано, что такой момент обязательно наступит, поэтому дополнительные проверки в алгоритм не вводятся.

5. Запишем все полученные формулы в виде алгоритма. При этом не будем индексировать скорости и координаты муравья в разные моменты времени, а ограничимся скалярными переменными, которые будем перезаписывать на каждом шаге.

**Алгоритм «M714»**

$x_0 = 0,\ \ n = 0;$

$S = S_0$

ПОКА $x < S$

$\quad v = v_0 + \dfrac{x\,u}{S}$

$\quad x = x + v\Delta t$

$\quad S = S_0 + (n+1)\Delta t\, u$

$\quad n = n + 1$

Вывести $x$

Выполнив этот алгоритм при $\Delta t = 0{,}1$, получим ответ на 2 вопрос.

6. Для поиска времени движения с заданной точностью (4-й вопрос для 10 класса) можно действовать подбором. Будем запускать алгоритм, уменьшая величину $\Delta t$, и сравнивая результаты расчетов при шаге дикретизации $\Delta t$ и $\Delta t/2$. В результате, рано или поздно, будет найдем подходящий шаг.

Такой процесс можно автоматизировать, например, применив бисекцию по шагу $\Delta t$, но это уже дело вкуса и техники.

7. Если «неподвижный» конец жгута также будет двигаться в противоположном муравью направлении (4-й вопрос для 11 класса), то в алгоритм необходимио внести коррективы при определении скорости движения муравья.

Теперь она будет складываться из трех составляющих: собственной скорости муравья и скорости движения пробегаемых точек жгута, складывающейся из двух слагаемых, порождаемых движением правого и левого концов жгута.

Чтобы описать новый процесс, обозначим координату правой точки жгута в момент времени $t_n$ через $b_n$, а левой – через $a_n$ (муравей бежит из начала координат вправо). В начальный момент времени $b_0 = 1$, $a_0 = 0$. Длина жгута в момент времени $t_n$ теперь будет равна $S_n = b_n - a_n$.

Таким образом, скорость движения муравья на очередном этапе процесса будет определяться как

$$v_{n+1} = v_0 + u \cdot \frac{x_n - a_n}{b_n - a_n} + w \cdot \frac{x_n - b_n}{b_n - a_n}.$$

Двигаясь с такой скоростью, муравей переместится в точку

$$x_{n+1} = x_n + v_{n+1}\,\Delta t.$$

При этом новые координаты концов жгута составят

$$b_{n+1} = 1 + (n+1)\Delta t\, u,$$
$$b_{n+1} = -(n+1)\Delta t\, w.$$

В этих формулах величина $w$ положительна, противоположное направление движения левого конца учтено непосредственно в знаках слагаемых.

Внося соответствующие изменения в алгоритм и исполняя его, можно получить ответ на последний вопрос.

**Ответы.**

1. $x_1 = 7{,}5$ см, $x_2 = 18{,}8$ см.

2. $T = 131$ час. $S = 942\,336$ м.

3. $\widetilde{T} = 108 \pm 23$ час.

4. (10 класс) $T = 94 \pm 9$ часа (впервые достигается при шаге $\Delta t = 0{,}2$).

4. (11 класс) $T = 340$ часов.