

## Тренировочный этап. Решения

### 6 класс. Задача 1

Какой цифрой заканчивается число  $8^{2020}$  ?

#### Решение

Рассмотрим степени числа 8 и цифры, на которые они оканчиваются.

$$8^1 = 8, 8^2 = 64, 8^3 = \dots 2, 8^4 = \dots 6, 8^5 = \dots 8, \dots$$

(Здесь не обязательно вычислять все число, достаточно только умножения на 8 последней цифры.)

Видно, что эти последние цифры образуют периодический ряд 8, 4, 2, 6, 8, ... с периодом 4.

Поскольку 2020 кратно 4, то последняя цифра будет равна 6.

**Ответ.** Оканчивается на 6.

### 6 класс. Задача 2

В городе Давилоне используются монеты достоинством в 1, 5 и 9 сантиков. Можно ли десятью такими монетами набрать сумму 45 сантиков?

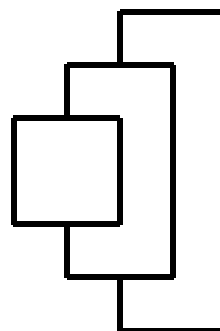
#### Решение.

Все монеты имеют нечетное достоинство. Сумма десяти нечетных чисел четна. Поэтому заданную (нечетную) сумму набрать не получится.

**Ответ.** Нельзя.

### 6 класс. Задача 3

3. Можно ли, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по линиям дважды, нарисовать фигуру, изображенную справа? Либо опишите, как это сделать, либо объясните, почему этого сделать нельзя.



#### Решение

Понятно, что нужно начинать рисовать из вершины, из которой выходит нечетное количество линий, и заканчивать в аналогичной вершине. Но таких вершин в каждом варианте более двух. Поэтому нарисовать невозможно.

**Ответ.** Нельзя.

#### 6 класс. Задача 4

Африканский животновод Комби Корм содержит на своей ферме 5 бегемотиков. К моменту ветеринарного осмотра суммарный вес бегемотиков достиг 1,5 т. Верно ли, что есть хотя бы одна пара бегемотиков, которую можно отвезти на осмотр на машине грузоподъемностью 7 ц?

**Решение** Попробуем обосновать утвердительный ответ, рассуждая от противного. Пусть указанное действие невозможно.

Из 5 бегемотиков можно составить  $(5 \cdot 4)/2 = 10$  различных пар. Если каждая пара весит больше 7 ц., то 10 пар весят больше  $7 \cdot 10 = 70$  ц. = 7 т.

Но при таком подсчете каждый бегемотик учтен 4 раза, поскольку участвует в 4 различных парах. Следовательно, вес всех пяти бегемотиков больше, чем  $7/4$  т. Но  $7/4 > 6/4 = 1,5$ , что противоречит условию задачи.

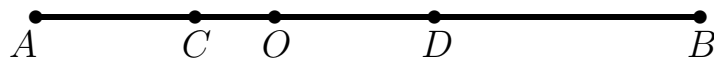
**Ответ.** Верно.

#### 6 класс. Задача 5

Однажды Лосяш пошел навестить Пина. В тот же момент Пин на только что изобретенном водородном скутере поехал по той же дорожке к Лосяшу. Через 6 минут Пин оказался ровно посередине между своим домиком и идущим ему навстречу Лосяшем. Еще через 4 минуты друзья поравнялись, но Пин не смог затормозить и проехал остаток пути до домика Лосяша с той же скоростью. Сколько времени потратил Пин на всю дорогу от своего дома до дома Лосяша?

#### Решение

Изобразим дорожную ситуацию. Обозначим через  $A$  и  $B$  домики Лосяша и Пина, через  $C$  и  $D$  – положение Лосяша и Пина через 6 минут после старта,  $O$  – место встречи.



Отрезок  $CD$  равен отрезку  $BD$ , следовательно, Пин проехал  $CD$  за 6 минут.

Так как на  $DO$  Пин затратил 4 минуты, то на  $OC$  у него ушло 2 минуты, а у Лосяша на тот же путь  $CO$  ушло 4 минуты. Таким образом, скорость Пина вдвое больше скорости Лосяша. Поэтому на путь  $CA$  Пин затратил  $6/2 = 3$  минуты, а на весь путь  $BA$  затратил  $6 + 6 + 3 = 15$  минут.

**Ответ.** 15 минут.