Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ	ЕМ 37-13	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17061

ФАМИЛИЯ Аншуков

ИМЯ Игорь

ОТЧЕСТВО Павлович

Дата рождения 27. 10. 09. **Класс:** 6

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 12. 03. 22.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Анш

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Предположим, что корм съел Сиропчик, тогда (по условию) корм съел Пончик, и его не ел Торопыжка. Но если корм не ел Торопыжка (по условию), то его и не ел Пончик. Противоречие! Значит Сиропчик не ел корм.

Допустим, что корм съел Пончик, тогда (по условию) его ел и Сиропчик, но мы выяснили, что Сиропчик не ел корм. Противоречие! Пончик не ел корм.

Остается, что корм съел Торопыжка (только Торопыжка) и это не противоречит условию.

Значит корм съел Торопыжка

Ответ: Торопыжка

+

№3 +

~~Но~~ Сначала найдём минимальное кол-во:

Предположим, что оно равно 2. Но оно ~~этому числу~~ ~~не может~~ не может равнятся этому числу т.к. в условии написано все кроме трех, а здесь нету даже трех ~~дорог~~ линий.

Тогда ~~два~~ 2 линии ~~дороги~~ - не может быть минимальным кол-вом.

~~Допустим 3 дороги - мин. кол-во. Такое~~

Меньше трех ~~дорог быть~~ линий быть не может.

А три могут быть, вот пример который совпадает с условием вот он:

0 линий	0 линий	3 линий
город П	~~город~~ поселок Б	секретные объекты

Теперь максимальное кол-во:

Предположим, что она равно 7. Но 7 быть не может. Ведь все ~~дороги~~ линии кроме трех. ~~Если в~~ В одном городе или поселке ~~будет~~ 100% будет 3 линии или меньше т.к. если бы в каждом из них было ~~по~~ минимум 4 линии, то все их было бы 8, но мы предположили что их 7.

Знаачит, что в одном из городов 3 линии или меньше.

?

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Тогда если в одном городе 3 или меньше ~~дорог~~ линий, то в него идут все кроме 4 (или больше) линий, что противоречит условию.

Значит ~~доро~~ линий не больше 6.

6 линий может быть, вот пример не противоречащий условию:

3 линий 3 линий 0 линий

город П ~~город~~ поселок Б секретные объекты

Мы выяснили, что ~~дорог~~ линий минимум 3, максимум 6

Ответ: 3 линии, 6 линий

№1. +

Сначала суммируем $25+30+45+33+27=160$

это лампочки в пяти фиксиков умноженная на 4, т.к. все фиксики встречаются в этой сумме 4 раза.

Значит фиксики собрали $160:4$ лампочек, то есть 40 штук

Ответ: 40 лампочек

№2

Допустим что x - ~~целое~~ положительное число, значит либо x, либо $x+1$ - нечетное число

Тогда $[\frac{x}{2}]+[\frac{x+1}{2}]$ это $\frac{x}{2}+\frac{x}{2}$ т.к. если x ~~числитель~~ нечетный то целая часть равна $\frac{x-1}{2}$

Теперь решим уравнение:

$$[\frac{x}{2}]+[\frac{x+1}{2}]=2x+4$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x+1}{2}\right] = 2x+4$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 2x+4$$

$$x = 2x+4$$

$$x \neq 2x+4$$

нет корней.

Значит x - не положительное число, теперь будем перебирать числа

Если $x = 0$; $\left[\frac{0}{2}\right] + \left[\frac{1}{2}\right] = 2x+4$

$0+0 \neq 4$

Если $x = -1$ $\left[\frac{-1}{2}\right] + \left[\frac{0}{2}\right] = -1\cdot 2+4$

$-1 - 0 = -2+4$

$-1 \neq 2$

Если $x = -2$ $\left[\frac{-2}{2}\right] + \left[\frac{-1}{2}\right] = -2\cdot 2+4$

$-1 - 1 = -4+4$

$-2 \neq 0$

Если $x = -3$ $\left[-\frac{3}{2}\right] + \left[-\frac{2}{2}\right] = -3\cdot 2+4$

$-2-1 \neq -6+4$

Если $x = -4$ $\left[-\frac{4}{2}\right] + \left[\frac{-3}{2}\right] = -4\cdot 2+4$

$-2-2 = -8+4$

$-4 = -4$

Верно

+

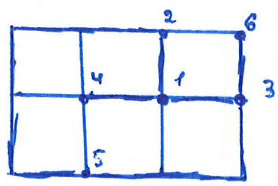
Значит $x = -4$

Ответ: -4

№4. +

Наименьшее кол-во - 6

Пример на 6:



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

3	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

MI24-29

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Бяльковский

ИМЯ Тимофей

ОТЧЕСТВО Романович

Дата рождения 12.02.2009 Класс: 7

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бяк

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ MI24-29

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2

+

Если разница двух чисел кратна семи, то они сравнимы по модулю 7 ($a \equiv_7 b$), т.е. дают одинаковый остаток при делении на 7. всего есть 7 различных остатков при делении на 7, значит среди 8 чисел точно найдутся два числа с одинаковым остатком, т.к. $8 > 7$.

Ответ: верно

4.

+

Торопыжка = Т., Пончик = П, Сиропчик = С.

Если Т не ел, то С ел, ~~но С ел, то Т~~ а П не ел. но если С ел, то П ел. Противоречие, => Т ел.

Если П ел, то Т не ел, но Т ел. Противоречие => П не ел.

Если С ел, то П ел, но П не ел. Противоречие => С не ел.

Ответ: ел только Торопыжка

5.

представим что $x=\overline{ab}$, b - точно однозначное, а a нет.

~~[illegible]~~ $\left[\frac{x}{10}\right]+\left[\frac{x+1}{10}\right]+\ldots+\left[\frac{x+9}{10}\right] \leq 10a+9. \Rightarrow$

$(10a+b)^2 \leq 10a+9 \Rightarrow 100a^2+b^2+20ab \leq 10a+9.$

x - не отрицательные, т.к. при любом отриц. x, ~~левая часть~~ ~~уравнен~~ $\left[\frac{x}{10}\right]+\ldots+\left[\frac{x+9}{10}\right]$ отрицательно, а x^2 положительно.

если $a>0$, а $b=0$, ~~[illegible]~~ то это невозможно, т.к. $100a^2>10a+9$, т.к. $100a>10a+9$. Из этого следует что невозможно $a>0$, $b>0$, т.к. это лишь увеличит $100a^2+b^2+20ab$. $\Rightarrow a=0$ (т.к. $a\geq 0$, $b\geq 0$). если $b=0$, то $0\leq 9$, также 0 является решением уравнения. Также нужно проверить $b=1$, $b=2$ и $b=3$, т.к. они подходят для $b^2\leq 9$. 2 и 3 не являются решениями уравнения, а 1 является. $\Rightarrow x=0$ или 1.

Ответ: 0 и 1

+

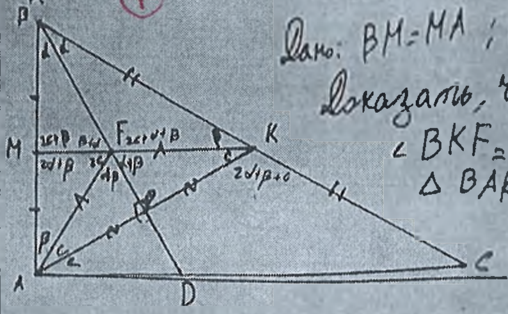
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ MI24-29

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~4~~ 3



Дано: $BM = MA$; $BK = KC$; $BA = BK = KC$, BD - бис. $\triangle ABC$

Доказать, что $\triangle AFD$ - р/б.

$\angle BKF = \beta$; ~~$\angle BFK$~~ $\angle BKA = c$.

$\triangle BAK$ - р/б, $\Rightarrow \angle BOA = \angle BOK = 90°$; $AO = OK$, $\angle BAK = \angle BKA$.

$\triangle AFO = \triangle FOK$, т.к. $AO = OK$, $\angle AOF = \angle KOF$, FO - их общая сторона. $\Rightarrow$

$\angle FAK = c$. т.к. $\alpha + \beta + c + 90° = 180°$; $\alpha + \beta + c = 90°$; $\Rightarrow$

$\angle BAF = \beta$. ~~[illegible]~~ $\angle BMK = 180° - 2\alpha - \beta = 2c + \beta$.

$\angle AMF = 180° - 2c - \beta = 2\alpha + \beta$. $\angle MFA = 180° - 2\alpha - 2\beta = 2c$.

$\angle AFD = 90° - c = \alpha + \beta$. $\angle AKC = 180° - \beta - c = 2\alpha + \beta + c$.

$\angle BFM = 180° - \alpha - 2c - \beta = \beta + \alpha$; $\angle BFK = 180° - \alpha - \beta = 2c + \alpha + \beta$.

$\triangle BMK$ подобен $\triangle BAC$, $\Rightarrow \angle BAD = \beta + 2c \Rightarrow \angle KAD = \beta + 2c - \beta - c = c$, $\Rightarrow \angle FAK = \angle KAD \Rightarrow \triangle FAD$ - р/б.

($\triangle BMK$ подобен $\triangle BAC$ т.к. у них пропорц. стороны и равен угол)

1.

После того как всего включили 1 трансформатор, залов с од. кол-вом выкл и включ. трансф стало $\frac{1}{3}$, $\Rightarrow$ было $\frac{1}{2}$ залов где кол-во выкл и включ. трансф. отличалось на ~~[illegible]~~ два (-1 выкл + 1 включ) $\frac{1}{6}$ трансф в это множество не входило. также Половина $(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2})$ трансф. могла быть в состоянии ~~трансф~~ где выкл и включ трансф. отличаются на 1, ~~[illegible]~~ но $\frac{1}{2}$ не больше чем $\frac{1}{2}$, а $\frac{1}{2}$ - это мак. возможность.

Ответ: нет

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ

Место проведения

ZQ 90-54

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Валиуллин

ИМЯ Данис

ОТЧЕСТВО Динарович

Дата рождения 02.09.2007

Класс: 8

Предмет математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

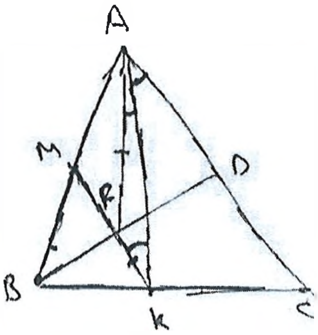
Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZQ 90-54

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Заметим, что если сложить все числа, насчитанные солдатами и командиром то каждая ~~[illegible]~~ батарейка ~~[illegible]~~ один раз не будет посчитана, а 10 раз посчитана ⇒ всего батареек $((200+195\cdot10)/10$. Это равно 215. Значит командир принес 15 батареек, а все остальные 20. +

2)



$MK \parallel AC \Rightarrow \angle CAK = \angle AKF$ +

$AF = KF \Rightarrow \angle AKF = \angle FAK$

$\Downarrow$

$\angle DAK = \angle FAK \Rightarrow$ ~~[illegible]~~.

$\Rightarrow AK$ – биссектриса $\angle FAD$. ЧТД

3) Заметим, что всего остатков по модулю 2021 – 2021. Тогда по принципу Дирихле найдутся числа с одинаковыми остатками. Тогда их разность кратна 2021, т.к. их разность сравнима с разностью их остатков, то есть с нулем. +

4) Докажем, что левая часть равна x. Пусть ~~[illegible]~~ $x = 2022k - r$, где $r < 2022$. Тогда числа от $\left[\frac{x}{2022}\right]$ до $\left[\frac{x+r-1}{2022}\right]$ равны $k-1$, а от $\left[\frac{x+r}{2022}\right]$ до $\left[\frac{x+2021}{2022}\right]$ равны k. Первых r, а вторых $(2022-r) \Rightarrow$ общая сумма $(k-1)\cdot r + (2022-r)\cdot k = kr - r + 2022k - kr = 2022k - r = x$. Тогда получаем уравнение $x = x^{2022} + x - 1 \Rightarrow x^{2022} = 1 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pm 1$ +

~~5) Представим, что Сиропчик ел, но тогда 2ое утверждение неверно. Тогда Сиропчик не ел, по 3 утверждению Пончик не ел, а Кнопочка ел. Это не противоречит 1 утверждению, значит~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZQ 90-54

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5) Пусть Сиропчик ел. Тогда Пончик не ел, иначе противоречие в 1 утв. Тогда Торопыжка ел, иначе противоречие во 2 утв. Если же Сиропчик не ел то Пончик не ел, а Торопыжка ел. Значит мы можем сказать, что Пончик точно не ел, а Торопыжка точно ел.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М5F01	ДИСТАНЦИОННО
№ группы	Место проведения

ZI25-42

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17051

ФАМИЛИЯ ВОРОНЦОВА

ИМЯ МАРИЯ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВНА

Дата рождения 22.07.2010

Класс: 5

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ВМ.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-42

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 „Алдан" = А (+)

„Бия" – Б

„Витим" – В

$А + 100 = Б + В$

$А = Б + В - 100$

$Б + 120 = А + В$

$Б + 120 = Б + В - 100 + В$

$\cancel{Б} + 220 = \cancel{Б} + 2В$

$220 = 2В$

$В = 220 : 2 = 110$

Ответ: мощность генератора „Витим" – 110 КВт

№2 Разложим на множители 165. (+)

165	3
55	5
11	11

3, 5, 11 - кол-во - этажей, квартир на этаже, подъез-
дов!
кв. на э. < подъездов < этажей
следовательно, квартир на этаже - 3
подъездов - 5
этажей - 11.
Ответ: подъездов - 5.

N 3 2с 3а - обозн. как за 1 день
7 дней - 14с + 21а
4с 1а - обозн. как за 1 день.
5 дней - 20с + 5а
4
14с + 21а = 20с + 5а
16а = 6с.
Т.к. они равны (!), то с > а (иначе было бы неравенство)
Поэтому, ответ: от студента больше пользы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

шифр, не заполнять! ⇨ ZI25-42

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 1. 11-К | 12-Л

2. 12-К | 14-М

3. 12-Н | 15-М.

Рассмотрим последние 2 утверждения.

Если первые из этих утв. верны, то на 12 этаже живут и Кира, и Ника.

Если последние из этих утв. верны, то Мила живёт и на 14, и на 15 этаже, но такого быть не может.

Остаётся то, что либо на 12 этаже живёт Кира, на 15 - Мила, на 14 не Мила и на 12 не Ника либо на 14 этаже живёт Мила, на 12 - Ника, на 15 не Мила и на 12 не Кира.

Рассмотрим первый из этих 2 случаев.

Значит, мы знаем то, что на 12 этаже - Кира, а на 15 - Мила. В первом утверждении говорится, что Лиза живёт на 12 этаже, однако на нём живёт Кира, следовательно, утверждение „Кира живёт на 11 этаже" должно быть верно, однако Кира живёт на 12, следовательно, этот случай нам не подходит.

Тогда, на 14 этаже живёт Мила, а на 12 - Ника. Первое утверждение - на 12 этаже уже живёт Ника, поэтому, на 11 этаже живёт Кира. Остаётся, что на 15 этаже живёт Лиза.

Ответ: на 11 - Кира; на 12 - Ника; на 14 - Мила; на 15 - Лиза.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

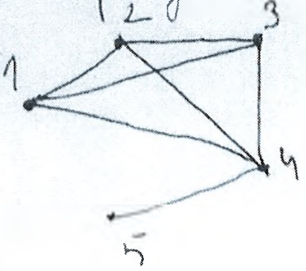
Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-42

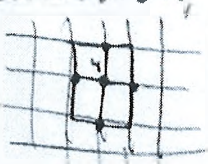
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 Нарисуем все соединения в виде графа:

(+)



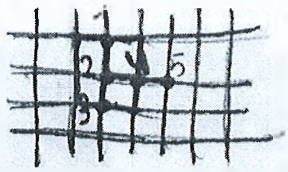
Заметим, что точка 4 соединена с 4 другими, и это значит, что в конечной фигуре будет хотя бы 1 точка, из которой исходит 4 отрезка. Тогда это будет хотя бы 2×2. Докажем, что это невозможно.



Тогда точка 4 – центральная точка. (все остальные точки отмечены). Но заметим, что нам нужно соединить ещё 1-2, 1-3, 2-3, но этого не выйдет, т.к. иначе нам нужно выйти за пределы 2×2.

Далее, следующая площадь - 5 кл.

Пример:



Ответ: 5 клеток.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М11F01	

№ группы Место проведения

GY48-12

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Гусев

ИМЯ Олег

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 31.05.2004 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на ______ листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Гу

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-12

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Дано~~:

Задание 1 +

Дано:

V - объем съедаемой порции

$V\cdot x$ - одна из порций

$V\cdot(1-x)$ - другая порция

$k\sqrt{V}$ - если порция не делилась.

$$\frac{k\sqrt{V\cdot x}+k\sqrt{V\cdot(1-x)}}{k\sqrt{V}}$$

$$f(x)=\frac{k\sqrt{Vx}+k\sqrt{V(1-x)}}{k\sqrt{V}}=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=$$

$$=\sqrt{(\sqrt{x}+\sqrt{1-x})^2}=\sqrt{x+1-x+2\sqrt{x(1-x)}}=$$

$$=\sqrt{1+2\sqrt{x(1-x)}}>1 \Rightarrow$$ выгодно съесть первую порцию.

максимальное значение $f(x)$ $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geq 0$

$$x^2-x\geq-\frac{1}{4}$$

при $0\leq x\leq 1$ $\quad x(1-x)\leq\frac{1}{4}$ $\quad \sqrt{x(1-x)}\leq\frac{1}{2}$

$$1+2\sqrt{x(1-x)}\leq 1+\frac{2}{2}=2\Rightarrow$$

$\Rightarrow f(x)\leq\sqrt{2}$

Ответ: ~~д~~ изменится в не более в $\sqrt{2}$ раз в (в большую сторону)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ на задание 1 - изменится не более чем в $\sqrt{2}$ раза в большую сторону.

Задание 2. +

Левая часть - целое число, равное m, тогда.

$$m=\frac{\lg(2^x+1)-\lg 6}{\lg 5-\lg 10}=\frac{\lg\left(\frac{2^x+1}{6}\right)}{-\lg 2}=-\log_2\frac{2^x+1}{6}$$

$$\log_2\frac{2^x+1}{6}=-m$$

$$\frac{2^x+1}{6}=2^{-m}. \quad 2^x+1=6\cdot 2^{-m}=3\cdot 2^{1-m}$$

Левая часть больше чем $1 \Rightarrow$ m должно быть таким, чтобы

$$\cancel{2^x+1=\frac{3}{2}} \quad 2^{1-m}>\frac{1}{3}, \quad m\le 2$$

при $m=2$ - $2^x+1=\frac{3}{2}$, $x=-1$

в уравнении

$$-1+0+0\ldots=2 \text{ - не верно.}$$

при $m=1$ $2^x+1=3$ $x=1$

в уравнении $1+0+0+0\ldots=1$ - верно.

$x=1$ - одно из решений.

при $m\le 0$ левая часть $3\cdot 2^{1-m}$ - целое четное число, тогда 2^x - должно быть нечетным $\Rightarrow x=0$

но $0+0+0\ne m \Rightarrow m=0$ но $2^0+1\ne 6 \Rightarrow$

Ответ: Только $X=1$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-12

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 3.

Пусть y и z – стороны прямоугольных розеток
Пусть x – сторона квадратика.
Если по условию:

$$\begin{cases} \cancel{4y+4z-4x=16} \\ \cancel{2y+2z-4x=8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{y+z-x=4} \\ \cancel{y+z-2x=4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y+4z-4x=16 \\ 2yz-x^2=16 \end{cases} = \begin{cases} x=y+z-4 \\ 2yz-x^2=16 \end{cases}$$

$$2yz-(y+z-4)^2=16$$

$$-\cancel{z}^2-y^2-8z-8y-16=16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (z-4)^2+(y-4)^2=0 -$$

– единственное решение, когда все стороны равны 4.

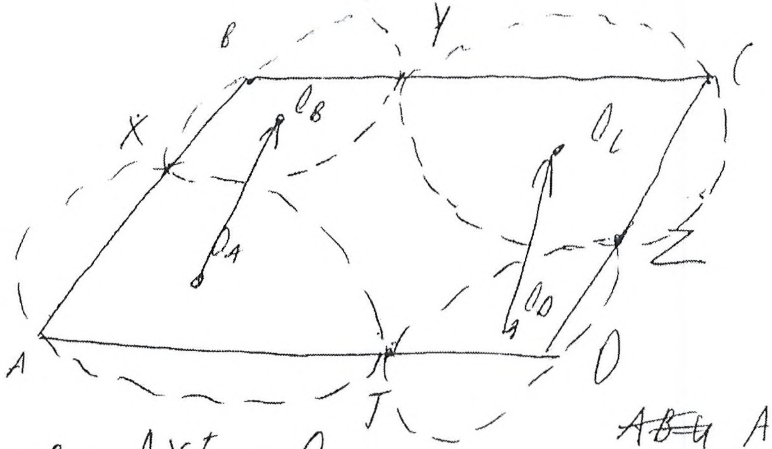
Ответ: $x=4$ $y=4$ $z=4$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-12

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 4



центр окр $AXT = O_A$

центр окр $BXY = O_B$

центр окр $CYZ = O_C$

центр окр $DZT = O_D$

~~AB и~~ A

Доказательство, что $\overrightarrow{O_AO_B}$ и $\overrightarrow{O_DO_C}$ равны и одинаковы по направл.

±

Их проекции на 2 стороны AB и

AD – равны.

В проекции AB O_A – попадает на середину AX; O_B – на середину XB $\Rightarrow$ $\overrightarrow{Pr(O_AO_B)} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \overrightarrow{Pr(O_DO_C)} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

в проекции AD – аналогично

Но из нерав. $\overrightarrow{Pr(O_BO_C)} = \overrightarrow{Pr(O_AO_D)}$

$$\overrightarrow{O_AO_B} + \overrightarrow{O_BO_C} + \overrightarrow{O_CO_D} + \overrightarrow{O_DO_A} = 0$$ – следует равенство проекций на AD. как?

$$\overrightarrow{Pr(O_AO_B)} + \overrightarrow{Pr(O_BO_C)} - \overrightarrow{Pr(O_DO_C)} - \overrightarrow{Pr(O_AO_D)} = 0$$

$\overrightarrow{Pr(O_AO_B)} - \overrightarrow{Pr(O_DO_C)} = 0$ $\Rightarrow$ векторы $\overrightarrow{O_AO_B} = \overrightarrow{O_DO_C}$

$\Rightarrow$ четырехугольник из этих векторов – параллелограмм.

Задание 5. 7

Начнем разбор с 3его пункта, ~~что~~ 100% есть одна истина.

Допустим, что Пончик не ел, но ел Небоська =>

=> еще ел либо Авоська, либо Сиропчик.

Авоська отпадает - противоречие п. 3, значит еще ел и Сиропчик.

Ел Сиропчик - замкнутый круг, т.к. тогда Пончик тоже ел - значит неверно

=> Истинно первое высказывание, когда Авоська ел. И этому нет противоречий в других пунктах д-ть => Гарантированно обвинять можно только Авоську.

Ответ: Авоська.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	ДИСТАНЦИОННО, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВКС
№ группы	Место проведения

GY48-32

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 97111

ФАМИЛИЯ ДМИТРИЕВ

ИМЯ ГЕОРГИЙ

ОТЧЕСТВО АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 06.09.2004 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: (ДМИТРИЕВ)

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1. F

Пусть c - коэффициент пропорциональности.
V - объём съеденной порции кулебяки, тогда
$c\sqrt{n}$ — энергетические затраты, при съедании кулебяки одной порцией;
$c\sqrt{\frac{n}{2}}+c\sqrt{\frac{n}{2}}$? — энергетические затраты, при съедании кулебяки двумя порциями.

$$\frac{c\sqrt{n}}{c\sqrt{\frac{n}{2}}+c\sqrt{\frac{n}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}<1$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{c\sqrt{n}}{c\sqrt{\frac{n}{2}}+c\sqrt{\frac{n}{2}}}<1\\ c\sqrt{n}>0\\ c\sqrt{\frac{n}{2}}+c\sqrt{\frac{n}{2}}>0\end{array}\right| \Rightarrow c\sqrt{n}<c\sqrt{\frac{n}{2}}+c\sqrt{\frac{n}{2}}$$

Ответ: энергетически выгодно съесть кулебяку как одну порцию; при разделении кулебяки на 2 порции энергетические затраты увеличатся в $\sqrt{2}$ раз.

Задание 2.

$$\frac{\lg(2^x+1)-\lg 6}{\lg 5-\lg 10}=\frac{\lg\left(\frac{2^x+1}{6}\right)}{\lg\frac{5}{10}}=-\log_2\left(\frac{2^x+1}{6}\right)$$

$$-\log_2\left(\frac{2^x+1}{6}\right)\in Z \Rightarrow \frac{2^x+1}{6}=2^n;\ n\in Z$$

$2^x+1=2^n\cdot 6,\ n\in Z$

$2^x+1>1$

$2^n\cdot 6>1$

$2^n>\frac{1}{6}$

$n>\log_2\frac{1}{6}>\log_2\frac{1}{8}=-3$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\left.\begin{matrix} x > -3 \\ x \in Z \end{matrix}\right| \Rightarrow x \geq -2$

$\left.\begin{matrix} 2^x \cdot 6 \,\vdots\, 2, \text{ при } x \geq 0 \\ 2^x + 1 \,\vdots\, 2, \text{ при } x \geq 1 \end{matrix}\right| \Rightarrow \left[\begin{matrix} -1 \leq x < 0 & (2) \\ x < 1 & (1) \end{matrix}\right.$

1) $x < 1$

$2^x < 2$

$2^x + 1 < 3$

$2^x \cdot 6 < 3$

$2^x < \frac{1}{2}$

$x < -1$

$\left.\begin{matrix} x < -1 \\ x \geq -2 \end{matrix}\right| \Rightarrow x = -2$

$2^x + 1 = \frac{3}{2}$

$2^x = \frac{1}{2}$

$x = -1$

$\left[\frac{x}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{x+2021}{2022}\right] = \left[\frac{-1}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{2020}{2022}\right] = -1 + 0 + 0 + \ldots + 0 = -1$

$-\log_2\left(\frac{2^x+1}{6}\right) = -\log_2\left(\frac{\frac{1}{2}+1}{6}\right) = 1$

~~отв~~ $x = -1$ — не решение, $x \neq -2$

2) $-1 \leq x < 0$

$x = -1$

$2^x \cdot 6 = 3$

$2^x + 1 = 3$

$x = 1$

$\left[\frac{x}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{x+2021}{2022}\right] = \left[\frac{1}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{2022}{2022}\right] = 0 + 0 + \ldots + 0 + 1 = 1$

$-\log_2\left(\frac{2^x+1}{6}\right) = -\log_2\left(\frac{2+1}{6}\right) = 1$

Ответ: $x = 1$

Задание 3

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

] a_1 – длина позиции; b_1 – ширина позиции;
a – сторона свинарника; тогда.
$4(a_1+b_1)$ – сумма P позиций;
$4a$ – периметр ~~по~~ свинарника.
$2a_1 b_1$ – площадь позиций
a^2 – площадь свинарника

(+)

$$\begin{cases} 4(a_1+b_1)-4a=16 \\ 2a_1b_1-a^2=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=a_1+b_1-4 \\ 2a_1b_1-(a_1+b_1-4)^2=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=a_1+b_1-4 \\ 2a_1b_1-(a_1^2+b_1^2+16+2a_1b_1-8a_1-8b_1)=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=a_1+b_1-4 \\ a_1^2+b_1^2-8a_1-8b_1+32=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=a_1+b_1-4 \\ (a_1-4)^2+(b_1-4)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 \\ a_1=4 \\ b_1=4 \end{cases}$$

Ответ: стороны позиции: 4; 4; сторона свинарника: 4.

Задание 5 ∓

~~] Пончик съел корм, тогда (по 2-ому) что Сиропчик съел корм, что Авоська; Если А~~

] ~~Если~~ Пончик съел корм, тогда (по 3-ему) Авоська тоже съел корм.

Если Пончик не ел корм, тогда (по 1-му) Сиропчик также не ел корм, (по 3-ему) корм съел либо Авоська, либо Небоська; но если Небоська съел корм, а Сиропчик не ел корм, то (по 4-ому) корм съел Авоська

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ GY48-32

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: Возможно только ... корни. а другие?

Задание 4

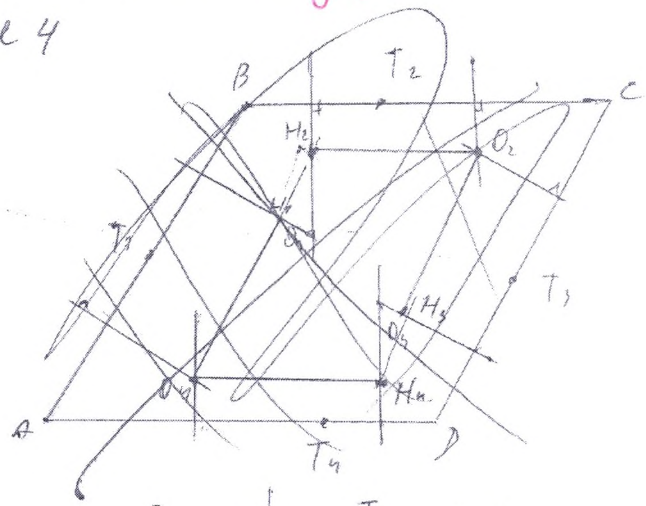
Дано: ABCD – пар-м.

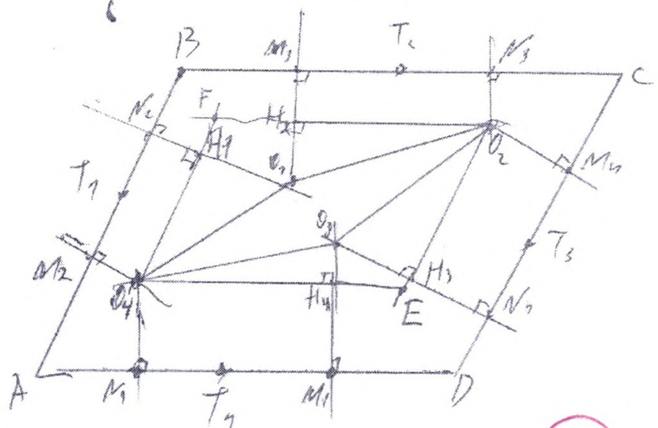
O_1 – ц. опис. ок. $\triangle T_1BT_2$

O_2 – ц. опис. ок. $\triangle T_2CT_3$

O_3 – ц. опис. ок. $\triangle T_3DT_4$

O_4 – ц. опис. ок. $\triangle T_4AT_1$





(+)

Доп. п.: O_4N_1 | $O_4N_1 \perp AD$

O_4 – ц. опис. ок. $\triangle T_1AT_4$, $O_4N_1 \perp AD$ $\Rightarrow A_1N_1 = N_1T_4$

Аналогично: $T_4M_1 = M_1D$; $DN_4 = N_4T_3$; $T_3M_4 = M_4C$; $CN_3 = N_3T_2$;

$T_2M_3 = M_3B$; $BN_2 = N_2T_1$; $T_1M_2 = M_2A$

Доп. п.: O_4H_1 | $O_4H_1 \perp O_1N_2$

$O_1H_1 \perp N_2O_1$, $N_2O_1 \perp AB$ $\Rightarrow AB \parallel O_4H_1$; $M_2O_4 \parallel N_2H_1$ $\Rightarrow M_2N_2H_1O_4$ – пар-м $\Rightarrow O_4H_1 = M_2N_2 =$

$= T_1N_2 + T_1M_2 = \frac{AT_1}{2} + \frac{T_1B}{2} = \frac{AB}{2}$

Аналогично: $H_3O_2 = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = O_4H_1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Аналогично $H_2O_2 = H_4O_4$.
$\therefore O_4H_1 \parallel AB \parallel DC \parallel H_3O_2$
Аналогично $H_2O_2 \parallel O_4H_4$

$H_2O_2 \parallel O_4H_4$, $O_4H_1 \parallel H_3O_2$ $\Rightarrow \angle O_4FO_2 = \angle O_4EO_2$.

$O_2E \parallel O_4F$, $O_4E \parallel FO_2$ $\Rightarrow FO_2EO_4$ – пар-м $\Rightarrow O_4E = FO_2$, $EO_2 = O_4F$

$EH_3 = EO_2 - H_3O_2 = O_4F - O_4H_1 = H_1F$
Аналогично $FH_2 = H_4E$

$FH_2 = H_4E$, $FH_3 = H_1F$, $\angle O_4FO_2 = \angle O_4EO_2$ $\Rightarrow \triangle H_1FH_2 = \triangle H_4EH_3 \Rightarrow H_4H_3 = H_1H_2$,

$\angle EH_4H_3 = \angle FH_2H_1$, $\angle EH_3H_4 = \angle FH_1H_2$
$\angle H_3H_4O_3 = 90 - \angle EH_4H_3 = 90 - \angle FH_2H_1 = \angle H_1H_2O_1$
Аналогично $\angle H_4H_3O_3 = \angle H_2H_1O_1$

$\angle H_4H_3O_3 = \angle H_2H_1O_1$, $\angle H_3H_4O_3 = \angle H_1H_2O_1$, $H_4H_3 = H_1H_2$ $\Rightarrow \triangle O_3H_4H_3 = \triangle O_1H_1H_2 \Rightarrow H_4O_3 = O_1H_2$

$H_4O_3 = O_1H_2$, $\triangle H_4O_3O_4$ – прям-ый, $\triangle H_2O_1O_2$ – прям-ый, $H_2O_2 = O_4H_4$ $\Rightarrow \triangle H_4O_3O_4 = \triangle H_2O_1O_2 \Rightarrow O_1O_2 = O_3O_4$

Аналогично: $O_4O_1 = O_2O_3$

$O_4O_1 = O_2O_3$, $O_1O_2 = O_3O_4$ $\Rightarrow O_1O_2O_3O_4$ – пар-м.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

λF 32-22

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17071

ФАМИЛИЯ Долматова

ИМЯ Светлана

ОТЧЕСТВО Романовна

Дата рождения 20.05.2008

Класс: 7

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах**

Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Долм

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17071

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ LF 32-22

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2.

Решение: (+)

В ряду из восьми целых чисел можно выбрать 2 числа, разность которых будет $\vdots 7$, т.к. числа $\vdots 7$ повторяются через 7 чисел, и если число $\not\vdots 7$, но через 7 чисел будет число $\not\vdots 7$ и их разность будет $\vdots 7$

Ответ: верно

5.

Решение:

$$\left[\frac{x}{10}\right]+\left[\frac{x+1}{10}\right]+\dots\left[\frac{x+9}{10}\right]=x^2$$

$x^2 \geq 0$

$\left[\frac{x}{10}\right]+\left[\frac{x+1}{10}\right]+\dots+\left[\frac{x+9}{10}\right] \in \mathbb{Z}$ и соответственно ≥ 0

уравнение имеет корень только при $x=0$, $x=1$

в остальных случаях левая часть будет меньше правой, либо <0 почему?

Ответ: 0; 1. $\frac{0}{+}$

1.

Решение:

пусть n - кол-во выключенных трансф. в 1 зале

тогда $\frac{1}{6}\cdot(n+n)=\frac{1}{6}\cdot 2n=\frac{1}{3}n$ ← выключенных трансф. в залах, где вкл. и выкл. трансф. поровну (изначально

когда выключили по 1 трансф., то в залах, где изначально было вкл. и выкл. поровну кол-во, станет неравное ⇒

⇒ чтобы после выключение 1 трансф. стало $\frac{1}{3}$ залов с один. количеством вкл. и выкл. трансформаторов, в залах должны быть включены $n+2$ трансф. и n выключены, и их изначально должно быть $\frac{1}{3}$ от всех залов.

Значит на залы, в которых количество вкл. и выкл. трансформаторов отличается на 1, было $\underset{\text{все залы}}{1}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$ ⇒

⇒ их не более $\frac{1}{2}$, значит не могло быть

Ответ: не могло.

4. +

Решение:

Т – Торопыжка
П – Пончик
С – Сиропчик

1. Если Т не ел, то П не ел, С ел
2. Если П ел, то С ел, Т не ел
3. Если С ел, то П ел, Т не ел

Пусть корм съел не Т, тогда:
П не ел, С ел, а из 3. П ел ← противоречие ⇒
⇒ Т ел

Пусть П съел корм, тогда:
С ел, Т не ел, а из 1. П не ел ← противоречие ⇒
⇒ П не ел

Пусть С съел корм, тогда:
П ел, Т не ел, а из 1. П не ел ← противоречие ⇒
⇒ С не ел

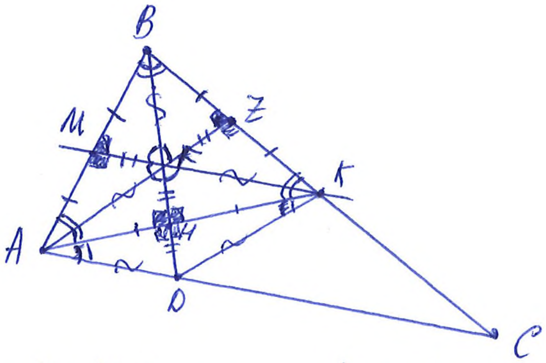
Торопыжка съел куль корма за ночь

Ответ: Торопыжка.

3. −

Решение:

из условия:
$AB = \frac{1}{2} BC$
$KM \cap BD = F$
$BD = l_{\angle B}$
KM – средняя линия
$K \in BC$
$M \in AB$



Т.к. KM – средняя линия, $M \in AB$, $K \in BC$, то $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{4} BC$

Пусть Z середина BK. $\triangle BMF = \triangle AMF$ (по 2 стор и $\angle$ между ними), $\triangle BZF = \triangle KZM$ (по 2 стор и $\angle$ между ними)

Проведём AZ, AK

$\triangle BMF = \triangle BZF$ (по 2 стор и $\angle$ между ними) ⇒ их соответствующие элементы равны (MF = FZ) ($\angle BMF = \angle BZF$)

$\triangle AFH = \triangle KFH$

$AH = HK = AM = BM = BZ = ZK$ ⇒ $AK = AB = BK$

Т.к. $AB = \frac{1}{2} BC$, и $BK + KC = BC$, то $AB = BK = KC$

Т.к. $AB = BK = AK$ ⇒ $\triangle ABK$ равносторонний ⇒ $\angle BAK = 60°$, $\angle BKA = 60°$

Дочертим KD, тогда $\triangle ADH = \triangle KDH$ (по 2 стор и $\angle$ между ними), $AD = DK$

⇒ $\triangle AFH = \triangle ADH$ (по 2 стор и $\angle$ между ними) ⇒ $AF = AD$, значит $\triangle FAD$ равнобедренный по опр

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	ДИСТАНЦИОННО (РОСТОВ-НА-ДОНУ)
№ группы	Место проведения

DU27-44

шифр

Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ЗАХАРОВ

ИМЯ ВЛАДИСЛАВ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 18.02.2005 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 11 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.22

число месяц год

Подпись участника олимпиады: ВЗах

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Если, V - объём порции, k - какой-то коэффициент, E - затраты энергии, то

$E = kV^3$ (по условию).

А) Пусть у бидончика с мороженым объём $2x$

Если съесть все сразу

$$E_A = k(2x)^3 = 8kx^3$$

+

В) Если разделить на две порции.

будем считать, что порции отличаются от x (x - половина бидона) на некоторое t.

Т.е. бидон разбит на порцию

$(x-t)$ и $(x+t)$., (где t возможно)

$E_B = E_1 + E_2$

$E_1 = k(x-t)^3 = k(x^3 - 3x^2t + 3xt^2 - t^3)$

$E_2 = k(x+t)^3 = k(x^3 + 3x^2t + 3xt^2 + t^3)$

$E_1 + E_2 = k(2x^3 + 2\cdot 3xt^2) = k(2x^3 + 6xt^2)$

$E_B = k(2x^3 + 6xt^2)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

продолжение

$E_1 = 8kx^3$

$E_B = k(2x^3 + 6xt^2)$

Заметим, что т.к. объемы порций неотрицательны. $x > 0$, $t \geq 0$.

порция

$x - t \geq 0$. значит $x \geq t$.

$x^2 \geq t^2$ (т.к. $x > 0$, $t \geq 0$).

$6x^2 \geq 6t^2 \mid \cdot x$ (т.к. $x > 0$)

$6x^3 \geqslant 6xt^2 \cdot 1 + 2x^3$

$8x^3 \geqslant (2x^3 + 6xt^2)$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{8kx^3}{k(2x^3+6xt^2)} = \frac{8x^3}{2x^3+6xt^2}.$$

Будем считать $k > 0$ (это ясно из условия). тогда: ~~сеа~~

$8x^3 \geqslant 2x^3 + 6xt^2 \quad | \cdot k$

$8kx^3 \geqslant k(2x^3 + 6xt^2)$

$E_A \geqslant E_B$. (значит при разделении на порции затраты будут уменьшатся

№1 продолжение.

заметим, что т.к. $x>0$,

$6xt^2 \geq 0$. $1+2x^3$

$2x^3+6xt^2 \geq 2x^3$.

значит $\frac{E_A}{E_B} = \frac{8x^3}{2x^3+6xt^2} \leq \frac{8x^3}{2x^3} = 4$

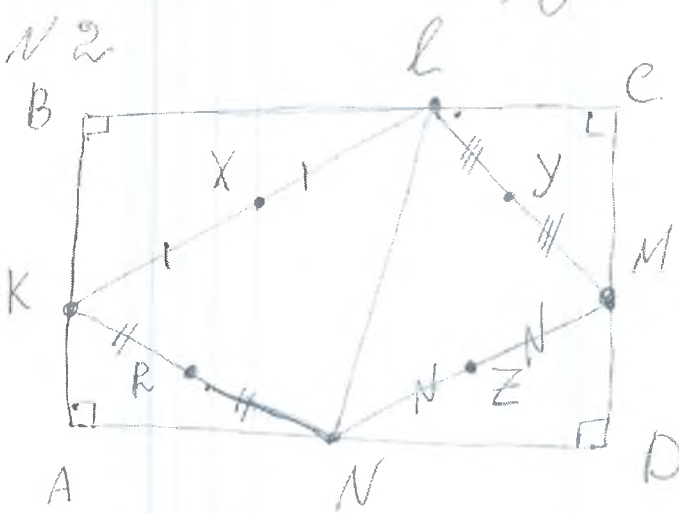
~~т.к. при уменьшении положительного знаменателя $2x^3$ дро~~ $\frac{8x^3}{2x^3} \geq \frac{8x^3}{2x^3+6xt^2}$, т.к.

при увеличении знаменателя дробь уменьшится. Значит

$\frac{E_A}{E_B} \leq 4$.

ответ: энергозатраты уменьшатся, максимальное число раз = 4.

№ 2.



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2 продолжение.

пусть прямоугольник ABCD, произвольные точки на его сторонах AB, BC, CD, AD назовем K, L, M, N соответственно. Воспользуемся фактом, что медиана прямоугольного треугольника проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы.

Значит центр описанной окружности прямоугольного треугольника лежит на середине его гипотенузы.

Отметим центры описанных окружностей (средины гипотенуз) X, Y, Z, R для $\triangle KBL$, $\triangle LCM$, $\triangle MDN$, $\triangle NAK$ соответственно.

Тогда ~~ка~~ $KX = XL$, $LY = YM$, $MZ = ZN$, $KR = NR$.

Рассмотрим $\triangle KLN$. где он?

$KX = XL$, $KR = NR \Rightarrow RX$ - средняя линия $\triangle KLN$ (по определению).

Значит $RX \parallel LN$ и $RX = \frac{1}{2} LN$ по св-ву средней линии.

Аналогично ZY - средняя линия $\triangle LNM$

Значит $ZY \parallel LN$, $ZY = \frac{1}{2} LN$.

±

N2

$$\left.\begin{array}{l} RX \parallel LN \\ ZY \parallel LN \end{array}\right\} \Rightarrow RX \parallel ZY$$

$$\left.\begin{array}{l} RX = \frac{1}{2}LN \\ ZY = \frac{1}{2}LN \end{array}\right\} \Rightarrow RX = ZY$$

$RX \parallel ZY$, $RX = ZY$, значит $RXYZ$ – параллелограмм (по признаку параллелограмма) ч.т.д.

N4 +

Знаками „+" и „×" будем обозначать логическое сложение и умножение соответственно (ИЛИ и И).

Персонажей обозначим как П (Пончик), С (Сиропчик), А (Авоська), Н (Небоська).

Если персонаж ел кури, то соответствующую ему букву считаем равной 1 (иначе 0), тогда условие можно записать как:

1) Если $П=0$, то $С=0$
2) Если $П=1$, то $С+А=1$
3) $(А=1)+((П=0)\times(Н=1))=1$
4) Если $Н=1$, то $(А+С)=1$

Рассмотрим случай

$А=1$, $П=0$, $С=0$, $Н=0$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Тогда 1) истинно (т.к. $П=0$ и $С=0$)

2) истинно,

3 - истинно, т.к. $А=1$.

4) истинно.

Все утверждения выполняются, а корм ел только Авоська. Значит гарантированно можно обвинить либо его, либо никого. (если существует случай, когда человек невиновен, то его нельзя обвинить гарантированно).

Докажем, что Авоська точно ел корм

От противного. предположим $А=0$.

Тогда из (3)

$(А=1)+((П=0)\times(Н=1))=1$, подставим $А=0$.

$(0=1)+((П=0)\times(Н=1))=1$; $(0=1)=0$, значит
$(П=0)\times(Н=1)=1$. значит оба утв. верны.

$\left.\begin{matrix} П=0 \\ Н=1 \end{matrix}\right\}$.

Из (1). т.к. $П=0$, то $С=0$.

Значит $А=0$, $П=0$, $С=0$, $Н=1$.

Подставим в (4)

Если $Н=1$, то $(А+С)=1$.

$Н=1$, значит $А+С=1$, но $А=0$, $С=0 \Rightarrow А+С=0$.

Ур. (4) - ложно. противоречие

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит наше предположение $A=0$ было неверно. Значит $A=1$. Т.е Авоська точно ел сыр.

Ответ: Гарантированно обвинить Незнайка может только Авоську

№5.

А) Пусть $F(x,y)=x+y$
$f(t)=2t$.

Тогда

$f(F(x,y))=f(x+y)=2x+2y$

$F(f(x),f(y))=F(2x,2y)=2x+2y$.

$f(F(x,y))=F(f(x),f(y))$ – верно.

б) Пусть такая функция существует, тогда

$F(x,y)=Ax+By+C$

$f(x)=cx+d$.

c,d – произвольные

$f(F(x,y))=f(Ax+By+C)=Axc+Byc+Cc+d$

$F(f(x),f(y))=F(cx+d,cy+d)=$

$=A(cx+d)+B(cy+d)+C=$

$=Acx+Ad+Bcy+Bd+C$

Если $F(x,y)$ и $f(x)$ - рассеянные собеседники, то
$f(F(x,y)) = F(f(x), f(y))$

$Axc + Byc + Cc + d = Acx + Ad + Bcy + Bd + C$
$Cc + d = Ad + Bd + C$
$C(c-1) = d(A+B-1)$, где c и d - произвольные.
~~предположим $C \neq 0$~~
возьмем $c = 2$, $d = 1$. тогда
$C(2-1) = A+B-1$
$C+1 = A+B$.
возьмём теперь $c = 2$, $d = 1$ тогда
$C(2-1) = 2(A+B-1)$
$C+2 = 2A+2B$.
Значит $\left.\begin{array}{l} C+1 = A+B \\ C+2 = 2A+2B \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} 2C+2 = 2A+2B \\ C+2 = 2A+2B \end{cases}$
вычтем выражения, получаем $C = 0$.
~~$C = 0$, значит наше предположение $C \neq 0$ было неверно. значит~~
(т.к. c и d - произвольны, то мы могли взять $c_1 = 2$, $d_1 = 1$ и $c_2 = 2$, $d_2 = 1$ и выражение будет верно).
Подставим в $C+1 = A+B$, $C = 0$
$A+B = 1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$A+B=1$, $C=0$. Значит

Все функции $F(x,y)=Ax+By+C$, где

$A+B=1$, $C=0$ будут удовлетворять

условию т.е. будут образовывать

пару рассеянных собеседников

с произвольной $f(x)=cx+d$.

т.к.

$C(c-1)=0$ т.к $C=0$

$d(A+B-1)=0$, т.к $A+B=1$.

Значит

$C(c-1)=d(A+B-1) \quad |+Axc+Byc$

$Cc - \cancel{C} + Axe + Bye = Ad + Bd - d + Axe + Byc$

$Axe + By\cancel{c} + Cc + d = Axe + Ad + Bey + C$

$f(F(x,y)) = F(f(x), f(y))$ - всегда верно.

примером такой функции будет

$\cancel{F(x,y) = \frac{x+y}{2}}$ $F(x,y) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$

или $F(x,y) = 2x - y$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! → DU27-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3.

Заметим, что $a \geq [a] \geq a-1$.

т.е.

$$S=\left[\frac{x}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]$$

можно оценить как

$$\frac{x}{2022} \geq \left[\frac{x}{2022}\right] \geq \frac{x-1}{2022}$$

$$\ldots$$

$$\frac{x+2021}{2022} \geq \left[\frac{x+2021}{2022}\right] \geq \frac{x+2020}{2022}$$

Упорядочим выражения

$$\frac{2022x+(2021+1)2021\cdot\frac{1}{2}}{2022} \geqslant S \geqslant \frac{2022x+2019\cdot 2021\cdot\frac{1}{2}}{2022}.$$

~~x + 101~~

$$x+\frac{1}{2}\cdot 2021 \geqslant S \geqslant x+\frac{2019\cdot 2021}{2022\cdot 2} \quad \Big| -x$$

$$\frac{2021}{2} \geqslant S-x \geqslant \frac{2019\cdot 2021}{2022\cdot 2} \quad \Big| \cdot \frac{2022\cdot 2}{2021}$$

$$2022 \geqslant (S-x)\frac{2022\cdot 2}{2021} \geqslant 2019.$$ Значит

$$1 \geqslant \frac{(S-x)2}{2021}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

приведем пример $x=0$.

тогда

$$\left[\frac{0}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{0+2021}{2022}\right]=0^{2022}-0^{2021}\text{ - верно.}$$

ответ: 0.

нет ли иных?

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	Дистанционно с использованием ВКС

№ группы — Место проведения

DU27-61

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Ингеройнен

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 11.11.2005 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.22
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DU27-61

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1

Пусть две части это a и b, тогда целое это a+b, тогда затраты энергии равны: $(a+b)^3 = (a+b)(a^2+2ab+b^2) = a^3+3a^2b+3b^2a+b^3$; a^3+b^3 $\Rightarrow$ 1 часть > 2 кусков

для одного куска; для двух кусков

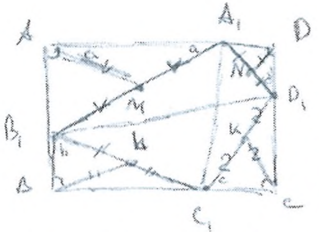
a и b больше 0, ~~тогда~~ при разделении на 2 части и для одной отношение такое: $\frac{a^3+b^3+3a^2b+3b^2a}{a^3+b^3} = \frac{\text{целая}}{\text{двух}}$, максимум будет достигаться при равенстве a и b (a+b дание => произведение ab будет при a=b)

$\frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{a^3+b^3} = 1+\frac{3ab(a+b)}{a^3+b^3} \Rightarrow 1+\frac{3a^3+3a^3}{2a^3} = 1+3 = 4$

~~При разделении на 2 порции затраты~~

Ответ: выгоднее делить на 2 части; в 4 раза уменьшится

Задача 2



т.к. $ABCD$ – прям-ник, то $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

у опис. окружности вокруг AA_1B_1 т. A лежит на диаметре, а A_1B_1 диаметр. Отметим середину M отрезка A_1B_1, $AM = A_1M = MB_1$

т.к. AM мед. в прям-ом $\triangle$, аналогично для точек K, L, N.

~~Точки K, L, M, N и есть центры опис. окружностей. Пусть углы AA_1B_1, BB_1C_1, CC_1D_1, DD_1A_1 равны a, b, c, d тогда $\angle AB_1A_1 = 90° - a$; $\angle BC_1B_1 = 90° - b$, $\angle CD_1C_1 = 90° - c$, $\angle DA_1D_1 = 90° - d$~~

точки K, L, M, N – центры оп. окр. и середины A_1B_1; B_1C_1; C_1D_1; D_1A_1

проведём B_1D_1; A_1C_1. KN в $\triangle A_1D_1C_1$ – ср. л. т.к. $A_1N = ND_1$; $C_1K = KD_1$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_1C_1 \parallel NK$; аналогично для ML и $\triangle A_1B_1C_1$. тоже самое для $\triangle B_1A_1D_1$

и MN (парр-ны B_1D_1) и $\triangle B_1C_1D_1$ и LK. $LK \parallel B_1D_1 \parallel MN \Rightarrow LK \parallel MN$; $ML \parallel A_1C_1 \parallel$

$\parallel KN \Rightarrow ML \parallel KN$ $\left.\begin{matrix} ML \parallel KN \\ KL \parallel MN \end{matrix}\right\} \Rightarrow MLKN$ – параллелограмм. что и требовалось.

Задача 4. +

обозначение: Пончик (П), Кобочка (К), Сиропчик (С), Авочка (А). утверждения:

1) Пончик не ел, то С не ел 2) Пончик ел, то либо $А^{иП}$, либо $С^{иП}$, либо А и С и П.

3) гарантировано ел либо А либо К (без П), либо А и К (без П) 4) если К, то либо А и К, А и С, либо А, С и К.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DU27-61

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Допустим, что ел Н, тогда~~ Допустим П не ел, тогда ~~ел ез~~ ел Н и не ел С, т.к. Н ел, а С не ел, то ~~тож~~ ел ещё А. Противоречий нет.

Заменим в А, С, Н, П 1 если ел, 0 если не ел

тогда 1) $\neg П \to \neg C$ 2) $П \to (C \vee A)$ 3) $A \vee (\neg П \wedge H)$ 4) $H \to (A \vee C)$

1, 2, 3 и 4 имеют в итоге правду

A	H	C	П	1	2	3	4	
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	0	0	1	1	1	X
1	1	0	1	1	1	1	1	
1	1	0	0	1	1	1	1	
1	0	1	1	1	1	1	1	
1	0	1	0	0	1	1	1	X
1	0	0	1	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	1	1	1	
0	1	1	1	1	1	0	1	X
0	1	1	0	0	1	1	1	X
0	1	0	1	1	0	0	0	X
0	1	0	0	1	1	1	0	X
0	0	1	1	1	0	0	1	X
0	0	[illegible]	0	0	1	0	1	X
0	0	0	[illegible]	1	0	0	1	X
0	0	0	0	1	1	0	1	X

A → B	A	B
1	1	1
1	0	1
0	1	0
1	0	0

A ∨ B	A	B
1	1	1
1	0	1
1	1	0
0	0	0

Заметим, что все четыре утверждения верны (и 1, и 2, и 3, и 4) включают тот факт что ел Авоська.

Ответ: Авоська

Задача 5

а) $f(F(x,y)) = F(f(x), f(y))$ пусть $F(x,y) = x+y$, $f(t) = a \cdot t$

$f(F(x,y)) = f(x+y) = a(x+y) = ax + ay = F(f(x), f(y))$

(+)

б) $f(F(x,y)) = f(Ax+By+C) = c(Ax+By+C)+d$ (1)

$F(f(x), f(y)) = F(cx+d, cy+d) = A(cx+d) + B(cy+d) + C$ (2)

Приравняем (1) и (2)

$c(Ax+By+C)+d = A(cx+d) + B(cy+d) + C$

$cC+d = Ad + Bd + C \Rightarrow C = \frac{A+B-1}{c}d + 1$

$Ax+By+C$ и $cy+d$ были парой рассказных

Продолжение на Лист 03

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17|01

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ DU27-61

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

$$\left[\frac{x}{2022}\right]+\ldots+\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=\cancel{2022}\,x^{2022}-x^{2021}=(x-1)(x^{2021}).$$

Пусть $x=2022m+n$, $n,m\in Z$ $|n|<2022$ тогда $\left[\frac{x}{2022}\right]=\left[\frac{x+1}{2022}\right]=\ldots$

$=\cancel{\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=m}\ldots=\left[\frac{x+2022-n-1}{2022}\right]=m$; $\left[\frac{x+2022-n}{2022}\right]=\ldots=\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=m+1$

$$m\cdot(2022-n)+(m+1)\cdot n=(2022m+n)^{2021}\cdot(2022m+n-1)$$

$$2022m-\cancel{mn}+\cancel{mn}+n=(2022m+n)^{2021}(2022m+n-1)$$

$$x=x^{2021}(x-1)\Rightarrow 1=x^{2020}(x-1)$$

чётная степень

+

$x<0$ не подходит, т.к. слева $1>0$, справа $x^{2020}>0$ и $(x-1)<0$

$x=0$ подходит, $x=1$ не подходит $\left(\left[\frac{x}{2022}\right]=\ldots=\left[\frac{x+2020}{2022}\right]=0;\left[\frac{x+2021}{2022}\right]=1\right.$

$x^{2022}-x^{2021}=1-1=0$ $\left.1\neq0\right)$ Для чисел больше 1 $x^{2022}(x-1)$

будет только возрастать, т.е. будет больше 1 => не равно => не подходит

Ответ: $x = 0$

Задача 5 продолжение

при $\frac{A+B-1}{C} = 0$, функции $f(x) = cx + d$ и $F(x,y) = Ax + By + C$

будут „парой рассеянных собеседников“, ~~Но если~~, ~~и удачно это значение~~ ~~[illegible] A, B, C [illegible]~~

~~Значение a при $\frac{A+B-1}{C}$, c зависит от d~~ и пример $A = 4$, $B = -3$, $C = 3$

Ответ: ~~[illegible]~~ существует

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
М5F01	Дистанционно, с помощью ВКС

ZI25-48

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 11051

ФАМИЛИЯ Карпец

ИМЯ Валерия

ОТЧЕСТВО Сергеевна

Дата рождения 15.03.2010 Класс: 5

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 листах Дата выполнения работы: 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Карпец

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

КАРПЕЦ ВАЛЕРИЯ СЕРГЕЕВНА, 15.03.2010, 5Б, МАТЕМАТИКА, 4, 12.03.2022

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3) x – ст.

y – асп.

$(2x+3y)\cdot 7=(4x+1y)\cdot 5$

$14x+21y=20x+5y$

$16y=6x$

$6x=16y$

$x=\frac{16}{6}y=\frac{8}{3}y=2\frac{2}{3}y$

(+)

Ответ: от студента пользы больше.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ ZI25-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4) Запишем показания так ±

1 ч.	11	+	12	−	?		?	
2 ч.	12	−	?		14	+	?	−
3 ч.	?		?		15	−	12	+
	Кира		Лера		Миша		Ника	

? - ничего не сказано.

Правды - 3. Лжи - 3. Одинаковые показания только про 12 этаж. Допустим, что Ника на 12, тогда:

+ - правда

— - ложь

1. Мила не на 15 этаже

2. Если Ника - на ~~15~~ 12, то Лера и Кира - нет.

3. Так как ~~1~~ 1 высказывание ложь, то 2 - правда.

4. Мила на 14, а Кира на 11.

Мы выяснили, что М - 14. Остался 15 этаж и девочка

К - 11

Н - 12

Лера. Она там и живёт. Если попробовать с другими девочками: Лерой и Кирой. (Что они на 12 этаже), то у нас не сойдется. ?

Ответ: Кира - 11, Ника - 12, Мила - 14, Лера - 15

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17051

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZI25-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $А+100=Б+В \longrightarrow В=А+100-Б$ (+)

$Б+120=А+В \longrightarrow В=Б+120-А$

~~Пусть х=~~ ~~Пусть х=~~

~~$х=Б+120+Б$~~

$А+100-Б=Б+120-А$

$А-Б-Б+А=120-100=20$

$2А-2Б=20$

$А-Б=10$

если $А=х$, то $Б=х-10$

$В=х+100-(х-10)=\cancel{х}-\cancel{х}+100+10=110$

Ответ: 110 кВт.

2) кв. на каждом этаже один.

кв. < подъ. < этажи.

всего — 165 кв.

165	5
33	3
11	11
1	

$165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$

На что делиться 165

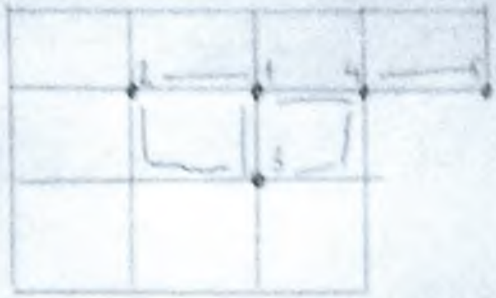
Попробуем так:

кв. на эт. — 3
подъ. — 5
этаж. — 11

Ответ: 5 подъездов.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5)



4

Ответ 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

5	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

RL30-21

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17091

ФАМИЛИЯ ~~Алаш~~ Лашманова

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Ивановна

Дата рождения 30.07.2006 **Класс:** 9

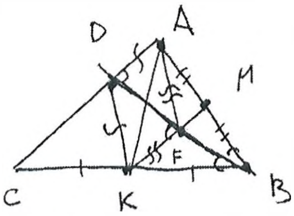
Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.2022
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№4 (+)



Дано: $\triangle ABC$; $BC = 2AB$
BD - биссектриса
KM - средняя линия $K \in BC$, $M \in AB$
$BD \cap KM = F$ Доказать что AFKD - ромб

Док-во

① $\triangle ABF = \triangle KBF$ по двум сторонам и углу между ними
тк поскольку KM средняя линия, то K делит BC пополам и $CK = BK$.
Но тк по условию $AB = \frac{1}{2} BC$ то $AB = CK = BK$.
Значит 1) $BK = AB$.
2) BF - общая сторона.
3). $\angle KBF = \angle ABF$ тк BD - биссектриса.
В равных треугольниках соответствующие элементы равны.
$AF = KF$.

② $\triangle KDB = \triangle ADB$ по двум сторонам и углу между ними
$AB = KB$ (по доказанному).
$\angle KBF = \angle ADF$ тк BD биссектриса.
DB - общая.
В равных треугольниках соответствующие элементы равны.
$AD = KD$.

③ ~~$\angle ADF = \angle KFD$ тк это накрест лежащие углы при $AC \parallel MK$ и секущей DF ($AC \parallel MK$ тк MK - средняя линия, соответственно она параллельна основанию).~~

③ ДП. AK;

④. $\triangle ADK$ равнобедренный по определению (тк $AD = KD$ по доказанному),
Значит углы при основании равны.
$\angle DAK = \angle DKA = x$

⑤. ~~△AKAK равн~~
$\triangle AFK$ - равнобедренный по определению (тк $AF = KF$ по док.).
Значит угол при основании равны.
то $\angle FAK = \angle FKA = y$

⑥ $\angle DKF = \angle DKA + \angle FKA = x+y$
$\angle DAF = \angle DAK + \angle FAK = x+y$ $\Rightarrow$ $\angle DKF = \angle DAF$ как суммы равных величин.

⑦ $\angle CDK = \angle DKF$ как накрест лежащие углы при $AC \parallel MK$ и сек DF ($AC \parallel MK$ тк MK - средняя линия, т.е она параллельна основанию.).
то по свойству транзитивности $\angle CBK = \angle DAF$, а эти углы соответственные при DK; AF и секущей AD, т.е прямые параллельны по признаку.

⑧. В ADKF $AD \parallel KF$ и $AF \parallel DK$ т.е это параллелограмм.
Но в этом параллелограмме соседние стороны равны ($AD = KD$, $AF = KF$), т.е. ADKF ромб по признаку (тк это параллелограмм, у которого соседние стороны равны.). ЧТД

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17091

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RL30-21

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

750	5
150	2
75	5
15	5
3	3
1	

Разложим число 750 на множители.
Т.е для того чтобы число nkm делилось на 750 оно должно делиться на эти множители.
Чтобы произведение чисел делилось на какое-либо число то хотя бы один из множителей должен делиться на это число.
Нам даны числа n, m, k, каждое из которых ≥ 2000 но < 3000, а также они отличаются друг от друга на 5 и хотя бы одно из них оканчивается на 0.
Если они отличаются друг от друга на 5, то можем представить их в виде:
x; x+5; x+10;
Поскольку хотя бы одно из них оканчивается на 0, (и оно больше или равно 2000), то это число ⋮ на 10. (по признаку делимости чисел на 10). Тк число делится на 10 тогда и только тогда когда оканчивается на 0.).
Затем, поскольку одно из них оканчивается на 10, то не важно, каким по счету оно шло, другие два числа тоже будут делиться на 5. тк можем представить число в виде 10k, то другие числа могут быть представлены в виде

10k+5; 10k+10; 10k−5; 10k−10 Т.е тк сумма или разность делится

на число сам
все слагаемые делятся
на число, то каждое
из выражений делится на 5.

Т.е осталось только доказать, что хотя бы одно число делится на 3.
При делении на 3 могут возникнуть 3 остатка: 0; 1; 2.
Разберем каждый случай, представив первое число как $3k$, $3k+1$ и $3k+2$.

1) $3k$ – уже явно делится на 3, значит и произведение этих чисел делится на 3.

2) $3k+1$
$3k+6$ — делится на 3, т.к $6 \vdots 3$
$3k+11$
и значит все произведение делится на 3.

3). $3k+2$
$3k+7$
$3k+12$ — делится на 3 т.к $12 \vdots 3$
и значит все произведение делится на 3.

Т.е в любом случае одно число делится на 3.
Значит, т.к в любом случае одно число делится на 10, ~~двоих~~ все 3 три числа делятся на 5 и одно число делится на 3, то их произведение делится на $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 750$,

т.е $\vdots 750$, чтд

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3. (+)

(I) Предположим, что Пончик ел корм. То тогда по (1) высказыванию Сиропчик не ел корм. Если сиропчик не ел корм, то по (3) высказыванию Пончик тоже не ел корм. Возникает противоречие. → Пончик не мог есть этот корм, он в любом случае невиновен. и может быть оправдан.

(II) Предположим, что Торопыжка не ел корм, то тогда по (2) высказыванию "Пончик не ел корм" – ложно, значит Пончик ел корм, если "он ел корм то мы переходим к пункту (I), и получаем опять же противоречие, тк Пончик невиновен в любом случае. Значит высказывание "Торопыжка не ел корм" – неверно в любом случае, ~~следовательно~~, и именно точно сказать, что он виновен.

(III) Мы не можем сказать ел ли Сиропчик корм или нет, тк если он не ел его (по высказыванию 3) то и Пончик не ел корм и Торопыжка ел корм, но Пончик всегда невиновен, а Торопыжка всегда виновен, то если бы Сиропчик и был действительно виновен, то результат был бы именно такой же: а именно, что Пончик – невиновен и Торопыжка виновен. Если же обратить внимание на (I) высказывание, то Сиропчик невиновен, если Пончик виновен, но, опять же, Пончик всегда невиновен, соответственно эта информация не будет особо полезна и не даст точно сказать виновен ли он или нет. Во (2) высказывании о нем вообще нет ни слова, соответственно из трех высказываний не дает нам ясную картину произошедшего и не дает определить, виновен он или нет.

Ответ: Пончик – невиновен в любом случае
Торопыжка – виновен в любом случае.
Сиропчик – нельзя сказать точно.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Пусть $x = 1$. то

$\left[\frac{x}{2022}\right] + \left[\frac{x+1}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{x+2020}{2022}\right] + \left[\frac{x+2021}{2022}\right] = x^{2023}$ будет равно

$\underbrace{\left[\frac{1}{2022}\right] + \left[\frac{1+1}{2022}\right] + \ldots + \left[\frac{2021}{2022}\right]} + \left[\frac{2022}{2022}\right] = 1$

Это правильные дроби, не имеющие целой части и меньше 1, т.е. их целая часть $= 0$, и их сумма соответственно тоже.

$\left[\frac{2020}{2020}\right] = [1] = 1$.

Т.е равенство принимает вид:

$0 + 1 = 1$ – верно, то $x = 1$ – является решением уравнения.

Если $x < 0$ но > -2022 то любое из выражений будет равно 0, т.к. $\left[\frac{x}{2022}\right] = 0$, ведь это правильная дробь $-1 < \frac{x}{2022} < 0$, и т.д. а поскольку x отрицательный то $x+1$ тем более не будет равен -2022.

Если $x < 0$ и $x < -2022$, то $\left[\frac{x}{2022}\right] < 0$, но сумма $\left[\frac{x}{2022}\right] + \ldots \left[\frac{x+2021}{2022}\right]$ будет явно больше чем x^{2023}, т.к. это сумма 2022 членов, а x^{2023} произведение 2023 членов, причем каждый множитель по модулю будет больше любого слагаемого, т.к. $|x| > \frac{|x|}{2022}$, ведь $|x| > 2022$ в этом случае.

$|x| > \frac{|x| + 2021}{2022} = \frac{|x|}{2022} + \frac{2021}{2022}$

Значит равенство возникнуть не может.

Если $x > 1$ ~~аналогично~~ то опять же сумма всех слагаемых будет меньше чем произведение x^{2023}. Ведь.

$x > \frac{x}{2022}$ тк $x > 0$ и x целое,

и $x > \frac{x+2021}{2022} = \frac{x}{2022} + \underbrace{\frac{2021}{2022}}_{< 1}$

Т.е уравнение не имеет никаких решений кроме $x = 1$ и $x = 0$, тк

~~Ответ: x=1.~~

$\left[\frac{x}{2022}\right] + \ldots \left[\frac{x+2021}{2022}\right] = x^{2023}$

Ответ: 0; 1

$\underbrace{\left[\frac{0}{2022}\right] + \ldots \left[\frac{0+2021}{2022}\right]} = 0$.

это все правильные дроби > 0,

то $[\,]$ ~~2020~~ $= 0$. $0 = 0$ верно,

т.е 0 – является корнем уравнения.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Пусть – y – удовольствие.
и x – продолжительность каникул. то
тогда $y \sim x^2$ → удовольствие прямо пропорционально квадрату продолжительности.
Если разобьем каникулы на две части, то их продолжительность будет z и t, причем $z + t = x$.
то тогда удовольствие полученное от этих разбитых каникул будет

$$z^2 + t^2.$$

Но $x^2 = (z+t)^2 = z^2 + 2zt + t^2$, и поскольку z и t числа положительные, то.
$z^2 + 2zt + t^2 > z^2 + t^2$, соответственно
Неразрывные каникулы выгоднее чем разделенные на две части. Максимальное количество раз уменьшится удовольствие если разбить каникулы на две равные части:
$(\frac{1}{2}x)^2 + (\frac{1}{2}x)^2 = \frac{2}{4}x^2 = \frac{1}{2}x^2$ → т.е удовольствие уменьшится в два раза.
Это будет максимальное количество, ведь в том случае какое-либо время каникул будет больше другого, и соответственно квадрат ~~один~~ одного из них будет явно больше ~~половины~~ четверти. (а именно $\frac{1}{4}x$), т.е

Ответ: выгоднее устроить неразрывные каникулы; максимально каникулы уменьшатся в два раза при разделении каникул.)

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

PL90-71

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17081

ФАМИЛИЯ Митькин

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Эдуардович

Дата рождения 28.02.07 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 12.03.22
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Арт

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1. +

Пусть всего собрано x батареек. Тогда командир собрал x - 200, а ~~бойцы~~ бойцы по x - 195. Получим ур-ние

$$10(x-195)+x-200=x$$

$$10x=2150$$

$$x=215$$

Ответ: 215.

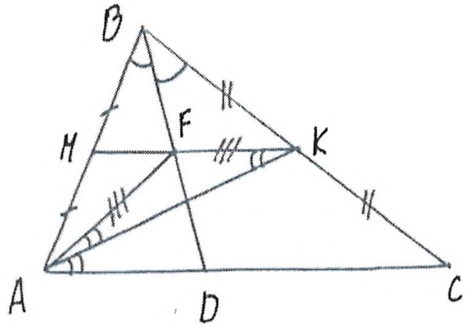
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2. (+)



Дано:

BD - бисс.

KM - ср. л.

AF = FK

△ ABC

Док-ть:

AK - бисс. ∠ FAD

Док-во:

1) KM - ср. л. (по усл.) => KM || AC => ∠ FKA = ∠ KAC накр. леж. при сек. AK, но AF = FK (по усл.) => △ AFK - р/б, т.е. ∠ FKA = ∠ FAK => => ∠ FAK = ∠ KAC => AK - бисс. ∠ FAD, ч.т.д.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.

Верно. При делении чисел на 2021, может получиться 2021 различный остаток: 0, 1, 2, 3, 4, ..., 2020. По принципу Дирихле, среди 2022 чисел, найдутся два числа с одинаковыми остатками, их разность будет делиться на 2021.

Ответ: верно.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4.

т.к. $[x] \le x \Rightarrow \frac{x}{2022} + \frac{x+1}{2022} + \ldots + \frac{x+2021}{2022} \geqslant x^{2022} + x - 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2022x + \frac{2021(2021+1)}{2}}{2022} \ge x^{22} + x - 1$$

$$x + 1010{,}5 \ge x^{2022} + x - 1$$

$$x^{2022} \le 1011{,}5$$

т.к. x - целое $\quad -1 \le x \le 1$ почему?

если $x = 0$ $\quad 0 + 0 + \ldots + 0 = 0^{2022} + 0 - 1$ неверно

если $x = 1$ $\quad 0 + 0 + \ldots + 1 = 1^{2022} + 1 - 1$ подходит

если $x = -1$ $\quad -1 + 0 + \ldots + 0 = (-1)^{2022} + (-1) - 1$ подходит

Ответ: $x = 1$ или $x = -1$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17081

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PL90-71

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 5.

±

Предположим, что Пончик ел корм, тогда Сиропчик не ел корм из (1) утверждения, но тогда Пончик не должен был есть из (3) утверждения - противоречие. Значит, Пончик гарантированно не ел. Из (2) утверждения следует, что утверждение „Пончик не ел" верно. Значит, гарантированно ел Торопыжка.