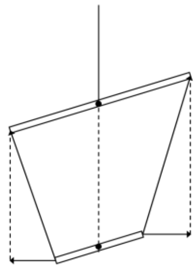
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27101 для 10-го класса

1. Концы двух однородных стержней разной длины привязаны друг к другу двумя нитями разной длины так, что два стержня и две нити образуют четырехугольник. Один из стержней подвесили за середину. Докажите, что в подвешенном состоянии образованная стержнями и нитями фигура будет трапецией.

Решение.

Очевидно, центры масс стержней должны находится на одной вертикали, иначе на систему будет действовать нескомпенсированные моменты внешних сил тяжести и реакции подвеса.

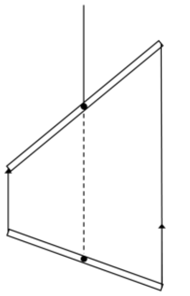


Допустим сначала, что нити не вертикальны. Поскольку центры стержней находятся на одной вертикали, горизонтальные проекции нитей одинаковы (см. рисунок 1).

Рассмотрим равновесие нижнего стержня. Чтобы горизонтальная проекция суммы сил, действующих на стержень, равнялась нулю, силы натяжения нитей должны иметь одинаковые горизонтальные проекции, следовательно, величины сил натяжения должны быть пропорциональны длинам нитей.

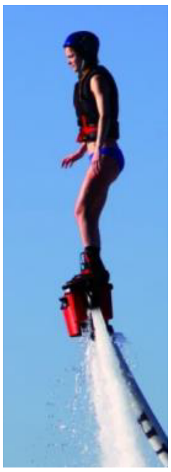
Чтобы момент сил (относительно центра стержня), действующих на нижний стержень, равнялся нулю, нужно, чтобы нормальные к стержню проекции сил натяжения нитей были одинаковы, следовательно, стержни должны быть параллельны. Таким образом, они являются основаниями трапеции.

Однако длины стержней и нитей могут быть таковы, что трапеция, в которой основаниями были бы стержни, невозможна (например, длины стержней равны, а нитей – различны). В этом случае нужно отказаться от исходного допущения и считать, что нити вертикальны (см. рисунок 2). Тогда горизонтальная проекция суммы сил, действующих на нижний стержень, равна нулю автоматически, а из равенства нулю момента сил следует, что силы натяжения нитей равны. В этом случае основаниями трапеции являются нити.



Отметим, что любой четырехугольник можно без изменения длин сторон деформировать в трапецию, в которой основаниями будет либо одна пара противоположных сторон четырехугольника, либо другая

2. Студенческий летний лагерь НИУ «МЭИ» расположен в Крыму недалеко от города Алушта на морском побережье. Для активного отдыха придумано много развлечений. Самые смелые могут испытать себя в полетах над морем на флайборде. Определите, какую мощность развивает двигатель флайборда по выбросу воды в тот момент, когда человек неподвижно зависает над поверхностью воды? Скорость истечения воды v. Масса человека вместе с водометом равна M.



Решение.

Флайборд висит благодаря силе тяги $F=Mg$. По третьему закону Ньютона такая же сила ускоряет выбрасываемую воду. Пусть за время Δt ускоряется масса воды Δm . Тогда $F\Delta t = \Delta m v$

Пусть мощность флайборда равна P, тогда расходуемая энергия за то же время

$P\Delta t = \frac{\Delta m v^2}{2}$ Деля уравнения, имеем: $\frac{F}{P} = \frac{2}{v} \;\rightarrow\; P = \frac{Fv}{2} = \frac{Mgv}{2}$

3. Вася купил банку кваса «Очаковский» и сел решать задачи отборочного тура олимпиады «Надежда энергетики», понемногу отхлебывая ароматный напиток. В какой момент центр масс банки с квасом будет находиться на минимальной высоте относительно дна банки? Чему она равна? Считать, что банка имеет форму тонкостенного цилиндра и в начальный момент полностью заполнена квасом, высота банки 20 см, масса кваса 400 г, а масса самой банки 50 г.

Решение.

В начальный момент центр масс банки с квасом, очевидно, находится в центре банки, но он находится там же и для пустой банки! Поэтому в процессе отхлебывания в какой-то момент центр масс занимает самое низшее положение. Нетрудно видеть, что при этом центр масс находится на уровне кваса в банке. Действительно, если центр масс находится ниже уровня жидкости (пока банка еще почти полная), то удаление тонкого слоя жидкости понижает центр масс. А если центр масс находится выше (когда банка уже почти пуста), то удаление тонкого слоя жидкости повышает центр масс.

Пусть высота банки равна H, масса кваса равна m, масса банки равна M. Если уровень жидкости находится на высоте h, то её масса равна mh/H, а центр масс банки с квасом находится на высоте

$$y_c = \frac{M\frac{H}{2} + \frac{mh}{H}\frac{h}{2}}{M + \frac{mh}{H}}.$$

Приравнивая это к h, находим квадратное уравнение для h

$$mh^2 + 2MHh - MH^2 = 0.$$

Его корни имеют разные знаки, нам нужен положительный. Решая, находим

$$h = \frac{H}{1 + \sqrt{1 + m/M}} = 5 \text{ см}.$$

4. К батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В подключили последовательно амперметр и вольтметр. Когда параллельно вольтметру подключили резистор, показания амперметра удвоились, а вольтметра – вдвое уменьшились. Определите исходные показания вольтметра.

Решение.

Обозначим начальное падение напряжение на амперметре U_1, а на вольтметре U_2 (это именно то, что нужно найти). По условию задачи

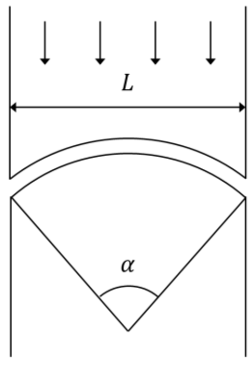
$$U_1 + U_2 = E.$$

После подключения резистора ток через амперметр вырос в два раза, значит, в два раза выросло и падение напряжения на нем, став равным $2U_1$. Падение же напряжения на вольтметре, наоборот, вдвое уменьшилось, став равным $U_2/2$. Опять-таки

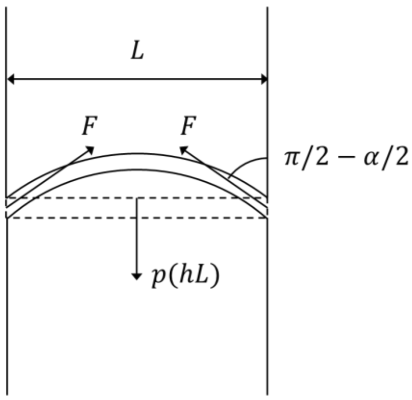
$$2U_1 + \frac{U_2}{2} = E.$$

Исключая U_1, находим $U_2 = \frac{2E}{3} = 4$ В.

5. Арочные плотины гидроэлектростанций на больших реках сооружают в виде дуги окружности, обращенной выпуклостью вверх по течению (см. рис., вид сверху). Считая, что края плотины прочно вделаны в берега, оцените толщину плотины, необходимую для того, чтобы она выдержала силу давления воды. Плотина представляет собой дугу окружности с углом $\alpha = 60°$, глубина водохранилища перед плотиной $h = 50$ м, ширина $L = 1$ км, максимально допустимое напряжение в бетоне $\sigma = 10$ МПа.



Решение.



Для оценки можно считать давление воды по всей высоте плотины постоянным и равным давлению на дне (так мы оценим толщину плотины у основания, на самом деле толщину плотины делают уменьшающейся с высотой). Полная сила давления воды на плотину компенсируется двумя силами F реакции берегов, направленными вдоль дуги плотины и, следовательно, составляющими угол $\pi/2-\alpha/2$ с направлением реки. Эти силы передаются по всей дуге плотины за счет сжатия бетона, при этом напряжения в бетоне составляют $\sigma=\frac{F}{hd}$, где d – толщина плотины. Сила же давления воды на плотину в форме дуги равна силе давления на плоскую плотину, заделанную в тех же точках на берегах, то есть $p(hL)$. Составляя уравнение баланса сил

$$2F\sin\frac{\alpha}{2}=p(hL)$$

Находим

$$d=\frac{pL}{2\sigma\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{\rho ghL}{2\sigma\sin\frac{\alpha}{2}}=50\text{ м.}$$