

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 12101 для 10 класса

1. Саша и Женя три дня околачивали груши. В первый день они околотили равное количество деревьев, во второй день Саша — на 9 деревьев больше, в третий день — снова поровну, а всего за три дня — 93 дерева. Оказалось, что количества деревьев, околотенных Сашей в первый, второй и третий день, образуют арифметическую последовательность, а Женей — геометрическую. Сколько грушевых деревьев околотили Саша и Женя вместе в каждый из дней?

**Ответ:** 4, 25, 64 или 64, 25, 4.

2. Даны два двузначных числа  $A$  и  $B$ , причем  $A$  кратно  $B$ . Обозначим через  $a_0$  и  $a_1$  цифры, стоящие в разрядах единиц и десятков числа  $A$ , а через  $b_0$  и  $b_1$  аналогичные цифры  $B$ . Докажите, что число  $a_1 \cdot b_0 - b_1 \cdot a_0$  также делится на  $B$ .

3. Каждый день во время обеденного перерыва студент Горыныч съедает одно и то же количество пирожков с русским духом, затрачивая на это все время от начала перерыва до его окончания. Однажды профессор Баюн задержал студентов, сократив обеденный перерыв на 20 минут. Чтобы успеть пообедать, Горыныч сначала съел  $4/5$  своей стандартной порции, увеличив свою прожорливость (скорость поедания) на 20%, а затем оставшуюся часть, увеличив прожорливость в 1,5 раза по сравнению с ежедневной. Таким образом он успел закончить обед к концу перерыва. Сколько времени длится обеденный перерыв в учебном заведении Горыныча?

**Ответ:** перерыв длится 1 час и 20 минут (= 100 минут).

4. Полукруг максимального размера расположен внутри равнобедренного треугольника так, что его диаметр лежит на основании треугольника.

А) Во сколько раз площадь треугольника больше площади полукруга, если его основание в  $k$  раз длиннее боковой стороны?

Б) При каком значении  $k$  указанное отношение площадей минимально?

**Ответ:**

А) Площадь треугольника больше площади полукруга в  $\frac{8}{\pi \cdot k \cdot \sqrt{4-k^2}}$  раз.

Б) При  $k = \sqrt{2}$ .

5. Пусть многочлен  $P(x) = a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_0$  таков, что  $P(1) = P(-1)$ ,  $P(2) = P(-2)$ ,  $P(3) = P(-3)$ ,  $P(4) = P(-4)$ ,  $P(5) = P(-5)$ . Докажите, что тогда  $P(2022) = P(-2022)$ .