Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	ВКС
№ группы	Место проведения

ТН54-18

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Новокрещенов

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 01.03.2011   Класс: 6

Предмет МАТЕМАТИКА   Этап: заключительный

Работа выполнена на 5 листах   Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

....

ТН54-18

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

ВЕС = 5; СОМ = 21; МОСТ = 26, СТО = 17, СТОЛ = 23. Сразу же мы можем выяснить две буквы искомого слова: Т = 26 - 21 = 5; Л = 23 - 17 = 6. (молот = ••6•5). Преобразуем: ••• = 5; ••• = 21; •••5 = 26, 8•5• = 17; 8•5•6 = 23. Заметим, что из случаев 4) и 2) (или 5) и 2)) можно понять, что СО = 21 - (17 - 5) = 9 (или 21 - (23 - 11) = 9). (9•6•5). Осталось 2 буквы -О-. Заметим, если СО = 12; то О = 12 - С. Заметим, что ВЕС = 5; тогда С = {0 или 1 или 2 или 3 или 4}. Заметим, что 0; 1; 2 не подх, т.к. О ≥ 10 (таких циф. нет). Ост-сь 3 и 4. Но 3 нам не подходит, т.к. 12 - 3 = 9, а такая цифра уже исп-ся ⇒ С = 4; отсюда О = 12 - 4 = 8. Тогда МОЛОТ = 98685

Ответ: МОЛОТ = 98685

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3

Попытаемся представить общения коров в виде графа: a b c d e. Заметим, что общений всего будет: ((7+1)-1)·27 (т.к. каждая корова дружит с 7-10 другими) = 7·27 = 189; 189 - кол-во общений (ребер). По правилам построения графов, кол-во ребер должно : 2, а у нас это не так ⇒ ⇒ Петрушка ошиблась; Хавронья права (мы не сможем построить граф общений).

Ответ: Хавронья права.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1.

Прочитав условие, запишем условия:
1) (не сним) Л - Гл.р - не Ж.
2) не сним) Ш - чаще Тап (если (+), тогда В. или Э)
3) не сним) Ш - раб. с Сжар
4) не сним) Тап - Ж + Ох.
5) не сним) Тап - О - Гл. или Ш - Э
6) (не сним) Гр. - реже Тап или Ж.
7) (не сним) Ж - ~~ж~~ В; ~~ж~~ Э; Г или В - Гр.
8) (не сним) Ж - Ляп; не Г и не В - Ох.
9) (сним) Ох - Гл р или Тап.

Будем отталкиваться от утверждений 2) и 5) (наиболее содерж. и всп-ся больше актеров) (I)

2) Г Тап 5) Г Жаб) Тап ×
В Тап/Ш В Тап) Тап
Э Ш Э Ш) Ш ×
) Ш

2) Заметим, что вариант 2 не подходит, когда Ш не снимается, и не подходит, если Ш сним-ся и играет В ~~или Э~~.
Используя это наблюдение и утверждения, мы сможем построить пример (соединим 2 и 5)) под числом (I).

Ответ: Г - Жаб; В - Тап; Э - Шап

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5
Допустим, что это не так. Значит, что все обменявшиеся приветами (назовем их α) обменялись разным кол-вом. Заметим, что макс-е кол-во приветствий - 19 - 1 = 18. Возможно, что α < 19. Заметим, что при добавлении нового человека, то и α; и β (кол-во рукопож) изменит чет-ть. Если α - четное; а β - нечетное, и наоборот, такого быть не может (не сможем пост-ть граф). Остается 2 случая: если α = чет; β = чет (при этих условиях мы сможем построить граф всегда); и если α - неч, β - неч. Если мы попробуем так сделать, то мы вынуждены продолжать так до α = 9, β = 9; а всего рукопож - 18. Значит, нам нужно добавить еще одного человека чтобы смогли построить граф (неч неч = неч ⊖); но от 1 до 18 рукопожатий уже исп-ся (0 рукопож можно не учит, т.к. не изменит чет); по принципу Дирихле, у нас найдется хотя бы 2 участника, у которых одинаковое кол-во приветствий

+

ТН54-18

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТН54-18

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Т. к. 14 и 15 синего цвета, и сортировка не закончилась, то они находятся в разных стопках. Заметим, чтобы сортировка продолжалась, 16 и 17 должны быть зелёные лоскутки. Замечаем чередование.

? Тогда 18 и 19 - синий; 20 и 21 - з; 22 и 23 - синий, 24 и 25 - з; 26 и 27 - с; но это противоречие ⇒ 16 зеленый и 17 синий; тогда 18 - з; и т. д. (то есть обр-ся две неравные стопки: $\begin{array}{cc} & з \\ с & с \\ з & з \\ с & с \end{array}$ и т. д. $\begin{array}{cc} з & \\ с & с \\ з & з \\ с & с \end{array}$). В итоге получаем: $\begin{array}{cc} & з\,(27) \\ (26)\,з & с \end{array}$. Заметим, что 28 может быть или зеленым, или синим, но сортировка не закончилась ⇒ 28 лоскуток - синий

Ответ: синий

+

Лист 05 из 05

ТН54-18

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ	МА 67-69
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17III

ФАМИЛИЯ ПЛЕСОВСКИЙ

ИМЯ ДАНИИЛ

ОТЧЕСТВО РОМАНОВИЧ

Дата рождения 09.11.2006 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МА67-69

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. 1) кол-во всех вариантов распределения:

$\frac{10!}{(10-4)!4!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot2\cdot3\cdot1} = 10\cdot... 5\cdot3\cdot2\cdot7 = 7\cdot30 = 210$

2) кол-во вар-ов, когда более 2 дней холодных идут подряд: $\frac{8!}{6!2} = \frac{8\cdot7}{2} = 28$.

(именно такое число т.к. у нас гарантировано по сев 3 дня подряд, заменяем его 1 днем и получили $\cancel{C_2^8}$) C из 8 по 2 $= \frac{8!}{(8-2)!2}$)

т.е. $210 - 28 = 182$.

Ответ: 182

3. $a = 10K + 3$, пусть в K – n цифр.

тогда

$10K + 3 + 27 = 3\cdot10^n + K$

$10K + 30 = 3\cdot10^n + K$.

т.е. K ~~долно~~ должно быть $:10$ $(10(K+3) = 3\cdot10^n + K)$, получи... ~~???~~ пол. a число вида $\overline{...03}$,

тогда $\overline{...03} + 27 = \overline{3...0}$

$\overline{...30} = \overline{3...0}$, значит a начиналось на 3-ку.

пусть $K = 10m$, тогда $a = 100m + 3$

~~...~~

$100m + 30 = 3(10m)$; т.е.

~~...~~

$100m + 30 = \overline{3m0}$; сократим на 10.

$10m + 3 = \overline{3m}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~итак, имеем что $100m+3 \vdots 11$~~

~~из чисел вида $\overline{\ldots 303}$ (получ~~

~~$\overline{3 \ldots 30}$~~

3 пусть A имеет вид $\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n3}$

- если $n=1$ то $\overline{a_n3}+27=\overline{3a_n}$, значит $a_n=0$, а число 03 - число 3 и имеет только 1 цифру, значит 30 не получим
- если $n=2$ то $\overline{a_1a_23}+27=\overline{3a_1a_2}$; т.к. $\overline{a_1a_23}+27=10k$ $(3+7=10)$ то $a_2=0$

т.е. $\overline{a_103}+27=\overline{3a_10}$ т.о.

$\overline{a_130}=\overline{3a_10}$, т.е. $a_1=3$, значит

$A=303$, что $\not\vdots\, 11$, т.е $n\neq 2$.

- если $n>2$.

$A=\overline{a_1a_2\ldots a_n3}$

имеем, что $\overline{a_1a_2\ldots a_n3}+27=\overline{3a_1a_2\ldots a_n}$, опять же $a_n=0$, т.к. $7+3=0$, значит $\overline{a_1a_2\ldots a_n3}+27$ оканчивается на 0, т.е. $a_n=0$. имеем

$\overline{a_1a_2\ldots a_{n-1}03}+27=\overline{3a_1a_2\ldots a_{n-1}0}$

$\overline{a_1a_2\ldots a_{n-1}30}=\overline{3a_1a_2\ldots a_{n-1}0}$, заметим, что цифре a_1 соответствует 3; цифре a_2 соотв. a_1 и так далее до a_{n-1} будет соответствовать a_{n-2}, т.е. каждая цифра a_i ~~равн~~ при $i\in[1;n-1]$ $(i\in\mathbb{Z})$ будет равна 3. т.е число A будет иметь вид

$\boxed{33\ldots303}$, если в нем четное кол-во цифр, пусть оно $=2n$, то т.к.

$A \vdots 11$ $(A \vdots 99)$ то ~~имеет~~ должно выполняться ~~рав-во~~ условие: $3n-3(n-1) \vdots 11$

т.е $3 \vdots 11$ что неверно (признак делимости на 11); если ~~A нечетное~~ в A нечетное кол-во цифр (пусть $2n+1$) то должно выполняться условие следующее из признака делимости на 11, те $3(n+1)-3(n-1) \vdots 11$ т.е $6 \vdots 11$, что также неверно, т.е. такого A нет. **Ответ:** такого A не существует

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17/11

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МА67-69

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5.

запишем уравнение

$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$

т.к. $a_n; a_{n-1}; \dots a_0$ – геометрическая прогрессия со знаменателем q, начинающаяся с a_n и заканчивающаяся a_0, то уравнение приобретает вид ($a_n \neq 0$ иначе не будет прогрессии)

$a_n(x^n + qx^{n-1} + \dots + q^{n-1}x + q^n) = 0$

т.е. $x^n + qx^{n-1} + \dots + q^{n-1}x + q^n = 0$.

~~при $n = 2025$~~

• ~~будет единственный корень $-q$~~

~~$(-q^{2025} + q^{2025} - q^{2025} + q^{2025} \dots + q^{2025} + q^{2025} = 0$, т.к. четность степени x чередуется нечет; четн; нечет; четн; ... а кол-во членов = 2026).~~

• ~~если предположить~~, что.

если n принимает свое мин. значение и ровно 2025, то в уравнении

$x^n + qx^{n-1} + q^2x^{n-2} + q^3x^{n-3} + \dots + q^{n-1}x + q^n = 0$ левую часть можно разложить на множители (т.к. слева будет 2026 чисел и их мы распределим по парам)

$x^{n-1}(x+q) + q^2x^{n-3}(x+q) + \dots + q^{n-1}(x+q) = 0$

т.е.

$(x+q)(x^{n-1} + q^2x^{n-3} + q^4x^{n-5} + \dots + q^{n-3}x^2 + q^{n-1}) = 0$.

Значит 1 корень есть: $x = -q$

• $x^{n-1} + q^2x^{n-3} + q^4x^{n-5} + \dots + q^{n-3}x^2 + q^{n-1} = 0$

не $\exists$ корней, т.к. $n = 2025$ ~~т.е.~~ в уравнении

$x^{2024} + q^2x^{2022} + q^4x^{2020} + \dots + q^{2024} = 0$

все числа слева неотрицательны, а т.к. $q \neq 0$, то ~~корней слева не может быть~~ левая часть никогда не занулится. ~~получим минимальное кол-во корней = n при $n = 2025$.~~

получим, что при $n = 2025$ будет единственный корень $x = -q$

Ответ: $x = -q$; $n = 2025$.

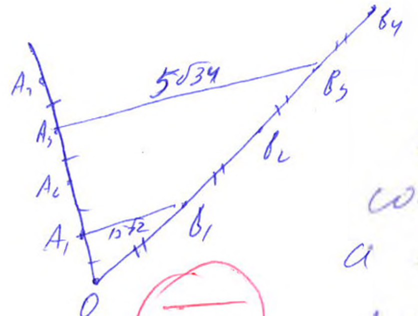
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17/III ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МА 67 - 69

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. если линии не параллельны, то они принимают вид ~~имеет~~:



$A_1B_1 \parallel A_3B_3$ по теореме Фалеса, значит $\triangle A_1B_1O$ подобен A_3B_3O т.к. ~~углы равны~~ ($\angle A_3B_3O = \angle A_1B_1O$ как соответственные при $A_3B_3 \parallel A_1B_1$ и OB_3, а $\angle O$ - общий); т.е.

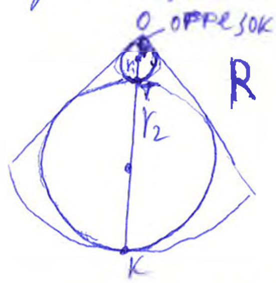
$\frac{A_1B_1}{A_3B_3} = \frac{OB_1}{OB_3}$; т.е. $\frac{3}{\sqrt{17}} = \frac{1}{3}$, значит

они параллельны.

расст = ?

4 докажем, что $\alpha = 90°$

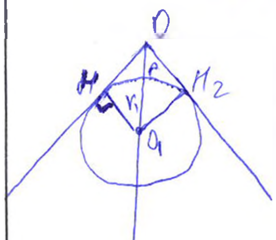
~~рассмотрим случай при~~ $\alpha = 90°$ (т.е. $\frac{\Pi}{2}$)



Очевидно что чем меньше отрезок PO, тем больше отрезок PK, т.е. тем больше $\frac{PK}{2}$ т.е. тем больше $r_1 + r_2$ при том же R

если мы будем уменьшать α от 180 к 0 оставляя R неизменным, то PO будет увеличиваться и при стремлении α к 0, PO будет стремиться к величине $= R$; т.е. чем больше α (от 0 до 180) тем меньше PO при неизменном радиусе. значит α должен быть равен $90°$ ($\frac{\Pi}{2}$) (и наоборот, если $\alpha \to 180$, то $PO \to 0$).

• выразим ~~r_1 и~~ PO через R при $\alpha = 90°$.



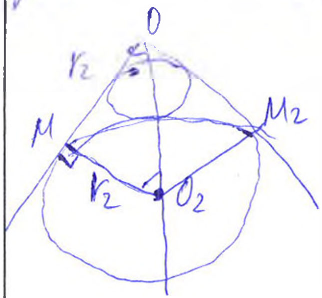
• $\angle HOO_1 = \angle H_2OO_1$ т.к. OK - биссектриса ~~ось симметрии~~ $\angle HOH_2$, т.к. равноудалена от OH и OH_2 на r_1; т.е. $\angle HOO_1 = \frac{90}{2} = 45$

• тогда в прямоугольном $\triangle OHO_1$ с $\angle H = 90°$ (OH - касательная, H - точка касания окружности) $\angle HOO_1 = \angle HO_1O = 45°$, т.е. $HO = HO_1 = r_1$; т.е. $OO_1 = \sqrt{2} r_1$; значит $OP = (\sqrt{2} - 1) r_1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4.

для большей окружности



также $\angle MOO_2 = \angle O_2OM_2 = 45°$, т.е.

в прямоугольном $\triangle MOO_2$ с $\angle M = 90°$

$OO_2 = \sqrt{2} r_2$

т.е. $\sqrt{2} r_2 = 2r_1 + r_2 + OP$

$\sqrt{2} r_2 = 2r_1 + r_2 + (\sqrt{2}-1) r_1$

$\cancel{(\sqrt{2} r}(\sqrt{2}-1) r_2 = 2r_1 + \sqrt{2} r_1 - r_1$

$(\sqrt{2}-1) r_2 = (\sqrt{2}+1) r_1$

т.е. $r_2 = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} r_1 = (\sqrt{2}+1)^2 r_1$

т.е. $r_2 = (\sqrt{2}+1)^2 r_1$

значит

$r_1 + r_2 = r_1 + 2r_1 + 2\sqrt{2} r_1 + r_1 =$

$= 4r_1 + 2\sqrt{2} r_1$

а $R = 2(r_1 + r_2) + OP$;

$R = 8r_1 + 4\sqrt{2} r_1 + (\sqrt{2}-1) r_1$

Ответ: $\frac{4+2\sqrt{2}}{8+4\sqrt{2}+\sqrt{2}-1} = \frac{4+2\sqrt{2}}{7+5\sqrt{2}}$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	ВКС
№ группы	Место проведения

OJ19-70

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Повчик

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Родионович

Дата рождения 9.08.2007   Класс: 10

Предмет математика   Этап: заключительный

Работа выполнена на 6 листах   Дата выполнения работы: 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

OJ19-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Пусть $A = \overline{a_1 a_2 \ldots a_n 2}$. Чтобы A делилось на 6 оно должно делиться на 2 и на 3. $A \vdots 2$, т.к. последняя цифра числа A - 2. Значит, необходимо только чтобы A делилось на 3.

$\overline{a_1 a_2 \ldots a_n 2} + 18 = \overline{2 a_1 a_2 \ldots a_n}$

С другой стороны, последняя цифра числа $A+18$ - это 0 $(2+8=0) \Rightarrow a_n = 0$.

$\overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1} 02} + 18 = \overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1} 20}$

$\overline{a_1 a_2 \ldots a_{n-1} 02} + 18 = \overline{2 a_1 a_2 \ldots a_{n-1} 0}$ - по условию.

Отсюда получаем, что $a_1 = 2$; $a_2 = a_1$, $a_3 = a_2 \ldots$

Т.е. $a_1 = a_2 = \ldots = a_{n-1} = 2 \Rightarrow A = \overline{22\ldots202}$.

Если число A 2023-значное, то сумма его цифр - это $2 \cdot 2022 \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 6$. Это возможно.

Если число A 2024-значное, то сумма его цифр - это $2 \cdot 2023 \not\vdots 3 \Rightarrow A \not\vdots 3 \Rightarrow A \not\vdots 6$. Невозможно.

Ответ: число A может быть 2023-значным: $\overline{22\ldots202}$; число A не может быть 2024-значным.

+

OJ19-70

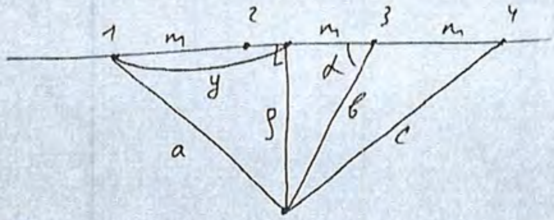
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ OJ19-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



$a = 6\sqrt{2}$

$b = 2\sqrt{34}$

$c = 6\sqrt{10}$

Пусть $\cos\alpha = x$, тогда $\cos(180^\circ - \alpha) = -x$

По теор. косинусов:

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + 4m^2 - 4mbx \\ c^2 = b^2 + m^2 + 2mbx \end{cases} \Big| -$$

$$a^2 - c^2 = 3m^2 - 6mbx$$

$$6mbx = 3m^2 - a^2 + c^2$$

$$x = \frac{3m^2 - a^2 + c^2}{6mb}$$

$$a^2 = b^2 + 4m^2 - \frac{4mb(3m^2 - a^2 + c^2)}{6mb} \Big| \cdot 3$$

$$3a^2 = 3b^2 + 12m^2 - 2(3m^2 - a^2 + c^2)$$

$$3a^2 = 3b^2 + 12m^2 - 6m^2 + 2a^2 - 2c^2$$

$$6m^2 = a^2 + 2c^2 - 3b^2$$

$$m = \sqrt{\frac{a^2 + 2c^2 - 3b^2}{6}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 2 + 2 \cdot 36 \cdot 10 - 3 \cdot 4 \cdot 34}{6}} =$$

$$= \sqrt{\frac{72 + 720 - 408}{6}} = \sqrt{\frac{384}{6}} = \sqrt{64} = 8.$$

Пусть расстояние от центрального поста до линии ρ, тогда

$$\sqrt{a^2 - \rho^2} + \sqrt{b^2 - \rho^2} = 2m$$

$$\sqrt{a^2 - \rho^2} = 2m - \sqrt{b^2 - \rho^2}$$

$$a^2 - \cancel{\rho^2} = 4m^2 + b^2 - \cancel{\rho^2} - 4m\sqrt{b^2 - \rho^2}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇒ OJ19-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$4m\sqrt{b^2+p^2} = 4m^2+b^2-a^2$$

$$\sqrt{b^2+p^2} = \frac{4m^2+b^2-a^2}{4m} = \frac{4\cdot 64+4\cdot 34-36\cdot 2}{4\cdot 8} = \frac{320}{4\cdot 8} = \frac{80}{8} = 10$$

$$b^2+p^2=100$$

$$p^2=-100+4\cdot 34=-100+136=36$$

$$p=6$$

$$y=\sqrt{a^2-p^2}=\sqrt{72-36}=6.$$

Ответ: расстояние от ~~центрального~~ 1-ой подстанции до ближайшей точки к центральному посту на линии равно 6 км; m = 8 км; расстояние от поста до линии p = 6 км.

+

OJ19-70

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ OJ 19-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Всего способов выбрать 4 дня у модоеда $C_7^4 = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2} = 35$. Из них ему не подходят те варианты, где более 2 дней подряд он не ел „Сосиски со скромницами.“ Заметим, что он не мог не есть их более 3 дней подряд (т. к. иначе он не успеет съесть 4 блюда за неделю). Значит, нам нужно исключить варианты, когда модоед не ел блюдо 3 дня подряд. Их $5\cdot C_4^4 = 5$. Т. е. нам подходит $35-5=30$ вариантов

Ответ: 30.

⊕

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

$a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ - геом. пр. со зн. q, сл-но, ее можно записать как $a_n, a_n q, a_n q^2, \dots, a_n q^n$

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} q x^{n-1} + \dots + a_n q^n =$

$= a_n(x^n + x^{n-1}q + \dots + xq^{n-1} + q^n)$

а) Заметим, что $P_n(0) = a_0 = a_n q^n$. Если $P_n(0) > 0$, то $a_0 > 0 \Rightarrow a_n < 0$. Если же $a_n > 0$, то $P_n(0) < 0$. Т.к. в условии ничего не сказано о знаке коэффициентов, то $P_n(x)$ может иметь отр. корни. ?—

б) Если $a_n < 0$, то при $(x^n + x^{n-1}q + \dots + q^n) < 0$ $P_n(x)$ принимает полож. зн. Заметим, что если $x < 0$, то $x^n < 0, x^{n-1}q < 0, \dots, q^n < 0 \Rightarrow (x^n + x^{n-1}q + \dots + q^n) < 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow P_n(x) > 0$. Т.е., если $a_n < 0$, то $P_n(x) > 0$ при любых x из промежутка $(-\infty; 0)$ и возможно при каких-то полож. зн. Т.е. кол-во положительных корней $P_n(x)$ бесконечно большое.

Если $a_n > 0$, то при $(x^n + x^{n-1}q + \dots + q^n) > 0$ $P_n(x)$ принимает пол. зн. Если $x > |q|$, то разобьём слагаемые на пары $x^k q^m; x^{k-1} q^{m+1}$, где $k \vdots 2$, $m \vdots 2$.

$x^k q^m + x^{k-1} q^{m+1} = x^{k-1} q^m (x+q)$. $q^m > 0$ (т.к. $m \vdots 2$), $x + q > 0$ (т.к. $x > |q|$), сл-но, $x^k q^m + x^{k-1} q^{m+1} > 0$. Тогда $(x^n + x^n q + \dots + q^n) > 0 \Rightarrow P_n(x) > 0$ при любых x из промежутка $(|q|, +\infty)$ и возможно при каких-то ещё. Т.е. бесконечно большое кол-во корней.

OJ19-70

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ OJ19-70

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Примером может являться $P_n(-10)$, при $a_n < 0$ или $P_n(|q|+10)$, при $a_n > 0$.

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

BR13-93

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17771

ФАМИЛИЯ Пушкин

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Александрович

Дата рождения 22.03.2010 Класс: 7

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 2 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Пи

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BR13-93

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Число способов выбрать трёх из 12 различных: $\frac{12\cdot11\cdot10}{3!} = 220$

способов выбрать трёх одноименных: $\frac{4\cdot3\cdot2}{3!}\cdot3 = 12$ (умножаем на 3 т.к. 3 цвета)

Значит разноименных фигур: $220-12=208$.

Ответ: 208

+

Задача №2.

Чтобы получить 11 в конце нужно перемножить нечётное на нечётное. Они могут оканчиваться на:

Значит большее число оканчивается на

$1\cdot1=1$; $3\cdot7=21$; $9\cdot9=81$

$1\cdot1=1$, $1\cdot3=3$, $1\cdot5=5$, $1\cdot7=7$, $1\cdot9=9$

$3\cdot3=9$, $3\cdot5=15$, $3\cdot7=21$, $3\cdot9=27$

$5\cdot5=25$, $5\cdot7=35$, $5\cdot9=45$

$7\cdot7=49$, $7\cdot9=63$

$9\cdot9=81$

±

умножать на 1 нельзя т.к. одно больше другого. +

Если умножали на 9, то I число выглядит так: 1_9 $109\cdot9=981$; $119\cdot9=1071$ уже не подходит, значит 9 не подходит

Если умножали на 7, то I число выглядит так: 1_3 $103\cdot7=721$; $113\cdot7=791$; $123\cdot7=861$; $133\cdot7=931$ $143\cdot7=1001$ уже не подходит, значит на 7 не подходит

Если умножали на 3, то I число выглядит так: 1_7 $107\cdot3=321$; $117\cdot3=351$; $127\cdot3=381$; $137\cdot3=411$; $147\cdot3=441$; $157\cdot3=471$; $167\cdot3=501$; $177\cdot3=531$; $187\cdot3=561$; $197\cdot3=591$ не подходит. Значит это невозможно.

Ответ: невозможно

~~Задача №5~~

~~если Гвардию роль играл Толик, то если будет и Жанна, то он может только второстепенную, (т.к. имена также относятся). На гвардейскую роль подходит только Жанна.~~

~~Ответ: Толик, Жанна, Жанна~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BR13-93

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5

Если главную роль сыграл Тюлькин, то если будет и Малкин, то он может только второстепенную (т.к. иначе Талкин отказался). На эпизодическую роль подходит только Майкин.

Ответ: Талкин, Малкин, Майкин.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ	SQ46-44
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ РогАчков

ИМЯ ДЕНИС

ОТЧЕСТВО ОЛЕГОВИЧ

Дата рождения 02.02.2011 **Класс:** 6

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [signature]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Все высказывания в кратц.

1. Лян не сним без Шап == гл
2. Шапкин не уч. если Шап > Тап
3. Шапкин не вместе с Опан.
4. Тапкин не уч если уч Жаб и Опан
5. Тапкин не уч если Опан == гл. или Шап == эп.
6. Трян не уч если Трян < Тап или Трян < Жаб
7. Жап != втор.пл. также ~~вто~~ Жар != эп если гл == Трян или Втор план == Трян.
8. Жаб не сним ~~вмес~~ с Лян если Гл или Втор план != Опан.
9. Опанкин == гл или Опан учавств если Гл == Тап.

1. Предположим что первое высказывание верно тогда: и Лян будет участвовать ну тогда и Шап учавств. и он глав. Тогда смотрим на 3 утверждение что они были вместе Опан должен ~~бу~~ быть вторым планом. Но тогда Опанкина не устроит 9 высказывание из этого следует что Лянкин не может учавствовать.

2. Если Шапкин учавствует тогда из второго высказывания должен и учавствоватть Тапкин. Также из ~~5 следует что Тапкин дол~~ 5 вместе со 2 высказыванием следует что: ~~Тр~~ Тап == эп а Шапкин второстеп. Тогда остаётся выбрать эпизодного героя.

~~Но тогда была не ... ... для~~

~~Тогда идеально подходит Эгизодный == Спарткин.~~
~~тогда. Гл = Танкин Вт = шанкин Эг = Спар~~
~~проверим все верные ли высказывания 2 верно,~~

тогда Эгизодный жабник, тогда полун. жаб.
Гл = Танкин Втр = шанкин Эгиз = ~~спар~~. Проверим утверждения. 2 верно; 3 верно; 4 верно; 5 верно; 7 верно; 8 верно всё верно тогда.
Ответ: Главный: Танкин; второстеп = Шанкин и Эгизодный жабкин.

№2

М = Мост − сто = 9 МОЛОТ = 9 8 6 8 5

Л = стол − сто = 6

Т = Мост − Сом = 5

Со = Стол − Т − Л = 12 ~~или просто~~ и ещё варианты 104 и 203

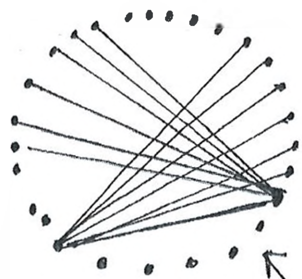
раз вес = 5 и со 12 но вес может ~~или просто перекл...~~ быть равен 014 или 023 ∨ других вариантов нет иначе $\overline{0}$ это не цифра. значит О = или 8 или 9. но 9 есть значит О = 8.

+

Ответ: 98685

№ 3

~~Раз~~ Мы знаем что у каждой коровы 1 голова. Значит всего в стаде 27 коров. И каждая дружит с семью.



всего 27.

пример расстановки как могли-как нибудь дружить две коровы.

+

Но тогда ~~всего~~ сумма степеней вершин 27·7 = 189 чего быть не может ведь сумма степеней вершин в графе должна быть чётной. А значит Нёвронская права.

Ответ: Нёвронская права и такого быть не может.

№ 4

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SQ46-44

Раз 14 и 15 лоскутки разного цвета значит они попали в разные стопки. и сейчас верхушки своих стопок С С и 16 лоскуток будет З иначе бы всё прекратилось. ~~и 26 должен быть~~.

14 15 16 ......, 26 27 28 есть два
С С З ? З

~~случая если 26 = С тогда 28 гарантировано З и вот пример где 26 это С: 14 15 16 17 18 19~~
~~С С З З С З~~
~~20 21 22 23 24 25 26 27 28~~
~~С З С З С З С С З то есть если 26 это ~~синий~~ синий это реализуемо.~~

Это только 1 часть случая

если 26 З то 28 это С синий И если 26 З это возможно: 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 а если 26 это
С З С З С З С З С З
~~синий~~ синий то всё не однозначно ведь цвет у него может быть любой и в какую стопку он его положили не известно. и вот пример где он может быть зелёным. 17 18 19 20 21 22
З С З С З С
23 24 25 26 27 28
З С З С З З ничего не нарушилось а значит 28 любого цвета.

Ответ: 28 лоскут любого цвета.

+

№5

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим участников по тому кто сколько приветствий сказал (19 приветствий быть не может потому что человек не может поздороваться сам с ~~собой~~ собой

0 1 2 3 4 18
≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1

Покачто всё сходиться ведь в таком случае максимум получиться 19 человек ~~ву~~ в сумме сколько у нас и есть, но важно заметить что одновременно не может быть человек сказавший 0 приветствий и 18 быть не может тогда посмотрим на новый случай:

1 2 3 4 5 6 7 8 ..... 17 18,0 и вот
≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1 ≤1

уже получается что ~~во~~ максимум ~~в дан~~ при таком условие получиться раставить 18 чел и тогда 1 человек гарантировано будет с кем то расходочевон. в одно количество сказаных приветствий (но может быть и больше 1 человека).

Ответ: ~~да найдутся~~ да найдутся.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

SE22-13

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ Рыбкин (Рыбкин)

ИМЯ Михаил (Михаил)

ОТЧЕСТВО Евгеньевич (Евгеньевич)

Дата рождения 18.08.12 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Рыбкин

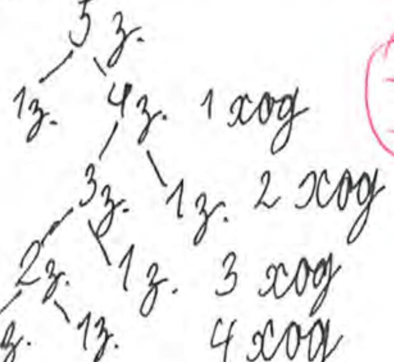
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1.

Допустим, это не так. Возьмём наихудший случай: первый гном — 0 наград, второй — 1 награда, третий — 2 награды, четвёртый — 3 награды... седьмой — 6 наград. Всего у них 0+1+2+3+4+5+6= =21 награда, а у жюри их 29. ~~Значит, это возможно~~ Если раздавать все призы, то возможен вариант: первый гном — 0 призов, второй — 1 приз, третий — 2 приза, четвёртый — 3 приза, пятый — 4 приза, шестой — 5 призов, седьмой — 14 призов, всего 0+1+2+3+4+5+14=29 призов, и у всех разное количество призов. Значит, такое возможно и условие задачи не корректно.

№2.

Всего в любом случае будет 37 ходов, так как чтобы кучку нельзя было разбить на две части, надо, чтобы количество зёрен в ней было равно 1 штуке: для кучки из 5 зёрен нужно 4 хода, а для кучки из 7 зёрен надо 6 ходов. Значит, для кучки надо столько ходов, сколько в ней зёрен, -1. Значит, всего



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SE22-13

7з.

1з. 6з. 1 ход

1з. 5з. 2 ход

4з. 1з. 3 ход

3з. 1з. 4 ход

2з. 1з. 5 ход

1з. 1з. 6 ход

надо $(5-1)+(7-1)+(10-1)+(14-1)+(16-1)=4+6+9+13+15=37$ ходов для этой игры. 37 – нечетное число, а ~~пож~~ побеждает тот, кто сделал последний ход, ходит первый Петя. Петя сходит последним, поэтому он выиграет.

Ответ: в игре победит Петя.

№3.

Если эльф ~~или фея~~ поймал в 3 раза больше или в три раза меньше феи, ~~значит~~ значит у них вместе всего ~~три~~ 3+1=4 части, значит количество бабочек у них делится на 4. ~~При~~ При сложении нескольких чисел, делящихся на четыре, получится число, делящееся на четыре. А число 2025 на четыре не делится:

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 4 \\ \hline -20 & 506 \\ 25 & \\ -24 & \\ 1 & \end{array}$$

значит, этого не ~~может~~ может быть.

Ответ: общее число ~~поиманных~~ поиманных бабочек не может равнятся 2025.

№5.

Если из „мост" вычесть „сто", то получится

в	
е	
с	
о	
м	9
т	5
л	6

„м", значит, 26−17=9=м. Из „стол" вычесть „сто" будет „л", значит 23−17=6=л. Мост−сом=т, 26−21=5=т. Сом−м=со, 21−9==12=со. Дальше задачу решать невозможно, так как „со" есть в каждом слове, кроме „вес", а „ве" есть только в одном слове, и буквы „в", „е", „с", „о" найти невозможно.

возможно

∓

№4.

Допустим, Колошмак сказал правду про хрюкозанца, тогда:

	р.	п.	т.	стих.	дрес.
К.	−	−	+	−	−
Ч.		−	−		
З.		+	−		
Х.	−	+	−	−	−
М.		−	−		−

— противоречие. Тогда Колошмак рисует:

	рис.	поёт	тан.	стих	дрес
К.	+	−	−	−	−
Ч.	−	−	−	+	−
З.	−	+	−	−	−
Х.	−	−	+	−	−
М.	−	−	−	−	+

+

Ответ: колошмак рисует, чупабряк пишет стихи.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

землянин поёт, хрюкозанец танцует, а марматулец дрессировщик.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ЭР МЭИ	WQ32-55
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17881

ФАМИЛИЯ Сибирцев

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Николаевич

Дата рождения 20.01.2009 **Класс:** 8

Предмет математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17887

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WQ32-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1

$A = \overline{1abcde} = 10^5 + 10^4 a + 10^3 b + 10^2 c + 10d + e$

$B = \overline{abcde1} = 10^5 a + 10^4 b + 10^3 c + 10^2 d + 10e + 1$

$\frac{B}{A} = k$, где $k \in N$.

$B = k \cdot A$ Заметим, что $B \not\vdots 2$, а зн. и $k \not\vdots 2$. т.к. в условии сказано, что $B > A$, то $k \geq 3$.

1) $k = 3$.

$10^5 a + 10^4 b + 10^3 c + 10^2 d + 10e + 1 = 3 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 a + 3 \cdot 10^3 b + 3 \cdot 10^2 c + 3 \cdot 10 d + 3e$. Перенесём все буквенные выражения влево и сгруппируем, получим

$7 \cdot (\overline{abcde}) = 300000 - 1 = 299999$, откуда

$\overline{abcde} = 42857$, тогда $A = 142857$

2) $k = 5$

$B = 5 \cdot A$, $B = \underbrace{10(10^4 a + 10^3 b + 10^2 c + 10d + e)}_{\vdots 5} + \underbrace{1}_{\not\vdots 5}$.

при $k = 5$, ~~$B \not\vdots$~~ $B \vdots 5$, но это не так, !!!

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 (продолжение)

3) ~~$k>7$~~ $k=7$:

Пусть $k=7$, тогда

Аналогично 1), $3\cdot(\overline{abcde})=699999$,

откуда $\overline{abcde}=233333$, чего быть не может, т.к. $\overline{abcde}$ – пятизначное.

4) $k=9$.

Аналогично 1), $\overline{abcde}=899999$!!!

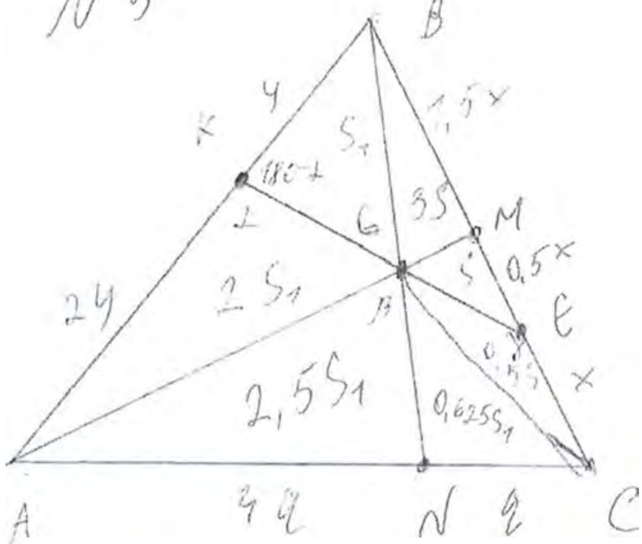
5) При $k\geq 11$, имеем $B\geq 11A$, чего быть не может, т.к. и A, и B – шестизначные числа

Ответ: 142857

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle AMC}$ (т.к. AM – медиана).

Пусть $S_{\triangle GME} = S$, тогда

$S = MG \cdot ME \cdot \sin(\angle GME) \cdot \frac{1}{2}$.

$S_{\triangle BGM} = MB \cdot MG \cdot \sin(180° - \angle GME) \cdot \frac{1}{2}$

$MB = 3ME$

$\sin(\angle GME) = \sin(180° - \angle GME)$

$S_{\triangle BGM} = 3ME \cdot MG \cdot \sin(\angle GME) \cdot \frac{1}{2} = 3S$.

$S_{\triangle AKG} = \frac{AK \cdot KG}{2} \cdot \sin\alpha$ $AK = 2BK$

$S_{\triangle KBG} = \frac{BK \cdot KG}{2} \cdot \sin(180° - \alpha)$

Значит $S_{\triangle AKG} = 2S_{\triangle KBG} = 2S_1$.

$S_{\triangle GNA} = \frac{AG \cdot GN \cdot \sin\beta}{2}$ $S_{\triangle ABG} = \frac{GB \cdot GA}{2} \cdot \sin(180° - \beta)$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WQ32-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)

$5BG = 4GN$ (по т. Менелая)

$S_{\triangle ABG} = \frac{0{,}8GN \cdot GA}{2} \cdot \sin(\beta) = 0{,}8 S_{\triangle GNA}$

$S_{\triangle GNA} = 2{,}5 S_1$

$S_{\triangle GEC} = \frac{EG \cdot EC}{2} \sin(\gamma)$ x

$S_{\triangle MEG} = \frac{0{,}5x \cdot EG \cdot \sin(180-\gamma)}{2}$

$S_{\triangle MEG} = \frac{1}{2} S$

Аналогично $S_{\triangle GNC} = 0{,}625 S_1$

$\frac{S_1 + 3S}{6{,}125 S_1 + 4{,}5S} = \frac{5}{22}$

Ответ: $\frac{5}{22}$ +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17887 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WQ32-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 2 п и 1 ш

Пн Вт. Ср. Чт. Пт. Сб. Вс.

— — — — — — —

Рассмотрим 2 случая:

1) Если Ш стоит по краям, тогда можно выбрать для него место C_2^1 способами (т.к. крайних дней 2). Тогда для 2 п можно будет выбрать любые 2 места, кроме того, где стоит Ш и соседнего с ним, т.е. 7-1-1=5 мест. Это можно сделать C_5^2 способами. Тогда всего способов: $C_2^1 \cdot C_5^2 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$ способов.

2) Если Ш стоит не по краям, то выбрать для него место можно C_5^1 („некрайних" мест - 5). Тогда для 2 П можно выбрать любые места, кроме занятого Ш и двух соседних с ним, т.е. $C_{7-1-2}^2 = C_4^2$. Тогда всего способов: $C_5^1 \cdot C_4^2 = 5 \cdot 6 = 30$ способов. Тогда общее кол-во составит $20+30=50$ способов. Ответ: 50 способов

Лист 05 из 07

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17831

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WQ32-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$$1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x-2024}}}}=1+\cfrac{1}{\cfrac{1}{0,2}-1}$$

Посчитаем правую часть:

$$1+\frac{1}{\frac{1}{0,2}-1}=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

Перейдём к левой части, начиная „снизу вверх":

I знаменатель

$$1-\frac{1}{x-2024}=\frac{x-2024-1}{x-2024}=\frac{x-2025}{x-2024}\quad(x\neq 2024)$$

II знаменатель:

$$1-\frac{1}{\frac{x-2025}{x-2024}}=1-\frac{x-2024}{x-2025}=\frac{x-2025-x+2024}{x-2025}=$$

$$=\frac{-1}{x-2025}\quad(x\neq 2025)$$

III знаменатель:

$$1-\frac{1}{\frac{-1}{x-2025}}=1-\frac{x-2025}{-1}=1+x-2025=x-2024$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WQ32-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

Пришли к уравнению:

$$1-\frac{1}{x-2024}=\frac{5}{4}$$

$$\cancel{1-\frac{1}{x-2024}} \qquad \frac{1}{x-2024}+\frac{1}{4}=0$$

$$\frac{4+x-2024}{4(x-2024)}=0$$

$$\begin{cases} x-2020=0 \\ 4(x-2024)\neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2020 \\ x\neq 2024 \end{cases}$$

Ответ: 2020.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

I9F-01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ТК35-70

шифр

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

Вариант № 17991

ФАМИЛИЯ Смородинов

ИМЯ Глеб

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 12.01.2008 **Класс:** 9

Предмет ~~Информатика~~ Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ТК35-70

№5

По условию задачи

$$\begin{cases} ax^3+bx^2+cx+d=0 \\ a\neq 0 \\ b=2024a \\ c=2024b \\ d=2024c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax^3+bx^2+cx+d=0 \\ a\neq 0 \\ b=2024a \\ c=2024^2a \\ d=2024^3a \end{cases}$$

Подставим последние 3 выражения в 1 и получим:

$$\begin{cases} ax^3+2024ax^2+2024^2a\cdot x+2024^3a=0 \\ a\neq 0 \end{cases}$$

Решим ур-е разложением на множители:

$ax^3+2024ax^2+2024^2ax+2024^3a=0$

$a(x^3+2024x^2+2024^2\cancel{x}+2024^3\cancel{x})=0$

$a(x^2(x+2024)+2024^2(x+2024))=0$

$a(x+2024)(x^2+2024^2)=0$, тогда корнями уравнения будут:

1) при $a\neq 0$

$$\left[\begin{array}{l} x+2024=0 \\ x^2+2024^2=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2024 \\ x=\sqrt{-2024^2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2024 \\ x\in\varnothing \end{array}\right. \Rightarrow x=-2024$$

2) при $a=0$ $x\in R$. По условию задачи $a\neq 0$ $\Rightarrow$ Ответ: -2024

№4

Пусть

Изначально было число 10^5+a, а после приставления 1 цифры в конец получилось $10a+1$. Т.к по условию ~~получившееся~~ получившееся число кратно исходному, составим уравнение. $10x+1=y(10^5+x)$, где $y\in Z$. При этом оба числа - шестизначные $\Rightarrow y\leq 9$. Составим систему.

$$\begin{cases} 10x+1=y(10^5+x) \\ y\in Z \\ y\leq 9 \end{cases} \begin{cases} 10x+1=y10^5+yx \\ y\in Z \\ y\leq 9 \end{cases} \begin{cases} 10x-yx=y10^5-1 \\ y\in Z \\ y\leq 9 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{y\cdot 10^5-1}{10-y} \\ y\in Z \\ y\leq 9 \end{cases}$$

Заметим, что $y\cdot 10^5-1$ - всегда нечетное $\Rightarrow$ при y-четном $10-y$ чет $\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ $(y\cdot 10^5-1)$ не разделится нацело на $(10-y)$ $\Rightarrow y$-нечетное

при $y=1$ ~~[illegible]~~ $x=\dfrac{10^5-1}{9}=11111\Rightarrow$ изначальное число $=10^5+x=111111$.

при $y=3$ $x=\dfrac{3\cdot 10^5-1}{7}=\dfrac{299999}{7}=42857\Rightarrow$ изн. число $=10^5+x=142857$

при $y=5$ $x=\dfrac{5\cdot 10^5-1}{5}$ у $5\cdot 10^5-1$ посл. цифра - 9 $\Rightarrow$ получившееся делимое, оно не разделится на 5

см лист 2

№4
(продолжение)

При $y=7$ $x=\frac{7\cdot10^5-1}{3}=\frac{699999}{3}=233333$ ⇒ изн. число $=1233333$, но

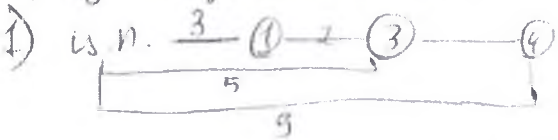
Это противоречит условию задачи, т.к. изначальное число - шестизначное ⇒ ~~при y=3 будет то же са-~~ ~~[illegible]~~

При $y=9$ $x=\frac{9\cdot10^5-1}{1}=899999$ - не шестизначное ⇒ не подходит.

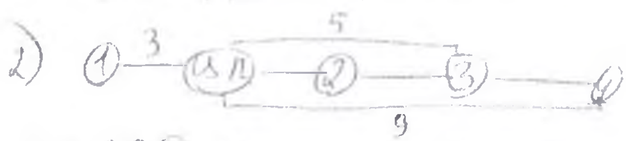
Максимальным ~~А~~ А являлось 142857 ⇒ Ответ 142857

№1

Т.к. расстояние от центр. пункта, далее - ц.п. до 1 подстанции = 3 км, до третьей - 5; до четвертой - 9, ⇒ Если ~~подстанция~~ через ц.п. проходит ЛЭП, то она может находиться либо перед 1 подстанцией, либо между 1 и 3. Рассмотрим оба вар.

1) 

Если от ц.п. до ① 3 км, от до ③ 5 км, станции установлены через каждые m км ⇒ $2m=5-3=2$ ⇒ $m=1$, при этом расстоянии от ③ до ④ $=9-5=4$, но $4\neq1$ ⇒ такого не может быть

2) 

Если от ц.п. до ③ - 5 км, а от ц.п. до ④ - 9 км ⇒ от ③ до ④ $=9-5=4$ км $=m$. От ① до ③ расстояние $=2m=3+5=8$ ⇒ $m=4$ км ⇒ такое возможно, тогда расстояние от ц.п. до ② $=m-3=1$ км

Ответ: 1 км.

+

№2

См. лист 03

№2

Переберем все случаи распределения 10 гренок в 4 кусках сыра. Например 7,1,1,1 обозначает, что в 1 куске 7 гренок, во 2 куске - 1, в третьем - 1 и в 4 - 1.

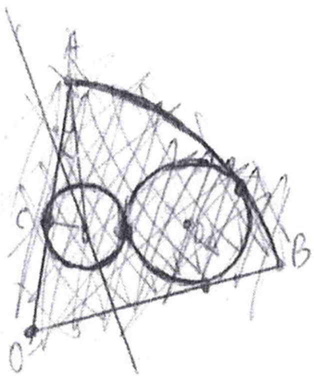
7111	5311	4411	3511	2611	1711	1261
6211	5221	4321	3421	2521	1621	1252
6121	5212	4312	3412	2512	1612	1243
6112	5122	4231	3331	2431	1531	1234
1+3	5131	4222	3322	2422	1513	1225
	5113	4213	3312	2413	1522	1216
	6	4141	3241	2341	1441	1171
		4132	3232	2332	1432	1162
		4123	3223	2323	1423	1153
		4114	3214	2314	1414	1144
		10	3151	2251	1351	1135
			3142	2242	1342	1126
			3133	2233	1333	1117
			3124	2224	1324	
			3115	2215	1315	
			15	2161	1217	
				2152	28	
				2143		
				2134		
				2125		
				2116		
				21		

7

Итого $1+3+6+10+15+21+28=84$ способа

Ответ: 84 способа

№3



—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Уфа

Место проведения

XW39-17

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17771

ФАМИЛИЯ Старцев

ИМЯ Савва

ОТЧЕСТВО Константинович

Дата рождения 20 мая 2010 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сс

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Рассмотрим варианты, где в блюде будут 2 разных цвета: 12 (выбрать первого ~~[illegible]~~ непоседу и его цвет) · 8 (второго ~~[illegible]~~ непоседу и его цвет) · 3 (третьего непоседу и его цвет) : 2 (так как мы можем переставить 2 и 3 непосед местами) = 48 · 3 = 144. Рассмотрим варианты с 3 разными цветами:
~~(выбрать первого~~ 4 (выбрать непоседу первого цвета) · 4 (выбрать непоседу второго цвета) · 4 (3 цвета) = 64.
144 + 64 = 208 (вариантов разных блюд)

+

2. Пусть изначальное число — $\overline{1ab}$, а $\overline{ab1} : \overline{1ab} = c$, тогда

$c \not\vdots 2$, т.к. $2 \cdot \overline{1ab}$ не может заканчиваться на 1.

Если $c = 3$: $300 + 30a + 3b = 100a + 10b + 1$
$299 = 7(10a + b)$; $10a + b$ — целое, а $299 \not\vdots 7$. Противоречие

Если $c = 5$: $5 \cdot \overline{1ab}$ не может заканчиваться на 1, а может только на 0 или на 5.

2 (продолжение). Если $c=7$: $700+70a+7b=100a+10b+1$

$699=3(10a+b)$

$233=10a+b$; тогда $a>9$ или $b>9$, а значит a и b – не цифры. Противоречие.

Если $c=9$: $900+90a+9b=100a+10b+1$

$899=10a+b$. a и b не цифры. Противоречие.

Значит не существует

3. Пусть кол-во полных баков – x, а кол-во сотен километров – S, а доля незаполненного бака от бака – y ($y \le \frac{1}{4}$), а $\frac{x+y}{S} : \frac{x}{S} = z$

($z-1 \le 0{,}01$)

$$\frac{x}{S}\cdot z = \frac{x+y}{S}$$

$$\frac{x}{S}\cdot(z-1) = \frac{y}{S}$$

$$x\cdot(z-1) = y$$

$$x = \frac{y}{z-1}$$

$$x \le \frac{\frac{1}{4}}{0{,}01}$$

$$x \le 25$$

В своем решении я не использовал то, что S – именно кол-во сотен километров, так что при производительности в литрах на километр S – кол-во километров, а в остальном решение не поменяется.

Ответ: [illegible] 25 раз.

5. Если Лапкин снимается, то Жабкин тоже должен по словам Лапкина. Если Шапкин снимается, то и Тапкин тоже должен со слов Шапкина. Если ни Лапкин, ни Шапкин не снимаются то снимаются либо Тапкин, Тяпкин и Жабкин, но по словам Тяпкина он должен быть главным героем, но тогда Жабкин ни второстепенным, не эпизодическим героем быть не может. Могут сниматься Тапкин, Тяпкин и Опапкин, но тогда Тапкин главный герой, а и тогда Тапкин будет появляться чаще, чем Тяпкин. Могут сниматься Тапкин, Жабкин и Опапкин, но по словам Тапкина такого быть не может. Могут сниматься Тяпкин, Жабкин и Опапкин, но тогда по словам Жабкина и Тяпкина Тяпкин главный герой, а Жабкин - второстепенный, с чем не согласен Опапкин. Предположим, что Лапкин всё же снимался, тогда и Жабкин снимался в роли главного героя, но тогда по словам Жабкина второстепенный герой должен быть Опапкин, с чем не согласен Опапкин. Тогда остаются только ва-

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5 (продолжение) рианты, где снимался Шапкин и не снимался Лапкин. Тогда Тапкин тоже снимался, но тогда Шапкин не в эпизодической роли, и по словам Шапкина Тапкин в главной роли, а Шапкин во второстепенной. Тогда с ним не может сниматься Пупкин и Окапкин, а значит с ним снимается Жабкин, и под все условия эта тройка подходит.

Ответ: Шапкин, Тапкин и Жабкин: ~~Шапкин~~ в ~~главной роли~~, ~~Та~~ Тапкин в главной роли, Шапкин во второстепенной и Жабкин в эпизодической.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F02	Дистанционно с использованием ВКС

№ группы — Место проведения

OJ85-28

шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Сташнюк

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 01.10.2007 Класс: 10

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: [подпись]

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

OJ85-28

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Представим A в следующем виде

$A = \overline{x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n}$ $(\forall x_i \in [0, 9], x_i \in Z)$ $i = \overline{1, n}$

по условию, $x_n = 2$

Пусть $A' = \overline{x_n x_1 x_2 \ldots x_{n-2} x_{n-1}}$ – число после перестановок

$A' = A + 18$

$$\begin{array}{r} x_1 x_2 x_3 \ldots x_{n-2} x_{n-1} x_n \quad (A) \\ + 0\ 0\ 0 \ldots 0\ 1\ 8 \\ \hline x_n x_1 x_2 \ldots x_{n-3} x_{n-2} x_{n-1} \quad (A') \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x_1 x_2 x_3 \ldots x_{n-2} x_{n-1} 2 \\ + 0\ 0\ 0 \ldots 0\ 1\ 8 \\ \hline x_1 x_2 x_3 \ldots x_{n-2} (x_{n-1}+2) 0 \quad A' \end{array}$$

$\overline{x_n x_1 x_2 \ldots x_{n-3} x_{n-2} x_{n-1}} = \overline{x_1 x_2 x_3 \ldots x_{n-2} (x_{n-1}+2) 0}$

т.к. отличие A' и A лишь в 18, то отличаться будут только последние 2 (максимум 3) разряда.

т.е. для x_i $(i \in [1; n-3])$:

$x_i = x_{i+1}$: $x_1 = x_2, x_2 = x_3, \ldots x_{n-4} = x_{n-3}$

По записи числа можно заметить, что $x_n = x_1 = 2$, а следовательно

$x_n = x_1 = x_2 = \ldots = x_{n-3} = 2$, $x_{n-1} = 0$, $x_{n-2} = x_{n-1} + 2 = 0+2 = 0$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда понимаем, что в A_n $(n-1)$ двоек и один 0

т.к. $A \vdots 6$, то $A \vdots 3$, т.е. $\sum_{i=1} x_i \vdots 3$ (сумма цифр кратна 3)

т.е. $(n-1) \cdot 2 \vdots 3$

$n-1 \vdots 3$ $(2022 : 3 = 674)$

если $n = 2023$, то $2023 - 1 = 2022 \vdots 3$ - подходит

если $n = 2024$, то $2024 - 1 = 2023 \not\vdots 3$ - не подходит

при $n = 2023$: $A = \underbrace{222\ldots2}_{2021 \text{ штука}}0\underbrace{2}_{1 \text{ штука}}$ (всего 2022 двойки)

Ответ: 2023 знака может быть $\underbrace{222\ldots2}_{2021 \text{ шт.}}0\underbrace{2}_{1 \text{ шт.}}$ всего 2022 двойки

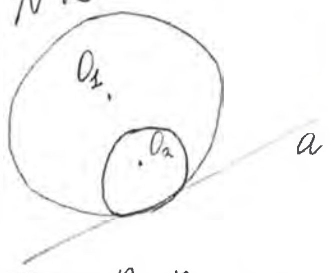
2024 знака быть не может.

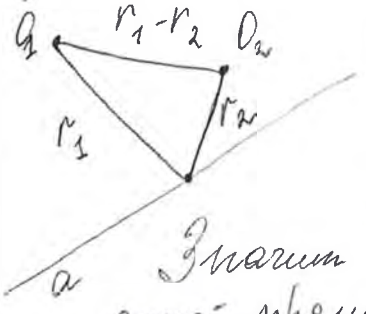
№2

$\rho(O_1, a) = r_1$

$\rho(O_2, a) = r_2$

$\rho(O_1, O_2) = r_1 - r_2$





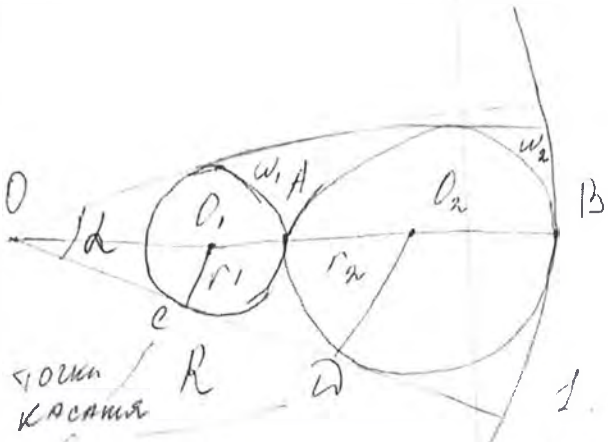
Из неравенства треугольника

$r_1 - r_2 + r_2 > r_1$

$r_1 > r_1$

противоречие!

Значит O, O_1, O_2, A, B лежат на одной прямой.



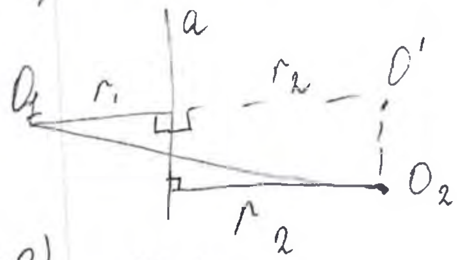
$\max\left\{\frac{r_1}{R}\right\}$ - ?

α_{max} - ?

Решение

1. Для окр-сти верен факт: прямая, соединяющая центры окр-стей, касающихся в какой либо точке (вне зависимости, внутренним или внешним образом), проходя через эту точку. Для док-ва можно провести касательную через эту точку — общую.

По св-ву касательной, она будет перпендикулярна радиусу в точку касания



$\rho(O_1; O_2) = r_1 + r_2$

$\rho(O_1, a) = r_1$

$\rho(O_2, a) = r_2$

$O_1O' = \rho(O_1, a) + \rho(O_2, a) = r_1 + r_2$

причем $O_1O_2 = r_1 + r_2$, но длина наклонной строго меньше длины перпендикуляра.

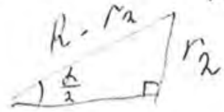
2. для ω_2:

$OO_2 = R - r_2$

$O_2 D = r_2$

из симметрии рисунка относительно OO_2,

$\angle BOD = \frac{\alpha}{2}$ $\quad \angle O_2DO = 90^\circ$ – между радиусом и касательной



$r_2 = (R - r_2)\cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

$r_2 = R\sin\frac{\alpha}{2} - r_2\sin\frac{\alpha}{2}$

$r_2 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

$2r_2 = \frac{2R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

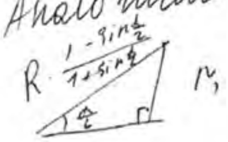
3. Для w_1

$OO_1 = R - 2r_2 - r_1 = R - \frac{2R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} - r =$

$= R\left(\frac{1+\sin\frac{\alpha}{2} - 2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\right) - r = R\cdot\frac{1-\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1$

$O_1C = r_1$

Аналогично $\angle O_1OC = \frac{\alpha}{2}$, $\angle O_1CO = 90^\circ$



$r_1 = \left(R\cdot\frac{1-\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1\right)\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$

$r_1 = \frac{R\cdot\frac{1-\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

$\frac{r_1}{R} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\frac{r_1}{R}$ = max при $\left(\frac{r_1}{R}\right)' = 0$

$$\left(\frac{r_1}{R}\right)' = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\alpha - 3\cos\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2(1+\sin\frac{\alpha}{2})^4}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\alpha - 3\cos\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2} = 0$$

Это ур-не имеет для нас решение

$$\cos\frac{\alpha}{2} - 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} - 3\cos\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2} = 0$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}\left(1 - 2\sin\frac{\alpha}{2} - 3\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos\frac{\alpha}{2} = 0\\ 3\sin^2\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\alpha}{2} - 1 = 0\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\alpha = \pi + 2\pi k,\ k \in Z \text{ — не подходит, т.к. тогда } \frac{r_2}{R} = 0\\ \sin\frac{\alpha}{2} = -1\\ \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\alpha = -\pi + 4\pi n,\ n \in Z \text{ — аналогично не подходит}\\ \frac{\alpha}{2} = \arcsin\frac{1}{3}\cdot(-1)^p + \pi p,\ p \in Z\end{array}\right.$$

$\alpha = 2\arcsin\frac{1}{3}\cdot(-1)^p + 2\pi p$, $p \in Z$ —

$\alpha_{max} = \alpha$ подходящая

$\sin\frac{\alpha_{max}}{2} = \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3}$, в силу геометрии для $\alpha = 2\arcsin\frac{1}{3}$ или $\alpha = \pi - 2\arcsin\frac{1}{3}$

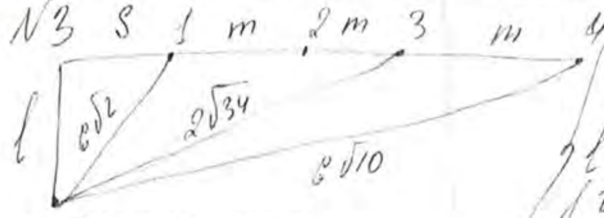
$$\frac{r_2}{R} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\cdot(1-\sin\frac{\alpha}{2})}{(1+\sin\frac{\alpha}{2})^2} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}{\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{1}{8}$$

Ответ: $\frac{r_2}{R} = \frac{1}{8}$ — max при α_{max}: $\sin\frac{\alpha_{max}}{2} = \frac{1}{3}$

+

OJ85-28

N3



$$\begin{cases} l^2+S^2=(6\sqrt{2})^2 \\ l^2+(S+2m)^2=(2\sqrt{34})^2 \\ l^2+(S+3m)^2=(6\sqrt{10})^2 \end{cases} \Rightarrow$$

центральный пост

$$\Rightarrow \begin{cases} l^2+S^2=72 \\ l^2+S^2+4Sm+4m^2=136 \\ l^2+S^2+6Sm+9m^2=360 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4Sm+4m^2=64 \\ 6Sm+9m^2=288 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Sm+m^2=16 \\ 2Sm+3m^2=96 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 2Sm+2m^2=32 \\ 2Sm+3m^2=96 \end{cases}$$

$$m^2=64$$

$$m=8 \text{ м}$$

$8S+64=16 \Rightarrow S=-6.$

т.к. задача реалистична, то $S=6$ м

$l^2=72-36=36 \Rightarrow l=6$

Ответ: от поста до линии $=6$ м

~~рас~~ $m=8$ м.

OJ85-28

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

1 2 3 4 5 6 7 - 3
1 2 3 4 5 6 7 - 3 8
1 2 3 4 5 6 7 - 2

1 2 3 4 5 6 7 - 3
1 2 3 4 5 6 7 - 2 17
1 2 3 4 5 6 7 - 1

1 2 3 4 5 6 7 - 2
1 2 3 4 5 6 7 - 1 3

1 2 3 4 5 6 7 - 2
1 2 3 4 5 6 7 - 1 4
1 2 3 4 5 6 7 - 1

1 2 3 4 5 6 7 - 3
1 2 3 4 5 6 7 - 2 6
1 2 3 4 5 6 7 - 1
10

1 2 3 4 5 6 7 - 2 3
1 2 3 4 5 6 7 - 1

1 2 3 4 5 6 7 - 1

1 2 3 4 5 6 7 - 1

$17 + 10 + 4 + 1 = 32$

Ответ: 32

−

№4

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

$a_{n-1} = q a_n$

$a_{n-2} = q a_{n-1} = q^2 a_n$ $\quad q < 0$

$a_0 = q^n a_n$

$a_{n-i} = q^i a_n$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$P_n(x)=a_nx^n+qa_nx^{n-1}+q^2a_nx^{n-2}+\ldots+q^{n-1}a_nx+q^na_n$

$\frac{P_n(x)}{a_n}=x^n+qx^{n-1}+q^2x^{n-2}+\ldots+q^{n-1}x+q^n$

$\frac{P_n(x)}{a_nq^n}=\left(\frac{x}{q}\right)^n+\left(\frac{x}{q}\right)^{n-1}+\ldots+\frac{x}{q}+1$

$\frac{P_n(x)}{a_nq^n}=t^n+t^{n-1}+\ldots+t+1,\ t=\frac{x}{q}$

$P_n(x)=a_nq^n(t^n+t^{n-1}+\ldots+t+1)$

n - нечётное число

$P_n(x)=0$ при $\left[\begin{array}{l}a_n=0\\ q^n=0\\ t^n+t^{n-1}+\ldots+t+1=0\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}a_n=0 \text{ - не выполняется}\\ q=0 \text{ - не выполняется}\\ Q_n(t)=0\end{array}\right.$ по условию

$Q_n(t)$:

в силу того, что n - нечётное число

$Q_n(t)=t^n+t^{n-1}+\ldots+t+1=(t+1)(\underbrace{t^{n-1}}+\underbrace{t^{n-3}}+\ldots+1)$

чётной степени $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ скобка ≥ 1

$Q_n(t)=0$ при

$\left[\begin{array}{l}t+1=0\\ t^{n-1}+t^{n-3}+\ldots+1=0\end{array}\right.$ ≥ 1, следовательно, нет корней

$t=-1$

$\frac{x}{q}=-1$ т.к. $q<0$, то $x=|q|\to\geq 0$ ч.т.д.

Ответ: $|q|$ +

OJ85-28

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

МА67-14

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Сущева

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Егоровна

Дата рождения 20.09.2006 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Сущ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МА67-14

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Не более двух голодных дней подряд → не должно быть 4 дня подряд, не должно быть три дня подряд.

Рассмотрим, сколько всего способов выбрать 4 голодных дня:

$\frac{10!}{4!\cdot 6!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2} = 210$

Сколько способов 4 дня подряд: первый ... последний

(Всего таких возможных 7 случаев (7 дней начала для четверки)).

Сколько всего способов для 3 дней подряд:

1) когда тройка первые → есть 6 способов расставить единичный оставшийся

2) когда тройка вторая → 5 способов расставить единичный оставшийся

3) Для каждой следующей тройки (сдвинутой на 1) всегда будет 5 способов, ведь левее тоже нельзя ребенку по одной уд. позиции, также справа также обязательно

а послед. тройки?

Т.е. для троек → $6+7\cdot 5$ (всего 8 возможных позиций начала тройки)

Тогда ответ: $\frac{10!}{4!\cdot 6!} - 7 - (6+7\cdot 5) = 210 - 7\cdot 6 - 6 = 210 - 48 = 162$

Ответ: 162

Задача №3

Запись числа A можно представить в виде $\overline{x3}$, где x — A, нацело деленное на 10, 3 — последняя его цифра.

по условию $\overline{x3} \vdots 99$, также $3x = 27 + \overline{x3}$ (3x — это умножение)

Рассмотрим левую часть равенства: $27 + \overline{x3}$ → последняя цифра оканчивается нулем, значит, т.к. это равняется левой части, последняя цифра $x \to 0$.

Опять рассмотрим правую часть равенства: ∃ x, нацело деленное на 10 → y. Тогда $27 + \overline{y03}$ → последние две цифры → 30, значит, последние две цифры $x \to 30$ (из-за равенства левой части).

т.е. изначально, что $A^{(x3)}$ можно было представить в виде: $z = X$, Начало целиком на это $z303$. Нам также известно, что $A \vdots 99 \to A \vdots 9$, т.е. сумма цифр числа $A \vdots 9$.

Это значит (т.к. $z303$), что ~~z~~ сумма цифр числа z должна делиться на 3, но не должна на 9, ведь тогда сумма цифр ($n+6 \not\vdots 9$) A не будет делиться на 9. (1)

(2) Также из условия: правое число $\vdots 9$ $(27 \vdots 9, A \vdots 9)$

$3X = 27 + X3$ (и A). Тогда $3X \to$ тоже $\vdots 9$

т.е. $3z303 \vdots 9 \to$

$\to$ сумма цифр числа $\vdots 9 \to$ Сумма цифр $z \vdots 9$ ведь остальные цифры в сумме делятся на 9.

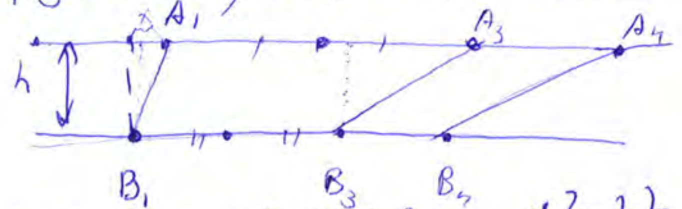
Получили противоречие: из первого пункта: сумма цифр $\not\vdots 9$, а из (2) $\to$ сумма цифр (z) делится на 9.

↓

Такого быть не может, число A не существует

ЧТД.

Задача № 2. Допустим ~~Предположим~~, что они параллельны



$\exists X$ - изначальное расстояние между проекцией B_1 на линию A и A_1

тогда, из первого $A_1B_1^2$: по т. Пифагора $x^2 + h^2 = 225 \cdot 2$ (h - расстояние между прямыми)

$A_3B_3^2 = (2m - 2y + x)^2 + h^2 = 25 \cdot 34.$

$A_4B_4^2 = (3m - 3y + x)^2 + h^2 = 225 \cdot 10.$

Для удобства обозначим $m-y=a$ и составим систему.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} (1)\ x^2+h^2=225\cdot 2 \\ (2)\ (x+2a)^2+h^2=25\cdot 34 \to x^2+4a^2+4ax+h^2=25\cdot 34 \\ (3)\ (x+3a)^2+h^2=225\cdot 10 \to x^2+9a^2+h^2+6ax=225\cdot 10 \end{cases}$$

Тогда, вычтем из (2) и (3) → (1).

$$\begin{cases} (2)\ 4a^2+4ax=25\cdot 34-225\cdot 2=25(34-18)=25\cdot 16 \\ (3)\ 9a^2+6ax=225\cdot 10-225\cdot 2=225\cdot 8 \end{cases}$$

$\to a^2+ax=25\cdot 4=100$

вычтем из (3) (2)·6:

$$3a^2=225\cdot 8-600=25(72-24)=25\cdot 48=\cancel{225}$$

$a^2=25\cdot 16 \quad a=5\cdot 4=20$.

Тогда x: $a^2+ax=100$.

$400+20x=100 \quad x=-\frac{300}{20}=-15$.

(Значит, рисунок изначально неправильный — проекция B, что A лежит между A_1 и A_2) → из-за этого отриц. x.

Тогда $h=\sqrt{225\cdot 2-225}=\sqrt{225}=15$ (из (1))

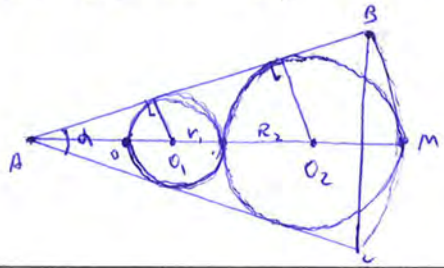
Система имеет решение, значит, прямые могут быть параллельны

h — расстояние между ними

Ответ: 15.

Задача №4.

Т.к. центры вписанных в угол окружностей лежат на биссектрисе (т.к. расстояния от любой точки биссектрисы до сторон равно), то и вписанная лежит на ней.
$AB=AC=AM=R$



то $R=2(r_1+R_2)+x$, где $x=AO$

$L=\frac{R-x}{2}$ ‖ L

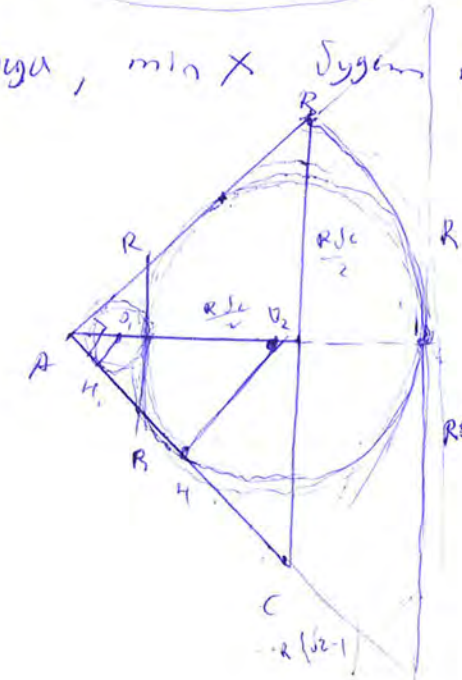
найдем зависимость $x(\alpha)$,

→ тогда L, будем при max

Чем меньше будет угол, тем меньше расстояние между углами сторонами ($B(=2\cdot R\cdot\sin\alpha)$ (при $\alpha < \frac{\pi}{2}$)) → тем меньше R_2 большой окружности → тем больше она будет вписанной окружности (чтобы касаться и сторон и ее) → тем ближе к окружности вписанной маленькая окружность (r_1) → ведь ей надо касаться окружности R_2.

→ тем больше x ($R = \cos\alpha$, x - расстояние между полюсов окружностей и A / AO)

Тогда, $\min x$ будет при $\max(\alpha)$ → $\alpha = \frac{\pi}{2}$.



$S = \frac{R\cdot 2R}{2} = R^2$

$S = p\cdot R_2 = \frac{(2R\sqrt{2}+2R)}{2}\cdot R_2$

$R^2 = (R\sqrt{2}+R)\cdot R_2$

$R = (\sqrt{2}+1)R_2$

$R_2 = \frac{R}{\sqrt{2}+1}$

$\frac{\alpha}{2} = 45°$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{O_1H}{AO_1} = \frac{r_1}{r_1+x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2r_1 = \sqrt{2}r_1 + \sqrt{2}x$

$x = \frac{2r_1(2-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$

$R = 2r_1 + 2R_2 + x = 2r_1 + \frac{2\cdot R}{\sqrt{2}+1} + \frac{r_1(2-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$

$R\left(1-\frac{2}{\sqrt{2}+1}\right) = r_1\left(2+\left(\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\right)$ $r_1 = \frac{R\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}}$

$= \frac{R(2+1-2\sqrt{2})\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$r_1 = \frac{R(3-2\sqrt{2})\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ $R_2 = \frac{R}{\sqrt{2}+1}$

Ответ по задачу $\frac{r_1+R_2}{R} = \frac{(3-2\sqrt{2})\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

$= \frac{(3\sqrt{2}-4)(\sqrt{2}+1)+2+\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)} =$

$= \frac{6-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4+2+\sqrt{2}}{(2\sqrt{2}+2+2+\sqrt{2})} = \frac{4}{(3\sqrt{2}+4)}$

Ответ: $\frac{4}{(3\sqrt{2}+4)}$. при $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2}$.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Уфа	XW39-20	← Не заполнять Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17771

ФАМИЛИЯ Тимонин

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 16.09.2010 Класс: 7

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Мим

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

1. ~~Разноцветные~~
Разноцветные варианты = Все - неразноцветные

Все : $\frac{12\cdot 11\cdot 10}{6}$ т.к. порядок выбора не важен

неразноцветные: $\frac{\overset{\text{вариантов для 1 цвета}}{4\cdot 3\cdot 2}}{6}\cdot \underset{\text{кол-во цветов}}{3}$

$\Rightarrow$ Разноцветн. $= \frac{12\cdot 11\cdot 10}{6} - \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 3}{6} =$
$220 - 12 = 208$

+

2. Пусть $A = \overline{1ab} = 100+10a+b \Rightarrow$
II число $= 100a+10b+1 \Rightarrow$ Пусть $k\in N$
- это частное II числа и $A \Rightarrow k>1$, т.к. II>A
$k<10$ иначе II ≥ 1000

+

$\Rightarrow \frac{100a+10b+1}{100+10a+b} = k$

$100a+10b+1 = 100k+10ak+bk$

$10a(10-k)+b(10-k) = 100k-1$

$(10a+b)(10-k) = 100k-1$

$\Rightarrow 100k-1$ - это число вида: $\overline{(k-1)99}$

$\Rightarrow$ ~~k=1~~ Если:

$k=2$: $2-1=1 \Rightarrow 199$, $199 \not\vdots (10-2)$

$k=3$: $3-1=2 \Rightarrow 299$, $299 \not\vdots (10-3)$

$k=4$: $4-1=3 \Rightarrow 399$, $399 \not\vdots (10-4)$

$k=5$: $5-1=4 \Rightarrow 499$, $499 \not\vdots (10-5)$

$k=6$: $6-1=5 \Rightarrow 599 \not\vdots (10-6)$

$k=7$: $7-1=6 \Rightarrow$ ~~$699 \not\vdots (10-7)$~~ $699 \vdots (10-7) \Rightarrow (10a+b) = \frac{699}{3} =$
~~k=8~~ $= 233$, но $10a+b \leq 99$ (т.к. a и b цифры) $\Rightarrow$ нет

$k=8$: $8-1=7 \Rightarrow 799 \not\vdots (10-8)$

$k=9$: $9-1=8 \Rightarrow 899 \vdots (10-1) \Rightarrow 10a+b = \frac{899}{1} =$
899, но $10a+b \leq 99 \Rightarrow$ нет $\Rightarrow A$ не существует

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. Пусть x - кол-во баков, b - кол-во литров в баке, c - сколько проезжает на 1 баке

$\Rightarrow$ по. его формуле расчёта:

$\frac{xb}{(\frac{3}{4}+x)c}$ - правильный ответ

рассмотрим вариант с самым сильным отклонением

$\Rightarrow$ $100\% - \frac{x}{(\frac{3}{4}+x)} \cdot 100\% \leq 1\%$

$100(\frac{3}{4}+x) - 100x \leq (\frac{3}{4}+x)$

$75 + 100x - 100x \leq 0{,}75 + x$

$75 \leq x + 0{,}75$

$x > 74{,}25$ ~~[illegible]~~ баков

$\Rightarrow$ $x \geq 75$ бакам

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

5. Расмотрим ситуации при разных людях в главных ролях.
глав. герой – Липкин ⇒ он уч. если Ж гл.гер.,
но г.г. – Л. ⇒ Л. – не гл.г.

глав. герой – Шапкин ⇒ т.к. он будет чаще Тапкина ⇒ он не сможет с Тапк. и Охап. (и с Л. т.к. он только с Ж) ⇒
с Ж. и Треп. ⇒ если Ж – ~~эп~~ втор. ⇒ Треп. эп., не будет ведь Треп. должен чаще Ж. ⇒
Ж – эп ⇒ Роль втор. у Тр. ⇒ Ж – откажеться ⇒
Ш – не г.г.

глав. герой Тапкин ⇒ Ох. и Ж. не могут. вместе ⇒ если Ох, то не Ш, не Тр (тапкин чаще), не Л ⇒ не может
⇒ если возьмём Ж, то останетсе Ш ⇒
Ш – не эп. ⇒ Ш – II ⇒ Ж – эп. ⇒
Тапкин – главный герой, Шапкин второстепенный (втор. план), Жабкин – эп изодический.

Шапкин реже Тапкина, нет Охапкина,
Шапкин не эп., Жабкин не втор. план,
нет Трапкина ⇒
всё соблюдено

+

Ответ: Тапкин главный герой, Шапкин второй план, Жабкин эпизодический.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

11	дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

FK12-67

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ Тимошенко

ИМЯ Евангелина

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 20.12.2012 **Класс:** 5

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЕД

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

FK12-67

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FK12-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5.

Нам надо узнать 4 цифры, которые соответствуют буквам:

М - 9
О - 8
Л - 6
Т - 5

Мы уже можем узнать почти все. „СТОЛ" и „СТО" очень похожи, но с разницей с буквой „Л". „СТОЛ"-„СТО"=23-17=6. В слове „МОСТ" тоже скрывается „СТО", если переставить буквы. „МОСТ"-„СТО"=26-17=9.

В слове „МОСТ" скрывается ещё и „СОМ". „СОМ"-„МОСТ" без „Т". 26-21=5. Осталось найти „О". Пока мы можем найти только „С"+„О"=17-5=12. Теперь мы знаем, что „С"≥4, так, как 12-1=11. 11 не может быть буквой. 12-2=10. 10 не может быть буквой. 12-3=9. 9-„М". 9 уже занята. А вот (12-4) 8 не занята.

Учитывая, что „ВЕС"=5, и в ней нет буквы „О", но есть „С" — „С"≤4 потому, что 5+0+0=5, но цифры не могут повторятся, а вот 4+1+0=5, ничего не повторяется. Значит, „С"≤4 и „С"≥4, „С"=4.

12-4=8 М О Л О Т
9 8 6 8 5 Ответ: 98685.

+

Задача №4.

КТО / что делает	К	Ч	З	Х	М
рисует	V				
поёт			V		
танцует					
дрессирует					V
пишет стихи		V			

Если Колошмак не рисует, тогда Хрюкозанец поёт, тогда Мармаглаец не дрессирует, тогда Колошмак танцует, тогда Чупабряк не танцует тогда Земляник поёт, тогда не складывается. и Хрюкозанец и Земляник поют. Но сказано,

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FK12-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

что так не может быть.

Значит, надо попробовать другой вариант:

Если Колошмак рисует, тогда Хрюкозанец не поёт, тогда Мармагулец дрессирует, тогда Колошмак не танцует, тогда пишет стихи- Чупабряк, тогда Землянин - поёт.

Ответ: Колошмак - рисует

Чупабряк - пишет стихи

Землянин - поёт

Мармагулец - дрессирует

Хрюкозанец - не сказано. ??

±

Задача №2.

5 7 10 14 16

Петя ходит первый.

5 можно поделить 4 раза.

7 можно поделить 6 раз.

10 можно поделить 9 раз.

14 можно поделить 13 раз.

16 можно поделить 15 раз.

±

Всего всё вместе можно поделить (4+6+9+13+15) 47 раз. (Если делить чётное кол-во раз (пусть будет 4) - |...| Петя поделил: |..|..|. Гриша поделил: |.|.|..|. Петя поделил: |.|.|.|.|. Закончил тот, кто и начал.)

(Если нечётное кол-во раз (пусть - 5) - |.....| Петя - |...|..|. Гриша - |.|..|.|..|. Петя - |.|.|.|.|..|. Гриша - |.|.|.|.|.|. 47 - нечётно.

Ответ: Гриша победит (по закономерности).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FK 12-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1.

$\underbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 8}$ - 7 гномов.

29 наград можно распределить так:)

1+2+3+4+5+6+8=29. Возможно, что у гномов было именно такое количество наград.

Ещё один пример: 0+1+2+3+4+5+14=29.

Ответ: Возможно, что у всех гномов будет разное кол-во наград.

Задача №3.

Так как 2025⋮̸4, такого быть не может.

Сколько бы команд не было, при делении на любое число, ответ не будет делится на 4.

На 4 надо делить так, как только так можно получить число и ещё одно, в 3 раза больше.

Ответ: это невозможно.

FK12-67

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
M11F04	дистанционно, с использованием ВКС

шифр: ZA 92-73 ← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Тналиев

ИМЯ Марсель

ОТЧЕСТВО Айбарымович

Дата рождения 29.03.2006 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA92-73

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 92-73

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

4 голодных, 6 обжорных дней. ≤ 2 дней подряд голодные дни.

У нас 10 дней. ~~Спос~~ Всего способов их распределить:

~~$\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4!}$~~ $C_{10}^{4} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 30\cdot 7 = 210$ способов ✓

Посчитаем способы, когда у нас ≥ 3 голодных дня ~~не~~ подряд.

1) Все 4 голодных дня подряд.

"Объединим" эти 4 дня в один и тогда у нас 1 г. день, 6 обжорных, способов распределить эти дни: $C_7^1 = 7$ сп. ✓

2) 3 голодных дня подряд и один отдельно.

Объединим эти 3 дня в один. Итого у нас 8 дней. ~~Назовем~~ Пусть эти 3 дня - буква Г, обжорные дни - буква О, ~~от~~ ост. ~~г. день~~ гол. день - буква Х.

Г О О Х О О О О

Г может занимать любое из 8 мест, если он вначале или вконце то 8-2=6 свобод. мест для Х. Итого 2 · 6 = 12 способов.

Если Г занимает ~~А~~ любое место, что не с краю, то слева и справа от Г ~~Х~~ ~~не~~ не может стоять Х, итого для Х 5 способов ~~расстановки~~ в каждом случае. Итого ~~6~~ 6 · 5 = 30 способов.

Все способы мы посчитали по ~~о~~ одному разу, т.к. мы рассматривали разные случаи.

Итого ≥ 3 ~~г.~~ гол. дня подряд могут быть в 7 + 12 + 30 = 49 сп. - нам не подходят, все остальные распределения дней нам подходят, там ≤ 2 ~~дней~~ голодных дня подряд. 210 - 49 = 161 способ.

Ответ: 161

(+)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$A = \overline{x3} = 10x+3$.

$A \vdots 99 \Rightarrow A \vdots 9$, $A \vdots 11$. ~~Рассм~~ Пусть новое число $\overline{3x} = A'$, $S(A) = S(A')$ т.к. $A + 27 = A'$, $A \vdots 9 \Rightarrow A' \vdots 9$,

($S(n)$ – сумма цифр числа n)

Пусть S_1 – сумма цифр на нечётных местах, начиная с последней цифры (например, для 568973 $S_1 = 6+9+3 = 18$)

S_2 – сумма цифр на чётных местах, начиная с посл. цифры (для 568973 $S_2 = 5+8+7 = 11$).

Тогда по признаку делимости на 11 $S_1 - S_2 \underset{11}{\equiv} 0$ т.е. $S_1 \underset{11}{\equiv} S_2$.

Если в A чётное кол-во цифр, то в A' – тоже, и при перестановки последней цифры 3 ~~S_1 и S_2~~ суммы S_1 и S_2 не поменяются (все поменяются $S_1' = S_2$, $S_2' = S_1$) и $S_1' - S_2' \underset{11}{\equiv}$ ~~...~~ $-(S_1 - S_2) \underset{11}{\equiv} 0$, и $A' \vdots 11$, но $A' = A + 27$,

$A \underset{11}{\equiv} 0$, $A' \underset{11}{\equiv} 0+0+5 = 5$ $A' \not\vdots 11$, противоречие.

Если же в A нечётное кол-во цифр, то то при перестановки цифры 3 в начало с конца, то сумма $S_1' = S_2 + 3$, $S_2' = S_1 - 3$, и $S_1' - S_2' = S_2 + 3 - S_1 + 3 = S_2 - S_1 + 6 = 6 - (S_1 - S_2) \underset{11}{\equiv} 6 - 0 \underset{11}{\equiv} 6$, ~~то~~ $A' \Rightarrow A' \underset{11}{\equiv} 6$, но

$A' = A + 27 \underset{11}{\equiv} 5$, противоречие. Значит, такого числа A не существует.

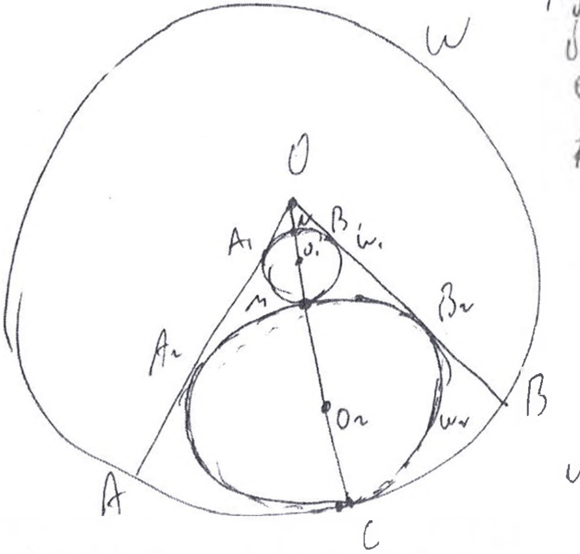
Ответ: такого числа не существует.

+

ZA92-73

№4

$0 < \alpha \le \frac{\pi}{2}$



Пусть ~~k~~ меньшая окр-ть w_1, большая окр-ть w_2, исходная окр-ть - w

~~Rg~~ $R_w = R$, $R_{w_1} = r_1$

$R_{w_2} = r_2$

т.к w_1 и w_2 вписаны в угол $AOB = \alpha$, то центры O_1 и O_2 w_1 и w_2 соотв лежат на бис-се угла AOB, к-я пересекает w в т. C, $AO = OC = OB = R$.

Пусть $w_1 \cap w_2 = M$, тогда $O_2M = r_2$, $O_1M = r_1$.

$\angle AOC = \angle COB = \frac{\alpha}{2}$, $w_1 \cap AO; BO = A_1; B_1$.

Пусть $w_2 \cap AO; BO = A_2; B_2$,

$d = O_1O_2 = r_1 + r_2$.

т.к. w_1 и w_2 касаются AO и BO, то ~~$O_1B_1 \perp OB$~~

O_1B_1, $O_2B_2 \perp OB$, O_1A_1, $O_2A_2 \perp AO$.

$OC \cap w_1 = M; N$, $ON = OC - NC = R - 2(r_1 + r_2)$

в $\triangle OO_1B_1$ $\frac{O_1B_1}{OO_1} = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow OO_1 = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$,

в $\triangle OO_2B_2$ $\frac{O_2B_2}{OO_2} = \sin\frac{\alpha}{2} \Rightarrow OO_2 = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}}$.

$OO_2 - OO_1 = r_1 + r_2 = \frac{r_2 - r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

$ON = OO_1 - NO_1 = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 = r_1\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\right)$

$R - 2(r_1 + r_2) = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 \iff R = 2(r_1 + r_2) - r_1 + \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

$R = \frac{2(r_2 - r_1)}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 + \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2r_2 - 2r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 + \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2r_2 - r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1$ (1)

$ON = OO_2 - NO_2 = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 2r_1 - r_2 = R - 2r_1 - 2r_2 \iff$

$\iff \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_2 = R - 2r_2 \iff r_2\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right) = R$ (2)

$2R = \frac{2r_2 - r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 + \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

(2) − (1):

$$\frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} + r_2 + r_1 + \frac{r_1 - 2r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{r_1 - r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} + \frac{r_2 - r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} = 0.$$

$$r_1 + r_2 = \frac{r_2 - r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow r_1 + \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 \Leftrightarrow r_1\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right) = r_2\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\right)$$

$$\Leftrightarrow r_1 = \frac{r_2\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\right)}{\left(1 + \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right)} = \frac{r_2\left(1 - \sin\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$(2)\ R = r_2\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right) = r_2\left(\frac{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$r_1 + r_2 = \frac{r_2\left(1 - \sin\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}} + r_2 = r_2\left(\frac{1 - \sin\frac{\alpha}{2}}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right) = r_2\left(\frac{1 - \sin\frac{\alpha}{2} + 1 + \sin\frac{\alpha}{2}}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}\right) =$$

$$= \frac{r_2 \cdot 2}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}} = d$$

$$\frac{d}{R} = \frac{r_2 \cdot 2}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}} : \frac{r_2\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2r_2 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2 \cdot r_2} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} *$$

Искомая доля равна $\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1 + \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$

$0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

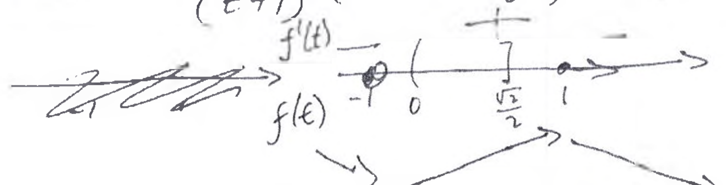
$0 < \frac{\alpha}{2} \leq \frac{\pi}{4}$, от 0 до $\frac{\pi}{4}$ ф-ия $\sin x$ возрастает, соответственно $\sin\frac{\alpha}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = t \in \left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

$$\frac{d}{R} = f(t) = \frac{2t}{(1+t)^2}$$

$$f'(t) = \frac{2(1+t)^2 - 2t \cdot 2(1+t)}{(1+t)^4} = \frac{2(t^2+2t+1) - 4t(t+1)}{(t+1)^4} =$$

$$= \frac{2t^2 + 4t + 2 - 4t^2 - 4t}{(t+1)^4} = \frac{2 - 2t^2}{(t+1)^4} = \frac{2(1-t^2)}{(t+1)^4} = \frac{2(1-t)(1+t)}{(t+1)^4}$$



Пусть t определена на всей числ. оси, кроме $t = -1$. $(t+1 \neq 0)$

~~При $t \in ($~~ ~~При~~

при $t \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ $f(t)$ убывает, при $t \in (-1; 1]$ $f(t)$ возрастает, т.к $t = \sin\frac{\alpha}{2}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right]$ то $t \in \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$, на данном полуинтервале $f(t)$ возрастает, и т.к $f(t) = \frac{d}{R}$ — искомая величина,

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 92-73

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

Которую нужно максимизировать, то данный максимум достигается при $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$, т.е $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \frac{\alpha}{2}=\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \alpha=\frac{\pi}{2}$.

$f(t)=\frac{2t}{(1+t)^2}$. $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^2}=$

$=\frac{\sqrt{2}}{\left(\frac{4+2+4\sqrt{2}}{4}\right)}=\frac{4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=$

$=\frac{6\sqrt{2}-8}{9-8}=6\sqrt{2}-8$ – достигается при $\alpha=\frac{\pi}{2}$.

+

Ответ: $6\sqrt{2}-8$, достигается при $\alpha=\frac{\pi}{2}$

№5

$P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$

$a_n=bq$; $a_{n-1}=bq^2$, $a_{n-2}=bq^3$, …, $a_1=bq^n$, $a_0=bq^{n+1}$

$\sum_{1}^{n} a_i=bq(1+q^2+\ldots+q^n)=\frac{bq(1-q^{n+1})}{1-q}$

$n\,\vdots\,2$; $P_n(-1)=a_n-a_{n-1}+a_{n-2}+\ldots+-a_1+a_0=bq-bq^2+bq^3-\ldots-bq^n+bq^{n+1}=$

$=bq(1-q+q^2-q^3+q^4+\ldots-q^{n-1}+q^n)=bq(1+q^2+\ldots+q^n-(q+q^3+\ldots+q^{n-1}))$,

~~$=bq(1+q^2+\ldots=bq\left(\frac{1-q^2}{1-q^2}\right)\frac{}{1-q^2}$~~

$=0$, при чётном n выделить корень -1,

аналогично при нечётном n. При отриц. q будет тоже самое, только вместо -1 корнем будет 1. Можно будет подобрать такое a_0 и q, чтоб что многочлен $P_n(x)$ будет о пересечений с осью OX, кроме ±1 (1 если $q<0$, -1 если $q>0$),

почему?

При $n=2025$ такой многочлен существует, пример можно не приводить.

Ответ: $n=2025$

+

ZA92-73

Лист 05 из 05

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ

Место проведения

IL 98-47

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Усманова

ИМЯ Алина

ОТЧЕСТВО Руслановна

Дата рождения 19.08.2006 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IL98-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание 1.

Пусть голодные дни – это „0", обжорные – это „1". Всего 10 дней, т.е. нужно распределить четыре „0" и шесть „1" на десять мест; это можно сделать C_{10}^4 способами, однако здесь учтены и способы, где есть три или четыре голодных дня подряд, значит, для искомого ответа нужно вычесть эти способы.

1) Пусть идут 4 голодных дня подряд, тогда получается шесть „0" и один блок „1111" => всего 7 мест, из которых нужно выбрать одно для „1111" => таких способов C_7^1

2) Пусть идут 3 голодных дня подряд, тогда получается шесть „0", один „111" и один „1" => 8 мест, из которых нужно выбрать одно для „111", а затем из оставшихся семи одно для „1" => таких способов $C_8^1 \cdot C_7^1$ дубли

=> искомый ответ равен $C_{10}^4 - C_7^1 - C_8^1 \cdot C_7^1$

$= \frac{10!}{4!\,6!} - 7 - 7\cdot 8 = 210 - 7 - 56 = 147$

$\mp$

Ответ: 147

Задание 3

Пусть $A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 3}$ => после перестановки 3

$A' = \overline{3 a_n a_{n-1} \dots a_1}$; $A + 27 = A'$ =>

$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + 3 + 27 = 3 \cdot 10^n + a_n \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1$

$a_n (10^n - 10^{n-1}) + a_{n-1} (10^{n-1} - 10^{n-2}) + \dots + a_1 (10 - 1) = 3 \cdot 10^n - 30$

$a_n \cdot 10^{n-1} \cdot 9 + a_{n-1} \cdot 10^{n-2} \cdot 9 + \dots + a_1 \cdot 9 = 30 \cdot (10^{n-1} - 1)$

$9 \cdot \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1} = 30 \cdot 9 \cdot \underbrace{\overline{11\dots1}}_{\cancel{n \text{ раз}}\ n-1 \text{ раз}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IL 98-47

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1} = \overline{\underbrace{33\ldots3}_{n-1}0} \Rightarrow$

$A = \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_1 3} = \overline{\underbrace{33\ldots3}_{n-1}03}$; $\overline{\underbrace{33\ldots3}_{n-1}03} \vdots 11$

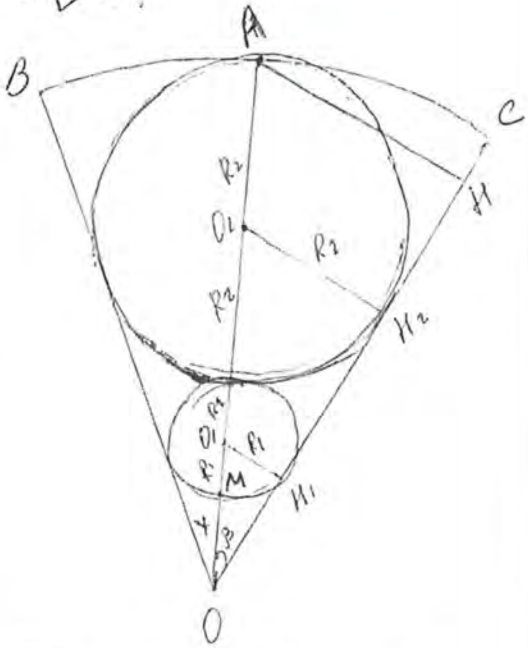
Если $n \vdots 2$ $(n = 2k)$, то $A = \overline{\underbrace{3\ldots3}_{2k-1}03}$; сумма цифр на нечетных позициях равна $k \cdot 3 + 3 = 3(k+1)$, сумма цифр на четных позициях равна $3\cdot(k-1) \Rightarrow$ их разность (сумм) равна 6 и $6 \not\vdots 11 \Rightarrow A \not\vdots 11$.

Если $n \not\vdots 2$ $(n = 2k+1)$, то $A = \overline{\underbrace{3\ldots3}_{2k}03}$; сумма цифр на нечетных позициях равна $k\cdot 3 + 3 = 3(k+1)$; сумма цифр на четных позициях равна $3k \Rightarrow$ их разность равна 3 и $3 \not\vdots 11 \Rightarrow A \not\vdots 11$ (т.к. признак делимости на 11) $\Rightarrow$ такого числа не существует.

+

Ответ: такого числа не существует.

Задание 4



Дано: круг. сектор, радиус R, центр. угол α $(\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}])$,

~~ω_1, ω_2 (касаются внешне)~~,

$\omega_1(O_1, R_1)$, $\omega_2(O_2, R_2)$, кас. внешне и сектора; OB, OC – стор. сектора

Найти: $\left(\frac{O_1O_2}{R}\right) max$; α – ?

Решение: пусть $\beta = \frac{1}{2}\alpha$;

проведем OO_1O_2 через центры ω_1 и ω_2 (O – центр сектора); прямая $OO_1 \cap \omega$ (сектор) $= A$; OA – бис-са для 2α; опустим из O_1 и O_2 радиусы в точки

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

касание; они будут перпендикулярны стороне сектора OC; $\Rightarrow O_1H_1 \perp OC$, $O_2H_2 \perp OC$; проведем $AH \perp OC$;

$\triangle OO_1H_1 \sim \triangle OO_2H_2$ и $\triangle OO_1H_1 \sim \triangle OAH_2$ по двум углам ($\angle AOC = \beta$ общий, $\angle OH_1O_1 = \angle OH_2O_2 = \angle OHA = 90°$) $\Rightarrow \frac{OO_1}{O_1H_1} = \frac{OO_2}{O_2H_2} = \frac{OA}{AH}$;

пусть $OA \cap \omega_1 = M \Rightarrow OM = x \Rightarrow$

$$\frac{x+R_1}{R_1} = \frac{x+2R_1+R_2}{R_2} = \frac{x+2R_1+2R_2}{AH};$$

$OA = R$, т.к. $A \in \omega$ (сектору) $\Rightarrow$ в $\triangle AOH$

$$\sin\angle AOH = \sin\beta = \frac{AH}{AO} = \frac{AH}{R} \Rightarrow AH = R\cdot\sin\beta \Rightarrow$$

$$\frac{x+R_1}{R_1} = \frac{x+2R_1+R_2}{R_2} = \frac{x+2R_1+2R_2}{R\cdot\sin\beta}$$

$$x\cdot R_2 + R_1R_2 = x\cdot R_1 + 2R_1^2 + R_1R_2$$

$$x = \frac{2R_1^2}{R_2-R_1} \Rightarrow \frac{x+R_1}{R_1} = \frac{2R_1^2+R_1R_2-R_1^2}{R_1(R_2-R_1)} = \frac{R_1+R_2}{R_2-R_1}$$

$$R = x+2R_1+2R_2 = \frac{2R_1^2}{R_2-R_1} + 2(R_1+R_2) = \frac{2R_1^2+2R_2^2-2R_1^2}{R_2-R_1} = \frac{2R_2^2}{R_2-R_1}$$

Пусть $f(x) = \frac{R_1+R_2}{R} \Rightarrow f(x) = \frac{(R_1+R_2)(R_2-R_1)}{2R_2^2} = \frac{R_2^2-R_1^2}{2R_2^2} =$

$$= \frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right)$$

$$\frac{x+R_1}{R_1} = \frac{x+2R_1+2R_2}{R\cdot\sin\beta};$$

$$\frac{x+2R_1+2R_2}{R\sin\beta} = \frac{1}{R\sin\beta}\left(\frac{2R_1^2+2R_2^2-2R_1R_2+2R_1R_2-2R_1^2}{R_2-R_1}\right)$$

$$= \frac{2R_2^2}{(R_2-R_1)R\sin\beta}; \quad \frac{x+R_1}{R_1} = \frac{R_1+R_2}{R_2-R_1} \Rightarrow$$

$$\frac{R_1+R_2}{R_2-R_1} = \frac{2R_2^2}{(R_2-R_1)R\sin\beta}$$

$$(R_1+R_2)R\sin\beta = 2R_2^2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$(R_1+R_2)\cdot\frac{2R_2^2}{R_2-R_1}\cdot\sin\beta = 2R_2^2$$

$$(R_1+R_2)\sin\beta = R_2-R_1$$

$$R_2(1-\sin\beta)=R_1(1+\sin\beta) \Rightarrow \frac{R_1}{R_2}=\frac{1-\sin\beta}{1+\sin\beta}\Rightarrow$$

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{(1-\sin\beta)^2}{(1+\sin\beta)^2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1+2\sin\beta+\sin^2\beta-1+2\sin\beta-\sin^2\beta}{(1+\sin\beta)^2}\right)$$

$$=\frac{2\sin\beta}{(\sin\beta+1)^2};\quad \alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cancel{\beta} = \frac{\alpha}{2} = \beta\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right]$$

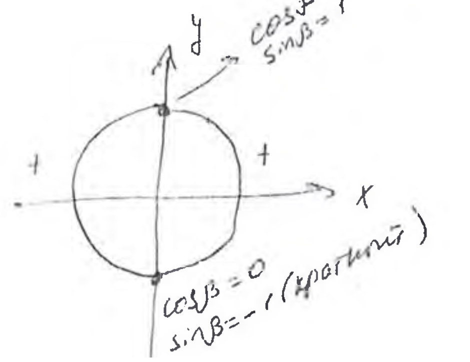
$$f'(x)=\frac{2\cos\beta\cdot(\sin\beta+1)^2-2\sin\beta\cdot 2(\sin\beta+1)\cdot\cos\beta)}{(\sin\beta+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2\cos\beta(\sin^2\beta+2\sin\beta+1-2\sin^2\beta-2\sin\beta)}{(\sin\beta+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{2\cos\beta(1-\sin\beta)(1+\sin\beta)}{(\sin\beta+1)^4}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow$$

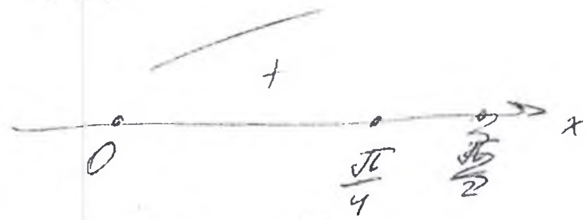
$$\left[\begin{array}{l}\cos\beta=0\\ \sin\beta=1\\ \sin\beta=-1\ (\text{кр.}5)\end{array}\right.$$



$$\beta=0\Rightarrow f'(x)=\frac{2\cdot1\cdot1}{1}>0$$

$$\Rightarrow f'(x)\geq 0 \text{ при } \beta\in\mathbb{R}$$

$$\Rightarrow f(x)\ max \text{ при } \beta=\frac{\pi}{4}$$



$$f(x)_{max}=\frac{2\sin\frac{\pi}{4}}{(\sin\frac{\pi}{4}+1)^2}=\frac{\sqrt{2}}{(\frac{\sqrt{2}}{2}+1)^2}=\sqrt{2}\cdot\left(\frac{2}{\sqrt{2}+2}\right)^2=\frac{4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})}{1}=6\sqrt{2}-8\ \cancel{\left(\text{при } \beta=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}\right)}$$

~~Ответ~~ $\beta=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}$

+

Ответ: доля $6\sqrt{2}-8$; $\alpha=\frac{\pi}{2}$.

Задача 5

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

т.к. $a_0, a_1, \dots, a_n$ – геом. прогрессия, то

$a_i = q^i \cdot a_0 \Rightarrow$

~~$P_n(x) = q^n x^n + a_{n-1} \quad a_0 q^n x^n + a_0 q^{n-1} x$~~

$P_n(x) = a_0 \cdot q^n x^n + a_0 \cdot q^{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 q x + a_0$

Пусть $qx = Q \Rightarrow$

$P_n(x) = a_0 \cdot Q^n + a_0 \cdot Q^{n-1} + \dots + a_0 \cdot Q + a_0$

$P_n(x) = a_0 (Q^n + Q^{n-1} + \dots + Q + 1)$

~~т.к.~~ $1 + Q + \dots + Q^n$ – сумма геометр. прогрессии со знаменателем $Q \Rightarrow 1 + Q + \dots + Q^n = \dfrac{Q^{n+1} - 1}{Q - 1} \Rightarrow$

$P_n(x) = a_0 \cdot \dfrac{Q^{n+1} - 1}{Q - 1}$

$P_n(x) = 0 \Rightarrow$

$a_0 \cdot \dfrac{Q^{n+1} - 1}{Q - 1} = 0$

$Q \neq 1 \Rightarrow x \cdot q \neq 1$

$Q^{n+1} - 1 = 0$

$Q^{n+1} = 1$

$x^n \cdot q^n = 1$ пересчитать

$x^n = \dfrac{1}{q^n}$

если $n \not\vdots 2$, то $x = \dfrac{1}{q}$, но тогда $xq = 1$, ~~и $Q \neq$~~ но $xq \neq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow n \vdots 2 \Rightarrow x = \pm \dfrac{1}{q}$; $x \neq \dfrac{1}{q} \Rightarrow$ ~~$\Rightarrow$~~ $x = -\dfrac{1}{q}$;

$n > 2024 \Rightarrow n = 2026$ | Ответ: может; $n = 2026$; $x = -\dfrac{1}{q}$

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Чебоксары

Место проведения

NJ35-26

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17881

ФАМИЛИЯ Федоров

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 25.12.2009

Класс: 8

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ален

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

$$1-1:(1-1:(1-1:(1-1:(x-2024))))=1+1:(1:0{,}2-1)$$

$$1-1:(1-1:(1-1:(1-\frac{1}{x-2024})))=1+1:(5-1)$$

$$1-1:(1-1:(1-1:(\frac{x-2024-1}{x-2024})))=1+0{,}25$$

$$1-1:(1-1:(1-\frac{x-2024}{x-2025}))=1{,}25$$

$$1-1:(1-1:(\frac{x-2025-(x-2024)}{x-2025}))=1{,}25$$

$$1-1:(1-1:(\frac{-1}{x-2025}))=1{,}25$$

$$1-1:(1-\frac{x-2025}{-1})=1{,}25$$

$$1-1:(x-2024)=1{,}25$$

$$1-\frac{1}{x-2024}=1{,}25$$

$$\frac{x-2024-1}{x-2024}=1{,}25$$

$$\frac{x-2025}{x-2024}-1{,}25=0$$

$$\frac{x-2025-1{,}25(x-2024)}{x-2024}=0$$

$$x-2025-1{,}25x+2530=0$$

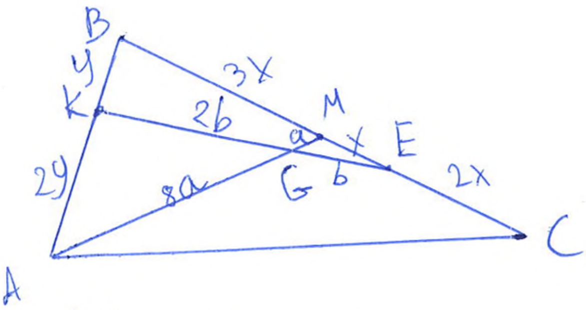
$$505-0{,}25x=0$$

$$x=2020$$

Ответ: $x=2020$

+

N3



По т. Менелая для $\triangle MAB$ и прямой EK:

$$\frac{MG}{GA}\cdot\frac{AK}{KB}\cdot\frac{BE}{EM}=1$$

$$\frac{MG}{GA}\cdot\frac{2y}{y}\cdot\frac{4x}{x}=1$$

$$\frac{MG}{GA}\cdot\frac{8}{1}=1$$

$$\frac{MG}{GA}=\frac{1}{8}$$

по т. Менелая для $\triangle BEK$ и прямой AM:

$$\frac{EM}{MB}\cdot\frac{BA}{AK}\cdot\frac{KG}{GE}=1$$

$$\frac{x}{3x}\cdot\frac{3y}{2y}\cdot\frac{KG}{GE}=1$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{KG}{GE}=1$$

$$\frac{KG}{GE}=\frac{2}{1}$$

$\underline{8 \text{ I k}}$

Пусть S – площадь $\triangle ABC$

$S(MGKB)=S-S(AMC)-S(AKG)$

$S(AMC)=\frac{1}{2}S$ (т.к. основание $\frac{1}{2}$)

$S(AKG)=\frac{2}{3}S(AKE)$ (т.к. осн. $\frac{2}{3}$)

$S(AKE)=\frac{2}{3}S(ABE)$ (т.к. осн. $\frac{2}{3}$)

$S(ABE)=\frac{2}{3}S$ (т.к. осн. $\frac{2}{3}$)

$S(AKG)=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}S=\frac{8}{27}S$

$$S-\frac{8}{27}S-\frac{1}{2}S=S-\frac{27}{54}S-\frac{16}{54}S=S-\frac{43}{54}S=\frac{11}{54}S$$

Ответ: только $\frac{11}{54}$.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NJ35-26

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.

Существует 2 принципиально разных варианта расположения дня, в который был съеден „Шалун":

1) в первый или последний. Тогда „Пушистик" можно есть в 6 ост. дней

2) ~~Все~~ любой, кроме ~~перв~~ первого и последнего дней. Тогда „Пушистик" можно есть в 5 ост. дней.

(1)

1 2 3 4 5 6 7

Ш X · · · · · — 2 способа расставить Ш

(Ш - „шалун"; x - запрет для „пушистика)

(2)

1 2 3 4 5 6 7

X Ш X · · · · — 5 сп. расставить Ш

для (1) случая расставить 2 „пушистика" способов

$C_6^2 + 6 = 15+6=21$

(если не в 1 день; если в 1 день)

для (2) случая расставить 2 „пушистика" способов

$C_5^2 + 5 = 15$

(если не в 1 день; если в 1 день)

$21 \cdot 2 + 15 \cdot 5 = 42 + 75 = 117$ способов всего

Ответ: 117 способов

неверно

№1

Пусть число $\overline{1abcde}$

По условию $\overline{1abcde} \cdot x = \overline{abcde1}$, где x - натур.

Заметим, что $x < 10$. Также т.к. $\overline{abcde1} > \overline{1abcde}$, то $x \neq 1$. Т.к. $\overline{abcde1}$ заканч. на 1, то $x \neq 2$, $x \neq 4$, $x \neq 6$, $x \neq 8$, $x \neq 5$. Остается 3 варианта: $x = 3$ или $x = 7$ или $x = 9$.

(1) $x = 3$:

$(100000 + 10000a + 1000b + 100c + 10d + e) \cdot 3 = 100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1 =$

$= 300000 + 30000a + 3000b + 300c + 30d + 3e$

$300000 = 70000a + 7000b + 700c + 70d + 7e + 1$

$299999 = 7(10000a + 1000b + 100c + 10d + e)$

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e = 42857$

т.к. a, b, c, d, e - цифры, то $a = 4$, $b = 2$, $c = 8$, $d = 5$, $e = 7$

Тогда исходное число 142857

(2) $x = 7$:

$700000 + 70000a + 7000b + 700c + 70d + 7e = 100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1$

$699999 = 3(10000a + 1000b + 100c + 10d + e)$

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e = 233333$, но т.к. a, b, c, d, e - цифры, то невозм.

(3) $x = 9$:

$900000 + 90000a + 9000b + 900c + 90d + 9e = 100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1$

$899999 = 10000a + 1000b + 100c + 10d + e$, но т.к. цифры, невозм.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда возможен только (1)

+

Ответ: 142857.

№2.

Пусть a – расход (л на 100 км), x-кол-во литров за 1 бак, S-кол-во сотен км за 1 бак

$a = \frac{x}{S}$

n – количество заправок (полных баков)

$$0{,}99a \le \frac{nx}{nS+0{,}75S} \le \cancel{0{,}99a}\ 1{,}01a$$

рассм. max случай, ~~т.к. при min~~

$$0{,}99a \le \frac{xn}{S(n+0{,}75)} \le 1{,}01a$$

$$\frac{x}{S} = a \Rightarrow \frac{n}{n+0{,}75} \ge \frac{100}{101}$$

$$101n \ge 100n + 75$$

$$n \ge 75$$

–

$$0{,}99a \le \frac{nx}{nS+S} \le 1{,}01a$$

– рассм. max случай

$$0{,}99a \le \frac{xn}{S(n+1)} \le 1{,}01a$$

$$\frac{x}{S} = a \Rightarrow \frac{n}{n+1} \ge \frac{100}{101}$$

$n \ge 100$

Значит при $n \ge 100$

отсюда не ясно. –

При изменении объёма бака ответ не меняется, т.к. объём не влияет на расход топлива (не влияет на „прожорливость" двигателя) +

Ответ: не меньше 100 раз; не изменится.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

PE76-75

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17771

ФАМИЛИЯ Федотова

ИМЯ Дарья

ОТЧЕСТВО Андреевна

Дата рождения 07.01.2011

Класс: 7

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ PE 76-75

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Посмотрим, сколькими вариантами мы можем разместить 3 из 12 непосед.

$\frac{12\cdot 11\cdot 10}{3!} = 220$ способов.

Под наше условие нам не подходят варианты, когда все ребята одного цвета. Рассмотрим, сколькими вариантами мы можем сделать на вертеле всех одноцветными

$\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}$ – для одного цвета

$3\cdot\left(\frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!}\right) = 12$ для всех цветов.

Значит подходящих нам вариантов:

$220 - 12 = 208$.

Ответ: 208 способами.

+

№2

$\overline{1ab}$ $\overline{ab1}$

$\overline{ab1} \vdots \overline{1ab}$

$\Rightarrow \overline{ab1} = \overline{1ab}\cdot c$

$b\cdot c = \ldots 1$

Рассмотрим все варианты, когда произведение 2 цифр ($c < 10$, т.к. $\overline{1ab}\cdot 10$ – четырёх-ное) заканчивается на 1

$1\cdot 1, 3\cdot 7, 7\cdot 3, 9\cdot 9$.

если $b=1$, то $\overline{1ab} = 111$, но тогда $\overline{ab1} = \overline{1ab}$ – противоречие

если $b=3$, то $\overline{1ab} = 133$, но тогда $\overline{ab1} \neq 331$

если $b=7$, то $\overline{1ab} = 157$, но тогда $\overline{ab1} \neq 571$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (прод.)

если $b=9$, то $\overline{1ab} = 199$, но тогда $\overline{ab1} \neq 791$.

Мы перебрали все варианты b, но во всех получили противоречие. Значит это невозможно.

Ответ: не существует.

№5

Посмотрим, кого мы можем взять на главную роль. Ляпкин не пойдёт, ведь если он будет в главной роли, то в главной роли не будет Жабкина.

Шапкин если будет сниматься главным героем, в любом случае будет появлятся чаще Тапкина, то есть он тоже не подходит.

С Тапкиным же никаких противоречий нет, значит пока возьмём его.

Тогда от роли откажется Тряпкин, так как он будет появляться реже Тапкина, и откажется Ляпкин, так как в главной роли не будет Жабкина.

Останутся Жабкин, Шапкин и Охапкин, причём Жабкин и Охапкин вместе не сыграют из-за Тапкина. Значит Шапкин точно сыграет, причём из-за Тапкина только роль второго плана.

Шапкин не работает с Охапкиным, значит эпизодическую роль заберёт Жабкин, при этом никаких противоречий не будет.

Ответ: Тапкин - глав. гер., Шапкин - в.п., Жабкин - э.р.,

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть а - объём всего бака
х - кол-во заправок
в - расстояние

Тогда у шофера получилось $\frac{ax}{в}$

Шофёр в худшем по условию случае не учёл $\frac{1}{4}a$.

Значит в реальности было $\frac{a(x-1)+\frac{3}{4}a}{в} = \frac{ax-\frac{1}{4}a}{в}$

Нам надо, чтобы разница между 2 этими значениями была максимум 0,01.

$\frac{ax}{в} - \frac{ax-\frac{1}{4}a}{в} = \frac{\frac{1}{4}a}{в} = \frac{a}{4в} = 0{,}01$

+

$\frac{a}{4в} = \frac{1}{100}$

$100a = 4в$

$25a = в$

То есть $x = 25$.

Ответ надо было 25 дозаправок, а от того в чём измеряется прожорливость результат не зависит.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

№ группы	Место проведения
	ВКС

шифр: 2А 48-25

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ХАМИЗУЛЛИН

ИМЯ ТИМУР

ОТЧЕСТВО РУСЛАНОВИЧ

Дата рождения 26.10.2006

Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах

Дата выполнения работы: 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Тимур

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA48-25

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇒ ZA 48-25

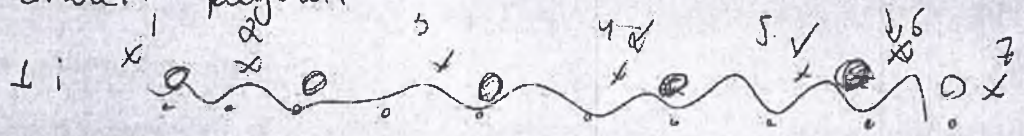
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1. Нам нужно, что бы было не более 2 голодних дней рядом т.к. всего есть 4 голодних дня, то у нас есть три ситуации: 1 – никакие голодные дни не стоят рядом.

2 – 2 дня стоят рядом, другие 2 не стоят рядом.

3 – 2 дня стоят рядом, другие 2 не стоят рядом.

1:



Т.к. у нас 6 обычных дней то у нас есть 7 позиций для голодних дня => вероятность равна $C_7^4 = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{6} = 35.$

2: Аналогично для второго случая.

$C_7^3 = \frac{7!}{3!\cdot 4!} = 35.$ и т.к. для каждого сочетания у нас есть 3 варианта куда поставить два подряд идущих то мы еще умножаем на 3 => $35\cdot 3 = 105$

3: Для 3 способа мы берем 2 голодних т.к. 2 у нас уже стоят на позициях.

$= C_7^2 = \frac{7!}{2!\,5!} = 21$

ZA48-25

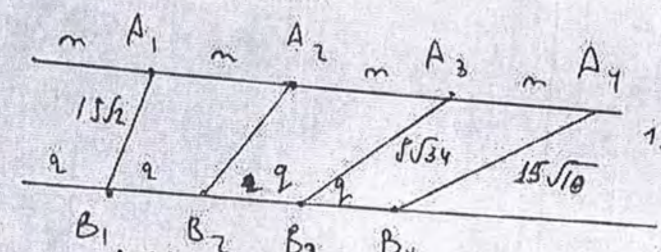
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Суммируем все способы и получаем:

$35+105+21=161$

Ответ: 161

№2. Для начала рассмотрим параллельность наших прямых



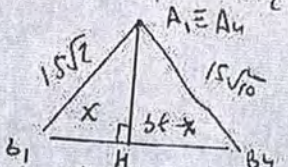
$q-m=t$

1) $B_1H=x$

$450-x^2=(15\sqrt{10})^2-(3t-x)^2$

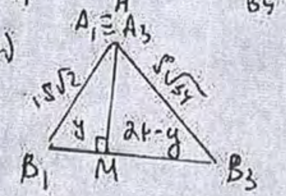
$450-x^2=2250-9t^2-6tx+x^2$

$9t^2-1800=6tx \quad x=\frac{3t^2-600}{2t}$



$h=\sqrt{450-\left(\frac{3t^2-600}{2t}\right)^2}$

2) $B_1M=y$ $\quad 450-y^2=(5\sqrt{34})^2-(2t-y)^2$



$450-y^2=850-4t^2-4ty+y^2$

$4t^2-400=4ty$

$y=\frac{t^2-100}{t}$ $\quad h=\sqrt{450-\left(\frac{t^2-100}{t}\right)^2}$

$\sqrt{450-\left(\frac{t^2-100}{t}\right)^2}=\sqrt{450-\left(\frac{3t^2-600}{2t}\right)^2}$ – это возможно при $t=20$, $t=4\sqrt{10}$

но при $t=4\sqrt{10}$ наша $h=\frac{3\sqrt{190}}{2}>15\sqrt{2}$ – такого быть не может.

$\Rightarrow$ $t=20$, тогда $\boxed{h=15}$

Если же $t\neq 20$, то задача сводится к трём теоремам косинусов, но такая система не будет иметь решений.

Ответ: $h=15$

Не доказано

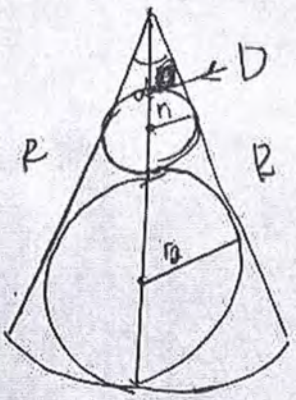
+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 2A 48-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N4. $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$



$$\frac{r_1+r_2}{2r_1+2r_2+OD}$$

Заметим, что: OD – x – мин. ⇒ x – наим.

тогда т.к. $r_1 + x = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

$\sin\frac{\alpha}{2}$ – макс. $\Rightarrow 0 < \frac{\alpha}{2} \leq \frac{\pi}{4}$

т.к. $\sin\frac{\alpha}{2} \uparrow$ $\alpha \in (0; \frac{\pi}{4}]$, то мы берем $\alpha = 90°$ $\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 45°$

тогда получим:

$$\begin{cases} r_1 + x = r_1\sqrt{2} \text{ – Т. Пифагора} \\ r_1^2 = (x+2r_1)x \\ r_2^2 = (x+2r_1)(x+2r_1+2r_2) \end{cases}$$

Свойство касательной и секущей.

$x = r_1(\sqrt{2}-1)$ $\cancel{R}$ $r_2^2 = \frac{r_1^2}{x} R = \frac{r_1^2}{r_1(\sqrt{2}-1)} R$

$R = r_1(\sqrt{2}-1) + 2r_1 + 2r_2$

$\cancel{R=}$ $\cancel{R = r_2\sqrt{2}}$ $x + 2r_1 + r_2 = r_2\sqrt{2}$

$r_2\cancel{\sqrt{2}} = \frac{r_1(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}-1} \cancel{=} = r_1(\sqrt{2}+1)^2$

$\cancel{r_1^2}(\sqrt{2}+1)^4 = \frac{\cancel{r_1^2}}{r_1(\sqrt{2}-1)} R$ $R = r_1(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^4$

$r_1 = \frac{R}{(\sqrt{2}+1)^3}$ $\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{r_1 + r_1(\sqrt{2}+1)^2}{R} = \frac{r_1(1+(\sqrt{2}+1)^2)}{R}$

$$\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{1+(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)^3} = \frac{(4+2\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)^3}$$

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA48-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: $\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{(4+2\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)^3}$, при $\alpha = 90°$

+

N3. $A \vdots 99$ число a вида ... 3

т.к. $A \vdots 11$, то мы понимаем, что разность сумм цифр на четных и нечетных позициях должна быть $\vdots$ 11. Скажем, что из числа A, мы получим число B вида: 3 ..., мы точно понимаем, что $B \vdots 9$ также. мы понимаем, что на первом месте числа A должна стоять цифра 3 т.к. иначе у нас не будет разности 27 т.к. цифры первых разрядов будут отличаться

Число A заканчивается цифрой 3

тогда A+27 - заканчивается 0

тогда предпоследняя цифра A - 0

A = ...03, тогда A+27 = 3....30)

но тогда число A = ... 303, A+27 = 3.... 330, и т.д. A = ... 3303

A+27 = 3 .... 3330 ⇒ число A имеет вид: $3\underbrace{3 \ldots 3}_{k\text{ раз}}03$ т.н. $A \vdots 9$,

то сумма цифр $A \vdots 9$, ~~это есть~~

Лист 04 из 05

ZA48-25

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 48-25

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 Рассмотрим признак делимости на 11, если разность сумм цифр на четных и нечетных позициях ⋮ 11, то A ⋮ 11, а т.к. наше число вида: $3\underbrace{3\ldots3}03$, то ~~разность~~ цифр наша разность будет равна либо 3 либо 6

$+3\bar{3}0+3 = 6$

$+3\bar{3}\overset{+}{0}\bar{3} = 3$;

$+3-3+3-0+3=6$; и т.д.

⇒ такое число $\not\vdots$ 11.

ч.т.д.

Ответ: такого числа не существует.

±

Лист 05 из 05

ZA48-25

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Чебоксары

Место проведения

TV33-99

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Хасанова

ИМЯ Альфия

ОТЧЕСТВО Рустемовна

Дата рождения 08.09.2007 **Класс:** 10

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Аф

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) $A = \overline{\dots a2}$, a - какая-то цифра

~~Ans~~ $A + 18 = \overline{2\dots a}$

$2+8=1\underline{0} \Rightarrow a=0$, $A = \overline{\dots 02} \Rightarrow A+18 = \overline{\dots 20} = \overline{2\dots}$

$A + 18 = \overline{2\dots 20}$

Т.к. A+18 больше A только на 18, то цифры в других разрядах не должны меняться (т.к. мы доказали, что на конце у A - 02, 2+18=20 - перехода в следующий разряд не происходит)

Значит $A = \overline{2\dots 02}$, ~~[illegible]~~ т.к. первая цифра в (A+18) - 2 $\Rightarrow A+18 = \overline{22\dots 20} \Rightarrow A = \overline{22\dots 02} \Rightarrow$

$A + 18 = \overline{222\dots 02}$ и т.д.

Значит все, кроме известных нам цифр - 2, тогда

$A = \underbrace{\overline{2\dots 2}}_{\text{двойки}}\overline{02}$, $A+18 = 2\underbrace{\overline{2\dots}}_{\text{двойки}}\overline{20}$

Т.е. в обоих числах, все кроме одной цифры - двойки, ~~[illegible]~~

т.к. A заканчивается на 2 $\Rightarrow A \vdots 2$

т.к. (A+18) заканчивается на 0 $\Rightarrow (A+18) \vdots 2$

Чтобы $A \vdots 6$, ~~[illegible]~~ учтем $A \vdots 2 \Rightarrow A \vdots 3$, сумма двоек, а значит количество двоек должно делится на 3.

(0 не влияет на делимость на 3)

если A - 2023 значное, 2022 двойки, $2022 \vdots 3 \Rightarrow$

$2022 \cdot 2 \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 6$ - подходит

если A - 2024 значное, 2023 двойки, $2023 \not\vdots 3 \Rightarrow$

$A \not\vdots 3 \Rightarrow A \not\vdots 6$ - не подходит

Ответ: A может быть 2023-значным, $A = \underbrace{\overline{2\dots 2}}_{\text{двойки}}\overline{02}$,

A не может быть 2024-значным.

+

4 А) $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

пусть $k = \frac{1}{q}$

$a_0 = q^n a_n = \frac{a_n}{k^n} \Rightarrow a_n = a_0 k^n$, тогда

$P_n(x) = a_0 k^n x^n + a_0 k^{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 k x + a_0$

пусть $kx = y = \frac{x}{q}$, тогда

$P_n(x) = a_0 y^n + a_0 y^{n-1} + \ldots + a_0 y + a_0 = a_0(y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1) = 0$

$y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1 = 0$

при $y \geq 0$: $y^n + y^{n-1} + \ldots + y \geq 0 \Rightarrow y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1 \geq 1$ – не удовлетворяет

Значит, $y < 0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{x}{q} < 0 \\ q < 0 \end{matrix}\right| \Rightarrow x > 0$.

Б) т.к. n – нечетное, разобьем на пары нечёт. – чёт., т.е., например, y^n и y^{n-1}

$y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1 = (y^n + y^{n-1}) + (y^{n-2} + y^{n-3}) + \ldots + (y^3 + y^2) + (y+1) =$

$= y^{n-1}(y+1) + y^{n-3}(y+1) + \ldots + y^2(y+1) + (y+1) = 0$

$(y+1)\underbrace{(y^{n-1} + y^{n-3} + \ldots + y^n + 1)}_{\geq 1} = 0$

≥ 1, тк степени чётные (тк n – нечёт.)

тогда $y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$ – единственное решение

одному y соотв. единственное x, тк $q = const \Rightarrow$ максимальное возможное кол-во корней – 1.

$y = \frac{a}{q} = -1 \Rightarrow a = -q$

Ответ: Б) $a = -q$ – единственное решение

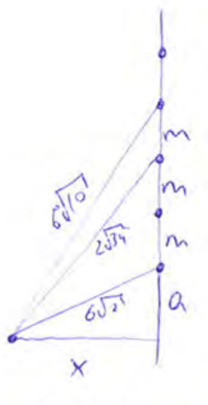
+

(5.) Всего способов, как можно выбрать дни для лакомства:
$7\cdot6\cdot5\cdot4$

Теперь определим сколько из них не удовлетворяет условию. Т.к. всего 7 дней в неделе, свободных дней: $(7-4)=3$.

А подряд таких дней может быть только 2.
Значит условие не удовлетворяется только если 3 свободных дня идут подряд.
Тогда условно объединим их в 1 группу.
У нас получается 4 дня для лакомства и наша группа.
Всего пять „мест", тогда способов размещения нашей группы: 5 - способов не уд. условию
Тогда всего способов уд. условию:
$7\cdot6\cdot5\cdot4-5=5(7\cdot6\cdot4-1)=5(168-1)=5\cdot167=\underline{835}$

(3.) Пусть расстояние от первой подстанции до точки на линии, ближайшей к центральному посту − a, расстояние от поста до линии − x.



Запишем т. Пифагора для каждого треугольника:

$a^2+x^2=(6\sqrt2)^2=72 \ (1)$

$(a+2m)^2+x^2=a^2+4am+4m^2+x^2=(2\sqrt{34})^2=136 \ (2)$

$(a+3m)^2+x^2=a^2+6am+9m^2+x^2=(6\sqrt{10})^2=360 \ (3)$

из (2) вычтем (1): $4am+4m^2=136-72=64$

$m(a+m)=\frac{64}{4}=16 \ (4)$

из (3) вычтем (2): $2am+5m^2=224$; $m(2a+5m)=224 \ (5)$

(5) разделим на (4): $\frac{2a+5m}{a+m}=\frac{224}{16}=14$

$2a+5m=14a+14m$

$12a=-9m$

$a=-\frac{9}{12}m=-\frac{3}{4}m$ (значит центральный пост находится между первой и второй подстанцией)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

③ (Продолжение)

~~М~~ Подставим a в (4): $m(-\frac{3}{4}m + m) = 16$

$\frac{m^2}{4} = 16 \quad m = \sqrt{16 \cdot 4} = \sqrt{64} = 8.$

тогда $a = -\frac{3}{4}m = -\frac{3}{4} \cdot 8 = -6.$

Подставим a в (1): $(-6)^2 + x^2 = 72$

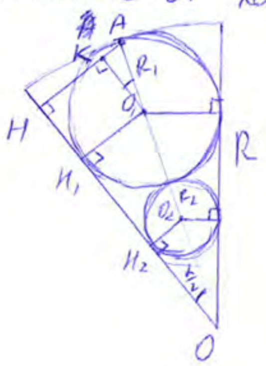
$36 + x^2 = 72$

$x = \sqrt{72 - 36} = \sqrt{36} = 6.$

+

Ответ: расстояние от первой подстанции до точки, ближайшей к центральному посту (a) равно 6. расстояние от поста до линии (x) равно 6, $m = 8$.

②



Проведем радиусы к точкам касания. Из соображений симметрии ~~~~ радиус, соединяющий центры окружностей делит угол α пополам. Из точки A проведем перпендикуляр к одному из радиусов – AH.

$\triangle AHO$ – п/у $\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{AH}{R} \Rightarrow AH = R \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

Проведем $O_1K \perp AH$, $AH \perp OH$ $\Big| \Rightarrow O_1K \parallel OH \Rightarrow \angle AO_1K = \frac{\alpha}{2}$ (как соотв.),

$\triangle AKO_1$ – п/у $\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{AK}{O_1A} \Rightarrow AK = AO_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = R_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

KO_1H_1H – прямоугольник ($AH \perp OH$; $O_1H \perp OH$, $O_1K \perp AH$) $\Rightarrow$

$KH = O_1H = R_1$

$AH = AK + KH = R_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} + R_1 = R_1(1 + \sin\frac{\alpha}{2}) = R \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$

$R_1 = R\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ TV33-99

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2 (Продолжение)

Аналогично для второй окружности, только вместо $R_2 - R_1$, а вместо $R - (R - 2R_1)$

$$R - 2R_1 = R - \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} \cdot R = R\,\frac{1+\sin\frac{\alpha}{2} - 2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$R - 2R_1 = R\,\frac{1-\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$R_2 = (R-2R_1)\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} = R\,\frac{\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

$$\frac{R_2}{R} = \frac{\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

при $\sin\frac{\alpha}{2} = 0$ — $R_2 = 0$

при $\sin\frac{\alpha}{2} = 1$ — $R_2 = 0$

среднее арифм. (тк график симметр.) $\Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ (макс. $\frac{R_2}{R}$)

$$\frac{R_2}{R} = \frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}}{\left(1+\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{1\cdot 4}{4\cdot 9} = \frac{1}{9}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Ответ: $\frac{R_2}{R} = \frac{1}{9}$; $\alpha = 60^\circ$.

Ŧ

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ТК 35–98

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17991

ФАМИЛИЯ Хохозя

ИМЯ Тимофей

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 27.05.2008

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 7 листах

Дата выполнения работы: 10.03.24 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Хохозя

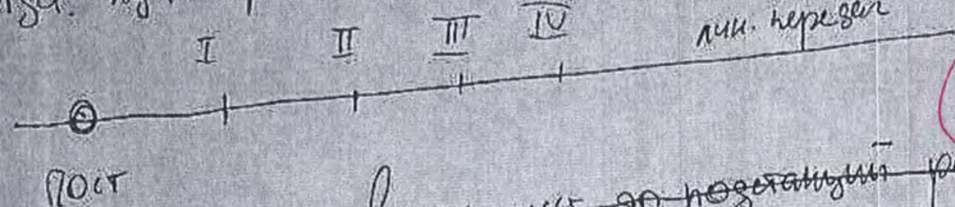
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ТК35-98

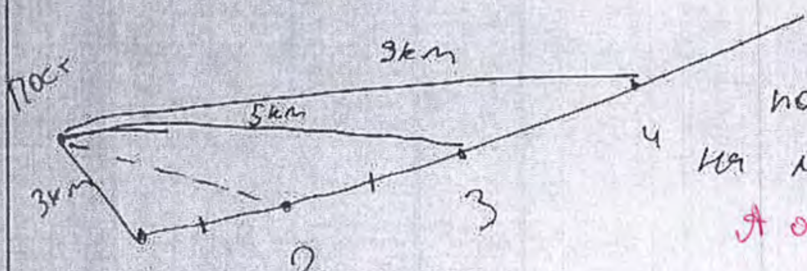
∓

Задача 1

Предположим, что пост находится на линии эл. передач, тогда: нужно рассм. два случая: левее 1 и между 1 и 3.



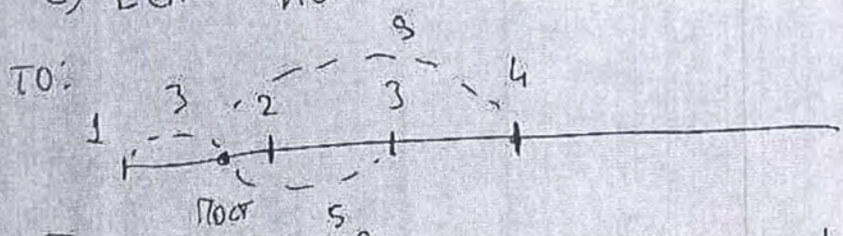
1) Пост находится левее ~~т.к. расст. до подстанций расстояние постоянно увеличивается~~. Расстояние до первого по усл: 3; до третьего 5км, значит m = 1км, т.к. все подстанции расположены на расстоянии в m км между собой, но т.к. расст. от подстанции 4 до поста 9км, то m=4км — противоречие. Значит, пост находится не на линии электропередач.



В таком случае пост не лежит на линии электропередач.

А он возможен?

2) Если пост находится между 1 и 3 станциями, то:



Такое тоже возможно, тогда m=4 и расстояние от поста до 2 подстанции равно 1; пост левее второй подстанции. Противоречия с условием нет. Пост лежит на линии

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 1 - продолжение

Т.к. возможны 2 положения поста, то однозначно его положение определить нельзя, т.е. ответом будет нет.

Ответ: нет

ТК35-98

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17381 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТК 35-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2

Заметим, что по принципу Дирихле в каком-то куске сыра точно окажутся min 2 проныры, т.е. за этим можно не следить.

Пусть мы расставили проныр:

| o o o o o o o o o |

Тогда между ними можно расставить 3 перегородки и мы получим 4 группы проныр, которых можно распределить по кускам сыра (1 группа соотв. 1 куску сыра; например:

| o o o | o | o o | o o o |

1 кусок, 2 кусок, 3 кусок, 4 кусок

Всего вар-ов расставить перегородки C_9^3.

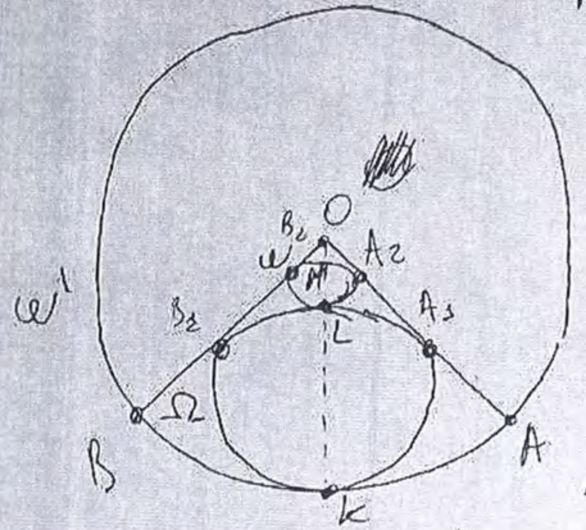
Это и будет ответом. $C_9^3 = \frac{9\cdot8\cdot7}{6} = 3\cdot4\cdot7 = 12\cdot7 = 84$

Ответ: 84

(+)

Лист 1 из 1

Задача 3



Пусть есть угол BOA

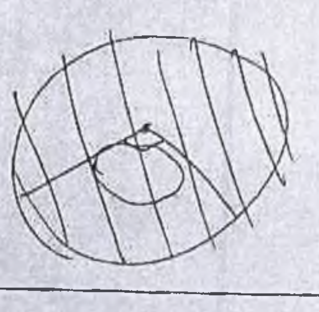
Заметим, что линия центров окружностей — биссектриса $\angle BOA$ из симметрии.

Т.е. точка касания (т. K) большой впис. окр. лежит на пересечении бисс. с дугой $\breve{BA}$; точка касания впис. окр. тоже лежит на бисс. $\angle BOA$

Заметим, что Ω и ω' гомотетичны (центр гомотетии в т. K), тогда при заданном $\angle BOA$ есть единственный вариант расположения Ω и ω.

Тогда осталось найти оптимальный $\angle BOA$, когда $\frac{\text{радиус } \omega}{\text{радиус } \omega'}$ — max. Радиус ω' — const, тогда путём изменения $\angle BOA$ хотим менять радиус ω

Хотим док-ть, что $\angle BOA = 90^\circ \Leftrightarrow \frac{\text{радиус } \omega}{\text{радиус } \omega'}$ — max



Рассмотрим увеличение $\angle BOA$ с 0° до 90°

В виду непрерывности OL, OA_2; OB_2, B_2A_2 растёт, соотв. растёт и

Задача 3
продолжение

радиус окр ω (при $\angle BOA = 0$ эта величина $= 0$, при 1° - больше, при 45° - больше и при 90° - очевидно больше.)

При ~~уменьшении~~ увеличении $\angle BOA$ с 90 до 180 происходят (очевидно) обратные процессы. Тогда осталось посчитать радиус ω при $\angle BOA = 90^\circ$

рис.1

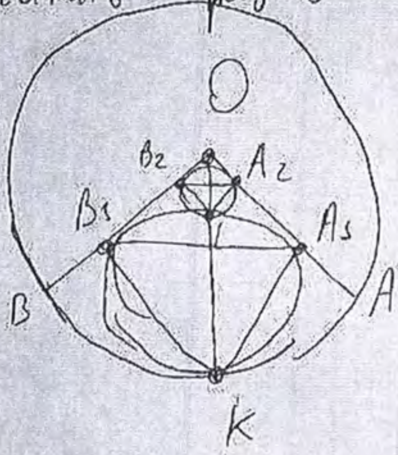
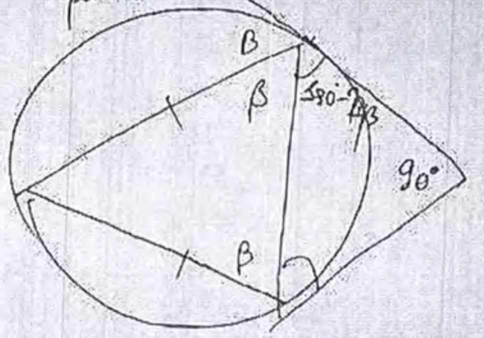


рис.2



$\angle kB_2A_2 = \angle KA_2B_2$ из симм.

тогда $\angle kB_2A_2 = \frac{135}{2}$ (см. рис.2)

т.е. $\angle B_2LA_2 = 135^\circ$

(т. синусов) $\frac{B_2A_2}{\sin 135} = 2r$ (радиус ω) $\Rightarrow \frac{2B_2A_2}{\sqrt{2}} = 2r$

$r = \frac{B_2A_2}{\sqrt{2}}$ $R = \frac{AB}{\sqrt{2}}$ по т. Пиф.

несложно убедиться, что $\frac{B_2A_2}{AB} = \frac{r}{R}$; $\frac{B_2A_2}{AB} = \frac{1}{4}$

неверно

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТК 35-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

Заметим, что операция, прописанная в усл. переводит A в $10A-999999$, что кратно A, т.е. $999999 \vdots A$ $27\cdot7\cdot13\cdot407 \vdots A$

отсюда max A, ~~оканчивающееся 1~~ начинающееся на 1 будет $999999:7 = 142857$ - соотв. условию.

Делим на 7, 1) не на 407 - получим не шестизначное число

2) не на 13 - получим не шестизначное число

3) не на 3; 9 - получим либо 111111 либо 333337

4) не на 27 - получим пятизначное число

Ответ: 142857

+

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17331 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТК35-98

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

$ax^3+2024ax^2+(2024)^2ax+(2024)^3a=0$

$x^3+2024x^2+(2024)^2x+(2024)^3=0$

Подбором один корень $x=-2024$, отсюда

можно выразить не подбирая

$(x+2024)(x^2+(2024)^2)=x^3+2024x^2+(2024)^2x+(2024)^3=0$

т.е. -2024 – единственный корень, т.к.

$x^2+(2024)^2>0$

Ответ: -2024

±

Лист 1 из 1

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

УФА	W Y48-12	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ЧЕРНИЦЫН

ИМЯ Егор

ОТЧЕСТВО Артёмович

Дата рождения 04. 09. 2006. **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ WY48-12

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

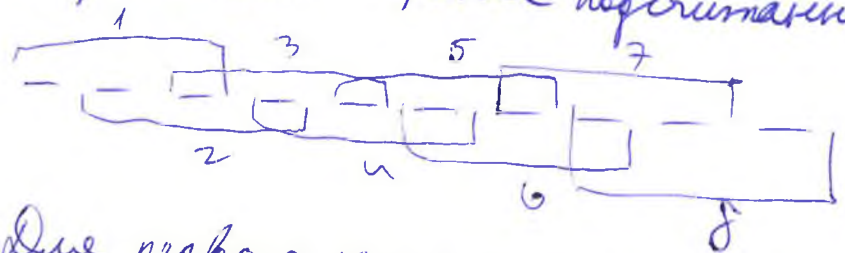
№1

Кол-во всех возможных способов распределить дни голодания равно $C_{10}^{4} = \frac{10!}{6!\cdot 4!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2} = 210$ вариантов.

Необходимо исключить из них такие, где голодные дни встречаются 3 или 4 раза подряд.

Кол-во способов расположить 4 дня подряд равно 7.

Теперь нужно посчитать кол-во способов расположить 3 дня подряд и 1 обособленно, чтобы не пересечься с ранее подсчитанным множеством.



Для первого расположения тройки есть 6 вариантов выбрать обособленный день.

Для второго, третьего ... седьмого расположений — всех 5 вариантов.

Для восьмого, как и для первого, — 6 вариантов.

Итого $6 + 6 + 6\cdot 5 = 42$ способа.

Т.о. выбрать расположение голодных дней, чтобы их было не больше двух подряд можно $210 - 42 - 7 = 161$ способом. Ответ: 161

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Пусть $\overline{a\ldots b3}$ - это число A с неизвестным количеством цифр в нём. Тогда:

$\overline{a\ldots b3} + 27 = \overline{3a\ldots b}$.

Очевидно, что $b = 0$ (ведь прибавление 27, а последняя цифра A - это 3). В таком случае $a=3$, ведь прибавление 27 не повлияет на a (т.к. $b=0$).

Получим, что число A имеет вид $\overline{3\ldots03}$. На месте пропуска не может стоять ничего, кроме троек, ведь в противном случае равенство не будет выполняться, т.к. часть, состоящая не из троек, будет смещаться.

±

Имеем число, состоящее из одного нуля и троек. Сумма цифр, стоящих на четных позициях $\vdots 3$, сумма цифр, стоящих на нечётных позициях $\vdots 3$ => их разность тоже делится на 3. Причем отличаться эти суммы могут на 0, на 3 или на 6 и ни на что более. Отсюда, по признаку делимости на 11, можно сказать, что число A не делится на 11 => A не делится и на 99. Противоречие условию.

Ответ: числа A не существует.

№4

Пусть O_1 и O_2 - центры окружностей.
Пусть r - радиус окр. с центром в O_1,
а R - радиус окр. с центром в O_2.
Пусть B - точка пересечения прямой AO_1 с окружностью сектора.

AB - биссектриса, $O_1O_2 \in AB$.

$$O_1O_2 = AO_2 - AO_1 = \frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}} - \frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}(R-r).$$

$$AB = \frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}} + R = \frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}} + r + 2R$$

$$\frac{R}{\sin\frac{\alpha}{2}} - R = \frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}} + r$$

$$R\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\right) = r\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right)$$

$$r = \frac{R\left(\frac{1-\sin\frac{\alpha}{2}}{\cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}}\right)}{\frac{1+\sin\frac{\alpha}{2}}{\cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}}} = \frac{R(1-\sin\frac{\alpha}{2})}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

$$\frac{O_1O_2}{AB} = \frac{\frac{R-r}{\sin\frac{\alpha}{2}}}{R\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right)} = \frac{\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot\left(\cancel{R} - \frac{\cancel{R}(1-\sin\frac{\alpha}{2})}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\right)}{\cancel{R}\left(1+\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{(\cancel{1}+\sin\frac{\alpha}{2}\cancel{-1}+\sin\frac{\alpha}{2})}{(1+\sin\frac{\alpha}{2})}}{1+\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}} = \frac{\frac{2}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}}{\frac{\sin\frac{\alpha}{2}+1}{\sin\frac{\alpha}{2}}} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}.$$

Пусть $f(x) = \frac{2\sin\frac{x}{2}}{\left(1+\sin\frac{x}{2}\right)^2}$.

Найдём производную ф-ции, чтобы узнать её max. значение

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

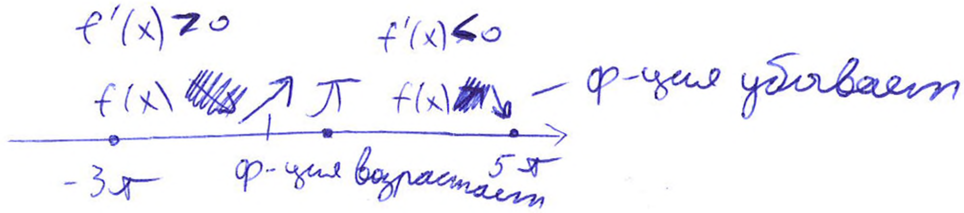
$$f'(x) = \frac{2\cdot\frac{1}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}\left(1+\sin\frac{x}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}\cdot 2\sin\frac{x}{2}}{\left(1+\sin\frac{x}{2}\right)^4} =$$

$$= \frac{\cos\frac{x}{2}\left(\left(1+\sin\frac{x}{2}\right)^2 - 2\sin\frac{x}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{x}{2}\right)^4} = 0 \qquad \boxed{\sin\frac{x}{2} \neq -1}$$

$\cos\frac{x}{2} = 0$ или $1 + \cancel{2\sin\frac{x}{2}} + \sin^2\frac{x}{2} - \cancel{2\sin\frac{x}{2}} = 0$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$ решений нет.

$x = \pi + 4\pi k$, где $k \in Z$ – стац. точки



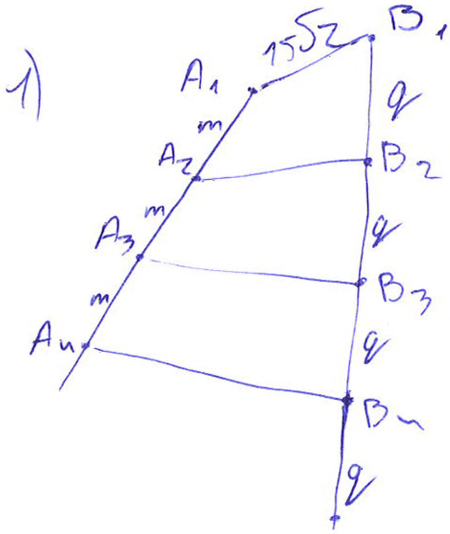
Т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}]$, наибольшее значение ф-ция принимает в точке $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

Ответ: максимальная доля равна $\frac{\sqrt{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$ и достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

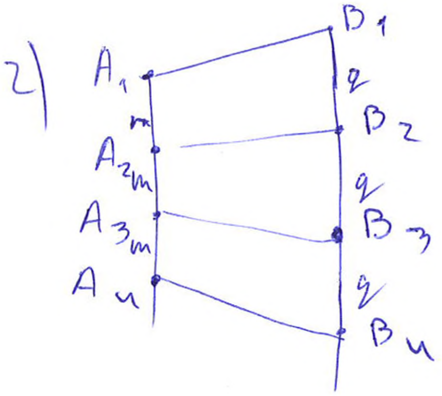
N 2

1)



Не параллельны

2)



Параллельны

Применима Т. Фалеса

N 5.

$$P_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0.$$

max число корней - n штук (по основной теореме алгебры.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

КГЭУ	VN59-89	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ШАЙДУЛЛИНА

ИМЯ АЛИНА

ОТЧЕСТВО РУСТЕМОВНА

Дата рождения 02.04.2007 **Класс:** 10

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача №1

Обозначим число A так: ....2, и прибавим к нему 18. По условию, у нас получится число A, но с переставленной в начало последней цифрой, т.е. 2. Теперь посмотрим:

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots2 \\ +\ 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

рис.1

Прибавив к A 18, мы обнаружили, что последняя цифра полученного числа = 0 (рис.1). Значит, предпоследняя цифра числа а = 0.

$$\begin{array}{r} \ldots\ldots02 \\ +\ 18 \\ \hline 20 \end{array}$$

рис.2.

Но тогда ~~3 цифр~~ 2 цифра с конца у полученного числа и, соответственно, 3 цифра с конца у A = 2 (см. рис2)

Раз 3 цифра с конца у A = 2, то и 3я цифра с конца у „нового", полученного числа = 2. Из этого же следует, что 4 цифра с конца у A = 2 => 4 цифра с конца у полученного числа = 2. И так далее.

Значит число A ~~состоит из~~ выглядит так: $\underbrace{2\ldots2}_{n\in N}02$

Теперь перейдем к вопросам задачи:

1) Может ли A быть 2023-значным?

Да, может. Вот так: $\underbrace{2\ldots2}_{2021}02$.

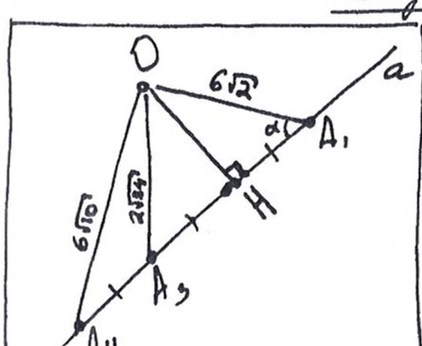
2) ~~Нет, не может~~ Может ли A быть 2024-значным?

Нет, не может, т.к. в этом случае A примет вид:

$\underbrace{2\ldots2}_{2022}02$

Но тогда A не будет ⋮3 и, следовательно, 6, потому что сумма цифр числа A, равная 2·2023, не будет ⋮3

Задача №3



Пояснения к рисунку:

т. O – центральный пост

т. A_i – i-тая подстанция.

a – прямая, на которой нах-ся подстанции

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1) Обозначим угол OA_1A_4 за α

2) $\triangle A_1OA_3$: $A_1A_3 = 2m$;

по т. cos: $OA_3^2 = A_3A_1^2 + OA_1^2 - 2\cos\alpha \cdot A_1A_3 \cdot OA_1$

$4\cdot 34 = 4m^2 + 2\cdot 36 - 2\cos\alpha\cdot 2m\cdot 6\sqrt{2}$

$\cos\alpha\cdot m\cdot 6\sqrt{2} = 18 + m^2 - 34$

$\cos\alpha = \dfrac{m^2-16}{6\sqrt{2}\cdot m}$

3) $\triangle A_4OA_1$: $A_1A_4 = 3m$;

по т. cos-ов: $OA_4^2 = A_1A_4^2 + OA_1^2 - 2\cos\alpha\cdot OA_1\cdot A_1A_4$

$36\cdot 10 = 9m^2 + 36\cdot 2 - 2\cos\alpha\cdot 3m\cdot 6\sqrt{2}$

$40 = m^2 + 8 - 2\cos\alpha\cdot m\cdot 2\sqrt{2}$

$\cos\alpha\cdot 4\sqrt{2}\cdot m = \dfrac{m^2-32}{1}$

$\cos\alpha = \dfrac{m^2-32}{4\sqrt{2}\cdot m}$

4) $\begin{cases}\cos\alpha = \dfrac{m^2-32}{4\sqrt{2}\cdot m} = \dfrac{m^2-16}{6\sqrt{2}\cdot m}\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m^2 - 32\cdot 3 = 2m^2 - 16\cdot 2\\ m>0\end{cases} \begin{cases}m^2 = 64\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow m = 8$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{m^2-16}{6\sqrt{2}\cdot m} = \dfrac{64-16}{6\sqrt{2}\cdot 8} = \dfrac{48}{48\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

5) $\rho(O; a) = OH$, OH - пер-р к a, а A_1H - ρ от A_1 до точки, ближайшей к "центральному посту"

6) ~~$\triangle A_1OA_3$: $S_\triangle = \frac{OH\cdot A_1A_3}{2} = \frac{OH\cdot 2\cdot 8}{2} = 8OH = \frac{1}{2}\sin\alpha\cdot OA_1\cdot A_1A_3$~~

$\triangle OA_1H$: $OH = \sin\alpha\cdot OA_1 = \sin 45^\circ\cdot 6\sqrt{2} = 6$

$A_1H = \cos\alpha\cdot OA_1 = \cos 45^\circ\cdot 6\sqrt{2} = 6$

От-т: Точка на линии, ближайшая к центр. посту, находится от 1ой подстанции на расстоянии, равном 6км;

Расстояние от поста до линии = 6км

Значение $m = 8$км.

Задача №4

~~А) Док-во. Докажем от противного. Пусть у данного многочлена сущ-ет отрицательный~~

0) Т.к. коэф-ты $P_n(x)$ образуют геометрическую прогрессию с отриц. ~~коэф.~~ знаменателем, то $a_0 \neq 0$. А значит $x=0$ не является ~~[illegible]~~ корнем многочлена.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VN 59-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\div\div(b_n)$: $b_1=a_n$, $b_2=a_{n-1}$ ..... $b_{n+1}=a_0$, зн-ль $=q=q_a$

$\div\div(c_n)$: $c_1=x^n$, $c_2=x^{n-1}$ ..... $c_{n+1}=1$, зн-ль $=\frac{1}{x}$, $x\neq0$!

$\div\div(d_n)$: $d_1=a_n\cdot x^n$, $d_2=a_{n-1}\cdot x^{n-1}$ ... $d_{n+1}=a_0$, зн-ль $=\frac{q}{x}=q_d$

Значит, $P_n(x)=\sum_{i=1}^{n+1}d_i=\frac{d_1(q_d^{n+1}-1)}{(q_d-1)}=\frac{d_1(\frac{q^{n+1}}{x^{n+1}}-1)}{\frac{q}{x}-1}=\frac{a_n\cdot x^n(\frac{q^{n+1}}{x^{n+1}}-1)}{\frac{q}{x}-1}$

А) Док-во: Пусть сущ-ет такой $x_0<0$, что $P_n(x_0)=0$.
~~Нужно~~ Тогда $\frac{q}{x_0}>0$ ($q<0$, $x_0<0$)

Посмотрим на $\frac{a_n\cdot x_0^n((\frac{q}{x_0})^{n+1}-1)}{\frac{q}{x_0}-1}$, a_n и $x_0^n\neq0$. Значит,

$(\frac{q}{x_0})^{n+1}=1$, ~~при усл-иях~~ ие $n+1$ – четное (т.к. n-нечет. по усл.) $\Rightarrow\frac{q}{x_0}=1$, т.к. $\frac{q}{x_0}>1$. Но тогда знаменатель $=0$. Противоречие. $\Rightarrow$ Отриц-х корней не сущ-ет. чтд.

Б) Отв-т: 1 корень: $x=-q$

Реш-ие: Еще раз посмотрим на $P_n(x)=\frac{a_n x^n((\frac{q}{x})^{n+1}-1)}{\frac{q}{x}-1}$

Т.к. a_n и $x^n\neq0$, то $(\frac{q}{x})^{n+1}-1=0$ корни множ-ва решения ур-я $\Leftrightarrow$ ($n+1$-чет.) $\frac{q}{x}=\pm1$. Но $\frac{q}{x}\neq1\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{q}{x}=-1$. $\Rightarrow$ Может существовать лишь 1 решение, и это $x=-q$

ЗАДАЧА №5

Посмотрим, когда условие Мороза нарушается:

$\checkmark$ – Есть блюдо в этот день.

1) $\checkmark$ Пн, Вт, Ср, Чт, $\checkmark$ Пт, $\checkmark$ Сб, $\checkmark$ Вс
2) $\checkmark$ Пн, $\checkmark$ Вт, Ср, Чт, Пт, $\checkmark$ Сб, $\checkmark$ Вс
3) $\checkmark$ Пн, $\checkmark$ Вт, $\checkmark$ Ср, Чт, Пт, Сб, $\checkmark$ Вс

Лишь эти 3 ~~способа~~ случая

Значит, число способов выбрать 4 дня так, чтобы его условие не нарушались, = число способов выбрать 4 дня – 3 $=C_7^4-3=\frac{4\cdot6\cdot5}{3\cdot2}-3=35-3=32$

Отв-т: 32 Неверно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VN59-89

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

От-т: $\frac{1}{8}$, при $\alpha = 2\arcsin\frac{1}{3}$

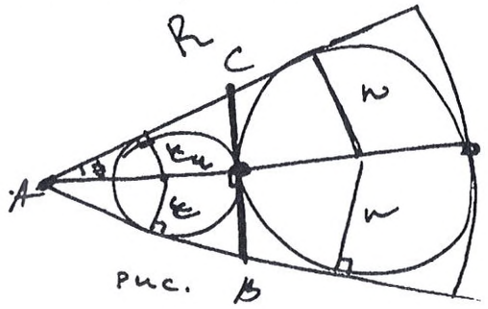


Рис.

1) ~~$\frac{\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cdot r}{\frac{r}{\sin\frac{\alpha}{2}}+r}$~~

$P_{\triangle ABC} = 2\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cdot r = 2\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\sin\frac{\alpha}{2}+1}{1-\sin\frac{\alpha}{2}}$.

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4r^2}{\sin^2\alpha}\cdot\sin\alpha = r\cdot\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\sin\frac{\alpha}{2}+1}{1-\sin\frac{\alpha}{2}}$.

$r = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}(\sin\frac{\alpha}{2}+1)}{(1-\sin\frac{\alpha}{2})\cdot 2}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФ МЭИ	JM 98-30	← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником
Место проведения	шифр	

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Шалымова

ИМЯ София

ОТЧЕСТВО Алексеевна

Дата рождения 16.06.2011 **Класс:** 6

Предмет математика **Этап:** финал

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Шалымова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ JM98-30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~ЗАДАЧА 3~~

~~Да, Хавронья права. Раз в стаде~~

~~Допустим Пеструшка права.~~

~~Поскольку в стаде 27 коров 27 го-~~

~~лов, включая Пеструшку, то в ста-~~

~~де всего 27 коров. Представим это~~

~~стадо в виде графа, где коровы - это~~

~~вершины, а дружба между ними - это~~

~~рёбра. Посчитаем сумму степеней~~

~~вершин такого графа. Она равна~~

~~По словам Пеструшки каждая ко-~~

~~рова в стаде общается ровно с семью~~

ЗАДАЧА 3

Да, Хавронья права.

Допустим Пеструшка говорит прав-

ду. Поскольку в стаде всего 27 го-

лов, то в стаде всего 27 коров. По

словам Пеструшки каждая корова в

стаде общается / дружит ровно с

7ью коровами. Представим это ста-

до в виде графа, где коровы - это вер-

шины, а дружба между ними - это

рёбра. Посчитаем сумму степеней вер-

шин такого графа. Она равна $7 \cdot 27 =$

$= 189$. 189 - это нечётное число, а сум-

ма степеней вершин в любом

графе всегда чётна. Проти-

воречие. (т.к. любое ребро в графе ведёт

из одной вершины в другую, т.е. любое

ребро в графе соединяет две вершины, а

значит при подсчёте суммы степеней вершин

мы посчитаем это ребро дважды, т.е. сумма

степеней вершин в любом графе = 2n, где n кол-во рёбер в любом графе., а 2n всегда чётно)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ JM98-30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ЗАДАЧА 5

Допустим, что таких 2ух участников не найдется. Заметим, что участника, который обменялся превествиями со всеми и участника, который ни с кем не обменялся приветствием одновременно быть не может. Т. е всего вариантов количества обменов приветствиями максимум 18. А всего у нас 19 участников. По принципу Дирихле найдутся 2 участника конкурса, которые обменялись приветствиями с одинаковым числом конкурсантов.

ЗАДАЧА 1

Допустим в главной роли Тапкин. Тогда на роль нельзя взять Тряпкина (он уже помобому ~~будет~~ ~~быть~~ Тапкина). И нельзя взять на роль ляпкина (Жабкин уже не будет в главной роли). Если взять на любую роль Охапкина, то условия Шапкина выполнятся. Значит при такой ситуации Охапкин и Жабкин не будут вместе. Но тогда Жабкин будут играть роль Тапкина. Значит не выполняется условие ~~Если~~ при такой ситуации ~~Но~~ Охапкину нельзя отдать ~~роль~~ роль героем 2ого плана: Жабкин не хочет быть эпизодический. Пусть тогда Жабкин герой 2ого плана, а Шапкин герой 2ого плана. При такой раздаче ролей условия всех актеров выполняются.

ОТВЕТ: Тапкина на главную роль, Шапкина на роль второго плана и Жабкина на эпизодического.

ЗАДАЧА 2

Посмотрим на слова СТО и МОСТ
Заметим, что сумма цифр в слове СТО ~~сум~~ равна сумме цифр в ОСТ.
Тогда букве М соответствует 26 − 17 = 9
Посмотрим на слова СТО и СТОП.
В них совпадают буквы С, Т, О. Тогда букве П соответствует 23 − 17 = 6. Посмотрим на слово СОМ. В нем буква М = 9. Тогда сумма значений букв С и О = 21 − 9 = 12. Посмотрим на слово СТО, в нем ~~зна~~ сумма значений С и О = 12. Тогда Т = 17 − 12 = 5.
Посмотрим на слово ВЕС сумма цифр в нем равна 5. Значит С ≤ 5. По условию разные буквы не могут обозначать одну и ту же цифру. Значит С не равно 5 (т.к. 5 уже равно Т).
Если С = 4, Тогда В и Е равны 0 и 1 (мы точно не знаем что чему из них равно). ~~Если С~~ то О = 12 − 4 = 8 (т.к. С + О = 12), подходит. Если С = 3, то О = 12 − 3 = 9. не подходит т.к. 9 уже равно М.
Если С = 2, то О = 12 − 2 = 10. Не подходит т.к. по условию каждая буква обозначает свою цифру, а не число.
Значит все варианты, где С ≤ 2 не подходят т.к. если уменьшать значение С, значение О будет только увеличиваться. В итоге мы нашли точное

значение С и точное значение О

С=4

О=8

+

Посмотрим на слово МОЛОТ. Мы нашли значение каждой из букв в этом слове: М=9, О=8, Л=6, Т=5.

Значит в шифре Зоркого Орла слову МОЛОТ соответствует число 98685

Ответ: 98685

ЗАДАЧА 4

~~[illegible]~~

28ой ЕСЛИ СТОЛОК 3И БОЛЬШЕ

~~ой~~ может быть любого цвета (как синего, так и зеленого)

не соотв. усл

Пример когда ~~ой~~ 28ой синий (~~цифры~~ числа рядом с цветами лоскутков - номера лоскутков):

14ый - синий
15ый - синий
16ый - зеленый
17ый - зеленый
18ый - синий
19ый - синий
20ый - зеленый
21ый - зеленый
22ой - синий
23ий - зеленый
24ый - синий
25ый - зеленый
26ой - синий
27ой - зеленый
28 - синий

пример когда ~~ой~~ 28ой зеленый:

14ый - синий
15ый - синий
16ый - зеленый
17ый - зеленый
18ый - синий
19ый - зеленый
20ый - синий
21ый - зеленый
22ой - синий
23ий - зеленый
24ый - синий
25ый - зеленый
26ой - синий
27ой - зеленый
28ой - зеленый

—

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ JM98-30

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ЗАДАЧА 4

ЕСЛИ СТОПКИ 2

Посмотрим на 27ой лоскуток, перед ним в стопке мог лежать только синий лоскуток.

Если 28ой лоскуток с 27ым лоскутком в одной и той же стопке, то 28ой лоскуток полюбому синий.

Если они в разных стопках.

~~Если противоположная стопка, стопке, где 28ой лоскуток~~

То 28ой лоскуток зелёный, но такого быть не может, т.к. противоположная 27ой стопка не может заканчиваться на синий лоскуток.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

г. Казань, КГЭУ

Место проведения

IL98-27

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ЯФЯСОВ

ИМЯ КАРИМ

ОТЧЕСТВО РИНАТОВИЧ

Дата рождения 25.09.2006 **Класс:** 11

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание №1.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\underbrace{\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_}_{6 \text{ обжорных}, 4 \text{ голодных}}$

Сначала посчитаем кол-во способов просто распределить 6 обжорных и 4 голодных дня в 10дневке. C_{10}^{6} способами госпожа Такамото выбирает ~~день~~ номера д обжорных дней, а все остальные 4 дня становятся голодными. То есть всего $C_{10}^{6} = \frac{10!}{6!\cdot 4!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 10\cdot 3\cdot 7 = 210$ способов.

Теперь посчитаем кол-во способов распределить эти дни так, чтобы было хотя бы 3 голодных дня подряд. Чтобы сделать это, „слепим" какие-то 3 голодных дня в один и будем считать это за единый объект, то есть всего у нас 8 объектов: 6 обжорных дней, ~~один~~ три подряд идущих голодных дня, и ещё один голодный день (будем называть его голодный день А)

Тогда рассмотрим 2 ситуации: 1) когда три подряд идущих дня стоят рядом с голодным днём А (то есть у нас 4 подряд идущих голодных дня) 2) когда три подряд идущих дня не стоят рядом с голодным днем А (то есть 4 подряд идущих голодных дня не встречаются).

1) Если три подряд идущих дня стоят в начале или в конце, то у голодного дня А в каждом случае 6 вариантов выбора номера дня, все остальные дни - обжорные. Всего 6+6 = 12 вариантов

Если же три подряд идущих дня не стоят в начале или в конце, то у голодного дня А в каждом случае 5 вариантов выбора номера дня, все остальные дни - обжорные.

Получаем всего 6 · 5 = 30 вариантов

2) „Слепим" теперь голодный день А ~~с~~ с тремя подряд идущими днями в один и будем считать это за единый объект (то есть 4 подряд идущих дня), тогда всего у нас 7 объектов: 6 обжорных дней и 4 подряд идущих дня (как один объект). Тогда ~~кол~~ способов расставить эти объекты $C_7^1 = \frac{7!}{6!\cdot 1!} = 7$.

Тогда кол-во способов расположить дни так, чтобы не было больше двух голодных дней подряд можно найти как разность всех ~~спо~~ способов и способов, когда есть ≥ 3 подряд идущих голодных дня. ~~Т~~, то есть

210 − 7 − 30 = 173.

Ответ: 173

а где 12?

±

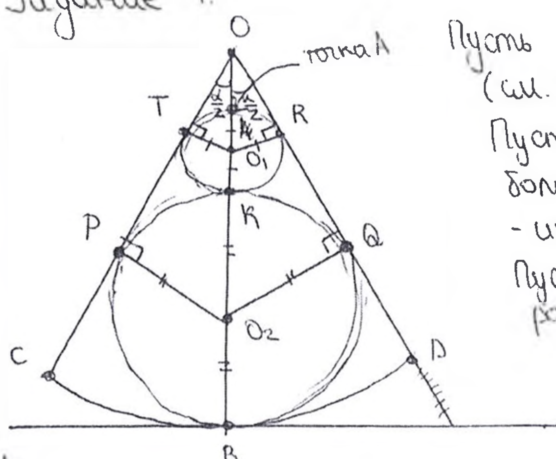
Задание 3. Допустим, что такое число A существует.
Т.к. по условию запись числа A заканчивается цифрой 3, то число A можно представить в виде $10x+3$, где x – целое неотрицательное число. Т.к. $A \vdots 99$, то 1) $A \geq 99$ (т.к. нулём A быть не может)
2) $A \vdots 11$ (т.к. $99 = 9 \cdot 11$)
$10x+3 \vdots 11 \Leftrightarrow 10x+3 \equiv 0 \pmod{11}$, а т.к. $10x \equiv 11x - x \equiv -x \pmod{11}$, то $10x+3 \equiv -x+3 \pmod{3}$, значит $-x+3 \equiv 0 \pmod{11}$, то есть $x \equiv 3 \pmod{11}$
тогда $x = 11k+3$, где k – целое неотрицательное число.
Пусть A – n значное число, причём $n \geq 2$ (т.к. $A \geq 99$)
По условию если последнюю цифру переставить в начало, то получится число, на 27 большее A.
То есть $27+10x+3 = 3 \cdot 10^{n-1} + x \Leftrightarrow 3 \cdot 10^{n-1} = 9x+30 \mid :3 \Rightarrow$
$10^{n-1} = 3x+10$

$10^{n-1} - 10 = 3x = 33k+9$
$10(10^{n-2}-1) = 33k+9$
$33k+9 \equiv 11 \cdot 3k + 9 \equiv 9 \pmod{11}$, тогда $10(10^{n-2}-1) \equiv 9 \pmod{11}$, но
$10 \equiv -1 \pmod{11}$ и $10^{n-2}-1 \equiv (-1)^{n-2}-1 \pmod{11} \Rightarrow 10(10^{n-2}-1) \equiv (-1)((-1)^{n-2}-1) \pmod{11}$
Если n – нечётное, то n−2 – нечётное, тогда $(-1)^{n-2} = -1$, значит
$10(10^{n-2}-1) \equiv (-1)((-1)^{n-2}-1) \equiv (-1)((-1)-1) \equiv 2 \pmod{11}$, но $2 \not\equiv 9 \pmod{11}$ – противоречие $\Rightarrow$ n – чётное, тогда n−2 – чётное, значит $(-1)^{n-2} = 1$,
тогда $10(10^{n-2}-1) \equiv (-1)((-1)^{n-2}-1) \equiv (-1)(1-1) \equiv 0 \pmod{11}$, но $0 \not\equiv 9 \pmod{11}$ – противоречие $\Rightarrow$ такого числа A не существует.

Ответ: такого числа не существует

+

Задание 4.



Пусть угол кругового сектора – это $\angle COD$ (см. рис.), по условию $\angle COD = \alpha$.
Пусть O_1 и O_2 – центры меньшей и большей окружности соответственно, а r_1 и r_2 – их радиусы.
Пусть меньшая окружность касается сторон-радиусов в точках T и R (см. рис.), а большая в точках P и Q (см. рис.).
Пусть большая окружность касается окружности сектора в точке B.
В силу того, что эти окружности вписаны в сектор, то O; O_1; O_2; B, все эти точки лежат на одной прямой, которая является биссектрисой $\angle COD$. То есть $\angle COB = \angle BOD = \frac{\alpha}{2}$

~~Величина, которую нужно найти~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IL98-27

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть окружности с центрами O_1 и O_2 касаются в точке K, тогда $K \in OB$

Т.к. окружности с центрами O_1 и O_2 касаются, то расстояние между их центрами равно $O_1O_2 = O_1K + KO_2 = r_1 + r_2$.

$PO_2 = O_2Q = O_2B = O_2K = r_2$

$O_1K = O_1R = O_1T = r_1$

Пусть OB пересекает повторно окружность с центром O_1 в точке A: тогда $O_1K = O_1R = O_1T = O_1A = r_1$

$OC = OD = OB = R$.

$OA = OB - BO_2 - O_2K - O_1K - O_1A = R - 2r_2 - 2r_1$

$O_2P \perp OC$ (как радиус, опущенный в точку касания)

$O_1T \perp OC$ (как радиус, опущенный в точку касания)

Рассмотрим прямоугольный $\triangle PO_2O$. $PO_2 = OO_2 \cdot \sin\angle POO_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow OO_2 = \frac{PO_2}{\sin\angle POO_2} = \frac{PO_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

Рассмотрим прямоугольный $\triangle TOO_1$ $O_1T = OO_1 \sin\angle TOO_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow OO_1 = \frac{O_1T}{\sin\angle TOO_1} = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$OA = OO_2 - KO_2 - O_1K - O_1A = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_2 - 2r_1$$

Т.к. $OA = R - 2r_2 - r_1$, то $R - 2r_2 - 2r_1 = \frac{r_2}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_2 - 2r_1 \Leftrightarrow R = r_2\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{R}{\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1} = \frac{R\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$OA = OO_1 - O_1A = \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1$, т.к. $OA = R - 2r_2 - 2r_1$ то $R - 2r_2 - 2r_1 =$

$= \frac{r_1}{\sin\frac{\alpha}{2}} - r_1 \Leftrightarrow R - 2r_2 = r_1\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}} + 1\right)$, т.к. $r_2 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$, то

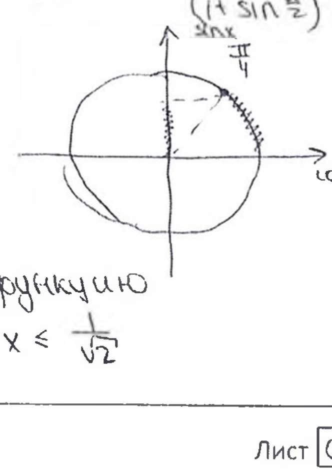
$$R - \frac{2R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} = r_1\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}+1}{\sin\frac{\alpha}{2}}\right) \Rightarrow r_1 = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}+1}\left(R - \frac{2R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\right) =$$

$$= R\left(\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}+1}\right)\left(\frac{1+\sin\frac{\alpha}{2} - 2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\right) = R\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

Тогда ~~то~~ величина, которую надо максимизировать $= \frac{O_1O_2}{R} =$

$$= \frac{r_1+r_2}{R} = \frac{R\,\frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} + \frac{R\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}}{R} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} + \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} =$$

$$= \frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\frac{\alpha}{2}\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$



т.к. $0 < \alpha \le \frac{\pi}{2}$, то $0 < \frac{\alpha}{2} \le \frac{\pi}{4}$, тогда

$0 < \sin\frac{\alpha}{2} \le \frac{1}{\sqrt{2}}$

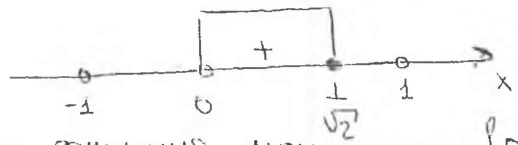
Тогда нам нужно максимизировать функцию

$$f(x) = \frac{x(1-x) + x(1+x)}{(1+x)^2}, \text{ где } 0 < x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f(x) = \frac{x(1-x)+x(1+x)}{(1+x)^2} = \frac{x(1-x+1+x)}{(1+x)^2} = \frac{2x}{(1+x)^2}$$

$$f' = \frac{2(1+x)^2 - 2(1+x)\cdot 2x}{(1+x)^4} = \frac{2(1+x)(1+x-2x)}{(1+x)^4} = \frac{2(1+x)(1-x)}{(1+x)^4} =$$

$$= \frac{2(1-x)}{(1+x)^3}$$



при $x \in (0; \frac{1}{\sqrt{2}}]$ эта функция монотонно возрастает, значит максимальное значение принимается при $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}+\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{3}{2}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k\\ \frac{\alpha}{2} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\end{array}\right., k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha = \frac{\pi}{2} + 4\pi k\\ \alpha = \frac{3\pi}{2} + 4\pi k\end{array}\right.; k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}]$, получаем, что $\alpha = \frac{\pi}{2}$ - значение при котором достигается максимальное отношение.

Ответ: наибольшая доля равна $\frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$, достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2}$

Задание 5

$$P_n(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = a_0q^nx^n + a_0q^{n-1}x^{n+1} + \dots +$$

$$+ a_0qx + a_0 = a_0\left((qx)^n + (qx)^{n-1} + \dots + qx + 1\right)$$

не соотв. усл.

Посчитаем эту сумму, как сумму первых $n+1$ членов геометрической прогрессии с первым членом 1 и знаменателем qx, она равна $\frac{(qx)^{n+1}-1}{qx-1}$

$$P_n(x) = a_0\left(\frac{(qx)^{n+1}-1}{qx-1}\right)$$

, т.к. по условию многочлен имеет степень $n > 2024$, то $a_0 \neq 0$ (иначе наш многочлен будет всегда равен 0)

$$a_0\left(\frac{(qx)^{n+1}-1}{qx-1}\right) = 0 \quad \Big| : a_0 \neq 0$$

$$\frac{(qx)^{n+1}-1}{qx-1} = 0$$ | поделим на $qx-1 \neq 0$ (очевидно, что $qx=1$ не является решением данного уравнения

$(qx)^{n+1} = 1$, если n - ~~нечетное~~ чётное, то $qx = 1$ - не корень, если n - нечетное, то $qx = \pm 1 \Rightarrow qx = -1$ $\quad x = \frac{-1}{q}$

При $n = 2025$. $P_n(x) = a_{2025}x^{2025} + \dots + a_1x + a_0 = a_0(q^{2025}x^{2025} + \dots + qx + 1) = 0 \Leftrightarrow \frac{a_0((qx)^{2026}-1)}{qx-1} = 0 \Rightarrow qx = -1 \quad x = -\frac{1}{q}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IL98-27

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Ответ: да, может быть, min степень: A= 2025

+

~~задание №2.~~