

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

### ВАРИАНТ 17101 для 10 класса

1. Существует ли многочлен с целочисленными коэффициентами, который не имеет рациональных корней и имеет ровно три действительных корня? Объясните способ построения такого многочлена и постройте его или докажите невозможность.

**Ответ:** например,  $(x^2 - 2)(x^3 - 3)$ .

2. 2026 положительных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2026}$  образуют арифметическую прогрессию с разностью  $d$ . Выясните, зависит ли величина  $Q$  от значения  $d$  и найдите  $Q$ , если

$$Q = \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{2026}}}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{2026}}}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{2026}}}{\sqrt{a_3} + \sqrt{a_4}} + \dots + \frac{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_{2026}}}{\sqrt{a_{2025}} + \sqrt{a_{2026}}}.$$

**Ответ:**  $Q = 2025$ , от разности прогрессии не зависит.

3. Африканский животновод Комби Корм получил приплод слонят и бегемотиков. Если бы все новорожденные были слонятами, то общий вес всего приплода был бы на  $p\%$  больше, а если бы бегемотиками – на  $p\%$  меньше. Во сколько раз вес одного новорожденного слоненка больше веса одного новорожденного бегемотика? (Считайте, если понадобится, всех малышей одного вида одинаковыми.)

**Ответ:** Искомое отношение равно  $\frac{100 + p}{100 - p}$ .

4. Хорды  $AC$  и  $BD$  окружности с центром  $O$  пересекаются в точке  $E$ . Пусть  $L, S$  – центры окружностей, описанных около треугольников  $AEB$  и  $CDE$ . Докажите, что  $OSLE$  – параллелограмм.

5. На посвящении в студенты Паша, Саша, Валя и Женя почистили несколько мешков овощей. Известно, что от одного мешка картофеля остается 5 кг очистков, от одного мешка моркови – 4 кг, от одного мешка лука – 1 кг и от одного мешка помидоров – 2 кг. У каждого получилось различное (по весу) количество отходов общим весом 18 кг. Единственный мешок картофеля достался Паше, а больше всего мешков овощей почистила Саша, получив с них наименьший вес отходов. От помидоров было получено 6 кг очистков. Общий вес отходов у Паши и Жени оказался равным общему весу отходов Саши и Вали. Кто сколько мешков почистил и каких?

**Ответ:** Паша – 1 мешок картофеля, Саша – 3 мешка лука, Валя – мешок помидоров и мешок моркови, Женя – 2 мешка помидоров.